

文章编号:1004-9037(2013)06-0000-00

基于 IIN 算法和 Rife 算法的一种新的正弦波 频率估计算法

周龙健 罗景青 房明星

(电子工程学院 505 教研室,合肥,230037)

迭代插值

摘要:针对信号频率位于两个相邻量化频率点的中心区域时,迭代插值(Iterative interpolation based, IIN)算法的精度降低,而当信号频率位于量化频率点附近时,Rife 算法的精度降低问题,本文提出了一种新的算法,即 R-IIN 算法。首先利用 Rife 算法对信号的频率进行粗估计,然后通过频谱搬移使新信号的频率位于量化频率点附近,再利用 IIN 算法对信号频率进行估计。仿真结果表明,本算法的整体性能优于 M-Rife^[4]算法和 IIN^[8]算法(一次迭代),接近二次迭代,且性能稳定。

关键词:频率估计;正弦信号;离散傅里叶变换

中图分类号: 文献标志码:A

TN911.6

Frequency Estimation of Sinusoid Wave Based on IIN Algorithm and Rife Algorithm

Zhou Longjian, Luo Jingqing, Fang Mingxing

(Lab 505, Electronic Engineering Institute, Hefei, 230037, China)

Abstract: When the signal frequency locates in the area near the midpoint of two neighboring discrete frequencies, the performance of IIN algorithm is poor. But when the signal frequency is near the discrete frequency, the performance of Rife algorithm is poor. A new algorithm called R-IIN algorithm is presented. Firstly, the signal frequency is approximately estimated using Rife algorithm. Secondly, move the signal frequency to the area near the discrete frequency. Finally, the frequency is estimated by IIN algorithm. Simulation results show the performance of R-IIN is better than M-Rife^[4] and one iteration of IIN^[8] algorithm, and close to IIN of two iterations.

Key words: frequency estimation; sinusoidal signal; discrete Fourier transform

引 言

电子对抗侦察的任务,就是利用电子对抗侦察设备截收敌方电子设备辐射源信号,并经过分析处理,得到敌方辐射源的工作频率、信号调制方式等技术参数和敌方辐射源的配置地点、用途、威胁等级等战术情报。正弦波信号的频率估计问题,是信号处理的一个经典课题,也是电子对抗侦察的基础。文献[1]给出了加性复高斯白噪声中正弦波信号频率的最大似然(Maximum likelihood, ML)估计,该算法的性能接近克拉美罗限(CRLB),是最

优估计,但需要进行频率一维搜索,计算量太大,不利于工程实现。文献[2]提出了基于半牛顿迭代的近似最大似然估计算法,不仅加快了收敛速度,而且也极大减少了计算量,但只有当牛顿迭代的初始值位于收敛区间时,算法才会收敛。文献[3]利用信号频谱的最大两根谱线进行插值对正弦波频率进行估计,即 Rife 算法。但是,Rife 算法只有当信号频率位于两个相邻量化频率点的中心区域时精度较高。文献[4,5]通过频谱的搬移,对 Rife 算法进行修正,使新信号的频率位于两个相邻量化频率点的中心区域,然后再利用 Rife 算法进行频率估计,但当信号位于量化频率点附近时精度较低。文

Cramer-Rao Lower Bound, CRLB

献[6]采用频谱细化技术,构造了补充 Rife 算法,结合 Rife 算法和补充 Rife 算法性能互补的优点,提出了一种综合算法,但计算量较大。文献[7]以 M-Rife 算法为初始值进行牛顿一次迭代得到的频率估计值,增加了计算量。文献[8]利用与最大谱线对应的量化频率点相差半个量化频率的两根谱线进行插值对正弦波频率进行估计,即(Iterative interpolation based, IIN)算法。但是, IIN 算法只有当信号频率位于量化频率点附近时精度比较高。

本文分析了 Rife 算法和 IIN 算法特点,并以此为基础,提出了一种新的 R-IIN 算法,其性能接近 CRLB,且计算量小,易于工程实现。

1 IIN (Iterative interpolation based) 算法

设正弦信号为

$$x(n) = A \exp(j2\pi f n t_s + \varphi_0) + v(n), n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

式中: A, f, φ_0 分别表示为信号的振幅、频率和初相, t_s 为采样时间间隔, N 为样本数, $v(n)$ 为接收机内部噪声,假定为复高斯白噪声。

对 $x(n)$ 作 FFT 得到 $X(k)$, 假定 $X(k)$ 其模在 $k = k_0$ 处取得最大值, 记为 $X(k_0)$ 。文献[8]给出了利用与最大谱线对应的量化频率点相差半个量化频率的两根谱线进行插值对正弦波频率进行估计的计算公式(即 IIN 算法)

$$\hat{f} = \left[k_0 + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\frac{X_{k_0+0.5} + X_{k_0-0.5}}{X_{k_0+0.5} - X_{k_0-0.5}} \right) \right] \frac{f_s}{N} \quad (2a)$$

$$\text{或 } \hat{f} = \left(k_0 \pm \frac{1}{2} \frac{|X_{k_0+0.5}| \pm |X_{k_0-0.5}|}{|X_{k_0+0.5}| - |X_{k_0-0.5}|} \right) \frac{f_s}{N} \quad (2b)$$

其中 见附件

$$X_{k_0+0.5} = X(k_0 + 0.5) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi \frac{k_0 + 0.5}{N} \times n)$$

$$X_{k_0-0.5} = X(k_0 - 0.5) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi \frac{k_0 - 0.5}{N} \times n)$$

仿真结果表明,在含有噪声的条件下,当信号频率 f 位于量化频率点附近时, IIN 算法性能接近克拉美罗限,但是当信号频率 f 位于两个离散频率的中心区域时, IIN 算法性能下降,估计误差增大。 IIN 算法这一特点也可以这样分析:如果信号频率 f 很接近量化频率点时, $X_{k_0+0.5}$ 与 $X_{k_0-0.5}$ 的实部和大小

很接近,这时采用式(2)的内插公式具有较高的精度。反之,若信号频率 f 很接近两个离散频率的中心区域时,则必然导致 $X_{k_0+0.5}$ 或 $X_{k_0-0.5}$ 的实部和大小比较小,在有噪声的情况下,噪声对其影响比较大,这必然导致内插的精度比较低。

2 Rife 算法

文献[3]给出了利用信号频谱的最大两根谱线进行插值对正弦波频率进行估计的计算公式(即 Rife 算法)

$$\hat{f} = \frac{f_s}{N} \left(k_0 + r \frac{|X_{k_0+r}|}{|X_{k_0}| + |X_{k_0+r}|} \right) \quad (3)$$

式中:当 $X_{k_0+1} \leq X_{k_0-1}$, $r = -1$; 当 $X_{k_0+1} \geq X_{k_0-1}$ 时, $r = 1$ 。

其中

$$X_{k_0+1} = X(k_0 + 1) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi \frac{k_0 + 1}{N} n)$$

$$X_{k_0-1} = X(k_0 - 1) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi \frac{k_0 - 1}{N} n)$$

仿真结果表明,在含有噪声的条件下,当信号频率 f 位于两个离散频率的中心区域时, Rife 算法性能接近克拉美罗限,但是当信号频率 f 位于量化频率点附近时, Rife 算法性能下降,估计误差增大。 Rife 算法这一特点也可以这样分析:如果信号频率 f 很接近两个离散频率的中心区域时, X_{k_0+r} 与 X_{k_0} 的幅度很接近,这时采用式(3)的内插公式具有较高的精度。反之,若信号频率 f 很接近量化频率点时,则必然导致 X_{k_0+r} 的幅度比较小,在有噪声的情况下,噪声对其影响比较大,这必然导致内插的精度比较低。

3 R-IIN 算法

从前面分析可以看出,在 IIN 算法中,当信号频率 f 位于量化频率点附近时性能很好。利用这一特点,本文提出了一种新的综合 R-IIN 算法。本算法的基本思想是:先利用 Rife 算法进行频率粗估计得到 \hat{f}_0 , 然后对原信号进行频移,使新信号的频率位于量化频率点附近,再利用 IIN 算法进行频率估计,这样就可以得到较高的估计精度。具体算法如下:

(1) 对序列 $\{x(n)\}$ 进行 FFT 分析, 搜索频谱最大值 $|X_{k_0}|$ 点。

(2) 利用 Rife 算法思想计算信号频移的量化频率单位 δ_0 , 即

$$\delta_0 = r \frac{|X_{k_0+r}|}{|X_{k_0}| + |X_{k_0+r}|} \quad (4)$$

式中:当 $X_{k_0+1} \leq X_{k_0-1}$, $r = -1$; 当 $X_{k_0+1} \geq X_{k_0-1}$ 时, $r = 1$ 。

(3)将信号频移 δ_0 个量化频率单位后,分别计算 $X'_{k_0+0.5}$ 和 $X'_{k_0-0.5}$ 。

$$X'_{k_0+0.5} = X(k_0 + \delta_0 + 0.5) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi \frac{k_0 + \delta_0 + 0.5}{N} n)$$

$$X'_{k_0-0.5} = X(k_0 + \delta_0 - 0.5) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \exp(-j2\pi \frac{k_0 + \delta_0 - 0.5}{N} n) \quad (5)$$

(4)利用 IIN 算法思想计算频移后信号偏离量化频率点的量化频率单位 δ_1 , 即

$$\delta_1 = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{X'_{0.5} + X'_{-0.5}}{X'_{0.5} - X'_{-0.5}} \right\} \quad (6a)$$

$$\text{或} \quad \delta_1 = \frac{1}{2} \frac{|X'_{0.5}| + |X'_{-0.5}|}{|X'_{0.5}| - |X'_{-0.5}|} \quad (6b)$$

(5)计算信号频率的估计值 \hat{f}

$$\hat{f} = \frac{f_s}{N} (k_0 + \delta_0 + \delta_1) \quad (7)$$

4 计算量及性能分析

4.1 计算量分析

R-IIN 算法除需要作一次 N 点 FFT 外,还要将 $k_0 + \delta_0 \pm 0.5$ 代入式(5)作两点 DFT。作一次 N 点 FFT 需要 $N/2 \cdot \log_2^N$ 次复数乘法和 $N \cdot \log_2^N$ 次复数加法,两点 DFT 需 $2N$ 次复数乘法和 $2(N-1)$ 次复数加法。各种算法计算量的比较,如表 1。

表 1 各种算法的计算量比较

算法	复数乘法次数	复数加法次数
Rife 算法	$\frac{1}{2} N \cdot \log_2^N$	$N \cdot \log_2^N$
M-Rife 算法 ^[4] (一次修正)	$\frac{1}{2} N \cdot \log_2^N + 2N$	$N \cdot \log_2^N + \frac{4}{3} N$
M-Rife 算法 ^[4] (二次修正)	$\frac{1}{2} N \cdot \log_2^N + 2N(1 + p_2)$	$N \cdot \log_2^N + \frac{4}{3} N(1 + p_2)$
IIN 算法 ^[8] (一次迭代)	$\frac{1}{2} N \cdot \log_2^N + 2N$	$N \cdot \log_2^N + 2N - 2$
IIN 算法 ^[8] (二次迭代)	$\frac{1}{2} N \cdot \log_2^N + 4N$	$N \cdot \log_2^N + 4N - 4$
R-IIN 算法	$\frac{1}{2} N \cdot \log_2^N + 2N$	$N \cdot \log_2^N + 2(N-1)$

表 1 中,由于 $p_2 < 0.5$, M-Rife 算法的计算量比较小,本文提出的 R-IIN 算法计算量与 M-Rife 算法的计算量接近,但明显小于 IIN 算法二次迭代。

4.2 计算机仿真性能分析

信噪比定义为 $\text{SNR} = \frac{A^2}{2\sigma^2}$ 。对复正弦波信号,在相位、幅度和频率 3 个参数均不知道的情况下,方差下限为

$$\operatorname{var}\{\hat{\omega}\} = \frac{12\sigma^2}{A^2 N(N^2 - 1)} f_s^2 \quad (8)$$

假定采样率 $f_s = 200$ MHz, 采样点数 $N = 1024$, 信号频率 f 从 $f_0 - \frac{\Delta f}{2}$ 到 $f_0 + \frac{\Delta f}{2}$ 均匀地选取 21 个离散的频率点,即

$$f_i = f_0 + \frac{(i-10)}{20} \cdot \Delta f, i = 0, 1, \dots, 20 \quad (9)$$

其中: $f_0 = \frac{64}{N} f_s, \Delta f = \frac{1}{N} f_s$ 。

仿真时,对频率为 f_i 的正弦波按 IIN 算法(二次迭代)、M-Rife 算法和本文 R-IIN 算法进行 1 000 次 Monte Carlo 试验,计算均方根误差,仿真结果见图 1~3。

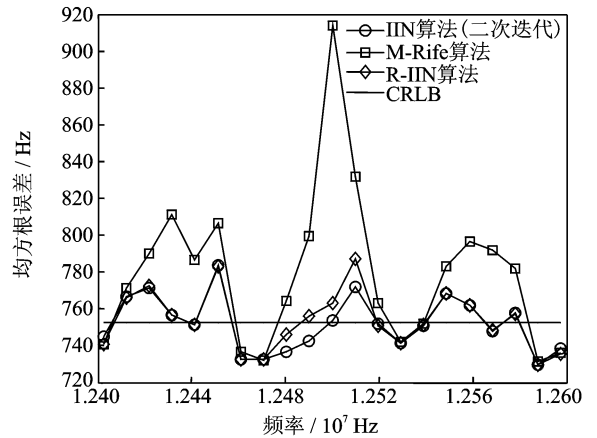


图 1 3 种算法均方根误差与 CRLB 比较图(SNR=10 dB)

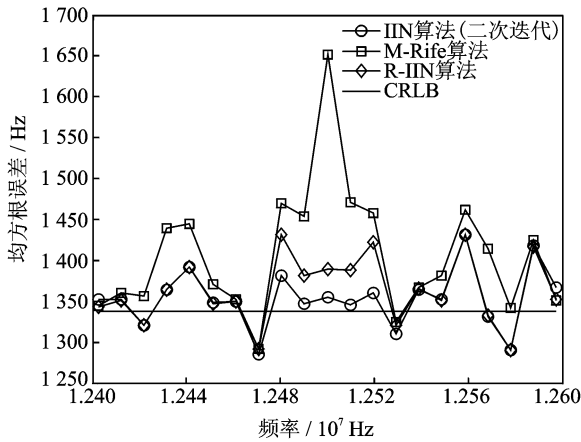


图 2 3 种算法均方根误差与 CRLB 比较图 (SNR = 5 dB)

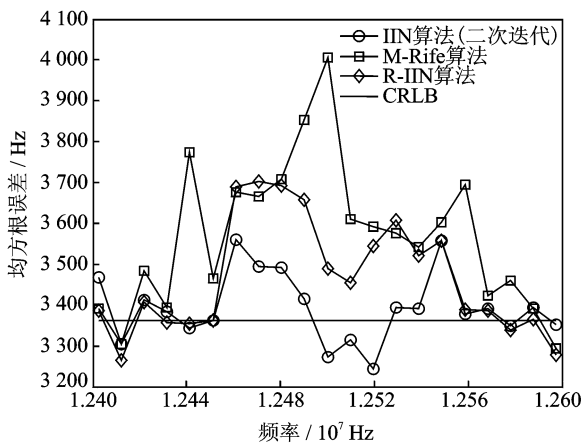


图 3 3 种算法均方根误差与 CRLB 比较图 (SNR = -3 dB)

从仿真结果可以看出,本算法在整个频段上都保持较高的估计精度,与 IIN 算法相比,性能明显优于一次迭代,与二次迭代接近。但是,整体性能优于 M-Rife 算法,尤其在量化频率点附近时,本算法明显优于 M-Rife 算法。而且,在较低的信噪比条件下,本算法仍能保持较高的估计精度,逼近 CRLB。

5 结束语

本文首先分析了 IIN 算法和 Rife 算法的优点和不足,然后结合两种算法的特点,提出了一种新的 R-IIN 算法。在常规信噪比条件下,该算法性能优于 M-Rife 算法,与 IIN 算法(二次迭代)接近,且性能稳定,但计算量小于 IIN 算法(二次迭代)。

参考文献:

[1] Rife D C, Boorstyn R R. Single-tone parameter esti-

mation from discrete-time observation [J]. IEEE Trans Inform Theory, 1974, IT-20(5):591-598.

- [2] Abatzoglou T J. A fast maximum likelihood algorithm for the frequency estimation of a sinusoid based on Newton's method[J]. IEEE Trans ASSP, 1985, 33(1): 77-89.
- [3] Rife D C, Vincent G A. Use of the discrete Fourier transform in the measurement of frequencies and levels of tones[J]. Bell Syst Tech J, 1970, 49:197-228.
- [4] 邓振森,刘渝,王志忠. 正弦波频率估计的修正 Rife 算法[J]. 数据采集与处理, 2006, 21(4):473-477. Deng Zhenmiao, Liu Yu, Wang Zhizhong. Modified rife algorithm for frequency estimation of sinusoid wave[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2006, 21(4):473-477.
- [5] 王宏伟,赵国庆. 正弦波频率估计的改进 Rife 算法[J]. 信号处理, 2010, 26(10):1573-1576. Wang Hongwei, Zhao Guoqing. Improved rife algorithm for frequency estimation for sinusoid wave[J]. Signal Processing, 2010, 26(10):1573-1576.
- [6] 王宏伟,赵国庆,齐飞林. 一种实时精确的正弦波频率估计算法[J]. 数据采集与处理, 2009, 24(2):208-211. Wang Hongwei, Zhao Guoqing, Qi Feilin. Real-time and accurate single frequency estimation approach [J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2009, 24(2):208-211.
- [7] 邓振森,刘渝. 正弦波频率估计的牛顿迭代方法初始值研究[J]. 电子学报, 2007, 35(1):104-107. Deng Zhenmiao, Liu Yu. The starting point problem of sinusoid frequency estimation based on newton's method[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(1): 104-107.
- [8] Aboutanios E, Mulgrew B. Iterative frequency estimation by interpolation on Fourier coefficients[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2005, 53(4):1237-1242.

作者简介:周龙健(1989-),男,硕士研究生,研究方向:信号处理, E-mail:zhoulj007@126.com;罗景青(1955-),男,教授,博士生导师,研究方向:空间信息处理、阵列信号处理、电子对抗信息处理;房明星(1989-),男,硕士研究生,研究方向:信号处理。