

多用户干扰信道下建模于流形上的联合干扰对齐预编码

李汀

(南京邮电大学通信与信息工程学院, 南京, 210003)

摘要: 首先从子空间对齐的角度将干扰信号功率和有用信号功率联合优化的问题建模于 Grassmannian 流形上, 有约束的最优化问题被转化为降维的无约束的最优化问题。然后利用 Grassmannian 流形的几何特性, 提出了一种基于 Grassmannian 流形上共轭梯度算法的联合干扰对齐预编码方案。计算机仿真表明, 该算法兼顾干扰信号功率的最小化和有用信号功率的最大化, 可以有效提高系统的和速率性能, 而且该算法可以有效解决 Grassmannian 流形上最陡下降算法每次寻优的 90° 转折问题, 具有更高的收敛速度。

关键词: 多用户干扰信道; 干扰对齐; Grassmannian 流形; 最优化算法

中图分类号: TN911.5 **文献标志码:** A

Manifold-Modeled Joint Interference Alignment Precoding in Multiuser Interference Channel

Li Ting

(College of Communication and Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing, 210003, China)

Abstract: Firstly, from the perspective of subspace alignment, the joint optimization problem of the interference signal power and the useful signal power is modeled on the Grassmannian manifold. The constrained optimization problem is transformed into the unconstrained optimization problem with lower dimension. Then, using the geometric properties of the Grassmannian manifold, a joint interference alignment precoding scheme based on conjugate gradient algorithm on the Grassmannian manifold is proposed. Computer simulation results show that the proposed scheme improves the sum rate performance of the multiuser MIMO interference system by jointly considering the minimization of the interference signal power and the maximization of the useful signal power, and also improves the convergence speed by effectively solving the 90° turning problem of the Grassmannian steepest descent algorithm.

Key words: multiuser interference channel; interference alignment; Grassmannian manifold; optimization algorithm

引言

5G 移动通信系统中大规模多输入多输出 (Multiple-input multiple-output, MIMO) 技术的早期研究

大都关注集中式天线排布,即在基站端集中放置大规模天线阵列,文献[1-3]研究表明,将配置多根天线的多个射频单元放置在小区的不同位置,形成分布式的多天线系统可以获得更好的小区覆盖范围、边缘用户吞吐量。对于分布式大规模 MIMO 系统,由于各个用户在地理位置上相对分散,接收端的联合处理较难实现。另外,随着用户数的增加,干扰问题也将变得更加严重,发射端预编码的设计将显得更为重要。通过适当的预编码,多用户之间的干扰可以得到有效的控制,从而大大提高了多用户系统的容量。近年对于多用户干扰信道,基于干扰对齐的发射预编码技术^[4-6]对处理信道干扰问题是一个突破,该技术能让多用户干扰信道获得最大的自由度。文献[5]提出将干扰对齐预编码技术与基于分层聚类的多用户调度技术相结合以降低干扰对齐的处理开销;文献[6]提出通过发射和接收迭代优化的方法使干扰信号和干扰子空间对齐来抵抗用户间的干扰。在此基础上文献[7]不仅考虑干扰信号和干扰子空间的对齐,同时考虑有用信号和有用信号子空间的对齐,减小用户间干扰的同时,保证了有用信号的接收功率。

微分流形的概念和构造是从欧氏空间的概念和构造而来的。它在每一点的近旁和欧氏空间的一个开集同胚,流形是一块块欧氏空间按照一定的方式粘起来的^[8-9]。其中,Grassmannian 流形是数学中一种非常重要的流形,对比 Grassmannian 流形的定义^[10],将 MIMO 信道子空间建模于 Grassmannian 流形上是一种合理的数学建模。文献[11]利用信道的相关性和 Grassmannian 流形的结构,将信道子空间变化的轨迹建模为 Grassmannian 流形的测地线,将测地线切向量的量化与多用户干扰信道中的干扰对齐算法相结合,设计了基于流形的有限反馈干扰对齐方案。该方案仅仅利用了流形的几何特性,算法相对比较简单。一些文献开始研究更复杂的最优化算法与干扰对齐预编码技术的结合。文献[12]提出采用欧氏空间的最陡下降法求解以不同干扰子空间之间的空间距离最小化为准则的单边干扰对齐优化问题。文献[13]将单边干扰对齐的优化问题转化为 Stiefel 流形上的无约束优化问题,提出了 Stiefel 流形上最陡下降干扰对齐方案。文献[14]提出以最大化总容量为目标函数,在发射端利用 Grassmannian 流形上的最陡下降算法获得优化的发射预编码矩阵,在接收端以传统的最大信噪比的方法设计接收矩阵,该方案发射端和接收端的两步优化是一种次优的优化方案。文献[15]提出将 Grassmannian 流形上的最陡下降算法与文献[6]提出的发射、接收交替迭代的干扰对齐相结合的方案。

本文在联合考虑干扰信号功率和有用信号功率折中优化的基础上,将加权的干扰对齐目标函数建模于 Grassmannian 流形上,提出了一种基于 Grassmannian 流形上共轭梯度算法的联合干扰对齐预编码方案。本文提出的算法可以有效提高多用户 MIMO 干扰系统的和速率性能。一方面,该算法解决了仅优化干扰信号功率的干扰对齐方案可能带来对有用信号功率的劣化,从而影响系统和速率的问题。另一方面,该算法将复欧氏空间有约束的最优化问题转化为流形上降维的无约束最优化问题,而且提出了流形上新的寻优搜索方向的设计,可以有效提高算法的收敛速度和收敛精度。

1 系统模型和联合优化的目标函数

本文考虑一个 K 用户 MIMO 干扰系统,系统模型如图 1 所示。假设每个发射机配置 N_t 根天线,并行传输 N_s 路数据流,每个用户接收机配置 N_r 根天线。对于第 k 个发射机, \mathbf{s}_k 是 $N_s \times 1$ 维的发射信号向量, $\mathbf{E}\{\|\mathbf{s}_k\|_F^2\} = 1$, \mathbf{F}_k 是归一化的 $N_t \times N_s$ 维的发射预编码矩阵。对于第 k 个接收机, \mathbf{y}_k 是 $N_r \times 1$ 维的接收信号向量, \mathbf{W}_k 是接收滤波矩阵,系统的输入输出关系可以表示为

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{W}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k \mathbf{s}_k + \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{W}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l \mathbf{s}_l + \mathbf{W}_k^H \mathbf{n}_k \quad (1)$$

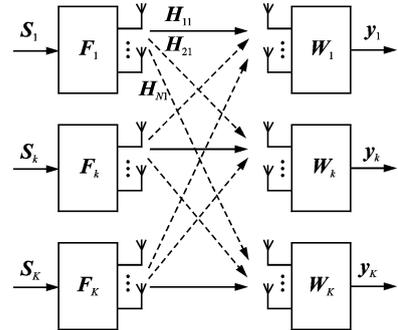


图 1 K 用户 MIMO 干扰系统
Fig. 1 K -user MIMO interference system

式中: \mathbf{H}_{kl} 为发射机 l 到接收机 k 的 $N_r \times N_l$ 维的平坦衰落信道, 信道矩阵元素间是独立同分布的。 $\mathbf{n}[k]$ 是均值为 0, 协方差矩阵为 $N_0 \mathbf{I}_{N_r}$ 的 $N_r \times 1$ 维的复高斯噪声向量。 本文假设发射端能通过反馈链路获得下行信道的信道状态信息。 接收机 k 的最大传输速率为

$$R_k = \log_2 \left(1 + \frac{\|\mathbf{W}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k\|_{\text{F}}^2}{\sum_{l=1, l \neq k}^K \|\mathbf{W}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l\|_{\text{F}}^2 + \|\mathbf{W}_k^H \mathbf{n}_k\|_{\text{F}}^2} \right) \quad (2)$$

通过优化发射预编码矩阵 \mathbf{F}_k 和接收滤波矩阵 \mathbf{W}_k 可以提高多用户 MIMO 干扰系统的传输速率, 分析式(2), 速率最优化的问题可以转化为速率公式中干扰信号功率 $\sum_{l=1, l \neq k}^K \|\mathbf{W}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l\|_{\text{F}}^2$ 最小化和有用信号功率 $\|\mathbf{W}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k\|_{\text{F}}^2$ 最大化的折中优化的问题, 则

$$\min_{\mathbf{F}_l, \mathbf{W}_k} \sum_{k=1}^K \left(\sum_{l=1, l \neq k}^K \|\mathbf{W}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l\|_{\text{F}}^2 - \omega \|\mathbf{W}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k\|_{\text{F}}^2 \right) \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{F}_l^H \mathbf{F}_l = \mathbf{I}, \forall l \quad \mathbf{W}_k^H \mathbf{W}_k = \mathbf{I}, \forall k \quad (3)$$

从子空间对齐的角度分析上面的优化问题, 干扰对齐的思想是将信号空间划分为有用信号子空间和干扰信号子空间, 将来自其他用户的干扰全部对齐在 $N_r - N_s$ 维的干扰信号空间里, 而使有用信号占据 N_s 维的有用信号空间。 当有用信号子空间是干扰信号子空间的正交补空间时, 就可以消除干扰信号对有用信号的干扰。 假设 \mathbf{C}_k' 为干扰信号子空间, \mathbf{C}_k' 的正交基为 \mathbf{C}_k 。 干扰信号对齐在干扰空间, 等价为使干扰信号和干扰信号在干扰子空间的正交投影之间的距离最小化, 即

$$\min_{\mathbf{F}_l, \mathbf{C}_k} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1, l \neq k}^K \|\mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l\|_{\text{F}}^2 \quad (4)$$

另外, 有用信号对齐在有用信号子空间, 等价为使有用信号在干扰信号子空间的正交补空间的投影最大化, 即

$$\max_{\mathbf{F}_k, \mathbf{C}_k} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k\|_{\text{F}}^2 \quad (5)$$

因此从干扰信号子空间和有用信号子空间联合对齐的角度, 可以建立干扰对齐目标函数为

$$\text{OBJ} = \min_{\mathbf{F}_l, \mathbf{C}_k} \sum_{k=1}^K \left(\sum_{l=1, l \neq k}^K \|\mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l\|_{\text{F}}^2 - \omega \|\mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k\|_{\text{F}}^2 \right) \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{F}_l^H \mathbf{F}_l = \mathbf{I}, \forall l \quad \mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k = \mathbf{I}, \forall k \quad (6)$$

对比分析式(3,6)可知, 当接收滤波矩阵设计为 $\mathbf{W}_k = \mathbf{I}_{N_r} - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H$, 从子空间联合对齐角度设计的目标函数与从功率联合优化的角度设计的目标函数相同。 因此通过不同信噪比下权值 ω 的选取来调整式(6)子空间联合对齐的目标函数, 并以此来优化设计发射预编码矩阵和接收滤波矩阵, 可以实现系统和速率的优化。

2 Grassmannian 流形的几何特性

Grassmannian 流形 $\mathcal{G}_{n,p}$ 的定义为: $\mathcal{G}_{n,p} = \{[\mathbf{X}] \in \mathbf{C}^{n \times p} : \mathbf{X}^H \mathbf{X} = \mathbf{I}_p\}$, 其中 $[\mathbf{X}]$ 表示由 \mathbf{XQ} 组成的一个等价类。 Grassmannian 流形上的点, 也称之为 Grassmannian 流形上的一个子空间, 该子空间可以用其正交基矩阵来表示。 例如, 假设 $n \times p$ 维的正交矩阵 \mathbf{X} 的列空间可以看作是 Grassmannian 流形 $\mathcal{G}_{n,p}$ 上的一个子空间, 那么可以用 \mathbf{X} 来表示 Grassmannian 流形 $\mathcal{G}_{n,p}$ 上的这个子空间, 也可以称 \mathbf{X} 为 Grassmannian 流形 $\mathcal{G}_{n,p}$ 上的一个点, 即 $\mathbf{X} \in \mathcal{G}_{n,p}$ 。

黎曼流形指出只有当给出一种微分流形的黎曼尺度以后才能像初等几何学一样描述距离、测地线、梯度和平行传输等微分流形的几何特性^[16], 黎曼尺度是指流形上切向量的长度。 对于 Grassmannian 流形, 流形上点 \mathbf{X} 的切空间的定义为: $T_{\mathbf{X}} \mathcal{G}_{n,p} = \{\Delta \in \mathbf{C}^{n \times p} : \Delta^H \mathbf{X} = 0\}$ 。 设 $\Delta_1, \Delta_2 \in T_{\mathbf{X}} \mathcal{G}_{n,p}$, Grassmannian 流形的黎曼尺度为 $\langle \Delta_1, \Delta_2 \rangle = \Re\{\text{Tr}(\Delta_1^H \Delta_2)\}$ 。 设 $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2 \in \mathcal{G}_{n,p}$, Grassmannian 流形 $\mathcal{G}_{n,p}$ 上两点之间的弦距

离的定义为: $d(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2) = \sqrt{p - \|\mathbf{X}_1^H \mathbf{X}_2\|_F^2}$.

流形上描述点与点间最短距离的曲线称为流形上的测地线, Grassmannian 流形上从基点 \mathbf{X} 沿着给定的切矩阵 $\mathbf{\Delta}$ 的测地线可以表示为

$$\mathbf{G}(\mathbf{X}, \mathbf{\Delta}, t) = \mathbf{X}\mathbf{V}\cos(\mathbf{\Sigma}t) \mathbf{V}^H + \mathbf{U}\sin(\mathbf{\Sigma}t) \mathbf{V}^H \quad (7)$$

式中: $\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$ 为切矩阵 $\mathbf{\Delta}$ 的紧奇异值分解, t 为测地线的步长因子。

Grassmannian 流形上函数 $J(\mathbf{X})$ 的梯度是流形上 \mathbf{X} 点对于任意一个切矩阵 $\mathbf{\Delta} \in \mathcal{T}_{\mathbf{X}}\mathcal{G}_{n,p}$ 都满足 $\langle \mathbf{G}, \mathbf{\Delta} \rangle = \text{Grad } J(\mathbf{\Delta}) \equiv \left. \frac{d}{dt} J(\mathbf{X}(t)) \right|_{t=0}$ 的切矩阵 $\mathbf{G} \in \mathcal{T}_{\mathbf{X}}\mathcal{G}_{n,p}$, 推导可得

$$\mathbf{G} = (\mathbf{I}_n - \mathbf{X}\mathbf{X}^H)J_{\mathbf{X}} \quad (8)$$

式中 $J_{\mathbf{X}}$ 是函数 $J(\mathbf{X})$ 在欧氏空间的梯度。

通过微分流形中的平行传输原理可以将流形上点 \mathbf{X}_1 切空间上的一个切矩阵 $\mathbf{\Delta}$ 沿着 Grassmannian 流形上从点 \mathbf{X}_1 到点 \mathbf{X}_2 的测地线平行传输到点 \mathbf{X}_2 , 通过平行传输获得的以 \mathbf{X}_2 为基点的平行传输的切矩阵在 Grassmannian 流形上点 \mathbf{X}_2 的切空间中, 切矩阵的平行传输公式为

$$\tau\mathbf{\Delta}(t) = (\mathbf{I} - \mathbf{X}_1\mathbf{V}_g \sin(\mathbf{\Sigma}_g t) \mathbf{U}_g^H + \mathbf{U}_g \cos(\mathbf{\Sigma}_g t) \mathbf{U}_g^H) \mathbf{\Delta} \quad (9)$$

式中: $\mathbf{U}_g \mathbf{\Sigma}_g \mathbf{V}_g^H$ 是从点 \mathbf{X}_1 到点 \mathbf{X}_2 的测地线在点 \mathbf{X}_1 的切矩阵的紧奇异值分解。平行传输能够保证平行传输的切矩阵与新基点正交。

3 信号子空间在 Grassmannian 流形上的建模

基于干扰信号子空间和有用信号子空间的联合对齐, 即目标函数式(6)的最优化问题可以通过发射端和接收端的迭代优化来实现。首先, 固定发射预编码矩阵 \mathbf{F}_l , 在接收机 k 通过优化 \mathbf{C}_k 让子空间对齐, 则

$$\mathbf{C}_k = \underset{\mathbf{C}_k, \mathbf{C}_k = \mathbf{I}}{\text{argmin}} \sum_{l=1, l \neq k}^K \|\mathbf{H}_{kl}\mathbf{F}_l - \mathbf{C}_k\mathbf{C}_k^H\mathbf{H}_{kl}\mathbf{F}_l\|_F^2 - \omega \|\mathbf{H}_{kk}\mathbf{F}_k - \mathbf{C}_k\mathbf{C}_k^H\mathbf{H}_{kk}\mathbf{F}_k\|_F^2 \quad (10)$$

利用矩阵运算的基本性质, 式(9)等价于

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_k = \underset{\mathbf{C}_k, \mathbf{C}_k = \mathbf{I}}{\text{argmin}} & \left(\sum_{l=1, l \neq k}^K (\mathbf{F}_l^H \mathbf{H}_{kl}^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l - \mathbf{F}_l^H \mathbf{H}_{kl}^H \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l) \right) - \omega \text{tr} (\mathbf{F}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k - \mathbf{F}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k) = \\ & \underset{\mathbf{C}_k, \mathbf{C}_k = \mathbf{I}}{\text{argmax}} \text{tr} \left(\sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{F}_l^H \mathbf{H}_{kl}^H \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l - \omega \mathbf{F}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k \right) = \\ & \underset{\mathbf{C}_k, \mathbf{C}_k = \mathbf{I}}{\text{argmax}} \text{tr} \left(\mathbf{C}_k^H \left(\sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l \mathbf{F}_l^H \mathbf{H}_{kl}^H - \omega \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k \mathbf{F}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \right) \mathbf{C}_k \right) \end{aligned} \quad (11)$$

然后, 固定 \mathbf{C}_l , 在发射机 k 通过优化 \mathbf{F}_k 让子空间对齐, 则

$$\mathbf{F}_k = \underset{\mathbf{F}_k, \mathbf{F}_k = \mathbf{I}}{\text{argmin}} \sum_{l=1, l \neq k}^K \|\mathbf{H}_{lk}\mathbf{F}_k - \mathbf{C}_l\mathbf{C}_l^H\mathbf{H}_{lk}\mathbf{F}_k\|_F^2 - \omega \|\mathbf{H}_{kk}\mathbf{F}_k - \mathbf{C}_k\mathbf{C}_k^H\mathbf{H}_{kk}\mathbf{F}_k\|_F^2 \quad (12)$$

利用矩阵运算的基本性质, 式(12)等价于

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_k = \underset{\mathbf{F}_k, \mathbf{F}_k = \mathbf{I}}{\text{argmin}} & \left(\sum_{l=1, l \neq k}^K (\mathbf{F}_k^H \mathbf{H}_{lk}^H \mathbf{H}_{lk} \mathbf{F}_k - \mathbf{F}_k^H \mathbf{H}_{lk}^H \mathbf{C}_l \mathbf{C}_l^H \mathbf{H}_{lk} \mathbf{F}_k) \right) - \omega \text{tr} (\mathbf{F}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k - \mathbf{F}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k) = \\ & \underset{\mathbf{F}_k, \mathbf{F}_k = \mathbf{I}}{\text{argmin}} \left(\mathbf{F}_k^H \left(\sum_{l=1, l \neq k}^K (\mathbf{H}_{lk}^H (\mathbf{I} - \mathbf{C}_l \mathbf{C}_l^H) \mathbf{H}_{lk}) - \omega \mathbf{H}_{kk} (\mathbf{I} - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H) \mathbf{H}_{kk}^H \right) \mathbf{F}_k \right) \end{aligned} \quad (13)$$

分析式(11, 13)发现, 最优的干扰子空间的正交基矩阵 \mathbf{C}_k 和预编码矩阵 \mathbf{F}_k 不是唯一的, 当最优的 \mathbf{C}_k 和 \mathbf{F}_k 与任意一个酉矩阵相乘仍然是式(11, 13)的最优解。对比微分流形理论中 Grassmannian 流形的定义, 可以知道干扰子空间可以建模为 Grassmannian 流形 $\mathcal{G}_{N_s, N_s - N_i}$ 上的点, 发射子空间可以建模为 Grassmannian 流形 \mathcal{G}_{N_s, N_s} 上的点。

当信号的发射子空间和干扰子空间建模于 Grassmannian 流形上,基于子空间联合对齐的发射端和接收端的发射预编码矩阵和接收滤波矩阵的迭代优化可以在流形上进行,此时干扰对齐目标函数的优化可以转化为一个无约束的最优化问题。相比于复欧氏空间 $\mathbf{C}^{m \times p}$ 上的最优化问题,Grassmannian 流形 $\mathcal{G}_{n,p}$ 上最优化问题的解空间的搜索维度将从 np 维下降到 $p(n-p)$ 维^[13],搜索空间维度的降低将有效提高 Grassmannian 流形上最优化算法的收敛速度。

4 基于 Grassmannian 流形共轭梯度算法的联合干扰对齐预编码

针对式(11,13)的优化问题,本文通过设计 Grassmannian 流形上共轭梯度干扰对齐算法在发射端和接收端交替迭代优化获得发射预编码矩阵和接收滤波矩阵。具体算法分为两个步骤:

步骤 1 固定各用户的发射预编码矩阵 \mathbf{F}_k ,在接收端以式(11)最大化为目标函数,让干扰子空间 \mathbf{C}'_k 在 Grassmannian 流形 $\mathcal{G}_{N_s, N_s - N_c}$ 上沿着流形上某条测地线移动,则

$$\mathbf{C}_k(i+1) = \mathbf{C}_k(i) \mathbf{V}_{\mathbf{Z}_k(i)} \cos(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_k(i)} t(i)) \mathbf{V}_{\mathbf{Z}_k(i)}^H + \mathbf{U}_{\mathbf{Z}_k(i)} \sin(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_k(i)} t(i)) \mathbf{V}_{\mathbf{Z}_k(i)}^H \quad (14)$$

式中: $\mathbf{Z}_k(i)$ 为 \mathbf{C}_k 在第 i 次寻优时测地线的切方向, $\mathbf{U}_{\mathbf{Z}_k(i)} \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_k(i)} \mathbf{V}_{\mathbf{Z}_k(i)}^H$ 为 $\mathbf{Z}_k(i)$ 的紧奇异值分解, $t(i)$ 为第 i 次寻优在测地线上移动的步长,每次寻优步长自适应调整。只有沿着流形上的测地线寻优才能保证优化始终在 Grassmannian 流形上进行。

对于寻优时测地线切方向的更新,文献[14-15]提出将 Grassmannian 流形上的最陡下降方向,即目标函数在流形上的梯度的反方向作为最小化问题流形上寻优的测地线切方向。但该方案不可避免地会导致类似于欧氏空间最陡下降算法的每次寻优的 90° 方向转折问题,将大大降低算法的收敛速度。另外,如果直接参考欧氏空间上共轭梯度算法寻优方向的设计,即:将第 i 次迭代的寻优切方向 $\mathbf{Z}_k(i)$ 与目标函数在 $\mathbf{C}_k(i+1)$ 点的梯度切方向 $\mathbf{G}_{\mathbf{C}_k}(i+1)$ 的合并作为第 $i+1$ 次迭代的寻优方向。但由于切方向 $\mathbf{Z}_k(i)$ 是在 $\mathbf{C}_k(i)$ 点的切空间上,而 $\mathbf{G}_{\mathbf{C}_k}(i+1)$ 是在 $\mathbf{C}_k(i+1)$ 点的切空间上,该方案在微分流形上对不同切空间上的切方向进行合并无意义。

因此对于式(11)的最大化问题,本文提出利用微分流形上的平行传输原理,将第 i 次寻优的流形上 $\mathbf{C}_k(i)$ 点的测地线切方向平行传输到第 $i+1$ 次寻优的流形上 $\mathbf{C}_k(i+1)$ 点,则

$$\tau \mathbf{Z}_k(i) = (-\mathbf{C}_k(i) \mathbf{V}_{\mathbf{Z}_k(i)} \sin(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_k(i)} t(i)) + \mathbf{U}_{\mathbf{Z}_k(i)} \cos(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_k(i)} t(i))) \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_k(i)} \mathbf{V}_{\mathbf{Z}_k(i)}^H \quad (15)$$

然后将平行传输到 $\mathbf{C}_k(i+1)$ 点的切方向 $\tau \mathbf{Z}_k(i)$ 与 $\mathbf{C}_k(i+1)$ 点目标函数在流形上的梯度方向 $\mathbf{G}_{\mathbf{C}_k}(i+1)$ 进行合并,则

$$\mathbf{Z}_k(i+1) = \mathbf{G}_{\mathbf{C}_k}(i+1) - \gamma_{\mathbf{C}_k}(i) \tau \mathbf{Z}_k(i) \quad (16)$$

将合并的方向矩阵 $\mathbf{Z}_k(i+1)$ 作为第 $i+1$ 次寻优时流形上 $\mathbf{C}_k(i+1)$ 点新的测地线切方向,如图 2 所示。参考欧氏空间上共轭梯度算法中共轭方向向量的更新公式,参数 $\gamma_{\mathbf{C}_k}(i)$ 的设计由 Polak-Ribiere 公式^[17]给出:

$\gamma_{\mathbf{C}_k}(i) = \frac{\langle \mathbf{G}_{\mathbf{C}_k}(i+1) - \tau \mathbf{G}_{\mathbf{C}_k}(i), \mathbf{G}_{\mathbf{C}_k}(i+1) \rangle}{\langle \mathbf{G}_{\mathbf{C}_k}(i), \mathbf{G}_{\mathbf{C}_k}(i) \rangle}$, 其中 $\tau \mathbf{G}_{\mathbf{C}_k}(i)$ 为流形上 $\mathbf{C}_k(i)$ 点目标函数的梯度方向沿着测地线平行传输到流形上 $\mathbf{C}_k(i+1)$ 点的梯度方向,则

$$\tau \mathbf{G}_{\mathbf{C}_k}(i) = \mathbf{G}_{\mathbf{C}_k}(i) - (\mathbf{C}_k(i) \mathbf{V}_{\mathbf{Z}_k(i)} \sin(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_k(i)} t(i)) + \mathbf{U}_{\mathbf{Z}_k(i)} (\mathbf{I} - \cos(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_k(i)} t(i))) \mathbf{V}_{\mathbf{Z}_k(i)}^H) \mathbf{G}_{\mathbf{C}_k}(i) \quad (17)$$

由式(8)可推出

$$\mathbf{G}_{\mathbf{C}_k}(i+1) = (\mathbf{I} - \mathbf{C}_k(i+1) \mathbf{C}_k^H(i+1)) \left(\sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{H}_{lk} \mathbf{F}_l(i) \mathbf{F}_l^H(i) \mathbf{H}_{lk}^H - \omega \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k \mathbf{F}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \right) \mathbf{C}_k(i+1) \quad (18)$$

步骤 2 固定干扰子空间的正交基矩阵 \mathbf{C}_k ,在发射端以式(13)最小化为目标函数,类似于 \mathbf{C}_k 在流形上的寻优过程,让发射子空间 \mathcal{F}_k 在 Grassmannian 流形 \mathcal{G}_{N_s, N_s} 上沿着测地线移动,则

$$\mathbf{F}_k(i+1) = \mathbf{F}_k(i) \mathbf{V}_{\mathbf{Q}_k(i)} \cos(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Q}_k(i)} t(i)) \mathbf{V}_{\mathbf{Q}_k(i)}^H + \mathbf{U}_{\mathbf{Q}_k(i)} \sin(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Q}_k(i)} t(i)) \mathbf{V}_{\mathbf{Q}_k(i)}^H \quad (19)$$

式中, $\mathbf{Q}_k(i)$ 为 \mathbf{F}_k 在第 i 次寻优时测地线的切方向, $\mathbf{U}_{\mathbf{Q}_k(i)} \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Q}_k(i)} \mathbf{V}_{\mathbf{Q}_k(i)}^H$ 为 $\mathbf{Q}_k(i)$ 的紧奇异值分解。

对于测地线切方向 \mathbf{Q}_k 的更新, 本文将第 i 次寻优的流形上 $\mathbf{F}_k(i)$ 点的测地线切方向 $\mathbf{Q}_k(i)$ 平行传输到第 $i+1$ 次寻优的流形上 $\mathbf{F}_k(i+1)$ 点, 则

$$\begin{aligned} \tau \mathbf{Q}_k(i) = & (-\mathbf{F}_k(i) \mathbf{V}_{\mathbf{Q}_k(i)} \sin(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Q}_k(i)} t(i)) + \\ & \mathbf{U}_{\mathbf{Q}_k(i)} \cos(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Q}_k(i)} t(i))) \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Q}_k(i)} \mathbf{V}_{\mathbf{Q}_k(i)}^H \end{aligned} \quad (20)$$

将平行传输到 $\mathbf{F}_k(i+1)$ 点的切方向 $\tau \mathbf{Q}_k(i)$ 与 $\mathbf{F}_k(i+1)$ 点目标函数在流形上的梯度方向 $\mathbf{G}_{F_i}(i+1)$ 的反方向进行合并, 将合并的方向矩阵 $\mathbf{Q}_k(i+1)$ 作为第 $i+1$ 次寻优时流形上 $\mathbf{F}_k(i+1)$ 点新的测地线切方向, 则

$$\mathbf{Q}_k(i+1) = -\mathbf{G}_{F_i}(i+1) + \gamma_{F_i}(i) \tau \mathbf{Q}_k(i) \quad (21)$$

式中 $\mathbf{F}_k(i+1)$ 点目标函数在流形上的梯度为

$$\mathbf{G}_{F_i}(i+1) = (\mathbf{I} - \mathbf{F}_k(i+1) \mathbf{F}_k^H(i+1)) \left(\sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{H}_{lk}^H (\mathbf{I} - \mathbf{C}_l \mathbf{C}_l^H) \mathbf{H}_{lk} - \omega \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k \mathbf{F}_k^H \mathbf{H}_{kk}^H \right) \mathbf{F}_k(i+1) \quad (22)$$

参数由 Polak-Ribiere 公式给出, 则

$$\gamma_{F_i}(i) = \frac{\langle \mathbf{G}_{F_i}(i+1) - \tau \mathbf{G}_{F_i}(i), \mathbf{G}_{F_i}(i+1) \rangle}{\langle \mathbf{G}_{F_i}(i), \mathbf{G}_{F_i}(i) \rangle}$$

式中 $\tau \mathbf{G}_{F_i}(i)$ 为流形上 $\mathbf{F}_k(i)$ 点目标函数的梯度方向沿着测地线平行传输到流形上 $\mathbf{F}_k(i+1)$ 点的梯度方向, 则

$$\tau \mathbf{G}_{F_i}(i) = \mathbf{G}_{F_i}(i) - (\mathbf{F}_k(i) \mathbf{V}_{\mathbf{Q}_k(i)} \sin(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Q}_k(i)} t(i)) + \mathbf{U}_{\mathbf{Q}_k(i)} (\mathbf{I} - \cos(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Q}_k(i)} t(i)))) \mathbf{U}_{\mathbf{Q}_k(i)}^H \mathbf{G}_{F_i}(i) \quad (23)$$

在发射端和接收端交替迭代进行上述两步优化直到获得收敛的发射预编码矩阵 \mathbf{F}_k 和接收滤波矩阵 $\mathbf{W}_k = \mathbf{I}_{N_r} - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H$ 。具体的 Grassmannian 流形上共轭梯度干扰对齐算法为:

算法流程:

初始化: 任意 $\mathbf{F}_k(0); \mathbf{F}_k^H(0) \mathbf{F}_k(0) = \mathbf{I}$,

任意 $\mathbf{C}_k(0); \mathbf{C}_k^H(0) \mathbf{C}_k(0) = \mathbf{I}$,

$\mathbf{G}_{C_i}(0) = \mathbf{J}_{C_i(0)} - \mathbf{C}_k(0) \mathbf{C}_k^H(0) \mathbf{J}_{C_i(0)}, \mathbf{Z}_k(0) = \mathbf{G}_{C_i}(0)$,

$\mathbf{G}_{F_i}(0) = \mathbf{J}_{F_i(0)} - \mathbf{F}_k(0) \mathbf{F}_k^H(0) \mathbf{J}_{F_i(0)}, \mathbf{Q}_k(0) = -\mathbf{G}_{F_i}(0)$;

$i = 0, 1, 2, \dots$, 重复下面的步骤:

(1) 流形上 $\mathbf{C}_k(i+1)$ 的更新。固定各用户的发射预编码矩阵 $\mathbf{F}_k(i)$, 在接收端以式(11)最大化为目标函数, 让干扰子空间 \mathbf{C}_k 在 Grassmannian 流形 $\mathcal{G}_{N_r, N_r - N_k}$ 上按照式(14)沿着流形上切方向 $\mathbf{Z}_k(i)$ 的测地线移动。

(2) 流形上 $\mathbf{C}_k(i+1)$ 点测地线切方向的更新。将平行传输到 $\mathbf{C}_k(i+1)$ 点的切方向 $\tau \mathbf{Z}_k(i)$ 与 $\mathbf{C}_k(i+1)$ 点目标函数在流形上的梯度方向 $\mathbf{G}_{C_i}(i+1)$ 按照式(16)进行合并, 获得流形上 $\mathbf{C}_k(i+1)$ 点新的测地线切方向 $\mathbf{Z}_k(i+1)$ 。

(3) 流形上 $\mathbf{F}_k(i+1)$ 的更新。固定干扰子空间的正交基矩阵 $\mathbf{C}_k(i)$, 在发射端以式(13)最小化为目标函数, 让发射子空间 \mathcal{F}_k 在 Grassmannian 流形 \mathcal{G}_{N_t, N_t} 上沿着测地线移动。

(4) 流形上 $\mathbf{F}_k(i+1)$ 点切方向的更新。将平行传输到 $\mathbf{F}_k(i+1)$ 点的切方向 $\tau \mathbf{Q}_k(i)$ 与 $\mathbf{F}_k(i+1)$ 点目标函数在流形上的梯度方向 $\mathbf{G}_{F_i}(i+1)$ 按照式(21)进行合并, 获得流形上 $\mathbf{F}_k(i+1)$ 点新的测地线切方向 $\mathbf{Q}_k(i+1)$ 。

迭代更新 \mathbf{C}_k 和 \mathbf{F}_k 直到收敛。

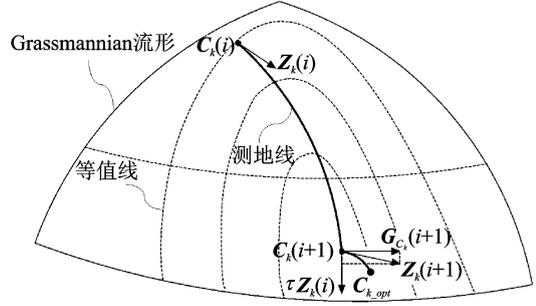


图2 Grassmannian 流形上共轭梯度寻优示意图

Fig. 2 Illustration of conjugate gradient algorithm on Grassmannian manifold

5 算法的收敛性分析

首先对于子空间联合干扰对齐的目标函数表达式(6)可以证明该目标表达式有下界。假设目标函数 OBJ 没有下界,即对于任意小的数 M ,都至少存在一组 $\mathbf{F}_1, \dots, \mathbf{F}_2$ 和 $\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_2$ 满足如下不等式,则

$$\sum_{k=1}^K \sum_{l=1, l \neq k}^K \|\mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l\|_{\text{F}}^2 - \omega \sum_{k=1}^K \|\mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k\|_{\text{F}}^2 < M \quad (24)$$

式(24)等价于

$$\frac{\sum_{k=1}^K \|\mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{F}_k\|_{\text{F}}^2}{\sum_{k=1}^K \sum_{l=1, l \neq k}^K \|\mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{F}_l\|_{\text{F}}^2 - M} > \frac{1}{\omega} \quad (25)$$

当 M 趋近于 $-\infty$, 左边的表达式趋近于 0, 式(25)变为 $\frac{1}{\omega} < 0$ 。意味着如果目标函数 OBJ 没有下界, 要求 $\omega < 0$ 。显然不符合目标函数建立的物理意义。所以假设不成立, 从而证明目标函数表达式(6)有下界。

对于目标函数表达式(6)的最小化是通过算法流程中步骤(1)~(4)的迭代优化来实现的, 每次迭代都将利用式(14, 19)在 Grassmannian 流形上寻优, 其中 $t(i)$ 是第 i 次寻优在测地线上移动的步长。算法中步长的初始值 $t(0) = 1$, 当第 i 次迭代时, 如果目标函数值大于第 $i-1$ 次迭代, 则 $t(i) = \rho t(i-1)$, $0 < \rho < 1$; 如果目标函数值小于第 $i-1$ 次迭代, 则 $t(i) = t(i-1)$ 。因此随着迭代次数的不断增加, 如果第 i 次迭代的函数值小于第 $i-1$ 次迭代, 说明函数值在递减收敛中。如果第 i 次迭代的函数值大于第 $i-1$ 次迭代, $t(i)$ 将变小并将趋近于 0, 此时式(14, 19)将变为

$$\mathbf{C}_k(i+1) = \lim_{t(i) \rightarrow 0} \mathbf{C}_k(i) \mathbf{V}_{\mathbf{Z}_k(i)} \cos(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_k(i)} t(i)) \mathbf{V}_{\mathbf{Z}_k^{\perp}(i)} + \mathbf{U}_{\mathbf{Z}_k(i)} \sin(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Z}_k(i)} t(i)) \mathbf{V}_{\mathbf{Z}_k^{\perp}(i)} = \mathbf{C}_k(i) \quad (26)$$

$$\mathbf{F}_k(i+1) = \lim_{t(i) \rightarrow 0} \mathbf{F}_k(i) \mathbf{V}_{\mathbf{Q}_k(i)} \cos(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Q}_k(i)} t(i)) \mathbf{V}_{\mathbf{Q}_k^{\perp}(i)} + \mathbf{U}_{\mathbf{Q}_k(i)} \sin(\boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{Q}_k(i)} t(i)) \mathbf{V}_{\mathbf{Q}_k^{\perp}(i)} = \mathbf{F}_k(i) \quad (27)$$

式(26, 27)表明, 随着迭代次数的增加, \mathbf{C}_k 和 \mathbf{F}_k 将收敛。

6 仿真结果

在 K 用户 MIMO 干扰系统的仿真中, 假设每个发射机配置 N_t 根天线, 并行传输 N_s 路数据流, 每个用户接收机配置 N_r 根天线。文献[18]指出当收发天线数满足

$$N_t + N_r \geq (k+1)N_s \quad (28)$$

干扰可以完全抑制, 即干扰对齐预编码有可行解。因此在本文的仿真中, 分别考虑 3 用户 2 数据流 4×4 的 MIMO 系统和 4 用户 2 数据流 6×6 的 MIMO 系统。优化算法中初始步长设为 $t(0) = 1$, 步长的衰减因子设为 $\rho = 0.3$ 。不同信噪比下, 系统的平均和速率性能与目标函数(6)中权值 ω 的选取有直接关系。在低信噪比时, 接收信噪比对和速率的影响起主导作用, 权值 ω 可以考虑选取大一些的数值; 而在高信噪比时, 干扰功率对和速率的影响将起主导作用, 权值 ω 可以考虑选取小一些的数值。在仿真中, 对于 3 用户 2 数据流 4×4 的 MIMO 系统, 对应于信噪比 $[0, 5, 10, 15, 20, 25, 30]$, 选取权值 ω 为 $[0.1, 0.1, 0.1, 0.05, 0.05, 0.008, 0.008]$; 对于 4 用户 2 数据流 6×6 的 MIMO 系统, 对应于信噪比 $[0, 5, 10, 15, 20, 25, 30]$, 选取权值 ω 为 $[0.2, 0.15, 0.1, 0.05, 0.05, 0.02, 0.02]$ 。图 3 针对 3 用户 2 数据流 4×4 的 MIMO 系统, 比较了权值 $\omega = 0.008$ 的目标函数下, 本文提出的 Grassmannian 流形上共轭梯度联合干扰对齐算法 (Joint interference alignment based on the Grassmannian conjugacy gradient algorithm, GCG-JIA 算法) 和 Grassmannian 流形上最陡下降联合干扰对齐算法 (Joint interference alignment based on the Grass-

mannian steepest descent algorithm, GSD-JIA 算法)、复欧氏空间上最陡下降联合干扰对齐算法 (Joint interference alignment based on the steepest descent algorithm, SD-JIA 算法) 的收敛性能。仿真中以式 (6) 为目标函数。从仿真图 3 中可以看出, 本文提出的算法有更快的收敛速度。图 4 针对 4 用户 2 数据流 6×6 的 MIMO 系统, 比较了权值 $\omega = 0.05$ 的目标函数下, 本文提出的 GCG-JIA 算法、GSD-JIA 算法和 SD-JIA 算法的收敛性能。仿真中同样以式 (6) 为目标函数。从仿真图 4 中可以看出, 本文提出的算法有更高的收敛精度和更快的收敛速度。对比图 3 也可以看出, 随着用户数的增加, 干扰情况变得更加严重, GSD-JIA 算法和 SD-JIA 算法的目标函数的最终收敛值出现比较明显的增大, 意味着残余的干扰功率增大, 主要原因是这两种算法当用户数增加时导致的干扰对齐性能下降。而本文所提算法, 从图 4 中看性能下降不明显。

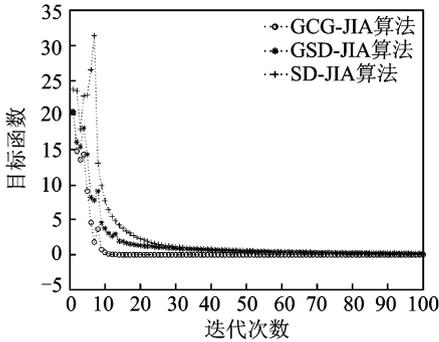


图 3 3 用户 4×4 MIMO 系统 $\omega = 0.008$ 时各种联合干扰对齐算法的收敛性能

Fig. 3 Convergence performance of different algorithms in 3-user 4×4 MIMO system

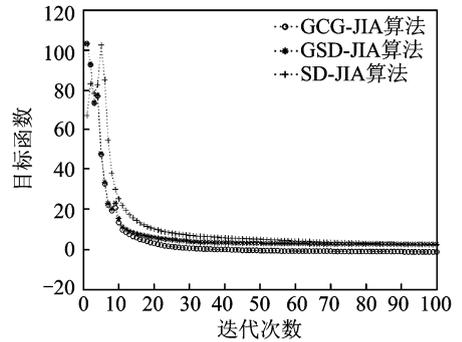


图 4 4 用户 6×6 MIMO 系统 $\omega = 0.05$ 时各种联合干扰对齐算法的收敛性能

Fig. 4 Convergence performance of different algorithms in 4-user 6×6 MIMO system

图 5 比较了 3 用户 2 数据流 4×4 的 MIMO 系统, 在联合考虑干扰子空间对齐和有用信号子空间对齐的目标函数式 (6) 下, 本文提出的 GCG-JIA 和 GSD-JIA 算法、SD-JIA 算法的系统性和速率性能; 以及在只考虑干扰子空间对齐的目标函数, 即式 (6) 中权值 $\omega = 0$ 的情况下, 3 种算法的系统性和速率性能。从仿真图 5 中可以看出, 当目标函数只考虑干扰子空间对齐时, 基于流形上共轭梯度算法的干扰对齐方案 (Interference alignment based on the Grassmannian conjugacy gradient algorithm, GCG-IA) 相比基于流形上最陡下降算法的干扰对齐方案 (Interference alignment based on the Grassmannian steepest descent algorithm, GSD-IA 算法)、基于欧氏空间上最陡下降算法的干扰对齐方案 (Interference alignment based on the steepest descent algorithm, SD-IA 算法) 在低信噪比时和速率性能有所下降, 但在高信噪比时具有较高的和速率增益。高信噪比时和速率的增加, 体现了基于流形上共轭梯度算法的干扰对齐方案干扰对齐性能的优势。低信噪比时性能下降的主要原因是目标函数仅考虑干扰子空间对齐, 即干扰功率最小化。从和速率式 (2) 可知, 系统的和速率不仅与分母的干扰功率项有关, 还与分子的有用信号功率项有关。虽然基于流形上共轭梯度算法的干扰对齐方案干扰对齐性能更好, 干扰功率更小, 但由于分母干扰功率变小的同时, 分子有用信号功率也会一定程度地变小, 导致 GCG-IA 算法的系统性和速率在低信噪比时性能的下降。而本文提出的 GCG-JIA 算法在目标函数建立时就从系统和速率的角度出发, 目标函数式 (6) 联合考虑了干扰功率的最小化和有用信号功率的最大化, 从仿真图 5 中可以看出, 它有效改善了 GCG-IA 算法在低信噪比时系统和速率性能下降的问题。

图6比较了4用户2数据流 6×6 的MIMO系统各种方案下的系统和速率性能。从仿真图6中可以看出,本文提出的GCG-JIA算法相比其他方案具有明显的和速率增益。对比图5的3用户MIMO系统情况,随着用户数的增加,GSD-JIA算法和SD-JIA算法干扰对齐性能下降,造成用户干扰的残余功率增大,导致和速率性能明显地下降,在10 dB信噪比以后,和速率性能曲线即出现平台效应。而本文提出的GCG-JIA算法仍具有较好的和速率性能。

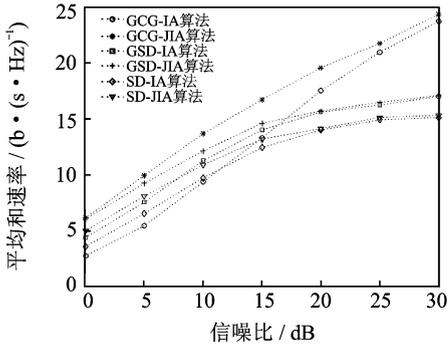


图5 3用户 4×4 MIMO系统各种方案下的和速率性能

Fig. 5 Average sum rate comparison of different algorithms in 3-user 4×4 MIMO system

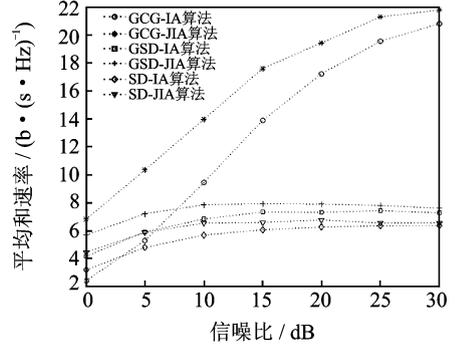


图6 4用户 6×6 MIMO系统各种方案下的和速率性能

Fig. 6 Average sum rate comparison of different algorithms in 4-user 6×6 MIMO system

7 结束语

本文针对多用户MIMO系统,从优化系统和速率的角度,将用户干扰功率和有用信号功率的联合优化问题,转化为干扰信号子空间和有用信号子空间的联合对齐问题。在此基础上,将欧氏空间联合干扰对齐的优化问题建模为Grassmannian流形上的优化问题,提出了基于流形上共轭梯度算法的联合干扰对齐预编码方案,提高了寻优的精度和速度,在减小用户干扰残余功率的同时,兼顾了有用信号功率的优化,有效提高了多用户MIMO干扰系统的和速率性能。在未来的工作中,将对Grassmannian流形的二阶几何特性展开研究,进一步提高干扰对齐算法的收敛速度,以提高系统性能。

参考文献:

- [1] 杨绿溪,何世文,王毅,等. 面向5G无线通信系统的关键技术综述[J]. 数据采集与处理,2015,30(3):469-485.
Yang Lüxi, He Shiwen, Wang Yi, et al. Key technologies for 5G wireless communication system[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2015, 30(3): 469-485.
- [2] Ngo H Q, Larsson E G, Marzetta T L. Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(4): 1436-1449.
- [3] Bjornson E, Sanguinetti L, Hoydis J, et al. Optimal design of energy-efficient multi-user MIMO systems: Is massive MIMO the answer? [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2015, 14(6): 3059-3075.
- [4] Caxtanheira D, Silva A, Gameiro A. Retrospective interference alignment: Degrees of freedom scaling with distributed transmitters[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2016, 63(3): 1721-1730.
- [5] 熊最,王可人,金虎,等. 基于分层聚类 and 干扰对齐的MIMO链路调度算法[J]. 数据采集与处理, 2017, 32(1): 134-140.
Xiong Zui, Wang Keren, Jin Hu, et al. Novel MIMO link scheduling algorithm based on hierarchical clustering and interference alignment[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2017, 32(1): 134-140.
- [6] Peters W S, Heath, Jr R W. Interference alignment via alternating minimization[C] // IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Taipei, China: IEEE, 2009: 2445-2448.

- [7] Kumar K R, Xue F. An iterative algorithm for joint signal and interference alignment[C] //IEEE International Symposium on Information Theory. Austin:IEEE, 2010:2293-2297.
- [8] 陈维桓. 微分流形初步[M]. 北京:高等教育出版社, 2012.
Chen Weihuan. An introduction to differentiable manifold[M]. Beijing: Higher Education Press, 2012.
- [9] 李汀. Grassmannian 流形上基于高分辨率动态聚焦码本的 MIMO 信道预测[J]. 信号处理, 2016, 32(6):724-732.
Li Ting. MIMO channel prediction based on high resolution dynamic focus codebook in Grassmannian manifold[J]. Journal of Signal Processing, 2016, 32(6):724-732.
- [10] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 2 版. 北京:清华大学出版社, 2016.
Zhang Xianda. Matrix analysis and applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2016.
- [11] Ayach O E, Heath Jr R W. Grassmannian differential limited feedback for interference alignment[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(12):6481-6494.
- [12] Wang Chao, Zhang Bohan, Zhang Xiaodan, et al. Linear precoder designs for interference alignment in constant MIMO interference channels[C] //IEEE Wireless Communications and Networking Conference. Shanghai: IEEE, 2013:3573-3578.
- [13] Zhang Chen, Yin Huarui, Wei Guo. One-sided precoder designs for interference alignment[C] //IEEE Vehicular Technology Conference. Quebec: IEEE, 2012:1-5.
- [14] 聂俊美, 谢显中, 张森林, 等. 多用户认知网络中基于 Grassmann 流形梯度法的干扰对齐算法[J]. 信号处理, 2016, 32(3):362-369.
Nie Junmei, Xie Xianzhong, Zhang Senlin, et al. Multi-user interference alignment using gradient method on Grassmann manifold in cognitive radio networks[J]. Journal of Signal Processing, 2016, 32(3):362-369.
- [15] Zhu B, Ge J, Li J, et al. Subspace optimization-based iterative interference alignment algorithm on the Grassmann manifold [J]. IET Communications, 2012, 6(18):3084-3090.
- [16] Absil P A, Mahony R, Sepulchre R. Optimization algorithms on matrix manifolds[M]. New Jersey: Princeton University Press, 2009.
- [17] Kelley C T. Iterative methods for optimization[M]. Philadelphia: SIAM, 1999.
- [18] Jafar S A. Interference alignment: A new look at signal dimensions in a communication network[J]. Foundations and Trends in Communications and Information Theory, 2010, 7(1):1-134.

作者简介:



李汀 (1979-), 男, 博士, 讲师, 研究方向: MIMO 技术、3D MIMO 技术和协作通信等, E-mail: lit@njupt.edu.cn。

