

# 基于相位约束的低复杂度稳健宽带波束形成算法

丁永超 刘成城 赵拥军 陈辉

(解放军信息工程大学导航与空天目标工程学院, 郑州, 450002)

**摘要:** 针对传统空时结构宽带波束形成器结构复杂、计算量大和稳健性差的问题, 提出低复杂度的稳健宽带波束形成算法。首先给出频率变化时阵列响应相位, 分析频率变化与角度变化对阵列响应相位的影响。通过对期望信号不同频点施加阵列响应幅度和相位约束, 补偿不同频率间的阵列响应相位差来实现无需延迟线或 FIR/IIR 滤波器结构的稳健宽带波束形成。然后分析频率和角度同时变化对阵列响应相位的影响, 在期望信号来向附近引入辅助方位角, 进一步提高期望信号来向趋于零度和相对带宽较小时算法的稳健性。理论分析与仿真实验表明, 本文算法结构简单, 计算复杂度较低且具有较好的稳健性。

**关键词:** 宽带波束形成; 稳健性; 相位约束; 低计算复杂度; 辅助方位角

**中图分类号:** TP911.7      **文献标志码:** A

## Low Complexity Robust Wideband Beamforming Algorithm Based on Phase Constraint

Ding Yongchao, Liu Chengcheng, Zhao Yongjun, Chen Hui

(College of Navigation & Aerospace Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou, 450002, China)

**Abstract:** To solve the computation complexity and robust problems of conventional space-time wideband beamformer structure, a low complexity robust algorithm is proposed. Firstly, the array response phase when the frequency changes is given, and the influence of frequency change and angle change on the phase of array response are analyzed. Through imposing magnitude and phase constraints to compensate the phase differences between different frequencies for desired signal, robust wideband beamforming is achieved without delay lines or FIR/IIR filter. Furthermore, by analyzing the impact on array response phase when the frequency and angle change simultaneously, the auxiliary azimuth in the vicinity of desired signal is taken into account, and the robustness of the algorithm is improved when the arrival direction of the desired signal tends to zero and the relative bandwidth is small. The theoretical analysis and simulations show that the algorithm has simpler structure, lower computational complexity, and better robustness than traditional algorithm.

**Key words:** wideband beamforming; robustness; phase constraints; low computational complexity; auxiliary azimuth

## 引言

宽带波束形成作为一种重要的阵列信号处理技术<sup>[1]</sup>,在雷达、声纳、通信和地震学等众多领域广泛应用,其能够在增强期望方向入射信号的同时抑制其他来向的干扰和噪声。宽带波束形成从结构上可分为频域宽带波束形成<sup>[2]</sup>、基于阵元延迟线结构的空域宽带波束形成<sup>[3]</sup>和基于抽头延迟线组或 FIR/IIR 滤波器组结构的时域宽带波束形成<sup>[4]</sup>。频域宽带波束形成是将宽带信号进行快速傅里叶(Fast Fourier transform, FFT)变换,得到按频率分路的多路信号后分别对不同频率的信号进行窄带波束形成处理,该类算法对数据在频域进行分块处理,无法输出相位连续的时域波形,且实现比较复杂。空域宽带波束形成算法用阵元延迟线代替抽头延迟线,完全利用空域信息实现宽带波束形成,该方法所需阵元数较大,且等价于时域宽带波束形成<sup>[5]</sup>。但时域和空域宽带波束形成方法均需大量的延迟线补偿不同频率间的幅度和相位响应,硬件开销较大,实现困难。Frost 等<sup>[6]</sup>提出抽头延迟线组宽带波束形成模型,奠定了宽带阵列处理的基础,该算法首先对非垂直入射的信号进行预延迟补偿,然后利用线性约束最小方差无畸变(Linearly constrained minimum variance, LCMV)准则进行波束形成,但是该算法对指向误差和预延迟补偿误差较敏感。刘聪峰等<sup>[7,8]</sup>利用对角加载提高了算法稳健性,但是抗误差性能有限。文献[9]通过深入研究时域和频域宽带波束形成之间的关系,在时域上施加卷积约束,提出一类无需预延迟补偿的宽带波束形成方法,降低了时间延迟线(Tapped delay line, TDL)模型的复杂度,但此方法需进行 FFT 运算,计算复杂度依然较高。文献[10]把抽头延迟线组看作 TDL 滤波器,根据滤波器响应函数的线性相位特性,对不同频点施加线性相位约束去除预延迟补偿结构,但是此方法约束条件个数的选取和阵列模型以及信号的相关性较强。凸优化理论作为一种数学工具,通过对波束主瓣宽度、旁瓣级和阵列增益等指标的优化处理可以有效改善宽带波束形成的性能,并可以通过最差性能最优准则提高算法的稳健性<sup>[11]</sup>,但是目标的迭代优化进一步增加了传统宽带波束形成算法的计算复杂度。综上所述,传统宽带波束形成算法还存在计算复杂度高、稳健性较差等问题。本文提出低复杂度的稳健宽带波束形成算法。理论分析和仿真实验表明,该算法能够有效地实现宽带波束形成,且具有较好的稳健性和较低的计算复杂度。

## 1 LCMV 波束形成器

假设期望信号垂直入射到  $M$  阵元的均匀直线阵,阵元间距为  $d$  且各向同性。则阵列信号协方差矩阵为

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t)\} = \mathbf{R}_s + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (1)$$

式中:  $E\{\cdot\}$  为数学期望,  $\mathbf{X}(t)$  为  $t$  时刻阵列接收数据,  $\mathbf{R}_s = E\{\mathbf{X}_s(t)\mathbf{X}_s^H(t)\}$  为接收信号相关矩阵,  $\{\cdot\}^H$  为矩阵的共轭转置,  $\sigma_n^2$  为噪声功率,  $\mathbf{I}$  为单位阵。LCMV 波束形成器<sup>[12]</sup>求取最优权矢量  $\mathbf{w}$  的问题可以表示为

$$\begin{cases} \min \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \\ \text{s. t. } \mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{h} \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{h}$  为  $K \times 1$  维阵列响应约束向量,  $\mathbf{C}$  为  $M \times K$  维线性约束矩阵。根据拉格朗日乘子法<sup>[13]</sup>可以求出最优加权矢量,即有

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{h} \quad (3)$$

传统的延迟线结构宽带波束形成模型的加权矢量为  $MJ \times 1$  维 ( $J$  为延迟线长度),其通过对信号频率和来波方向的联合约束实现波束输出。每个延迟单元接收数据转换到频域后对应不同的频点,沿延迟线方向对接收信号进行加权处理可以等价于对信号不同频率点的优化,沿阵元方向可以看作是对信号来向的优化处理。若去除延迟线结构,利用式(3)求取的最优阵列加权矢量简化为  $M \times 1$  维,仅能

对接收信号来向信息进行优化处理,无法输出有效波束,为避免去除延迟线结构对波束形成性能的影响,需在求取最优加权矢量时引入信号的频率变化信息。

## 2 无需延迟线结构的稳健宽带波束形成算法

### 2.1 频率变化时阵列响应相位约束

窄带波束形成算法通过约束期望来向信号的阵列响应,使幅度为 1,相位响应为 0,实现期望信号的无畸变输出,但是,期望来向和频率固定后,随着角度和频率的变化,阵列响应的幅度和相位随之变化。当入射信号为宽带信号时,假设期望信号入射角为  $\theta_0$ ,频率为  $f_0$  时,阵列响应的幅度为 1,相位响应为 0,以  $f_0$  为参考,理想条件下,频率为  $f$  时阵列响应的相位为

$$\bar{\omega}(f, \theta_0) = \text{angle}[\mathbf{w}^H \mathbf{a}(f, \theta_0)] = \text{angle}\left[\sum_{m=1}^M e^{j2\pi(m-1)d(f_0-f)\sin(\theta_0)/c}\right] = \text{angle}\left[\frac{(1 - e^{j2\pi M})e^{-j\pi M}}{(1 - e^{j2\pi})e^{-j\pi}}\right] = \pi(M-1)\tau \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{a}(f, \theta_0) = [1, e^{-j2\pi d \sin \theta_0 / c}, \dots, e^{-j2\pi(M-1)d \sin \theta_0 / c}]^T$ ;  $\tau = d(f_0 - f)\sin(\theta_0)/c$ ,  $c$  为光速。

在频带  $[f_l, f_h]$  内取  $K$  个离散频率,构造约束矩阵为

$$\mathbf{C}(\theta_0) = [\mathbf{a}(f_1, \theta_0), \mathbf{a}(f_2, \theta_0), \dots, \mathbf{a}(f_K, \theta_0)] \quad (5)$$

对应的阵列响应约束向量为

$$\mathbf{h} = [e^{j\varphi(f_1, \theta_0)}, e^{j\varphi(f_2, \theta_0)}, \dots, e^{j\varphi(f_K, \theta_0)}]^T \quad (6)$$

利用式(5,6)将宽带信号的频率变化信息引入阵列响应约束中,通过对不同频点阵列响应相位差的补偿来避免频率变化对阵列输出性能的影响,利用式(3)求取最优加权矢量即可实现无需延迟线结构的宽带波束形成。频率变化时阵列响应相位补偿等价于期望方向信号不同频点向参考频点的局部聚焦,而基于均匀直线阵构造的  $M \times 1$  维加权矢量仅能对信号的空域信息进行优化加权,聚焦处理会将信号频率信息转化为信号空域信息。分析式(4)可知,当且仅当信号垂直入射到阵列时,阵列的相位响应不受频率变化的影响,当为绝对零值,若以垂直入射信号来向为参考,仅考虑信号入射角度变化,引起的阵列响应相位变化为

$$\varphi(f_0, \theta_0) = \pi d(M-1)f_0 \sin(\theta_0)/c \quad (7)$$

$\sin(\theta_0)$  是信号相对参考信号的空域变化信息。将式(4)重新表述为

$$\varphi(f, \theta_0) = \pi d(M-1)f_0 \frac{(f_0 - f)\sin\theta_0}{f_0 c} = \pi d(M-1)f_0 \frac{\sin\Delta\theta_f}{c} \quad (8)$$

则  $\sin(\Delta\theta_f) = (f_0 - f)\sin(\theta_0)/f_0$  可以看作频率变化引起的相对参考角度的空域信息变化,频点  $f$  对应的空域变化信息转化为角度可表示为

$$\Delta\theta_f = \arcsin[(f_0 - f)\sin(\theta_0)/f_0] \quad (9)$$

其最大值为

$$|\Delta\theta_{\max}| = \arcsin[(f_l - f_h)\sin(\theta_0)/f_l] = \arcsin[B_l \sin\theta_0] \quad (10)$$

式中:  $B_l = (f_l - f_h)/f_l$  为相对带宽。则聚焦后不同频点对应的角度信息

$$\theta_f \in [\theta_0 - |\Delta\theta_{\max}|, \theta_0 + |\Delta\theta_{\max}|] \quad (11)$$

若利用式(5)和式(6)对期望信号进行频率变化时阵列响应相位约束,等价于在期望来向附近对单频点的角度集施加相位响应约束。当  $|\Delta\theta_{\max}| > 0^\circ$  时,阵列输出波束将在期望方向形成平顶波束,算法具有一定的稳健性。由式(11)可知,平顶波束范围随着  $\theta_0$  和  $B_l$  的减小而减小,当  $\theta_0$  和  $B_l$  趋近于零值时,期望方向输出波束趋近于一尖峰,算法的稳健性将急剧下降。为提高在期望信号来向接近零度和相对带宽较小条件下算法的稳健性,给出基于辅助方位角<sup>[14]</sup>的阵列响应相位约束。

## 2.2 辅助方位角阵列响应相位约束

当信号频率和信号入射角度同时变化时,以  $f_0$  和  $\theta_0$  为参考,式(4)的阵列响应相位转化为频率和角度的二元函数,表示为

$$\bar{\varphi}(f, \theta) = \pi(M-1)d(f_0 \sin\theta_0 - f \sin\theta)/c \quad (12)$$

假设估计期望信号方位角为  $\bar{\theta}$ ,在  $\bar{\theta}$  两端选取辅助方位角<sup>[12]</sup> $\bar{\theta}_+$  和  $\bar{\theta}_-$ ,构造约束矩阵有

$$\mathbf{C}(f, \theta) = [\mathbf{a}(f_1, \bar{\theta}), \dots, \mathbf{a}(f_K, \bar{\theta}), \mathbf{a}(f_1, \bar{\theta}_+), \dots, \mathbf{a}(f_K, \bar{\theta}_+), \mathbf{a}(f_1, \bar{\theta}_-), \dots, \mathbf{a}(f_K, \bar{\theta}_-)] \quad (13)$$

对应的阵列响应约束向量为

$$\mathbf{h} = [e^{j\bar{\varphi}(f_1, \bar{\theta})}, \dots, e^{j\bar{\varphi}(f_K, \bar{\theta})}, e^{j\bar{\varphi}(f_1, \bar{\theta}_+)}, \dots, e^{j\bar{\varphi}(f_K, \bar{\theta}_+)}, e^{j\bar{\varphi}(f_1, \bar{\theta}_-)}, \dots, e^{j\bar{\varphi}(f_K, \bar{\theta}_-)}]^T \quad (14)$$

利用式(13)和式(14)的约束条件求取最优权矢量进行波束输出,平顶波束边界对应的角度偏离期望信号的最大值可表示为

$$|\Delta\theta_{\max}| = \max\{|\arcsin[B_i \sin\bar{\theta}_+]| \times |\arcsin[B_i \sin\bar{\theta}_-]| \} + \Delta\bar{\theta} \quad (15)$$

式中: $\Delta\bar{\theta} = \bar{\theta}_+ - \bar{\theta}_-$ 。由式(15)可知,引入辅助方位角后,存在固定的  $\Delta\bar{\theta}$ ,平顶波束宽度增加,当  $\theta_0$  和  $B_i$  趋近于零值时,算法的稳健性将相应提高。

## 3 仿真实验及性能分析

考虑一阵元数为 32 的均匀直线阵,期望信号入射来向为  $-5^\circ$ ,两个干扰信号来向分别为  $-45^\circ$  和  $40^\circ$ 。信号的最低频率  $f_l = 800$  MHz,带宽为  $B = 100$  MHz,选取 15 个离散的频率点。阵元间距为期望信号最高频率对应的半波长,信干比均为  $-30$  dB,信噪比为  $10$  dB。采样点数为 512。

(1) 阵列响应性能分析。假定期望信号方位角为参考角,中心频率为参考频率,辅助方位角为  $-6^\circ$  和  $-4^\circ$ ,图 1 和图 2 分别给出频率变化时阵列响应相位约束(记为算法 1)和辅助方位角阵列响应相位约束(记为算法 2)的二维阵列响应图。由图 1,2 可知,算法 1 和算法 2 都在期望信号方向形成平顶波束,算法 2 的平顶宽度优于算法 1,具有更好的稳健性,但是主瓣宽度也不可避免地被展宽。图 3 为算法 1 约束条件下,  $|\Delta\theta_{\max}|$  随期望信号入射角和相对带宽变化的等高线图,图 4 为算法 2 在辅助方位角偏离期望信号  $1^\circ$  时,  $|\Delta\theta_{\max}|$  在期望信号角度和相对带宽较小条件下的等高线图。由图 3 可知,随着期望信号角度和相对带宽的增加,  $|\Delta\theta_{\max}|$  逐渐增加,当期望信号角度和相对带宽较小时,算法 2 的  $|\Delta\theta_{\max}|$  优于算法 1,与理论分析结果一致。

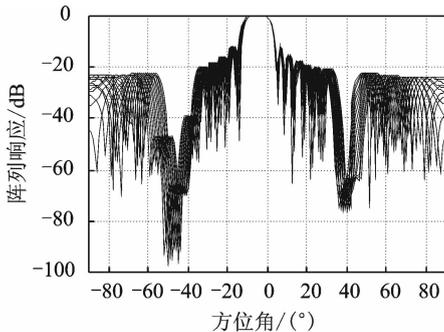


图 1 算法 1 的二维阵列响应图

Fig. 1 2-D beam response of algorithm 1

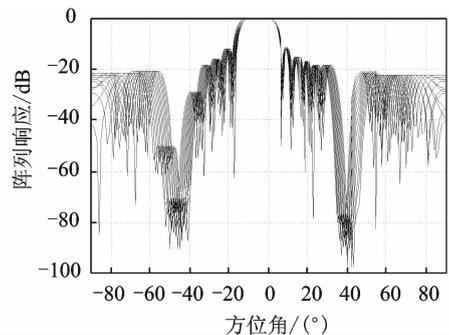


图 2 算法 2 的二维阵列响应图

Fig. 2 2-D beam response of algorithm 2

(2) 输出信干噪比性能分析基本仿真条件同阵列响应性能分析。改变输入信噪比 SNR 为  $-15$  dB 和  $20$  dB 时,如图 5 给出了理想输出、本文算法和传统 LCMV 算法输出 SINR 随输入 SNR 的变化曲线。由图 5 可知,算法 1 的输出 SINR 高于算法 2,与理想输出 SINR 相差  $5$  dB 左右,而传统 LCMV 算法输出 SINR 远低于理想输出和本文算法。

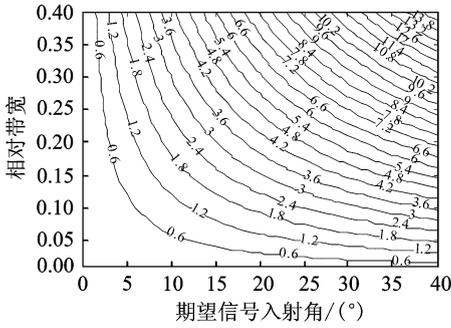


图3 算法1的 $|\Delta\theta_{max}|$ 随期望信号角度和相对带宽变化等高线图

Fig. 3 Contour plot of  $|\Delta\theta_{max}|$  versus angle and relative bandwidth of desired signal in algorithm 1

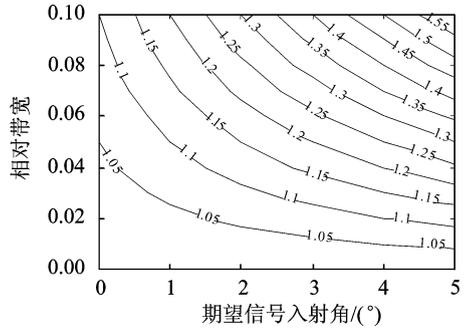


图4 算法2的 $|\Delta\theta_{max}|$ 随期望信号角度和相对带宽变化等高线图

Fig. 4 Contour plot of  $|\Delta\theta_{max}|$  versus angle and relative bandwidth of desired signal in algorithm 2

(3) 指向误差对输出性能的影响分析。图6和图7分别给出了期望方向为 $-5^\circ$ 和 $-20^\circ$ 时,不同指向误差条件下,本文两种算法、传统LCMV算法以及文献[7,10]算法的输出SINR曲线。其中传统LCMV算法、文献[7]和文献[10]算法采用抽头延迟线长度为10的空时结构模型,算法2辅助方位角偏离期望信号 $2^\circ$ 。由图6可知,当存在指向误差时,传统LCMV算法和文献[10]算法输出SINR性能急剧下降;文献[7]算法具有一定的稳健性,但稳健性较差;本文两种算法的稳健性较好,期望信号来向为 $-20^\circ$ 时,指向误差在 $6^\circ$ 范围内,算法2的输出SINR性能基本不变,且当期望信号来向接近 $0^\circ$ 时,算法2的稳健性明显优于算法1。

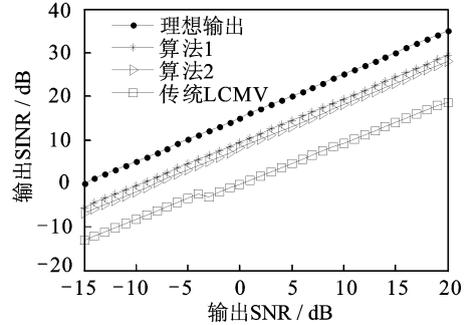


图5 输出 SINR 随输入 SINR 变化曲线  
Fig. 5 Output SINR versus input SINR

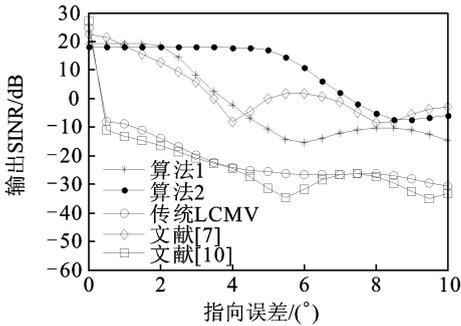


图6 期望信号来向为 $-5^\circ$ 时输出 SINR 随指向误差变化曲线

Fig. 6 Output SINR versus pointing error when desired signal incident from  $-5^\circ$

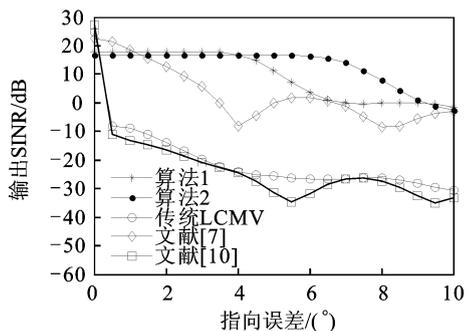


图7 期望信号来向为 $-20^\circ$ 时输出 SINR 随指向误差变化曲线

Fig. 7 Output SINR versus pointing error when desired signal incident from  $-20^\circ$

(4) 计算复杂度分析。若仅考虑乘法,由于无需延迟线结构,本文算法的计算复杂度为 $O(M^3)$ ,而传统空时结构宽带波束形成器的计算复杂度为 $O(M^2 J^3)$ ( $J$ 为滤波器阶数或延迟线长度)。表1给出了输出SINR大致相同时,在不存在指向误差和存在 $1^\circ$ 指向误差时,本文两种算法和文献[7]算法的计算

复杂度,由表 1 可知,文献[7]算法的计算复杂度远大于本文算法,不存在指向误差时,是算法 1 的 271 倍,当存在  $1^\circ$  指向误差时,达到 903 倍,主要由于存在指向误差使算法 1 的输出 SINR 曲线衰减较慢,而文献[7]算法的输出 SINR 曲线衰减较快,若达到与算法 1 近似的输出 SINR 性能,需增加延迟线的长度,从而增加了算法的计算复杂度。

表 1 计算复杂度对比表

Tab. 1 Comparison table of computational complexity

算法	不存在指向误差		指向误差为 $1^\circ$	
	计算复杂/( $^\circ$ )	输出 SINR/dB	计算复杂/( $^\circ$ )	输出 SINR/dB
算法 1	39 304	19.687 7	27 000	18.682 7
算法 2	91 125	19.580 0	42 875	18.449 8
文献[7]	10 648 000	19.607 1	24 389 000	18.492 0

(5) 辅助方位角选取对输出性能的影响分析。表 2 给出了期望来向为  $-5^\circ$  和  $-20^\circ$ , 辅助方位角偏离期望信号  $0^\circ \sim 5^\circ$  时阵列输出 SINR 和对应的  $|\Delta\theta_{\max}|$  值, 辅助方位角个数为 2, 基本仿真条件同阵列响应性能分析。由表 2 可知, 随着  $\Delta\hat{\theta}$  和期望信号偏离  $0^\circ$  的增加, 阵列输出的平顶波束宽度逐渐增加, 阵列输出 SINR 逐渐减小, 这是由于为在更宽范围形成平顶波束, 需消耗更多的系统自由度, 降低了对旁瓣和干扰的抑制能力。在实际处理过程中, 当期望来向接近  $0^\circ$  时, 可适当地增加  $\Delta\hat{\theta}$  以获取较好的稳健性, 当期望来向偏离  $0^\circ$  较大时, 只能选取较小的  $\Delta\hat{\theta}$ , 否则算法的输出性能将急剧下降。

表 2 不同辅助方位角条件下输出 SINR 和  $|\Delta\theta_{\max}|$  值Tab. 2 Output SINR and  $|\Delta\theta_{\max}|$  under different auxiliary azimuth

$\Delta\theta/(^\circ)$	期望来向为 $-5^\circ$		期望来向为 $-20^\circ$	
	输出 SINR/dB	$ \Delta\theta_{\max} /(^\circ)$	输出 SINR/dB	$ \Delta\theta_{\max} /(^\circ)$
0	19.407 2	0.624 2	17.835 2	2.450 3
1	18.038 5	1.748 7	16.705 2	3.567 5
2	16.957 2	2.872 9	16.559 6	4.683 9
3	16.910 5	3.996 8	16.472 7	5.799 5
4	16.835 4	5.120 5	12.857 2	6.914 3
5	16.819 7	6.243 8	12.528 4	8.028 2

## 4 结束语

目前宽带波束形成算法计算复杂度往往较高,而且易受到阵列误差的影响。本文提出低复杂度的稳健宽带波束形成算法。通过对期望信号和辅助方位角施加阵列响应幅度和相位约束,等价于空时结构中延迟线组或 FIR 滤波器对不同频率阵列响应的约束,提出频率变化时阵列响应相位约束和辅助方位角阵列响应相位约束两种算法,辅助方位角阵列响应相位约束算法具有更高的稳健性,由于约束条件较少,相对频率变化时阵列响应相位约束算法具有更低的计算复杂度,且波束输出性能要高于辅助方位角阵列响应相位约束算法。与传统宽带波束形成算法相比,本文两种算法由于系统自由度的降低,主波束宽度不可避免地展宽,在理想条件下,本文算法性能略低于传统算法,但存在指向误差时,本文算法都能在期望方向输出平顶波束,有效提高了算法的稳健性,输出性能明显优于传统算法。同时本文算法简化宽带波束形成算法模型为均匀直线阵,较大程度地降低了计算复杂度。

## 参考文献:

- [1] Rasekh M, Seydnejad S R. Design of an adaptive wideband beamforming algorithm for conformal arrays[J]. *IEEE Communications Letters*, 2014, 18(11):1955-1958.

- [2] Buctis Y, Cohen I, Doron M A. Bayesian focusing for coherent wideband beam forming [J]. IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing, 2012, 20(4): 1282-1296.
- [3] Liu W. Adaptive wideband beamforming with sensor delay-lines [J]. Signal Processing, 2009, 89(5): 876-882.
- [4] Bojanapally S, Kshetrimayum R S. Wideband antenna array beamforming using FIR filter [C]//IEEE International Conference on Computing Communication and Networking Technologies. [S. l.]:IEEE,2010:1-4.
- [5] Lin N, Liu W, Langley R J. Performance analysis of a broadband beam forming structure without tapped delay lines [C]//Proceedings of International Conference on Digital Signal Processing. Cardiff, UK:[s. n.],2007: 583-586.
- [6] Frost III O L. An algorithm for linearly constrained adaptive array processing [J]. Proceedings of the IEEE, 1972, 60(8): 926-935.
- [7] 刘聪锋,廖桂生. 基于对角加载的 STAP 性能[J]. 电子与信息学报, 2008,30(4):906-910.  
Liu Congfeng, Liao Guisheng. Improving the STAP performance via diagonal loading [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(4):906-910.
- [8] 廖桂生. 稳健的对角加载广义内积算法[J]. 西安电子科技大学学报:自然科学版,2009,36(4):583-589.  
Liao Guisheng. Robust generalized inner products algorithm using diagonal loading [J]. Journal of Xidian University:Natural Science Edition, 2009, 36(4):583-589.
- [9] Godara L C, Jahromi M R S. Presteering broadband antenna arrays without using steering delays [C]//IEEE International Conference on Communications. [S. l.]:IEEE, 2007:2562-2567.
- [10] Reza E, Saeid R S. Elimination of pre-steering delays in space-time broadband beamforming using frequency domain constraints [J]. IEEE Communications Letters, 2013,17(4):769-772.
- [11] Vorobyov S A, Gershman A B, Luo Z Q. Robust adaptive beam forming using worst-case performance optimization: A solution to the signal mismatch problem [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003,51(2): 313-324.
- [12] 王立兵,韩宁,龚文飞. 可用于快速搜索卫星信号的降维空时波束形成算法[J]. 南京航空航天大学学报, 2013,45(3): 402-409.  
Wang Libing, Han Ning, Gong Wenfei. Improved reduced-rank space-time adaptive beamforming algorithm for fast search of satellite signal[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2013,45(3): 402-409.
- [13] Somasundaram S D. Wideband robust capon beamforming for passive sonar[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2013, 38(2):308-322.
- [14] Xu J W, Liao G S, Zhu S Q. Robust LCMV beamforming based on phase response constraint [J]. Electronics Letters, 2012,48(20):1304-1306.

## 作者简介:



丁永超(1989-),男,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理,E-mail: playcding@163.com。



刘成城(1986-),男,博士研究生,研究方向:阵列信号处理、目标探测与识别。



赵拥军(1963-),男,博士,教授,博士生导师,研究方向:阵列信号处理、雷达信号与信息处理。

陈辉(1989-),男,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理。

