

未知互耦下双基地 MIMO 雷达阵列 DOD 和 DOA 估计算法

戴继生¹ 汪洋¹ 叶中付²

(1. 江苏大学电气信息工程学院, 镇江, 212013; 2. 中国科学技术大学电子工程与信息科学系, 合肥, 230027)

摘要: 针对 MIMO 雷达阵列中存在的互耦效应会严重影响发射角(DOD)和接收角(DOA)估计性能的问题, 提出了一种基于 ESPRIT 算法的双基地 MIMO 雷达阵列 DOA 和 DOD 估计方法。该方法利用阵列流型矩阵的结构特点和均匀线阵互耦矩阵的带状 Toeplitz 特性, 能够实现互耦效应未知情况下 DOA 和 DOD 的精确估计。本文方法无需对角度进行搜索, 计算量小, 对角度的估计精度高, 特别是在低信噪比环境下依然能取得较好的估计性能。仿真结果验证了本算法的可行性和正确性。

关键词: 阵列信号处理; MIMO 雷达; 互耦; 接收角估计; 发射角估计

中图分类号: TP274 **文献标志码:** A

DOA and DOD Estimation for Bistatic MIMO Radar with Unknown Mutual Coupling

Dai Jisheng¹, Wang Yang¹, Ye Zhongfu²

(1. School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang, 212013, China; 2. Department of Electronic Engineering and Information Science, University of Science and Technology of China, Hefei, 230027, China)

Abstract: A new ESPRIT based direction of departure (DOD) and direction of arrival (DOA) estimation method for bistatic multi-input multi-output (MIMO) radar with unknown mutual coupling is proposed, in connection with the presence of unknown mutual coupling which severely affects the performance of DOA and DOD estimation. The proposed method can estimate the DOA and DOD accurately by utilizing the structural properties of antenna array matrix and the strip feature of mutual coupling matrix of uniform linear array (ULA). Moreover, the new method is free of search with a small amount of calculation. Even in low SNR environment or mutual coupling effect is significant, the performance of the proposed method is also stable. Simulation results illustrate the feasibility and correctness of the proposed method.

Key words: array signal processing; multi-input multi-output (MIMO) radar; mutual coupling; direction of arrival (DOA) estimation; direction of departure (DOD) estimation

引 言

近几十年来, 目标角度估计一直是雷达信号处理领域的一个重要研究内容, 利用双基地多输入多输出(Multi-input multi-output, MIMO)雷达系统进行发射角(Direction of departure, DOD)和接收角(Direction of arrival, DOA)估计时, 其分辨率明显优于传统的相控阵雷达^[1-4]。针对双基地 MIMO 雷达信号的 DOD 和 DOA 估计问题, 人们提出了许多行之有效的方法, 取得了一些重要进展^[5-11]。但现有方法

对双基地 MIMO 雷达阵列阵元之间的互耦效应考虑较少。阵元间耦合的现象普遍存在于阵列天线系统中,互耦效应的存在会导致各类算法的角度估计性能急剧下降。为解决该问题,Liu 等人提出了一种未知互耦条件下的双基地 MIMO 雷达 DOD 和 DOA 估计方法^[12]。该方法能够消除互耦效应带来的不利影响,提高目标角度的估计性能。但该方法不仅需要多次谱峰搜索,还需对角度行配对,这使得算法的计算复杂度较高。本文针对 MIMO 雷达系统中存在的互耦效应会严重影响 DOD 和 DOA 估计性能这一问题,提出了一种基于旋转不变子空间(Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT)算法的双基地 MIMO 雷达阵列 DOD 和 DOA 估计方法。该方法利用阵列流型矩阵的结构特点和均匀线阵(Uniform linear array, ULA)互耦矩阵的带状 Toeplitz 特性,能实现在互耦效应未知情况下 DOD 和 DOA 的精确估计和配对。此外,本文方法无需对角度进行搜索,计算量小,对角度的估计精度高,特别是在低信噪比环境下依然能取得较好的估计性能。

1 信号模型

考虑一个由 M 个发射阵元和 N 个接收阵元组成的双基地 MIMO 雷达系统,其发射阵列和接收阵列均为均匀线阵。发射和接收阵列的阵元间距均为 $\lambda/2$ (λ 为载波波长)。设 \mathbf{C}_t 和 \mathbf{C}_r 分别表示发射阵列和接收阵列的互耦矩阵,由于互耦系数与阵元间距呈反比,足够远的两阵元间互耦系数近似为 0,且间距相同的阵元间互耦系数相同^[13,14]。因此,不失一般性,假设发射和接收阵列的互耦矩阵中非零互耦系数的个数为 K ,即

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_t &= \text{Toeplitz}\{[1, c_{t1}, \dots, c_{tK}, 0, \dots, 0]\}_{M \times M} \\ \mathbf{C}_r &= \text{Toeplitz}\{[1, c_{r1}, \dots, c_{rK}, 0, \dots, 0]\}_{N \times N} \end{aligned} \quad (1)$$

式中 c_k 和 c_{rk} ($k=1, 2, \dots, K$) 为互耦系数。若远场信号源个数为 P , 其中第 p 个信号的 DOD 和 DOA 分别记为 θ_p 和 φ_p , 则接收信号可表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

式中: $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_p]$ 为 $NM \times P$ 维的阵列流型矩阵, $\mathbf{a}_p = \mathbf{C}_r \mathbf{a}_r(\varphi_p) \otimes \mathbf{C}_t \mathbf{a}_t(\theta_p)$, $\mathbf{a}_r(\varphi_p) = [1, e^{j\pi \sin \varphi_p}, \dots, e^{j\pi(N-1) \sin \varphi_p}]^T$, $\mathbf{a}_t(\theta_p) = [1, e^{j\pi \sin \theta_p}, \dots, e^{j\pi(M-1) \sin \theta_p}]^T$, \otimes 表示 Kronecker 积, $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_p(t)]^T$ 表示发射信号向量, $\mathbf{n}(t)$ 表示 $NM \times 1$ 维的零均值高斯白噪声。若快拍数为 L ,

则接收信号的协方差矩阵可近似表示为 $\mathbf{R} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}(t_l) \mathbf{x}(t_l)^H$, 对其进行特征分解可得前 P 个最大特征值所对应的特征向量矩阵, 即信号子空间矩阵 \mathbf{E}_s 。由于空间理论可知, 有且仅存在一个非奇异矩阵 \mathbf{T} , 使得下列等式成立, 即

$$\mathbf{E}_s = \mathbf{A}\mathbf{T} \quad (3)$$

2 未知互耦条件下目标角估计算法

对于无互耦($K=0$)条件下双基地 MIMO 雷达的 DOA 和 DOD 估计算法, 本文不再赘述, 详见参考文献^[15]。本节将提出一种未知互耦($K>0$)条件下, 基于 ESPRIT 算法的 DOA 和 DOD 估计算法。

2.1 DOA 估计

当存在互耦效应时, 文献^[15]所述方法不再适用。为解决该问题, 可以利用带状对称 Toeplitz 的结构特点以及 Kronecker 积的性质, 定义一个常量矩阵 $\mathbf{F}_r \triangleq [\mathbf{0}_{M \times (N-2K)} \times M \times K \quad \mathbf{I}_{M \times (N-2K)} \times M \times K \quad \mathbf{0}_{M \times (N-2K)} \times M \times K]$ 并将其左乘 \mathbf{a}_p , 可得

$$\mathbf{F}_r \mathbf{a}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_t \mathbf{a}_t(\theta_p) \cdot \left(\sum_{k'=-K}^K c_{r|k'|} e^{j\pi k' \sin \varphi_p} \right) e^{j\pi K \sin \varphi_p} \\ \mathbf{C}_t \mathbf{a}_t(\theta_p) \cdot \left(\sum_{k'=-K}^K c_{r|k'|} e^{j\pi k' \sin \varphi_p} \right) e^{j\pi(K+1) \sin \varphi_p} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_t \mathbf{a}_t(\theta_p) \cdot \left(\sum_{k'=-K}^K c_{r|k'|} e^{j\pi k' \sin \varphi_p} \right) e^{j\pi(N-K-1) \sin \varphi_p} \end{bmatrix} \triangleq \mathbf{a}_{rp} \quad (4)$$

式中向量 \mathbf{a}_{rp} 的维数为 $M(N-2K)$ 。若取 \mathbf{a}_{rp} 的前 $M(N-2K-1)$ 个元素和后 $M(N-2K-1)$ 个元素,并记为 \mathbf{a}_{rp1} 和 \mathbf{a}_{rp2} ,则 \mathbf{a}_{rp1} 和 \mathbf{a}_{rp2} 有

$$\mathbf{a}_{rp2} = \mathbf{a}_{rp1} \cdot e^{j\pi \sin \varphi_p} \quad (5)$$

由式(5)可见,虽然 \mathbf{a}_{rp} 未包含导向矢量的全部信息量,但它能消除互耦效应带来的影响,恢复阵列流型矩阵的旋转不变性。类似地,若将 \mathbf{F}_r 左乘 \mathbf{E}_s 后,可得

$$\mathbf{E}_r \underline{\triangle} \mathbf{F}_r \mathbf{E}_s = \mathbf{F}_r \mathbf{A} \mathbf{T} = \mathbf{A}_r \mathbf{T} \quad (6)$$

式中 $\mathbf{A}_r \underline{\triangle} \mathbf{F}_r \mathbf{A}$ 。若定义 \mathbf{A}_{r1} 和 \mathbf{A}_{r2} 分别为 \mathbf{A}_r 的前 $M(N-2K-1)$ 行和后 $M(N-2K-1)$ 行向量组成的矩阵,由式(5),有

$$\mathbf{A}_{r2} = \mathbf{A}_{r1} \Phi_r \quad (7)$$

式中 $\Phi_r = \text{diag}[e^{j\pi \sin \varphi_{r1}}, e^{j\pi \sin \varphi_{r2}}, \dots, e^{j\pi \sin \varphi_{rN}}]$ 。采用同样的方法对 \mathbf{E}_r 提取子矩阵 \mathbf{E}_{r1} 和 \mathbf{E}_{r2} ,得

$$\mathbf{E}_{r2} = \mathbf{A}_{r2} \mathbf{T} = \mathbf{A}_{r1} \Phi_r \mathbf{T} = \underbrace{\mathbf{A}_{r1} \mathbf{T}}_{\mathbf{E}_{r1}} \cdot \underbrace{\mathbf{T}^{-1} \Phi_r \mathbf{T}}_{\Psi_r} \quad (8)$$

若 Ψ_r 的特征分解为

$$\Psi_r = \mathbf{Q} \hat{\Phi}_r \mathbf{Q}^{-1} \quad (9)$$

式中 $\hat{\Phi}_r$ 为特征值矩阵, \mathbf{Q} 为特征向量矩阵。对比式(8)中 Ψ_r 的定义,可知 $\hat{\Phi}_r$ 的对角线元素和 Φ_r 的对角线元素相同,但位置可能不同,即存在一个初等变换矩阵 \mathbf{P} ,使得

$$\hat{\Phi}_r = \mathbf{P} \Phi_r \mathbf{P}^{-1} \quad (10)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{P}^{-1} \quad (11)$$

由此可知,通过对 Ψ_r 特征分解可估计出 DOA。

2.2 DOD 估计

首先,定义矩阵 $\mathbf{A}' = [\mathbf{a}'_1, \mathbf{a}'_2, \dots, \mathbf{a}'_p]$,其中 $\mathbf{a}'_p = \mathbf{C}_r \mathbf{a}_r(\theta_p) \otimes \mathbf{C}_t \mathbf{a}_t(\varphi_p)$ 。由文献[16]可知,矩阵 \mathbf{A}' 可由 \mathbf{A} 经过初等行变换得到,即存在一个 $NM \times NM$ 维的变换矩阵 \mathbf{B} 使得

$$\mathbf{A}' = \mathbf{B} \mathbf{A} \quad (12)$$

其中矩阵 \mathbf{B} 的第 i 行第 j 列的元素取值为

$$b_{ij} = \begin{cases} 1 & i = g + (h-1)N, j = h + (g-1)M \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad g = 1, 2, \dots, N; h = 1, 2, \dots, M \quad (13)$$

式(3)两边同时左乘 \mathbf{B} ,可得

$$\mathbf{E}'_s \underline{\triangle} \mathbf{B} \mathbf{E}_s = \mathbf{A}' \mathbf{T} \quad (14)$$

为了消除互耦效应,采用与式(6)相同的方法处理式(14),即定义一个常量矩阵 $\mathbf{F}_t \underline{\triangle} [\mathbf{0}_{N \times (M-2K)} \times NK \mathbf{I}_{N \times (M-2K)} \mathbf{0}_{N \times (M-2K)} \times NK]$,并将其左乘式(14)两边,可得

$$\underbrace{\mathbf{F}_t \mathbf{E}'_s}_{\underline{\triangle} \mathbf{E}_t} = \underbrace{\mathbf{F}_t \mathbf{A}' \mathbf{T}}_{\underline{\triangle} \mathbf{A}_t} \quad (15)$$

易验证

$$\mathbf{F}_t \mathbf{a}'_p = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_r \mathbf{a}_r(\varphi_p) \cdot \left(\sum_{k=-K}^K c_{t|k'|} e^{j\pi k' \sin \theta_p} \right) e^{j\pi K \sin \theta_p} \\ \mathbf{C}_r \mathbf{a}_r(\varphi_p) \cdot \left(\sum_{k=-K}^K c_{t|k'|} e^{j\pi k' \sin \theta_p} \right) e^{j\pi (K+1) \sin \theta_p} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_r \mathbf{a}_r(\varphi_p) \cdot \left(\sum_{k=-K}^K c_{t|k'|} e^{j\pi k' \sin \theta_p} \right) e^{j\pi (M-K-1) \sin \theta_p} \end{bmatrix} \quad (16)$$

因此

$$\mathbf{A}_{i2} = \mathbf{A}_{i1} \Phi_i \quad (17)$$

其中 $\Phi_i = \text{diag}\{e^{j\pi \sin \theta_i}, e^{j\pi \sin \theta_i}, \dots, e^{j\pi \sin \theta_i}\}$, \mathbf{A}_{i1} 和 \mathbf{A}_{i2} 分别表示 \mathbf{A}_i 的前 $N(M-2K-1)$ 行和后 $N(M-2K-1)$ 行向量组成的矩阵。采用同样的方法对 \mathbf{E}_i 提取子矩阵 \mathbf{E}_{i1} 和 \mathbf{E}_{i2} , 有

$$\mathbf{E}_{i2} = \mathbf{A}_{i2} \mathbf{T} = \mathbf{A}_{i1} \Phi_i \mathbf{T} = \underbrace{\mathbf{A}_{i1} \mathbf{T}}_{\mathbf{E}_{i1}} \cdot \mathbf{T}^{-1} \Phi_i \mathbf{T} \quad (18)$$

上式两边同时右乘 \mathbf{Q} (见式(11)), 得

$$\mathbf{E}_{i2} \mathbf{Q} = \mathbf{E}_{i1} \mathbf{T}^{-1} \Phi_i \mathbf{T} \mathbf{Q} = \mathbf{E}_{i1} \mathbf{T}^{-1} (\mathbf{P}^{-1} \mathbf{P}) \Phi_i \mathbf{P}^{-1} = \mathbf{E}_{i1} \mathbf{Q} \cdot \underbrace{\mathbf{P} \Phi_i \mathbf{P}^{-1}}_{\triangleq \hat{\Phi}_i} \quad (19)$$

因为 Φ_r 和 Φ_i 对角线上相同位置得元素是相互配对的 DOA 和 DOD, 而 $\hat{\Phi}_r$ (见式(10)) 和 $\hat{\Phi}_i$ (见式(19)) 分别由 Φ_r 和 Φ_i 经过相同的初等变换得到, 因此 $\hat{\Phi}_r$ 和 $\hat{\Phi}_i$ 相同位置上的对角线元素一定是相互配对的 DOA 和 DOD。可见本算法能使得目标角度的估计值自动配对。

为了能获得矩阵 \mathbf{E}_{r1} 和 \mathbf{E}_{r2} , 阵元个数 M, N 和互耦系数自由度 K 之间必须满足以下关系: $M(N-2K) \geq 2M$, 而为了获得 \mathbf{E}_{i1} 和 \mathbf{E}_{i2} , 则需满足 $N(M-2K) \geq 2N$ 。由上述分析可知, 本文所提算法能正确估计出 DOA 和 DOD 的前提是互耦系数自由度 K 满足

$$K \leq \min\left\{\frac{N}{2} - 1, \frac{M}{2} - 1\right\} \quad (20)$$

此外, K 的取值将直接影响发射天线和接受天线阵列的有效孔径。 K 值越大, 本算法所取得的目标角度估计性能损失越大。

本文所提算法的计算复杂度主要由以下 3 个步骤所决定: (1) 计算协方差矩阵 \mathbf{R} : $O(MNL)$; (2) 协方差矩阵的特征分解: $O((MN)^3)$; (3) 矩阵 Ψ_r 的特征分解: $O(P^3)$ 。因此, 本文所提算法的计算复杂度近似为 $O((MN)^3)$ 。文献[17]算法的计算复杂度主要由以下 3 个步骤所决定: (1) 计算协方差矩阵 \mathbf{R} : $O(MNL)$; (2) 协方差矩阵的特征分解: $O((MN)^3)$; (3) 谱峰搜索: $O(J(M^2 P(M^2 - P))^3)$, 其中 J 为搜索次数。由此可见, 本文所提算法相比于文献[17]算法在计算复杂度上有巨大的优势。

本文所提算法的具体步骤总结如下: (1) 计算接收数据的协方差矩阵 \mathbf{R} ; (2) 对协方差矩阵 \mathbf{R} 特征分解得到信号子空间 \mathbf{E}_s ; (3) 构造矩阵 \mathbf{E}_r , 并提取子矩阵 \mathbf{E}_{r1} 和 \mathbf{E}_{r2} , 通过式(8)求得 Ψ_r ; (4) 对 Ψ_r 特征分解求得 $\hat{\Phi}_r$ 和 \mathbf{Q} ; (5) 构造矩阵 \mathbf{E}_i , 并提取子矩阵 \mathbf{E}_{i1} 和 \mathbf{E}_{i2} , 通过式(19)求得 $\hat{\Phi}_i$; (6) 利用 $\hat{\Phi}_r$ 和 $\hat{\Phi}_i$ 估计出 DOA 和 DOD。

3 仿真结果及实验分析

在第 1 个仿真实验中, 假设有 $P=3$ 个不相关的目标信号源, 其二维方位角分别为: $(\theta_1, \varphi_1) = (25^\circ, -10^\circ)$, $(\theta_2, \varphi_2) = (-15^\circ, 20^\circ)$ 和 $(\theta_3, \varphi_3) = (0^\circ, 45^\circ)$ 。双基地 MIMO 雷达发射阵元数 $M=10$, 接收阵元数 $N=8$, 发射和接收阵列阵元之间非零互耦系数个数 $K=2$, 其中 $c_{r1} = 0.6237 + 0.3875i$, $c_{r2} = 0.3658 + 0.2316i$, $c_{r1} = 0.5791 + 0.3303i$ 和 $c_{r1} = 0.2566 + 0.1653i$ 。接收数据的快拍数 $L=100$, Monte-Carlo 实验次数为 200 次。图 1 给出了在信噪比 $\text{SNR}=0$ dB 时本算法取得的角度自动配对性能。从图中可以看出, 在没有使用额外配对算法的情况下, 本算法即使在信噪比较低时也能完成 DOA 和 DOD 的自动配对。

在第 2 个 Monte-Carlo 实验中, 将进行算法运行时间和目标角度估计值的均方根误差 (RMSE) 随 SNR 变化的仿真实验, 其中 DOD 的 RMSE 定义为: $1/200P \sqrt{\sum_{k=1}^{200} \sum_{p=1}^P (\theta_p - \hat{\theta}_{pk})^2}$, 其中 θ_p 表示第 p 个真实 DOD 角度, $\hat{\theta}_{pk}$ 为第 k 次 Monte-Carlo 实验中第 p 个 DOD 的估计值; 类似地, 可定义 DOA 的 RMSE。除了 SNR 从 -10 到 10 dB 变化以外, 其他实验条件与仿真实验 1 相同。表 1 列出了本算法和文献[17]算法运行 200 次 Monte-Carlo 实验所需的总时间随 SNR 变化的结果。从表中结果可以看出: (1) 各算法运

行所需时间随 SNR 变化不显著;(2)本文算法在运行时间上具有巨大的优势,这验证了本文算法在计算复杂度上远远小于文献[17]算法。

图 2 和图 3 分别给出了不同算法在 $K=2$ 时估计 DOA 和 DOD 所取得的 RMSE 随 SNR 变化的曲线。从各曲线的变化趋势可得以下结果:(1)在未知互耦条件下,原始 ESPRIT 算法的估计性能受到了较大的影响;(2)文献[17]算法在 SNR 较低时,目标角度估计性能损失较为严重;(3)本算法在 SNR 较低时,能取得较好的估计性能,但在 SNR 较高时,其估计性能不如文献[17]算法。主要原因在于本文考虑的实验条件会使得谱峰搜索的自由度较高,从而导致文献[17]算法在 SNR 较低时性能损失较大,这也使得该仿真结果与文献[17]给出的结果有所差异。当 SNR 较高时,谱峰搜索的自由度对算法的影响降低,因此文献[17]算法在角度估计性能上有了较大的提升。另一方面由于本算法在消除互耦效应时丢失了部分接收数据,从而在角度估计性能上相比于使用全部接收数据的文献[17]算法略有不足。

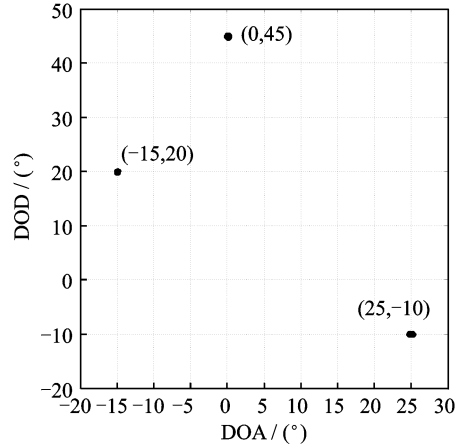


图 1 SNR 为 0 时 DOD 和 DOA 配对结果
Fig. 1 DOD and DOA paired results at SNR=0

表 1 2 种算法运行时间的对比结果

Tab. 1 Comparisons of running time between two methods

方 法	SNR/dB						
	-10	-6	-2	0	2	6	10
本文算法/[s · (200 次) ⁻¹]	0.1995	0.1124	0.1204	0.1134	0.1125	0.1405	0.1069
文献[17]/[s · (200 次) ⁻¹]	643.0	561.9	612.4	589.3	621.9	622.9	571.1

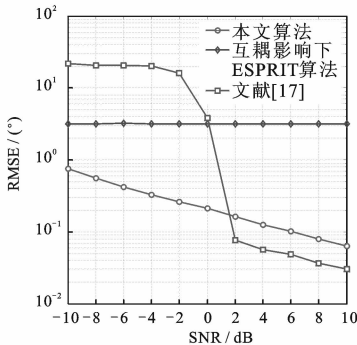


图 2 不同算法所取得 DOA 的 RMSE 随 SNR 变化曲线
Fig. 2 RMSE of DOA performance versus SNR among several methods

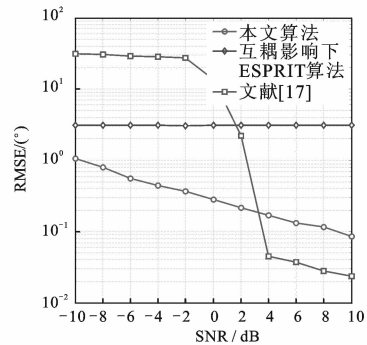


图 3 不同算法所取得 DOD 的 RMSE 随 SNR 变化曲线
Fig. 3 RMSE of DOD performance versus SNR among several methods

4 结束语

本文利用阵列流型矩阵的结构特点和均匀线阵互耦矩阵的带状 Toeplitz 特性,通过对接收信号的变换和处理来恢复阵列流型矩阵的旋转不变性,以消除互耦效应对目标角度估计性能造成的不利影响,实现在未知互耦条件下基于 ESPRIT 算法的双基地 MIMO 雷达系统的 DOA 和 DOD 估计。本文算法无需进行谱峰搜索,显著地减小了算法的计算复杂度;同时也实现了目标角度的自动配对,因无需附加额外的角度配对算法,使得算法的计算复杂性进一步降低。仿真实验结果表明,即使在低信噪比情况

下,本文算法也具有较好的目标角度估计性能。本文算法存在的一个弱点是:互耦系数自由度 K 的取值将直接影响本文算法所利用的阵列有效孔径,特别是当 K 值越大时,本文算法所取得的目标角度估计性能损失越大。

参考文献:

- [1] Fishler E, Haimovich A, Blum R S, et al. MIMO radar: An idea whose time has come [C]//Processing of the IEEE Radar Conference. Philadelphia: [s. n.], 2004: 71-78.
- [2] Larsson E G, Tufvesson F, Edfors O, et al. Massive MIMO for next generation wireless systems [J]. *IEEE Communication Magazine*, 2014, 52(2): 186-195.
- [3] Stoica P, Li J, Xie Y. On probing signal design for MIMO radar [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(8): 4151-4161.
- [4] Lehmann N H, Fishler E, Haimovich A M, et al. Evaluation of transmit diversity in MIMO-radar direction finding [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(5): 2215-2225.
- [5] Duofang C, Baixiao C, Guodong Q. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar [J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(12): 770-771.
- [6] Zheng G M, Chen B X, Yang M L. Unitary ESPRIT algorithm for bistatic MIMO radar [J]. *Electronics Letters*, 2012, 48(3): 179-181.
- [7] Zheng Z D, Zhang J Y. Fast method for multi-target localization in bistatic MIMO radar [J]. *Electronics Letters*, 2011, 47(2): 138-139.
- [8] Bencheikh M L, Wang Y. Joint DOD-DOA estimation using combined ESPRIT-MUSIC approach in MIMO radar [J]. *Electronics Letters*, 2010, 46(15): 1081-1083.
- [9] Zhang X F, Xu L Y, Xu L, et al. Direction of departure (DOD) and direction of arrival (DOA) estimation in MIMO radar with reduced-dimension MUSIC [J]. *IEEE Communications Letters*, 2010, 14(2): 1161-1163.
- [10] 张小飞, 张力岑, 陈未央, 等. MIMO 阵列中基于 PM 和降维变换的高效 DOA 估计算法 [J]. *数据采集与处理*, 2014, 29(3): 372-377.
Zhang Xiaofei, Zhang Licen, Chen Weiyang, et al. Computationally efficient DOA estimation for MIMO array using propagator method and reduced-dimension transformation [J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2014, 29(3): 372-377.
- [11] 许凌云, 张小飞, 许宗泽. 基于圆阵双基地 MIMO 雷达多维角度联合估计 [J]. *数据采集与处理*, 2012, 27(3): 279-282.
Xu Lingyun, Zhang Xiaofei, Xu Zongze. Joint multi-angle estimation in bistatic MIMO radar based on uniform circular array [J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2012, 27(3): 279-282.
- [12] Liu X L, Liao G S. Direction finding and mutual coupling estimation for bistatic MIMO radar [J]. *Signal Processing*, 2012, 92(2): 517-522.
- [13] Ye Z F, Dai J S, Xu X, et al. DOA estimation for uniform linear array with mutual coupling [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(1): 280-288.
- [14] Dai J S, Bao X, Hu N, et al. A recursive RARE algorithm for DOA estimation with unknown mutual coupling [J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2014, 13: 1593-1596.
- [15] Jinli C, Hong G, Weimin S. Angle estimation using ESPRIT without pairing in MIMO radar [J]. *Electronics Letters*, 2008, 44(24): 1422-1423.
- [16] Leon S J. *Linear algebra with applications 6E* [M]. Prentice Hall: New Jersey, 2002: 40-49.
- [17] 郭艺夺, 张永顺, 张林让, 等. 双基地 MIMO 雷达收发阵列互耦条件下目标定位方法 [J]. *西安电子科技大学学报: 自然科学版*, 2011, 38(6): 82-88.
Gao Yiduo, Zhang Yongshun, Zhang Linrang, et al. Target localization method for the bistatic MIMO radar in the presence of mutual coupling of receiver and transmitter arrays [J]. *Journal of Xidian University: Natural Science*, 2011, 38(6): 82-88.

作者简介:



戴继生(1982-),男,博士,副教授,研究方向:凸优化理论、MIMO 无线通信以及阵列信号处理,E-mail: jsdai@ujs.edu.cn.



汪洋(1989-),男,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理,E-mail: young0wang@yahoo.com.



叶中付(1959-),男,博士,教授,研究方向:阵列信号处理、语音信号处理和图像处理,E-mail: yezf@ustc.edu.cn.

