

基于空间角度-距离-速度的三维模糊函数

陶海红 刘宝蕊

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 西安, 710071)

摘要: 传统模糊函数是针对距离-速度两维目标分辨力提出的, 从而给相邻目标距离-速度联合分辨提供一个评判标准, 用以表征雷达发射波形的分辨能力。本文由模糊函数的定义出发, 将二维模糊函数进行空间角度上的扩展, 可用于阵列雷达系统在距离-速度-方位角三维上评估雷达发射波形的分辨力, 即模糊函数能够定量表示“干扰目标”和观测目标可分辨能力, 并且能够作为雷达波形选择优化、设计的依据。仿真实验和性能分析证明了本文所推导三维模糊函数的正确性和合理性。

关键词: 三维模糊函数; 线阵; 方位角; 分辨率; 正交波形

中图分类号: TN951 **文献标志码:** A

Three dimensional Ambiguity Function Based on Space Angle, Distance and Velocity

Tao Haihong, Liu Baorui

(National Key Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, 710071, China)

Abstract: In order to characterize the radar resolution, the original two dimensional ambiguity function is proposed to provide a conservation estimate for the joint distance-velocity resolution. In this paper, the ambiguity function is extended to three dimensions. So that, the array radar system can evaluate the radar resolution of the waveform in three dimensional of distance, velocity and azimuth angle. So the ambiguity function can represent the resolution ability between the interference and the target. The simulation experiment and performance analysis prove the validity and rationality of three dimensional ambiguity function.

Key words: three dimensional ambiguity function; liner array; azimuth angle; resolution; orthogonal waveform

引 言

在雷达系统的分析和综合中, 模糊函数是对雷达信号进行分析研究和波形设计的重要工具, 它仅由发射波形决定, 回答了发射什么样的波形、在采用最优信号处理的条件下系统将具有什么样的分辨力、模糊度、测量精度和杂波抑制能力^[2]。文献[1]定义了雷达信号的模糊函数, 目的是通过这一函数定量描述当系统工作于多目标环境下, 发射一种波形并采用相应的滤波器处理时, 系统对不同距离、不同速度目标的分辨能力。随后, 又有许多国内外专家学者对模糊函数进行了不同方面、不同角度的研究。文献[2]通过对前人工作进行总结, 详细推导了二维模糊函数及其性质, 并介绍了几种不同信号的模糊函

数,分析了其分辨力。文献[3]利用波形的模糊函数,从提高波形、距离以及速度联合分辨力的角度提出复合线性调频信号。文献[4]从波束形成和匹配滤波的角度,推导了稀布阵综合孔径雷达的四维模糊函数,但其四维模糊函数针对波束形成而言,其所研究的信号模型是单目标情况下,从匹配的角度研究目标参数。文献[5]从 MIMO 雷达的应用背景出发,推导了 MIMO 雷达模糊函数,并进行了在多种情况下的简化。为了分析不同系统输入参数条件下的相参检测性能,文献[6]研究了带宽位置情况下探测系统的广义相参检测性能,推导了基于互模糊函数检测统计量的特征函数、概率密度函数、检测概率及虚警概率的解析表达式。文献[7]设计了具有图钉形模糊特性的基于混沌理论的调频编码波形,且具有正交性,是一种良好的 MIMO 雷达波形设计方法。正交频分复用(OFDM)信号也是雷达中应用广泛的信号形式,文献[8]为了解决 OFDM 信号的波形设计问题,推导了 OFDM 信号的单周期和多周期模糊函数,分析了模糊函数与调制码字序列的关系,并根据此提出了抑制雷达信号多普勒旁瓣的相参脉冲串处理方法。文献[9]将模糊函数作为评价准则,设计了高多普勒容忍性波形,但其在距离维的性能将会有所下降。文献[10~14]基于 MIMO 体制雷达,分别研究了基于波束形成、大时宽带宽积和正交频分复用(OFDM)波形下的模糊函数,从而为进行波形设计提供了良好的评价准则。文献[15]从最大化 MIMO 模糊函数的峰值的角度进行了波形设计,使得雷达具有更好的分辨特性。本文从文献[5]MIMO 雷达的模糊函数模型出发,推导了具有通用性的三维模糊函数,由原来取决于时延、多普勒两个参量的模糊函数推广成三维,即可以从距离-速度-方位角 3 个参数分析雷达发射波形的分辨力,并将此作为波形选择、设计和优化的依据,从而达到提高雷达分辨率的目的。

1 信号模型

假设单基地 MIMO 雷达各个传感器可独立发射各向同性的信号, N_t 个发射天线,位置为 $\mathbf{X}_{n,T}(x_{n,T}, y_{n,T}, z_{n,T})$, N_r 个接收天线,位置为 $\mathbf{X}_{n,R}(x_{n,R}, y_{n,R}, z_{n,R})$,第 i 个阵元发射信号为

$$\mathbf{S}_{T,i}(t) = A e^{j(2\pi f_0 t + \varphi_i(t))} = A \mathbf{u}(t) e^{j2\pi f_0 t} \quad (1)$$

式中: $\varphi_i(t)$ 为第 i 个发射天线发射信号在 t 时刻的相位, $\mathbf{u}(t) = e^{j\varphi(t)}$ 为信号包络。

假设在远场有一个观测目标 $T_1(r_1, v_1, p_1)$ 和一个干扰目标 $T_2(r_2, v_2, p_2)$,在窄带前提下,第 i 个阵元发射并传播到第 l 个目标,经反射并被第 j 个接收天线接收的信号为

$$\mathbf{S}_{R,i,j}(T_l, t) = \mathbf{S}_{T,i}(t - \tau(T_l)) \quad (2)$$

式中: $\tau(T_l) = \frac{2R(t)}{c}$,在 $\tau_{i,j}(T_l)$ 处泰勒展开并保留到一次项,则有

$$\tau(T_l) \approx \tau_{i,j}(T_l) - \frac{2v_l}{c}(t - \tau_{i,j}(T_l)) = \tau_{i,j}(T_l) - \frac{f_{d,i,j}(T_l)}{f_0}(t - \tau_{i,j}(T_l)) \quad (3)$$

$$\tau_{i,j}(T_l) = \tau_i(T_l) + \tau_j(T_l) = \frac{2r_2}{c} - \left[\frac{\mathbf{X}_{i,T}}{c} + \frac{\mathbf{X}_{j,R}}{c} \right] \mathbf{u}^T(\varphi_l, \theta_l) \quad (4)$$

式中 $\mathbf{u} = [\sin\theta \cos\varphi \sin\theta \sin\varphi \cos\theta]$ 为导向矢量,故第 j 个接收阵元接收到的、由第 l 个目标反射的所有发射信号的混合信号,经解调到基带后为

$$\mathbf{r}_j(t, T_l) = \sum_{i=1}^{N_t} A u_i(t - \tau_{i,j}(T_l)) e^{-j2\pi\tau_{i,j}(T_l)(f_0 + f_{d,i,j})} e^{2\pi f_{d,i,j}(T_l)t} + n_j(t) \quad (5)$$

由于每个阵元上都装有与所有发射信号匹配的滤波器,故第 j 个接收阵元的第 \hat{i} 个匹配滤波器的相干输出,设所有发射信号幅度相同,即可不考虑幅度因素,有

$$\mathbf{r}_{j,\hat{i}}(t, T_1, T_2) = \sum_{i=1}^{N_t} \int u_i(t - \tau_{i,j}(T_1)) u_i(t - \tau_{i,j}(T_2)) \cdot e^{-j2\pi\tau_{i,j}(T_1)(f_0 + f_{d,i,j}(T_1))} e^{j2\pi\tau_{i,j}(T_2)(f_0 + f_{d,i,j}(T_2))} \cdot e^{j2\pi(f_{d,i,j}(T_1) - f_{d,i,j}(T_2))t} dt + n_{j,\hat{i}}(t) \quad (6)$$

模糊函数定义为所有匹配滤波器输出的相干合成^[5](不考虑噪声),即

$$\chi(T_1, T_2) = \left| \sum_{j=1}^{N_r} \sum_{i=1}^{N_t} \mathbf{r}_{j,\hat{i}}(t, T_1, T_2) \right|^2 = \left| \sum_{j=1}^{N_r} \sum_{i=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} u_i[t - \tau_{i,j}(T_1)] u_i^*[t - \tau_{i,j}(T_2)] e^{-j2\pi\tau_{i,j}(T_1)[f_0 + f_{d,i,j}(T_1)]} \right|^2$$

$$e^{j2\pi\tau_{i,j}(T_2)[f_0 + f_{d,i,j}(T_2)]} e^{j2\pi(f_{d,i,j}(T_1) - f_{d,i,j}(T_2))} dt \Big|^2 = \left| \sum_{j=1}^{N_x} \sum_{i=1}^{N_y} \sum_{i=1}^{N_z} R_{i,i}(T_1, T_2, j) e^{-j2\pi\tau_{i,j}(T_1)[f_0 + f_{d,i,j}(T_1)]} e^{j2\pi\tau_{i,j}(T_2)[f_0 + f_{d,i,j}(T_2)]} \right|^2 \quad (7)$$

式中 $R_{i,i}(T_1, T_2, j) = \int u_i(t - \tau_{i,j}(T_1)) \cdot u_i^*(t - \tau_{i,j}(T_2)) e^{j2\pi(f_{d,i,j}(T_1) - f_{d,i,j}(T_2))t} dt$.

2 三维模糊函数推导

首先,令 $t = t + \tau_{i,j}(T_1)$, 可以得到目标 1 和 2 的时延相减, 即得到相对时延 τ , 有

$$R_{i,i}(T_1, T_2, j) = \int u_i(t) \cdot u_i^* \left\{ t - [\tau_{i,j}(T_2) - \tau_{i,j}(T_1)] \right\} e^{j2\pi(f_{d,i,j}(T_1) - f_{d,i,j}(T_2))[t + \tau_{i,j}(T_1)]} dt = \int u_i(t) u_i^* \left\{ t - \left[\tau - \left[\frac{\mathbf{X}_{i,T} + \mathbf{X}_{j,R}}{c} \mathbf{u}(\varphi_2, \theta_2) - \frac{\mathbf{X}_{i,T} + \mathbf{X}_{j,R}}{c} \mathbf{u}(\varphi_1, \theta_1) \right] \right\} \right\} e^{j2\pi(f_{d,i,j}(T_1) - f_{d,i,j}(T_2))[t + \tau_{i,j}(T_1)]} dt \quad (8)$$

若发射正交信号, 或相干性很小的信号, 那么匹配滤波就只剩下 $i = \hat{i}$ 的项, 式(7)中 3 项求和就可以简化为 2 项, 并且式(8)中阵列位置带来时延部分可以合并为 1 项, 有

$$\chi(T_1, T_2) = \left| \sum_{j=1}^{N_x} \sum_{i=1}^{N_y} R_{i,i}(T_1, T_2, j) e^{-j2\pi\tau_{i,j}(T_1)[f_0 + f_{d,i,j}(T_1)]} e^{j2\pi\tau_{i,j}(T_2)[f_0 + f_{d,i,j}(T_2)]} \right|^2 \quad (9)$$

其中, 将由阵元位置得到的时延差代入, 有

$$R_{i,i}(T_1, T_2, j) = \int u_i(t) u_i^* \left\{ t - \left[\tau - \left[\frac{\mathbf{X}_{i,T} + \mathbf{X}_{j,R}}{c} \begin{bmatrix} \sin\theta_2 \cos\varphi_2 - \sin\theta_1 \cos\varphi_1 \\ \sin\theta_2 \sin\varphi_2 - \sin\theta_1 \sin\varphi_1 \\ \cos\theta_2 - \cos\theta_1 \end{bmatrix} \right] \right\} \right\} e^{j2\pi(f_{d,i,j}(T_1) - f_{d,i,j}(T_2))[t + \tau_{i,j}(T_1)]} dt \quad (10)$$

若阵型为线阵模型, 即天线坐标都在 x 轴, 即 $\mathbf{X}_{n,T}(x_{n,T}, 0, 0)$, $\mathbf{X}_{n,R}(x_{n,R}, 0, 0)$, 那么式(10)可简化为

$$R_{i,i}(T_1, T_2, j) = \int u_i(t) u_i^* \left\{ t - \left[\tau - \left[\left(\frac{x_{i,T} + x_{j,R}}{c} \right) (\sin\theta_2 \cos\varphi_2 - \sin\theta_1 \cos\varphi_1) \right] \right\} \right\} \cdot e^{j2\pi(f_{d,i,j}(T_1) - f_{d,i,j}(T_2))[t + \tau_{i,j}(T_1)]} dt \quad (11)$$

令仰角 $\theta_1 = \theta_2 = \theta_{\text{共}}$, 有

$$R_{i,i}(T_1, T_2, j) = \int u_i(t) u_i^* \left\{ t - \left[\tau - \left[\left(\frac{x_{i,T} + x_{j,R}}{c} \right) \sin\theta_{\text{共}} (\cos\varphi_2 - \cos\varphi_1) \right] \right\} \right\} \cdot e^{j2\pi(f_{d,i,j}(T_1) - f_{d,i,j}(T_2))[t + \tau_{i,j}(T_1)]} dt \quad (12)$$

由和差化积公式, 式(12)可化为

$$R_{i,i}(T_1, T_2, j) = \int u_i(t) u_i^* \left\{ t - \left[\tau - \left[\left(\frac{x_{i,T} + x_{j,R}}{c} \right) \sin\theta_{\text{共}} \left(-2 \sin\left(\frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2} \right) \sin\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right) \right) \right] \right\} \right\} \cdot e^{j2\pi(f_{d,i,j}(T_1) - f_{d,i,j}(T_2))[t + \tau_{i,j}(T_1)]} dt \quad (13)$$

固定目标 1 的方位角为 $\varphi_1 = 0$ (或其他常数), 式(13)化为

$$R_{i,i}(T_1, T_2, j) = \int u_i(t) u_i^* \left\{ t - \left[\tau - \left[-2 \left(\frac{x_{i,T} + x_{j,R}}{c} \right) \sin\theta_{\text{共}} \left(\sin^2\left(\frac{\Delta\varphi}{2} \right) \right) \right] \right\} \right\} e^{j2\pi f_d [t + \tau_{i,j}(T_1)]} dt = R_{i,i}(\tau, f_d, \Delta\varphi) = R(\tau, f_d, \Delta\varphi) \quad (14)$$

故三维模糊函数

$$\chi(T_1, T_2) = \chi(\tau, f_d, \Delta\varphi) = \left| \sum_{j=1}^{N_x} \sum_{i=1}^{N_y} R(\tau, f_d, \Delta\varphi) e^{-j2\pi\tau_{i,j}(p_1)[f_0 + f_{d,i,j}(p_1)]} e^{j2\pi\tau_{i,j}(p_2)[f_0 + f_{d,i,j}(p_2)]} \right|^2 \quad (15)$$

式(15)即为所推导的三维模糊函数。

当由多输入多输出的阵列雷达转换到单通道雷达的情况时, 式(15)将会简化成文献[1]定义的传统二维模糊函数, 此时 T_1 和 T_2 仅表示不同时延不同速度的两目标, 有

$$\chi(T_1, T_2) = |R(\tau, f_d)|^2 = \left| \int u(t) u^*(t - \tau) e^{j2\pi f_d t} dt \right|^2 \quad (16)$$

3 仿真及性能分析

仿真条件为收发共用的单基地 MIMO 雷达,取 $N_T=N_R=3$,并取为线阵模型,载频 $f_c=10$ GHz,带宽 $B=50$ MHz,时宽为 $2 \mu\text{s}$,信号采样率为 100 MHz,因为有方位角,要避免模糊,故天线位置: $[-0.4 \ 0 \ 0.4] \lambda$ 。仿真中固定目标 1 的距离 $1\ 000$ km,仰角 $\theta_1=\pi/3$,方位角为 0° ,速度为 0 m/s。因为以上推导的公式应用条件为正交信号,所以本仿真中用遗传算法产生了多组正交相位编码信号,并从中选了 3 组正交性较好的信号作为阵元的工作信号。图 1 为干扰目标方位角为 0° 、仰角为 $\pi/3$ 时的时延-多普勒联合模糊函数切面,即当方位角/仰角固定时,三维模糊函数退化为原来文献[1]所定义的二维模糊函数形式,并且仿真证明其符合相位编码信号的时延-多普勒联合模糊函数为图钉型的性质;图 2 为干扰信号多普勒 $f_d=0$ Hz,仰角为 0° 时的时延-方位角联合模糊函数;图 3 为干扰目标时延 $\tau=0$,仰角为 0° 时的多普勒-方位角联合模糊函数;图 4 为干扰信号多普勒 $f_d=0$ Hz,时延 $\tau=0$ 的方位维模糊函数切面,由图 4 可以发现:方位角在 $-1\sim 1$ rad 之间模糊函数并没有太大的下降,这是因为三维模糊函数

$$R_{i,i}(\Theta_1, \Theta_2, j) = \int s_i(t) s_i^* \left\{ t - \left[\underline{\tau} - \left[-2 \left(\frac{x_{i,T} + x_{x,j,R}}{c} \right) \sin \theta_{\text{共}} \left(\sin^2 \left(\frac{\Delta \varphi}{2} \right) \right] \right] \right\} e^{j2\pi f_d [t + \tau_s(\rho_i)]} dt = R_{i,i}(\tau, f_d, \Delta \varphi) \quad (17)$$

其中方位角在正弦函数中,并且该项为 $\sin(\frac{1}{2} \Delta \varphi)$ 的平方项,在 $-1\sim 1$ rad 之间,即在正弦函数的 $-0.5\sim 0.5$ rad 的平方项之间,函数变化很小,所以造成了图(4)中方位角切面模糊函数在该维下降比较平缓的现象,这也符合了当两目标有相同的仰角和距离,并且没有多普勒频率差时,两目标由于方位角引起的波程差造成信号的时延差并不大的实际情况。图 4 也说明了当两目标在距离、速度和仰角均相同时,可以

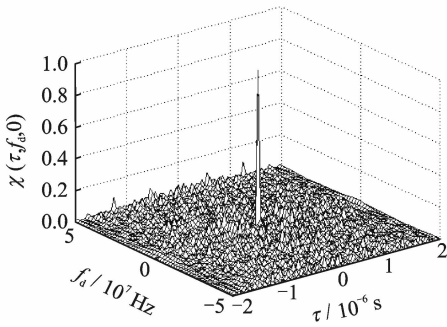


图 1 时延-多普勒联合模糊函数

Fig. 1 Time delay and Doppler joint ambiguity function

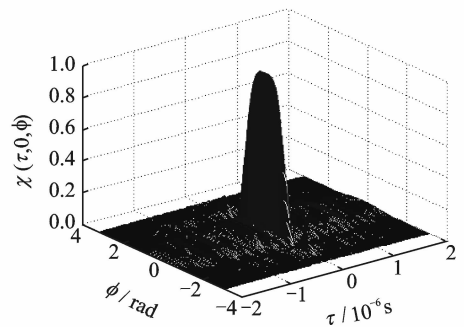


图 2 时延-方位角联合模糊函数

Fig. 2 Time delay and azimuth joint ambiguity function

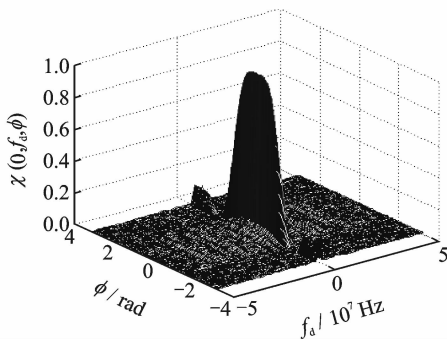


图 3 多普勒-方位角联合模糊函数

Fig. 3 Doppler and azimuth joint ambiguity function

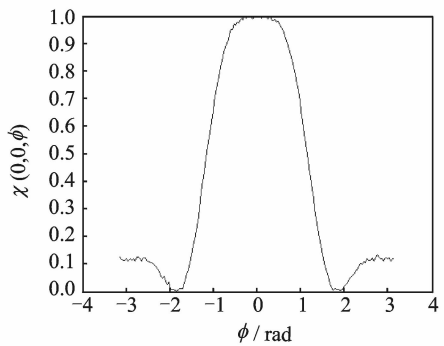


图 4 $\tau=0, f_d=0$ 方位角切面

Fig. 4 Azimuth slice ($\tau=0, f_d=0$)

利用三维模糊函数在方位角上进行雷达波形的分辨力评估,并作为雷达波形分辨力高低的重要依据。

4 结束语

高分辨率是雷达追求的性能,然而雷达分辨力除了在雷达信号处理、角度估计等具体处理算法中提高外,还可以根据实际情况选择或设计雷达发射波形参数,使得根据发射信号的回波能够区分邻近目标。文献[1]定义的二维模糊函数给波形设计和优化提供了评价准则,给多目标情况下的目标分辨从时延和多普勒上提供了保守估计。本文推导的基于单基地 MIMO 雷达的三维模糊函数对原二维模糊函数进行了推广,将对雷达波形分辨力的估计从时延、频移扩展到时延、频移和方位角三维,并可以将模糊函数用于阵列雷达系统性能评估以及雷达系统的波形选择、优化和设计。仿真结果和性能分析验证了三维模糊函数的正确性和合理性。

参考文献:

- [1] Woodward P M. Probability and information theory with application to radar[J]. Pergamon Press, 1953,41(1):59-68.
- [2] 林茂庸. 信号理论与应用[M]. 北京:电子工业出版社,1990:118.
Lin Maoyong. Signal theory and application[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1990:118.
- [3] 刘领荣,王凌,姚远程,等. 复合线性调频信号的模糊函数分析[J]. 西安理工大学学报,2011,27(4):481-485.
Liu Lingrong, Wang Ling, Yao Yuancheng, et al. Analysis of ambiguity function of combined linear frequency modulation signal[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2011, 27(4):481-485.
- [4] 陈伯孝,张守宏. 稀布阵综合脉冲孔径雷达的四维模糊函数及其分辨率[J]. 信号处理,1998,14(A):33-38.
Chen Baixiao, Zhang Shouhong. The four-dimensional ambiguity function and resolution of SINA[J]. Journal of Signal Processing, 1998, 14(A):33-38.
- [5] Antonio G S, Fuhrmann D R, Robey F C. MIMO radar ambiguity functions[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2007, 1(1):167-177.
- [6] 何友,张财生. 无源双基地雷达广义相参检测性能分析[J]. 数据采集与处理,2014,29(4):486-495.
He You, Zhang Caisheng. Generalized coherent detection performance analysis for passive bistatic radar[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2014, 29(4):486-495.
- [7] 施群,张弓,刘文波. 混沌理论在 MIMO 雷达波形设计中的应用[J]. 数据采集与处理, 2010, 25(4):525-529.
Shi Qun, Zhang Gong, Liu Wenbo. Application of chaos theory to MIMO radar waveform design[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2010, 25(4):525-529.
- [8] 张卫,唐希源,顾红,等. OFDM 雷达信号模糊函数分析[J]. 南京理工大学学报,2011,35(4):513-518.
Zhang Wei, Tang Xiuyan, Gu Hong, et al. Ambiguity function analysis for OFDM radar[J]. Journal of Nanjing University of Technology, 2011, 35(4):513-518.
- [9] 李秀友,关键,薛永华,等. 模糊函数约束下的高多普勒容忍性波形设计方法[J]. 信号处理, 2015, 31(12):1612-1618.
Li Xiuyou, Guang Jian, Xue Yonghua, et al. High Doppler tolerance waveform design method constrained by ambiguity function[J]. Journal of Signal Processing, 2015, 31(12):1612-1618.
- [10] Li Y, Vorobyov S A, Koivunen V. Ambiguity function of the transmit beamspace-based MIMO radar[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(17):4445-4457.
- [11] Khan W, Qureshi I M, Sultan K. Ambiguity function of phased-MIMO radar with colocated antennas and its properties[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letter, 2014, 11(7):1220-1224.
- [12] Chen Haowen, Chen Yiping, Yang Zhaocheng, et al. Extended ambiguity function for bistatic MIMO radar[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2012, 23(2):195-200.
- [13] Shtarkalev B, Mulgrew B. Effects of FDMA/TDMA orthogonality on the Gaussian pulse train MIMO ambiguity function [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(2):153-157.
- [14] Cheng Shengjuan, Wang Wenqin, Shao Huaizong. Large time-bandwidth product OFDM chirp waveform diversity using for MIMO radar[J]. Multidimensional Systems and Signal Processing, 2016, 27(1):145-158.
- [15] Chitgarha M M, Radmard M, Nazari M M, et al. MIMO radar signal design to improve the MIMO ambiguity function via maximizing its peak[J]. Signal Processing, 2016, 118(C):139-152.

作者简介:



陶海红(1976-),女,教授,博士生导师,研究方向:雷达信号处理与检测、高速实时信号处理和阵列信号处理, E-mail: hhtao@xidian.edu.cn.



刘宝蕊(1992-),女,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理、认知波形设计及优化, E-mail: xidian_brlu@163.com.

