基于矢量水听器的非均匀阵列 APES 波束形成算法

张超然 程锦房 肖大为

(海军工程大学兵器工程系,武汉,430033)

摘 要:针对传统幅度与相位估计(Amplitude and phase estimation, APES)算法难以应用于非均匀阵 列的问题,研究了基于矢量水听器的 APES 算法。利用矢量水听器能够同时共点测量声压和质点振速 的特点,将矢量水听器的声压和解析振速通道作为两个子阵,两路子阵之间只存在一个相位差,且与阵 元位置无关,使得 APES 算法能够应用于任意形状的阵列。推导和分析了矢量 APES 算法的阵增益及 其稳健性。分析和仿真表明:该方法相比于传统 APES 算法,具有更高的阵增益,且能适用于非均匀阵 列;相比于最小方差无失真响应(Minimum variance distortionless response, MVDR)算法,具有更好的稳 健性,能解决相干问题及能够获得更准确的信号功率,并用实测数据验证了算法的有效性。 关键词:矢量水听器;幅度与相位估计算法;阵增益;非均匀阵列 中图分类号: TN911.7 文献标志码:A

Non-uniform Array Vector-APES Beamforming Algorithm Based on Vector-Hydrophone

Zhang Chaoran, Cheng Jinfang, Xiao Dawei

(Department of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan, 430033, China)

Abstract: Since conventional amplitude and phase estimation(APES) algorithm cannot be applied to a non-uniform array, a vector APES(VAPES) based on vector-hydrophone is proposed. The phase difference between acoustic pressure and acoustic particle velocity received by vector-hydrophone is irrelative to the locations of sensors, thus the pressure and velocity channel can be used as two sub-arrays, and applied to non-uniform array. The array gain and its stability are analyzed. The simulations indicate that compared to conventional APES algorithm, the method can be applied to non-uniform array, and its array gain is higher; compared to minimum variance distortionless response(MVDR) algorithm, the method is more robust, can handle the coherent situation, and abtain more accrate signal power. The practical data verifies the validity of VAPES.

Key words: vector-hydrophone; amplitude and phase estimation algorithm; array gain; non-uniform array

引 言

波束形成是阵列信号处理中非常重要的环节,具有抑制空间干扰与环境噪声,使阵列具有方向性、 提高阵增益和估计目标方位等作用,常用于雷达、声纳、语音信号处理及无线通信等领域。传统的延时-

基金项目:国家自然科学基金(50909096)资助项目;国防预研基金(4010603010201)资助项目。

收稿日期:2014-09-09;**修订日期:**2014-11-09

求和波束形成具有良好的稳健性,因而被广泛地应用,但是其抗干扰能力弱,角度分辨率差,这促使了自适应波束形成的发展^[1,2]。

自适应波束形成也被称为空域自适应滤波,与时域滤波处理相似,它是通过空间布放的阵元对空间 信号进行采样,然后用过延时相加处理得到期望的输出。1969年,Capon提出了最小方差无失真响应 (Minimum variance distortionless response,MVDR)算法^[3],并将其用于地震定位,是最经典的自适应波 束形成方法,该算法是在保持期望信号不畸变的条件下,使输出信号的功率最小,算法能够有效地抑制 干扰,角度分辨率明显高于传统波束形成。但是 MVDR 算法的稳健性差,当信噪比变大时,阵增益明显 减小,波束图严重畸变,而且当导向矢量存在微小误差时,这种现象更加严重,并可能会将期望信号视为 干扰抑制,导致"自消"。20世纪90年代,Li等人提出了幅度与相位估计(Amplitude and phase estimation,APES)算法,并用于时间序列的频率估计^[4],将 APES 算法应用于空域波束形成,称为空间 APES (Spatial amplitude and phase estimation,SAPES)算法^[5],SAPES 与 MVDR 算法具有相似的角度分辨 率,由于 SAPES 算法包含了空间平滑的步骤,存在孔径损失的问题,但是该算法可以分辨相干信号^[6], 并且由于最优权向量的计算仅与噪声与干扰的样本相关矩阵有关,而与期望信号无关,因此相比于 MVDR 算法,SAPES 算法具有很好的稳健性,而且能够更加准确地反映接收信号的功率,有利于目标的 识别^[7]。

传统 SAPES 算法需要将阵列划分为几个完全相同的子阵,其阵列流型矩阵必须满足范德蒙德结构,所以只能应用于均匀阵列,限制了其应用范围。但是在实际应用中,很多阵列不满足均匀条件,如均匀线阵中有几个阵元无法工作,阵元沿曲面安装及当使用圆形阵列时无法找到完全相同的子阵,所以传统 SAPES 算法无法应用。本文研究基于矢量水听器的 APES 算法(Vector amplitude and phase estimation, VAPES),由于矢量水听器能同时共点测量声压和质点振速^[8],将声压和解析振速通道视为两个子阵,当阵列非均匀分布时,两个通道仍然只存在固定的相位差,且与位置无关,阵列流型满足范德蒙德结构,因此可以应用于任意形状的阵列,相比于原有算法具有更广泛的适用范围、更高的阵增益及更好的稳健性,并可以分辨相干信号。

1 矢量 APES 算法原理

假设有 M个矢量水听器组成的非均匀线阵,如图 1 所示。以第 1 个阵元为参考阵元,各阵元的位置为 $\{x_0, x_1, x_2, \dots, x_{M-1}\}$,假设窄带平面波以 θ_0 角入射, 根据矢量水听器原理,设波阻抗为 1,且只考虑 x_y 平 面,参考阵元的声压和质点振速通道获得的信号可表 示为



Fig. 1 Vector acoustic sensor array

$$\begin{cases} s_{p}(n) = p(n) + n_{p} \\ s_{xx}(n) = \sin(\theta_{0}) p(n) + n_{xx} \\ s_{xy}(n) = \cos(\theta_{0}) p(n) + n_{xy} \end{cases}$$
(1)

式中: p(n) 为声压信号; n 为噪声。将 x,y 声速通道合并,得到解析声速通道的信号

$$s_{v}(n) = s_{vv}(n) - js_{uv}(n) = e^{-j\theta_{v}}p(n) + n_{v}$$
(2)

M个声压和振速通道的信号可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{p}(n) &= \mathbf{a}(\theta_{0}) p(n) + \mathbf{N}_{p} \\ \mathbf{S}_{v}(n) &= \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_{v}} \mathbf{a}(\theta_{0}) p(n) + \mathbf{N}_{v} \end{aligned} \tag{3}$$

式中: $a(\theta_0)$ 为导向矢量;向量 N_p , N_v 为阵列接收的噪声。矢量 APES 算法流程如图 2 所示。将声压通道和振速通道当成两个子阵,考虑用权向量 $w \in C^{M\times 1}$ 与信号相乘

$$\begin{cases} \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{S}_{p}(n) = \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{a}(\theta_{0}) p(n) + \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{N}_{p} \\ \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{S}_{v}(n) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta_{v}} \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{a}(\theta_{0}) p(n) + \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{N}_{v} \end{cases}$$

根据 APES 算法^[9],使期望信号无失真的通过,并使除 信号之外的噪声和干扰的平均功率最小,权向量的设计问题 表述为

$$\min\{J(\boldsymbol{w}, p(n)) = | \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{S}_{p}(n) - p(n) |^{2} + | \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{S}_{v}(n) - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta_{v}} p(n) |^{2} \} \text{ s. t. } \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{a}(\theta_{0}) = 1 \quad (5)$$

利用最小二乘法,并类比 SAPES 方法^[10]求解以上问题, 可得

$$w = \frac{Q^{-1}a(\theta_0)}{a^{H}(\theta_0)Q^{-1}a(\theta_0)}$$
(6) 图 2 VAPES 算法流程图
Fig. 2 Flow chart of the VAPES algorithm
(7)

(4)

$$F(\theta) = \frac{|y(n)|}{|s(n)|} = |2w^{\mathsf{H}}a(\theta)|$$
(8)

式中

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{\bar{R}} - \boldsymbol{G}(\boldsymbol{\theta}_0) \tag{9}$$

$$\overline{\boldsymbol{R}} = \frac{1}{2} \cdot E\{\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{\rho}}\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{\rho}}^{\mathrm{H}} + \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{\nu}}\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{\nu}}^{\mathrm{H}}\}$$
(10)

$$\boldsymbol{G}(\theta_{0}) = \frac{1}{4} E\{(\boldsymbol{S}_{p} + \boldsymbol{S}_{v} e^{j\theta_{v}})(\boldsymbol{S}_{p} + \boldsymbol{S}_{v} e^{j\theta_{v}})^{\mathsf{H}}\}$$
(11)

式(9,10)中, **R**为声压通道数据协方差矩阵与振速通道数据协方差的平均。

2 矢量 APES 算法的阵增益及稳健性分析

在 MVDR 算法中,导向矢量的失配和协方差矩阵 R_x 的误差会使算法造成相当大的畸变,当信噪比 增大时,阵增益衰减严重。本节推导矢量 APES 的阵增益,并分析导向矢量失配与协方差矩阵误差对其 影响。假设各方向的导向矢量都存在误差, $\tilde{a}(\theta) = \bar{a}(\theta) + a_e(\theta)$,为了与本文第1节理想状态下的导向 矢量区分, $\bar{a}(\theta)$ 表示根据已知的阵元位置信息计算得到的导向矢量,误差向量 $a_e(\theta)$ 为高斯随机噪声。

根据本文第1节得到的结果,由于声压通道和振速通道的噪声无关,波束输出的功率为

$$\delta_{y}^{2} = E\{y(n)y^{*}(n)\} = \mathbf{w}^{\mathrm{H}}E\{(\mathbf{S}_{p} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{o}}\mathbf{S}_{v})(\mathbf{S}_{p} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{o}}\mathbf{S}_{v})^{\mathrm{H}}\}\mathbf{w} = 4\delta_{p}^{2}\mathbf{w}^{\mathrm{H}}\tilde{\mathbf{a}}(\theta_{0})\tilde{\mathbf{a}}^{\mathrm{H}}(\theta_{0})\mathbf{w} + \delta_{p}^{2}\mathbf{w}^{\mathrm{H}}\tilde{\mathbf{a}}(\theta_{0})\tilde{\mathbf{a}}^{\mathrm{H}}(\theta_{0})\mathbf{w} + \delta_{p}^{2}\mathbf{w}^{\mathrm{H}}\tilde{\mathbf{a}}(\theta_{0})\tilde{\mathbf{a}}^{\mathrm{H}}(\theta_$$

$$\left(\delta_{np}^{2}+\delta_{nv}^{2}\right)\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\rho}_{n}\boldsymbol{w}=\delta_{ys}^{2}+\delta_{yn}^{2}$$
(12)

式中: δ_{ρ}^{2} , $\delta_{n\rho}^{2}$ 和 δ_{nv}^{2} 分别为声压功率和两个通道的噪声功率; ρ_{n} 为归一化噪声协方差矩阵; δ_{ys}^{2} , δ_{yn}^{2} 为输 出信号功率和输出噪声功率,波束形成的输出信噪比为

$$\mathrm{SNR}_{\mathrm{out}} = \frac{\delta_{y_{s}}^{2}}{\delta_{y_{n}}^{2}} = \frac{4\delta_{p}^{2} | \mathbf{w}^{\mathrm{H}} \tilde{\mathbf{a}} (\theta_{0}) |^{2}}{(\delta_{np}^{2} + \delta_{nv}^{2}) \mathbf{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\rho}_{n} \mathbf{w}}$$
(13)

所以,矢量 APES 波束形成的阵增益为

$$G_{\text{VAPES}} = \frac{2 \left\| \boldsymbol{w}^{\text{H}} \tilde{\boldsymbol{a}} \left(\theta_{0} \right) \right\|^{2}}{\boldsymbol{w}^{\text{H}} \boldsymbol{\rho}_{n} \boldsymbol{w}}$$
(14)

由于

$$w = \frac{Q^{-1}\bar{a}(\theta_0)}{\bar{a}^{\mathrm{H}}(\theta_0)Q^{-1}\bar{a}(\theta_0)}$$
(15)



数据采集与处理 Journal of Data Acquisition and Processing Vol. 31, No. 2, 2016

$$G_{\text{VAPES}} = \frac{2 \left| \bar{\boldsymbol{a}}^{\text{H}}(\boldsymbol{\theta}_{0}) (\boldsymbol{Q}^{-1})^{\text{H}} \tilde{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{\theta}_{0}) \right|^{2}}{\bar{\boldsymbol{a}}^{\text{H}}(\boldsymbol{\theta}_{0}) (\boldsymbol{Q}^{-1})^{\text{H}} \boldsymbol{\rho}_{n} \boldsymbol{Q}^{-1} \bar{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{\theta}_{0})}$$
(16)

根据式(9),有

$$\boldsymbol{Q} = \overline{\boldsymbol{R}} - \boldsymbol{G}(\theta_0) = \frac{1}{2} \cdot E\{\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{H}} + \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{v}}\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{v}}^{\mathrm{H}}\} - \frac{1}{4}E\{(\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{p}} + \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{v}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_{\boldsymbol{v}}})(\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{p}} + \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{v}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_{\boldsymbol{v}}})^{\mathrm{H}}\} = \frac{1}{4}((\delta_{\boldsymbol{n}\boldsymbol{p}}^2 + \delta_{\boldsymbol{n}\boldsymbol{v}}^2)\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{n}})(17)$$

代入式(16),可得

$$G_{\text{VAPES}} = \frac{2 \left| \vec{a}^{\text{H}}(\theta_0) (\boldsymbol{\rho}_n^{-1})^{\text{H}} \vec{a}(\theta_0) \right|^2}{\vec{a}^{\text{H}}(\theta_0) (\boldsymbol{\rho}_n^{-1})^{\text{H}} \vec{a}(\theta_0)}$$
(18)

根据文献[11],令

$$\cos^{2}(\bar{\boldsymbol{a}}, \tilde{\boldsymbol{a}}, \boldsymbol{\rho}_{n}) = \frac{\left| \bar{\boldsymbol{a}}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\rho}_{n}^{-1})^{\mathrm{H}} \tilde{\boldsymbol{a}} \right|^{2}}{(\bar{\boldsymbol{a}}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\rho}_{n}^{-1})^{\mathrm{H}} \bar{\boldsymbol{a}})(\tilde{\boldsymbol{a}}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\rho}_{n}^{-1})^{\mathrm{H}} \tilde{\boldsymbol{a}})}$$
(19)

将式(19)代入式(18),可得

$$G_{\text{VAPES}} = 2\cos^2(\bar{\boldsymbol{a}}(\theta_0), \bar{\boldsymbol{a}}(\theta_0), \boldsymbol{\rho}_n) \cdot (\tilde{\boldsymbol{a}}^{\text{H}}(\boldsymbol{\rho}_n^{-1})^{\text{H}} \tilde{\boldsymbol{a}})$$
(20)

如果 cos²(\bar{a}, \bar{a}, ρ_n) 越小,则 $\bar{a}(\theta)$ 与 $\bar{a}(\theta)$ 之间的误差越大,VAPES 波束形成的阵增益越小,但是对 比式(21)中 MVDR 的阵增益^[11]可以看出,VAPES 算法的阵增益与输入信噪比无关,只与阵元误差有 关,确保了算法的稳健性。

$$G_{\text{MVDR}} = \frac{\cos^2(\bar{\boldsymbol{a}}(\theta_0), \tilde{\boldsymbol{a}}(\theta_0), \boldsymbol{\rho}_n) \cdot (\tilde{\boldsymbol{a}}^{\text{H}}(\boldsymbol{\rho}_n^{-1})^{\text{H}} \tilde{\boldsymbol{a}})}{1 + \{ 2(\delta_p^2/\delta_{n_p}^2)(\tilde{\boldsymbol{a}}^{\text{H}}(\boldsymbol{\rho}_n^{-1})^{\text{H}} \tilde{\boldsymbol{a}}) + [(\delta_p^2/\delta_{n_p}^2)(\tilde{\boldsymbol{a}}^{\text{H}}(\boldsymbol{\rho}_n^{-1})^{\text{H}} \tilde{\boldsymbol{a}})]^2 \} \sin^2(\bar{\boldsymbol{a}}(\theta_0), \tilde{\boldsymbol{a}}(\theta_0), \boldsymbol{\rho}_n)}$$
(21)

3 算法仿真与实验验证

算法仿真分为两部分:(1)在均匀线阵情况下比较 MVDR,SAPES 及 VAPES 算法的阵增益以及其 稳健性;(2)在非均匀线阵情况下比较 MVDR,VAPES 算法波束图。

3.1 均匀线阵

仿真条件:16元均匀线阵,阵间距为半波长,单个信号从0°入射,快拍数1000,SAPES将线阵划分 为两个子阵,每个子阵包含15个阵元,信噪比-10~20dB变化,并引入导向矢量噪声。

图 3 为在不同的导向矢量误差的情况下,3 种算法的阵增益随输入信噪比的变化情况。从图 3 中可看出,SAPES,VAPES比 MVDR 有更好的稳健性,MVDR 算法随导向矢量误差的变大,阵增益衰减 严重。对比图 3(a)中 MVDR 与 SAPES 算法可以看出,当信噪比较小时(-10 dB),MVDR 算法的阵增 益高于 SAPES 算法,这是由于 SAPES 算法将阵列划分为 2 个子阵,阵列孔径有一定的损失。比较 VAPES,SAPES 算法的阵增益可看出,VAPES 算法不但没有孔径损失,而且由于矢量水听器的固有方 向性,增加了阵增益。

图 4 为 $\cos^2(a, a, \rho_n) \approx 0.99$ 、输入信噪比为 10 dB 时 3 种算法的波束图,图 4 中 MVDR 算法的波束 图在 0°有存在明显的自消现象,而 VAPES 算法相比 SAPES 算法有更窄的主瓣。

3.2 非均匀线阵

仿真条件:16 元非均匀线阵,多个信号从不同的角度入射,且信号功率相同,快拍数1000。图5为两个无关信号从0°,30°入射时,两种算法得到的在不同信噪比时对应0°的波束图。对比图5(a~c)可看出,VAPES算法的波束图具有更窄的主瓣宽度,随着信噪比的增加,MVDR算法的波束图有明显的畸变,而VAPES算法能保持良好的性能,且具有更好的稳健性。

图 6 为两个相干信号从 0°,30°入射时,两种算法在信噪比为 0 时得到的方位谱以及对应 0°的波束 图。由图 6 可以看出,在相干情况下 MVDR 算法性能严重退化,由图 6(b)中可看出,MVDR 算法在 30°

380







并没有像 VAPES 一样抑制干扰, 而是同样形成了一个波束。

图 7 为 3 个信号从一40°,0°,30°入射时,两种算法在信噪比为 0 时得到的方位谱以及对应 0°的波束 图,0°和 30°的信号相干,而与一40°信号无关,3 个信号的功率相同,从图 7(a)中可以看出,由 MVDR 算 法得到的方位谱中,后两个信号的功率明显小于前一个信号,而 VAPES 算法得到的 3 个信号功率相等,能够准确的反应出信号的功率。



图 5 两个无关信号入射时不同信噪比下的波束图

Fig. 5 Beam patterns under different SNR with two uncorrelated incident signals











Fig. 7 Direction spectrums and beam patterns with three incident signals

3.3 实验验证

利用某次湖上实验数据进行验证,实验条件为:阵列由 6 个二维同振型矢量水听器组成,X 轴指向 阵首尾方向,Y 轴指向右舷正横方向,水深 60 m,水听器阵吊放在水下 40 m 处,两个声源的方位角分别 为 50°,-50°,阵元 1 采集得到的数据如图 8 所示。图 9(a,b)为利用 MVDR,VAPES 算法得到的期望方 向分别为-50°与 50°的波束图,从图 9 可以看出,VAPES 算法在期望形成波束,并有效地抑制了干扰方 向上的信号,而 MVDR 算法的波束图有较大的畸变,形成的波束并未对准期望方向。实验证明 VAPES 算法相比于 MVDR 算法有较好的稳定性。



Fig. 9 Beam patterns of the two algorithms

4 结束语

本文研究了基于矢量水听器的 VAPES 算法,首先根据矢量水听器接收数据的特点推导了 VAPES 算法的原理,给出了 VAPES 算法的权值矢量及波束图,并从理论上分析了其阵增益及其稳定性,证明 了本文提出的 VAPES 算法比传统 APES 算法具有更高的阵增益,比 MVDR 算法具有更强的稳定性。 为了验证理论推导的结果,本文利用仿真对提出的 VAPES 方法、传统 APES 以及 MVDR 算法进行了 比较,仿真结果验证了本文方法具有阵增益高、稳健性好、能解决相干问题及能准确反映信号的功率等 特点;最后利用外场实验数据对算法进行了验证,同样证明了 VAPES 算法的有效性和稳定性。

参考文献:

- [1] 叶中付,徐东阳,曹胜红,等. 宽线性波束形成技术综述 [J]. 数据采集与处理,2014,29(3):333-340.
 Ye Zhongfu,Xu Dongyang,Cao Shenghong,et al. Review for widely linear beamforming technique [J]. Journal of Data Acquisition and Processing,2014,29(3):333-340.
- [2] 苏成晓,罗景青,刘颂阳.宽带频率-方向不变恒定主瓣波束形成 [J].数据采集与处理,2014,29(3):409-414.
 Su Chengxiao,Luo Jingqing,Liu Songyang. Constant mainlobe beamforming with wideband frequency-steering invariant [J].
 Journal of Data Acquisition and Processing,2014,29(3):409-414.
- [3] Capon J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analisis[J]. Proceedings of the IEEE, 1969, 57(8):1408-1418.
- [4] Li J, Stoica P. An adaptive filtering approach to spectral estimation and SAR imaging[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1996,44(6):1469-1484.
- [5] Russell D J, Palmer R D. Application of APES to adaptive arrays on the CDMA reverse channel[J]. IEEE Trans Veh Technol, 2004, 53: 3-17.
- [6] Jakobsson A, Stoica P. On the forward-backward spatial APES[J]. Signal Processing, 2006, 86:710-715.
- [7] Ann E, Andreas A, Roy E H. Adaptive beamforming applied to a cylindrical sonar array using an interpolated array transformation[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2012, 37(1), 25-34.
- [8] 李楠,程锦房,何光进,等. 矢量阵信号子空间投影波束形成 [J]. 数据采集与处理,2013,28(2):190-194.
 Li Nan, Cheng Jinfang, He Guangjin, et al. Beamforming based on signal subspace projection for vector sensor array [J]. Journal of Data Acquisition and Processing,2013,28(2):190-194.
- [9] Petre S, Hongbin L, Jian L. A new derivation of the APES filter[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1999, 6(8): 205-206.
- [10] Glentis G O. Efficient algorithms for adaptive Capon and APES spectral estimation[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2010,58(1):84-96.
- [11] 鄢社锋,马远良.传感器阵列波束优化设计及应用[M].北京:科学出版社,2009.
 Yan Shefeng, Ma Yuanliang. Sensor array beam pattern optimization: Theory with applications[M]. Beijing: Science Press, 2009.

作者简介:



张超然(1988-),男,博士研 究生,研究方向:阵列信号 处理,E-mail:zhangchaoran @yeah.net。



程锦房(1964-),男,教授, 研究方向:水下信息处理及 军用目标特性分析。



肖大为(1982-),男,博士, 研究方向:水声信号处理。