

基于覆盖分割和活动轮廓模型的图像边缘提取算法

顾雨迪¹ 梁久祯² 吴 秦² 李 敏²

(1. 江南大学信息化建设与管理中心, 无锡, 214122; 2. 江南大学物联网工程学院智能系统与网络计算研究所, 无锡, 214122)

摘要: 针对传统算法对边界模糊的图像分割效果不理想, 分割结果多毛刺的问题, 提出了一种由粗到细的图像边缘提取方法, 主要由像素覆盖分割方法和 Chan-Vese 模型组成。将改进的覆盖分割方法和活动轮廓模型相结合, 首先使用原始覆盖分割算法对图像进行分割, 利用多方向模糊形态学边缘检测算法提取不同物体之间的边界; 然后采用改进的像素覆盖分割方法给边界像素重新分配覆盖值; 最后, 运用活动轮廓算法进行细化的图像边缘提取; 分别进行了分割结果的定性比较, 抗噪性测试以及提取的边缘对比实验。实验结果表明, 该方法对具有模糊边界的图像, 提取边缘结果优于其他可比文献中提出的方法。

关键词: 边缘提取; 覆盖分割; Chan-Vese 模型

中图分类号: TP391 **文献标志码:** A

Image Boundary Extraction Based on Pixel Coverage Segmentation and Chan-Vese Model

Gu Yudi¹, Liang Jiuzhen², Wu Qin², Li Min²

(1. Network Information & Operation Center, Jiangnan University, Wuxi, 214122, China; 2. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi, 214122, China)

Abstract: Aiming at the problem of unsatisfactory image segmentation effect for images with blurred boundary by using traditional algorithms, a coarse-to-fine approach for image boundary extraction is proposed in this paper, which is made up of pixel coverage segmentation and Chan-Vese model. Based on modified coverage segmentation algorithm and active-contours method, images are firstly segmented by using the original coverage segmentation algorithm and a multi-directions fuzzy morphological boundary detection algorithm is used to extract the boundaries between different objects. Then an improved pixel coverage segmentation method is applied to redistribute coverage values for boundary pixels. Finally, the boundary extraction for refined images is carried out with active-contours algorithm. And qualitative comparison of segmentation results, noise immunity tests and contrast experiments on the extracted boundary are carried out. Experimental results show that the proposed method can obtain more excellent boundary extraction effect than those state-of-the-art methods proposed in comparable literatures.

Key words: boundary extraction; coverage segmentation; Chan-Vese model

引言

图像分割是分析图像的第一步,是计算机视觉和图像处理领域中的一个基础性难题^[1]。图像分割就是根据需求将图像分成许多轮廓,其中每个轮廓具有独特性质,可根据轮廓提取出有意义和有价值的特征^[2]。图像处理过程中最重要且最具有意义的就是图像边界的划分^[3],因为它会影响图像分割的最终结果。至今为止,各种各样的用来解决图像分割难题的算法已被提出^[4]。研究人员还做了很大的努力来改善图像分割算法的性能。最近,一些集中在模糊离散对象的研究被提出。Lindblad等^[5-7]利用覆盖模型提高估计精度。Sladoje等^[8,9]基于任意现有的清晰分割,并通过确定边界像素重新评估它们的覆盖值,提升为覆盖细分。与其他模糊表达相比,覆盖模型的优势来自明确定义的隶属函数,可以利用这些假设推导出估计误差的边界^[10,11],并将其运用到三维图像的处理^[12]。尽管如此,现有的覆盖分割方法仍有一些不足,比如它们只专注于清晰对象。与此同时,由于其具有更大的收敛范围和自然处理拓扑变化的能力,Chan-Vese模型在图像分割上表现良好^[13,14]。然而,它仍然有一些固有的限制,比如分割通常需要依赖于初始轮廓的放置^[15]等。

为了解决上述问题,本文提出像素覆盖分割算法和用于边界提取的 Chan-Vese 模型,首先将图像分割,然后用形态学边缘检测算子检测和连续成像物体边界相交的像素,并用改进的覆盖分割方法重新计算覆盖值,最后用改进的活动轮廓算法提取图像的边界。相对于现有的方法,该方法对具有模糊边界的图像有良好的表现。

1 相关背景

1.1 像素覆盖分割模型

给定一个多频带的图像 I , 大小为 $N = \text{width} \times \text{height}$, 在一个离散域 $I_D, I: I_D \rightarrow \mathbf{R}^b$, b 表示图像的频带数。把图像定义为一个 $N \times b$ 的矩阵: $I = [p_{i,k}]^{N \times b}$, 每一行表示一个像素在每一个频带中的亮度, 每一列表示整幅图像在其中一个频带中的亮度。为方便起见, 把它简写成 $p(i, \cdot)$ 的形式。

定义一个表示分为 m 部分的分割矢量 W_m , 其中所有元素加起来的和为 1, 即

$$W_m = \left\{ w = (w_1, w_2, \dots, w_m) \in [0, 1]^m \mid \sum_{k=1}^m w_k = 1 \right\} \quad (1)$$

把图像 I 覆盖分割为 m 部分, 可以用一组有序对来表示, 即

$$\{ \langle (i, \cdot), \alpha(i) \rangle \mid (i, \cdot) \in I_D, \alpha(i) \in W_m \}, \alpha(i) \approx \frac{|p(i, \cdot) \cap S_k|}{|p(i, \cdot)|} \quad (2)$$

式中: (i, \cdot) 为之前提到的像素位置, $\alpha(i)$ 为像素的覆盖值, 覆盖值可以近似看作该像素有多少面积和第 k 类相交。通常情况下, 图像第 k 类的面积值 S_k 未知, 要根据图像数据来估计。

设大小为 N 的图像可分割为 m 类, 则基于此图像的覆盖分割为 $A = [\alpha_{i,j}]_{N \times m}$ 。其中 $\alpha_{i,j}$ 为像素 i 满足约束条件 $\alpha_{i,j} \in [0, 1]$ 的关于物体 S_j 的覆盖值。矩阵 $C = [c_{j,k}]_{m \times b}$ 为类代表, 其中 $c_{j,k}$ 为第 j 类在第 k 个频带上的值。在理想情况下, 假定类代表 $c_{j,k}$ 位置不变, 即有

$$I \approx A \cdot C \quad (3)$$

但在实际情况下, 这种假定会导致覆盖估计的不可信, 为了考虑更多的相关估计, 允许空间上的不同类代表。比如对于位置 x , 有 $I(x) \approx AC(x)$ 。在 $I \approx A \cdot C$ 中, C 是公式的基准, 要选择最能代表这一类的像素, 而不能选择极端的。 A 为反映 I 中像素对 C 归属度的权重。图像分割可以被看作是一个能量最小化的过程, 其能量函数可表示为

$$D(A) = \|I - AC\|_F^2 \quad (4)$$

式中: $\|X\|_F$ 为矩阵 X 的 Frobenius 范数, 该过程可用谱投影梯度算法 (Spectral projected gradient,

SPG)^[16,17]求解。

1.2 Chan-Vese 模型

经典 Chan-Vese(C-V)模型^[14]由学者 Chan 和 Vese 提出,是一种利用 Euler-Lagrange 方法求解的简化 M-S 模型^[18]的灰度图像分割方法。然而 C-V 模型在使用变分水平集方法中的最小化能量泛函实现曲线的演化过程中,仅利用了图像的边缘信息,而忽略了其边界梯度信息。且在能量泛函中添加了面积项 $\text{Area}(\text{inside}(\mathbf{C}))$,与 M-S 模型中的长度项 $\text{Length}(\mathbf{C})$ 同时控制演化到达被分割物体边界的曲线。设能量泛函为

$$E(c_1, c_2, \mathbf{C}) = \mu \cdot \text{Length}(\mathbf{C}) + \gamma \cdot \text{Area}(\text{inside}(\mathbf{C})) + \lambda_1 \int_{\text{inside}(\mathbf{C})} |I_0(x, y) - c_1|^2 dx dy + \lambda_2 \int_{\text{outside}(\mathbf{C})} |I_0(x, y) - c_2|^2 dx dy \quad (5)$$

式中: $I_0(x, y)$ 为待分割图像; $\text{Length}(\mathbf{C})$ 表示边界曲线 \mathbf{C} 的长度; $\text{Area}(\text{inside}(\mathbf{C}))$ 为曲线 \mathbf{C} 内部区域的面积; $\mu, \gamma \geq 0; \lambda_1, \lambda_2 > 0$ 为权重系数。最终,可以通过最优化能量泛函得到分割轮廓线 \mathbf{C} 的位置及未知常量 c_1, c_2 。

$$E\{\mathbf{C}^0, c_1^0, c_2^0\} = \text{Min}_{\mathbf{C}, c_1, c_2} E(\mathbf{C}, c_1, c_2) \quad (6)$$

2 基于覆盖分割和活动轮廓模型的图像边缘提取算法

本文提出的边缘提取算法由两步构成,第一步是基于像素覆盖分割算法对图像进行分割,第二步是在分割结果的基础上进行图像边缘的提取。为了克服传统算法的不足,分别对两步算法进行了改进。

2.1 像素覆盖分割模型的改进

针对 Sladoje 的基于线性分离的像素覆盖分割算法对边界模糊图像的分割效果不理想,且分割结果多毛刺的问题,本文在能量方程中添加一个位置信息项,定义为

$$B_{i,j} = \left\| A_{i,j} - \sum_{A_{i,t} \in N(A_{i,j})} \frac{A_{i,t}}{|N(A_{i,j})|} \right\| \quad (7)$$

式中: $N(A_{i,j})$ 为像素 i 周围 8-邻域内所有像素点的集合, $|N(A_{i,j})|$ 为这些像素点的个数。添加位置信息项后,能量方程变为

$$J(A_{i,j}) = \| \mathbf{I} - A_{i,j} \mathbf{C} \|_{\mathbb{F}}^2 + \lambda B_{i,j} \quad (8)$$

式中: λ 为位置信息项的权重,经过实验,定为 0.05。

要获得一个像素覆盖分割,本文方法由 3 步构成:(1)利用 Sladoje 提出的原始像素覆盖分割方法对给定的像素分别分配一个分割向量 $\mathbf{a}_{i,j}$,且假设对范围内像素均可提供有效分割;(2)利用多方向模糊形态学边缘检测算法(Multi-directions algorithm for edge detection based on fuzzy mathematical morphology, MDFMED)^[19,20],检测和连续成像物体边界相交的像素。假定这些像素是混合的,且被两个或多个物体覆盖。但在步骤(1)中,每个像素仅被分给一个物体,因此需重新检测并分配覆盖值;(3)采用改进的带有位置信息项的像素覆盖分割方法重新分配混合像素集的覆盖值。

算法 1 改进的像素覆盖分割算法

输入:待分割图像,分割类数

输出:分割结果

(1)初始化类代表 \mathbf{C} ,隶属度矩阵 \mathbf{A} ;

(2)利用 MDFMED 选择可能的混合像素集 B ;

(3)用模糊 C 均值(Fuzzy C-means, FCM)算法更新矩阵 \mathbf{A} ;

(4)用 SPG 算法优化矩阵 \mathbf{A} ;

(5)根据矩阵 \mathbf{A} 分割图像。

算法 1 是改进的像素覆盖分割算法的整体流程图,其中用到了两个经典的优化算法,一个是 FCM 聚类算法^[21],另一个是上文提到的 SPG 算法。

2.2 基于 Chan-Vese 模型的边界提取

在步骤(1)覆盖分割模型中,主要利用色彩信息进行聚类。第 2 步,本文在原始 Chan-Vese 模型的基础上,结合测地线活动轮廓(Geodesic active contour,GAC)模型的梯度信息来得到更加准确的分割边界。Chan-Vese 模型是基于图像区域的信息,本文使用改进的 Chan-Vese 模型对步骤 1 中得到的局部区域信息,进行进一步的细分割,从而获得更好的局部分割结果。

将能量泛函重新定义为

$$E(c_1, c_2, \varphi) = \mu \int_{\Omega} g(x, y) \delta(\varphi(x, y)) |\nabla \varphi(x, y)| dx dy + \gamma \int_{\Omega} g(x, y) H(\varphi(x, y)) dx dy + \lambda_1 \int_{\Omega} |I_0(x, y) - c_1|^2 H(\varphi(x, y)) dx dy + \lambda_2 \int_{\Omega} |I_0(x, y) - c_2|^2 (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy \quad (9)$$

使用 GAC 模型中的边缘停止函数 $g(x, y)$ 来控制活动轮廓曲线演化的长度项和面积项加权,边缘停止函数定义为

$$g = \frac{1}{1 + |\nabla(G_{\sigma} * I)|^2} \quad (10)$$

式中 G_{σ} 为高斯核函数。

使用显式欧拉方法数值求解最小化能量泛函 $E(c_1, c_2, \varphi)$,将变分法运用到能量方程最小化中,得到欧拉-拉格朗日方程为

$$c_1(\varphi) = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) H(\varphi(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} H(\varphi(x, y)) dx dy} \quad (11)$$

$$c_2(\varphi) = \frac{\int_{\Omega} u_0(x, y) (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy}{\int_{\Omega} (1 - H(\varphi(x, y))) dx dy} \quad (12)$$

$$\frac{\partial E}{\partial \varphi} = -\delta(\varphi) \left[\mu \cdot \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \right) - \gamma - \lambda_1 (I_0(x, y) - c_1)^2 + \lambda_2 (I_0(x, y) - c_2)^2 \right] \quad (13)$$

最后,使用标准有限差分法对方程进行迭代求解。

算法 2 改进的 Chan-Vese 模型。

输入:图像 $I_0(x, y)$,差分空间网格步长 Δh ,迭代时间步长 Δt

输出:图像分割实验结果 \mathbf{I}

(1)初始化相关系数 $\mu, \gamma, \lambda_1, \lambda_2$

(2)WHILE

计算欧拉-拉格朗日方程公式

用梯度下降方法引入迭代时间参数 t

更新水平集函数 φ

$k = k + 1$

END WHILE

(3) $u = u_k$

3 实验结果与分析

3.1 实验过程

实验在 Windows8 操作系统下 Matlab R2013a 进行本文提出的提取边缘的完整算法包括分割和提取两步。第 1 步基于像素覆盖分割算法,将图像进行分割,第 2 步将分割结果的边缘用活动轮廓模型提取出来,得到最终实验结果。

图 1 展示了以 USC-SIPI 图像库中的一幅风景彩色图像为例的完整的实验过程。图 1(a)为实验所用原图,大小为 256 像素×256 像素。用 2.1 节提出的分割算法将图像分为树、大海、蓝天和陆地 3 类,分割结果如图 1(b)所示。分割后得到了原始图像中的树,再用 2.2 节提出的边界提取算法提取大树的边缘,最终得到如图 1(c)所示的结果。

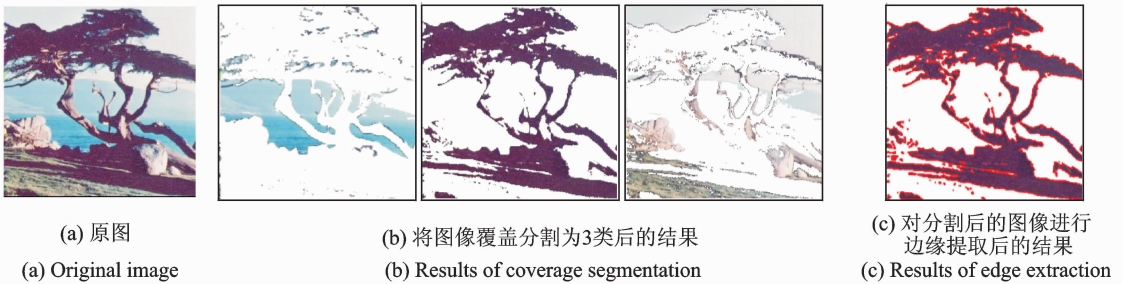


图 1 本文所提的图像边缘提取算法的实验过程展示

Fig. 1 Experimental procedure of the proposed algorithm for image boundary extraction

3.2 实验评价

为了评价所提算法的性能,将算法运用于美国南加州大学的 USC-SIPI 图像库、伯克利图像库以及一些经常用于图像分割实验的图像,分别进行分割实验结果的定性比较,分割算法抗噪性测试和提取的边缘对比试验。从中选出分割结果较好的,具有特点的几幅图像,第 1 幅是 Sladoje 论文中常用的“辣椒”图像,第 2 个例子是具有粗糙边界的星云图像,深色背景浅色前景的树叶图像是第 3 个例子,第 4 幅是 1 个人的胎记图像,3.1 节提到的彩色风景图像为第 5 幅。实验结果证实了该方法对边界较模糊的多通道图像的适用性。

3.2.1 覆盖分割实验评价

首先,对待测图像进行覆盖分割实验。将本文提出的改进分割算法与 Sladoje 2009 年及 2012 年的两篇论文^[8,9]中提出的覆盖分割算法机器改进算法作对比,并将多方向模糊形态学边缘检测算法和 Sobel 算子以及传统形态学边缘提取算法作对比,结果如图 2 所示。由图 2(a-c)可以看出,分割出的图像边界处有许多毛刺,分割边缘不光滑,图 2(c)列图像虽然相比图 2(b)列有所改进,但改进并不明显。分别用 Sobel 边缘检测算子,传统的形态学边缘检测算子和本文算法用到的 MDFMED,以发现可能的混合像素集,图 2(d-f)列为再分配覆盖值后的结果。可以看出,图像边界越来越平滑,毛刺也越来越少。显然,本文提出的改进算法得到了最好的分割结果,具有最佳性能。

低噪声敏感度是本文提出的改进分割算法的一个重要属性。作为参考,引进平均相对误差 $\epsilon = \frac{1}{N} \sum_{p \in B} |\hat{A}(p) - A(p)|^{[8]}$, 来衡量当高斯噪声增加时和噪声为零时分割结果的差值,其中 B 表示被衡量的边界像素集, N 为集合 B 的基, $\hat{A}(p)$ 和 $A(p)$ 分别为像素 p 被分配的和实际覆盖值。

图 3 显示了当噪声增强时“辣椒”图像的覆盖分割结果,可见图像噪声对结果具有较大的负面影响。

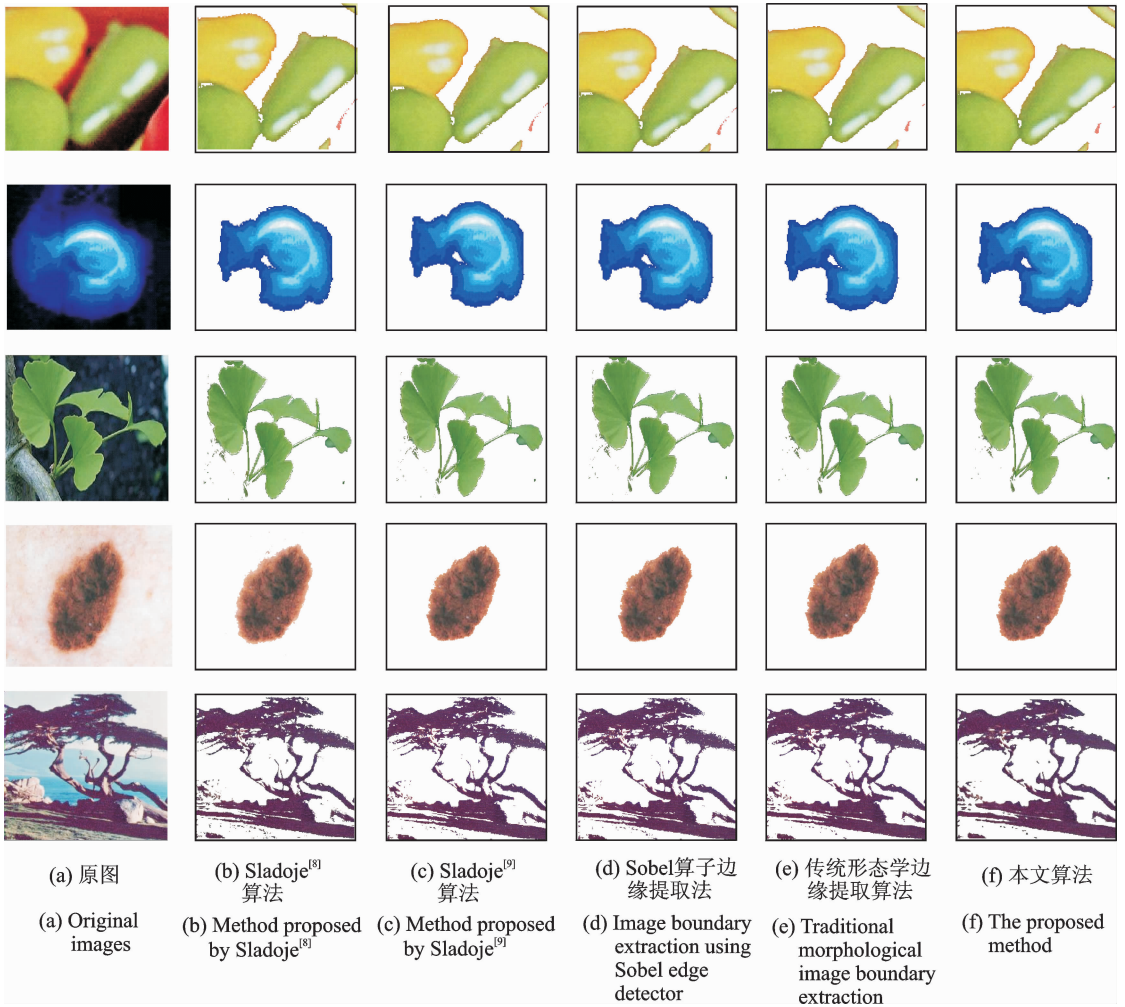


图2 使用不同覆盖分割方法后的图像

Fig. 2 Comparison of segmenting results using different coverage segmentation methods

本文要探索的,是当噪声增加时各个算法的表现如何。从图3(b)可以看出,加入的高斯噪声越多,改进算法的平均相对误差上升的要比其他算法慢,抗噪性最强。

在对各图像库中的图像进行测试的实验过程中,出现了一些分割效果不理想的情况,图4就展示了两两种分割结果不好的情况,第1行为 USC-SIPI 图像库中的一幅房子图,由于图像边界清晰,前景背景界限明确,本文提出的改进算法与 Sladoje 论文提出的算法对分割实验结果并没有明显的区别;第2行为伯克利图像库中的袋鼠图,虽然改进算法的分割结果比原始算法有所提高,但由于图像中的干扰因素过多,改进后的算法依然无法将图像主体袋鼠与草地明确的分割开来。这说明本文提出的分割算法在处理边界较模糊、背景不太复杂的图像时更有优势。

3.2.2 边缘提取实验评价

首先将先分割后提取的边界与直接提取的边界作对比;再将改进的分割算法与原始分割算法的分割结果分别进行边缘提取和比较;最后对比改进的 Chan-Vese 模型与经典 Chan-Vese 模型在边缘提取结果上的区别,实验结果如图5所示。其中图5(a-c)3列分别为改进的 Chan-Vese 模型提取原始图像、

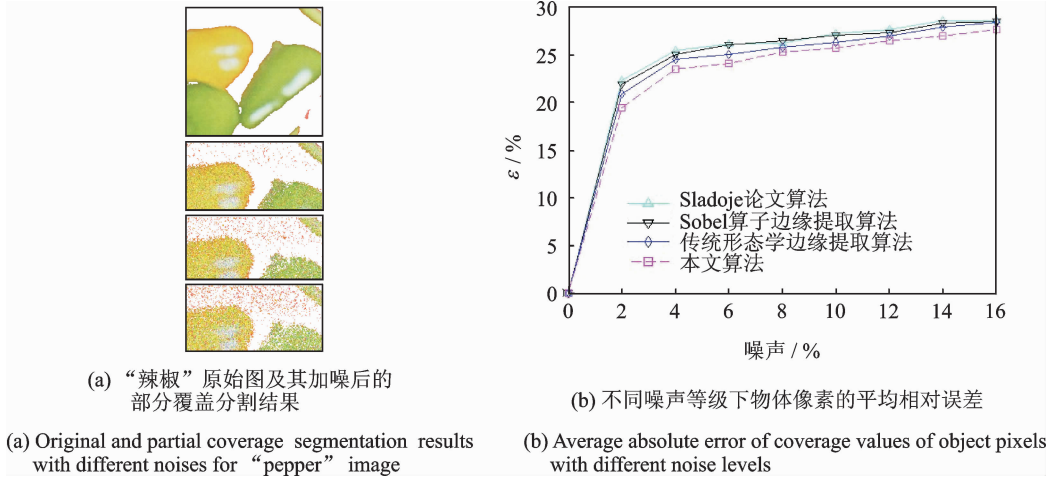


图 3 分割算法抗噪性测试结果对比
Fig. 3 Comparison of robust test results

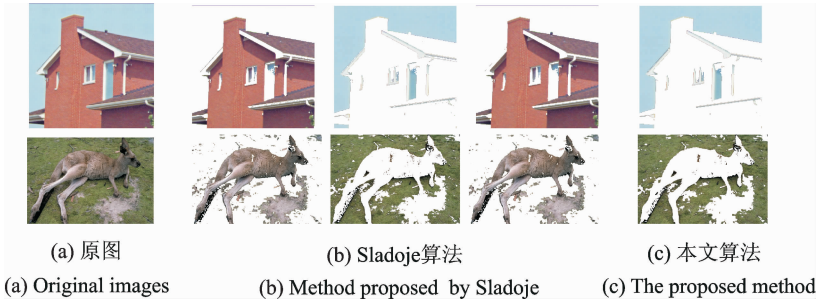


图 4 使用不同覆盖分割方法后出现的不理想的分割结果对比
Fig 4 Unsatisfactory segmenting results using different coverage segmentation methods

Sladoje 算法分割后的图像和本文改进算法分割后图像的边缘提取结果,图 5(d) 列为原始 Chan-Vese 模型提取本文算法图像边缘的结果。通过图 5(a,c) 两列的对比可以看出未进行覆盖分割直接提取边界时,由于图像边界较模糊或者背景较复杂,很难得到正确的边界;而改进的覆盖分割算法得到的结果边缘更光滑,所以图 5(c) 列得到的边缘比图 5(b) 列要更加圆润连续;从图 5(c,d) 两列的对比可以看出改进的 Chan-Vese 模型提高了边界提取的精确度。相比于其他同类算法,因此本文提出的边缘提取算法对具有模糊边界的图像,具有更好的效果。

为了进一步说明本文算法的优势,表 1 列出了图 5(b-d) 3 列所得到的活动轮廓线的长度。由表可知,在大部分情况下,由本文提出的算法得到的活动轮廓线都是最短的,也就是说,得到的图像边界更光滑,毛刺更少。当然,有时在同样的迭代次数下,原始 Chan-Vese 模型并不能完成轮廓线的完整提取,因此在表 1 中也出现了图 5(c) 列的数据比图 5(d) 列要大的情况。

3.3 参数实验

在实验过程中,需要确定许多参数。以“辣椒”图为例,用不同的参数分别进行实验,每个参数做一组实验,找出分割效果较好的或活动轮廓线长度较短的,设为实验所用。

图 6 给出了其中的两组参数设置实验结果,(1)FCM 算法中分区矩阵的指数从 1.5~2.5 以 0.1 为

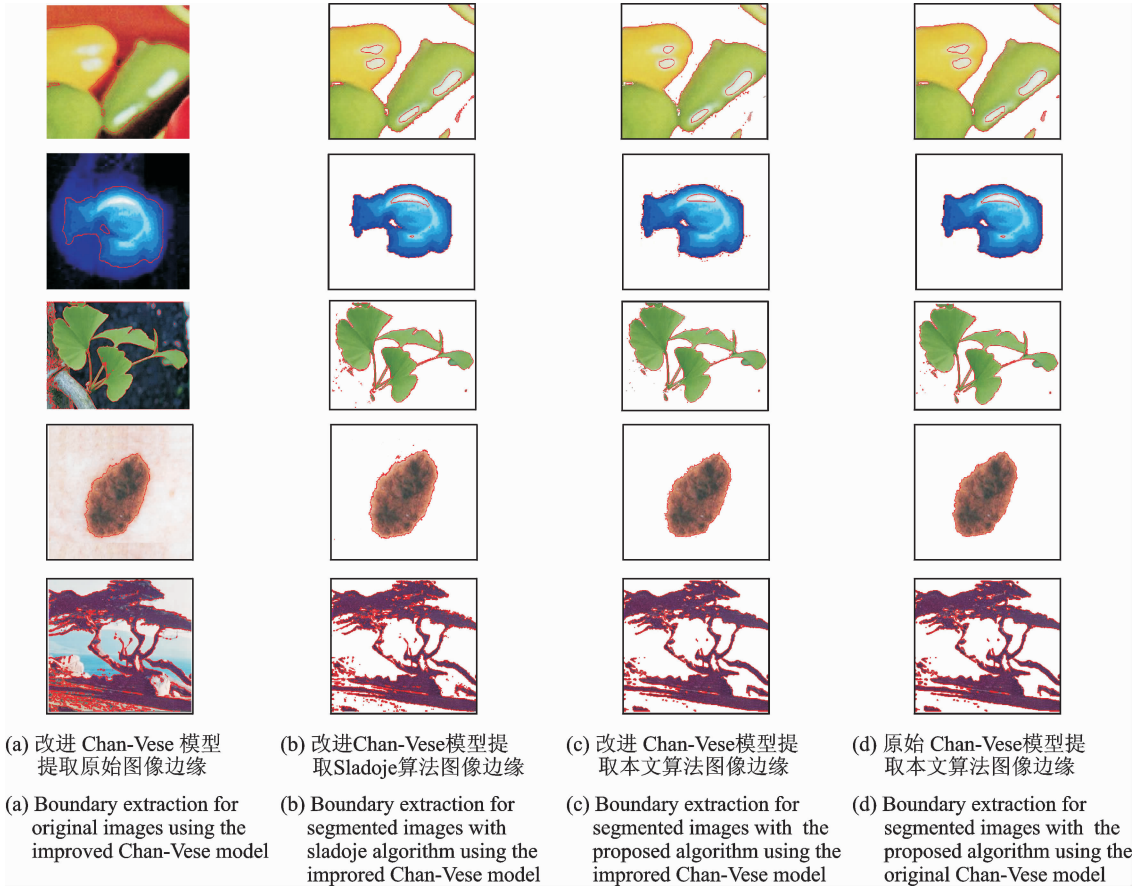


图 5 Chan-Vese 模型提取经不同算法分割后的图像边缘的结果对比

Fig. 5 Comparison of different boundary results extracted by Chan-Vese model

增长量上升时分别测试提取的活动轮廓线的长度变化结果;(2)位置信息项在能量方程中的权重 λ 从 0.01~0.1 以 0.01 为增长量上升,分别测试提取的活动轮廓线的长度变化结果。从图 6(a)可以看出,当指数增长到 2.0 时,轮廓线长度开始趋于平稳;当指数大于 2.0 后,虽然轮廓线长度会有少许的减少,但实验所用的时间会大幅增长,所以分区矩阵的指数设为 2.0。图 6(b)反映 λ 越大,实验得到的活动轮廓线就会越短,但过大的权重会导致部分不必要的边界平滑,所以 $\lambda=0.05$ 是比较理想的选择。

表 1 图 5 实验所得活动轮廓线的长度对比

Tab. 1 Comparison of different contour lengths in Fig. 5

图像	尺寸/像素	图 5(b)	图 5(c)	图 5(d)
辣椒图	189×189	1 647	1 457	1 422
星云图	172×172	818	738	852
树叶图	172×172	4 838	3 631	3 912
胎记图	552×552	3 150	1 740	1 906
风景图	256×256	1 936	1 832	1 828

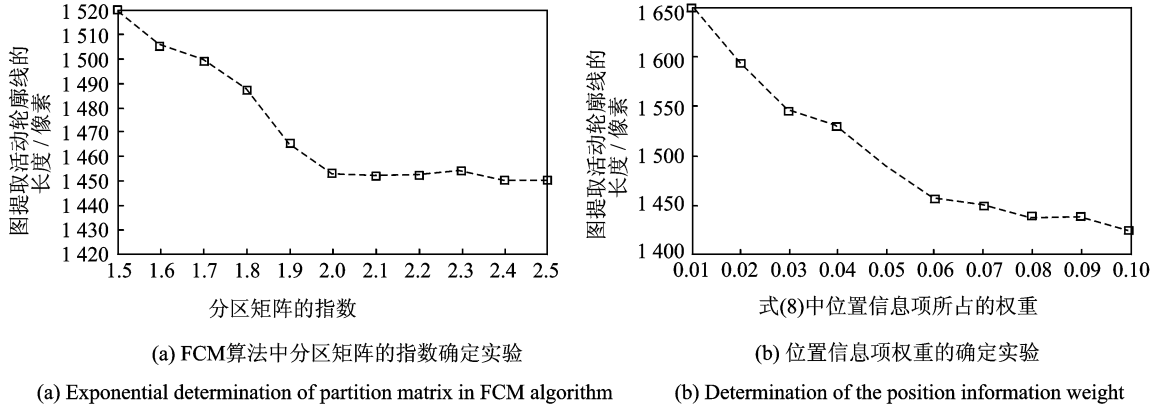


图6 参数设置实验结果

Fig. 6 Experimental results of parameter setting

4 结束语

本文提出了一种改进的像素覆盖分割算法和 Chan-Vese 模型相结合的边缘提取算法。用加入了位置信息项的分割算法给物体边界处可能的混合像素集重新分配覆盖值,再用 Chan-Vese 模型将分割结果的边界提取出来。从实验结果来看加入了位置信息项的像素覆盖分割算法得到的图像边缘更光滑,鲁棒性更好,而改进的 Chan-Vese 模型也提高了边界提取的精确度。因此,本文提出的方法对于边界模糊的图像,具有更好的边缘提取结果。

参考文献:

- [1] 唐利明,黄大荣,李可人. 基于变分水平集的图像分割模型[J]. 数据采集与处理, 2014, 29(5): 704-712.
Tang Lim, Huang Darong, Li Keren. New model based on variational level set for image segmentation[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2014,29(5): 704-712.
- [2] 赵胜男,王文剑. 一种快速均值漂移图像分割算法[J]. 数据采集与处理, 2015, 30(1): 192-201.
Zhao Shengnan, Wang Wenjian. Fast mean shift for image segmentation[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2015,30(1): 192-201.
- [3] Sladoje N, Lindblad J. The coverage model and its use in image processing[J]. Zbornik Radova, 2012, 23: 39-117.
- [4] Zhu R, Yao M, Liu Y M. A two-level strategy for segmenting center of interest from pictures[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(3): 1748-1759.
- [5] Sladoje N, Nyström I, Saha P K. Measurements of digitized objects with fuzzy borders in 2D and 3D[J]. Image and Vision Computing, 2005, 23(2): 123-132.
- [6] Sladoje N, Lindblad J. High-precision boundary length estimation by utilizing gray-level information[J]. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 2009, 31(2): 357-363.
- [7] Malmberg F, Lindblad J, Sladoje N, et al. A graph-based framework for sub-pixel image segmentation[J]. Theoretical Computer Science, 2011, 412(15): 1338-1349.
- [8] Sladoje N, Lindblad J. Pixel coverage segmentation for improved feature estimation[C]//International Conference on Image Analysis and Processing. [S. l.]:Springer Berlin Heidelberg, 2009,5716: 929-938.
- [9] Lindblad J, Sladoje N. Coverage segmentation based on linear unmixing and minimization of perimeter and boundary thickness[J]. Pattern Recognition Letters, 2012, 33(6):728-738.
- [10] Lidayova K, Lindblad J, Sladoje N, et al. Coverage segmentation of thin structures by linear unmixing and local centre of gravity attraction[C]//8th International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis (ISPA) . [S. l.]:IEEE,

2013; 83-88.

- [11] Malmberg F, Lindblad J, Nyström I. Sub-pixel segmentation with the image foresting transform[M]//Combinatorial image analysis. [S.l.]:Springer Berlin Heidelberg, 2009: 201-211.
- [12] Tanács A, Lindblad J, Sladoje N, et al. Estimation of linear deformations of 2D and 3D fuzzy objects[J]. Pattern Recognition, 2015, 48(4):1391-1403.
- [13] Wang X F, Huang D S, Xu H. An efficient local Chan-Vese model for image segmentation[J]. Pattern Recognition, 2010, 43(3): 603-618.
- [14] Chan T F, Vese L. Active contours without edges[J]. Image processing, IEEE transactions on, 2001, 10(2): 266-277.
- [15] Xia R, Liu W, Zhao J, et al. An optimal initialization technique for improving the segmentation performance of Chan-Vese model[C]//2007 IEEE International Conference on Automation and Logistics. [S.l.]:IEEE, 2007: 411-415.
- [16] Birgin E G, Martínez J M, Raydan M. Nonmonotone spectral projected gradient methods on convex sets[J]. SIAM Journal on Optimization, 2000, 10(4): 1196-1211.
- [17] Birgin E G, Martínez J M, Raydan M. Algorithm 813: SPG-software for convex-constrained optimization[J]. ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS), 2001, 27(3): 340-349.
- [18] Mumford D, Shah J. Optimal approximations by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 1989, 42(5): 577-685.
- [19] Hu D, Tian X. A multi-directions algorithm for edge detection based on fuzzy mathematical morphology[C]//16th International Conference on Artificial Reality and Telexistence-Workshops. [S.l.]: IEEE, 2006: 361-364.
- [20] Zhao Y, Gui W, Chen Z. Edge detection based on multi-structure elements morphology[C]//The 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. [S.l.]: IEEE, 2006, 2: 9795-9798.
- [21] Nock R, Nielsen F. On weighting clustering[J]. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 2006, 28(8): 1223-1235.

作者简介:



顾雨迪 (1990-), 女, 硕士, 研究方向: 数字图像处理、图像分割等, E-mail: udy1215@jiangnan.edu.cn.



梁久祯 (1968-), 男, 博士, 教授, 研究方向: 机器视觉、图像处理等, E-mail: jzliang@jiangnan.edu.cn.



吴秦 (1978-), 女, 博士, 副教授, 研究方向: 模式识别、计算机视觉。



李敏 (1990-), 女, 硕士, 研究方向: 数字图像处理、图像分割等。

