

文章编号:1004-9037(2013)02-0213-06

MCMC 粒子滤波的 GPS 定位数据处理算法

王尔申 蔡 明 庞 涛

(沈阳航空航天大学电子信息工程学院,沈阳,110136)

摘要:针对基于传统粒子滤波的 GPS(Global positioning system)定位数据处理方法存在粒子退化的问题,研究了基于马尔可夫链蒙特卡罗(Markov chain Monte Carlo, MCMC)粒子滤波的 GPS 定位数据处理算法,引入典型的 MCMC 方法——Metropolis Hastings(M-H)抽样算法。利用观测伪距非高斯误差分布,建立重要密度函数,将 MCMC 粒子滤波与建立的 GPS 系统非线性状态空间模型结合。实测数据实验结果表明,MCMC 粒子滤波可有效抑制粒子退化,解决了 GPS 定位数据滤波这一非线性非高斯问题,避免了噪声的高斯假设和非线性部分的线性化误差,与基于传统粒子滤波的 GPS 定位数据处理方法相比,该方法降低了定位数据经纬度和速度估计误差,获得了更高的定位精度,并能够在 GPS 信号质量较差情况下,对 GPS 定位数据有效滤波,保证载体在此期间内保持较高的位置精度。

关键词:全球定位系统;粒子滤波;马尔可夫链蒙特卡罗方法;数据处理

中图分类号:V241.6;TN967.1

文献标志码:A

GPS Positioning Data Processing Algorithm Based on MCMC Particle Filter

Wang Ershen, Cai Ming, Pang Tao

(School of Electronic and Information Engineering, Shenyang Aerospace University, Shenyang, 110136, China)

Abstract: Global positioning system (GPS) positioning data processing algorithm based on the Markov chain and Monte Carlo (MCMC) particle filter is discussed to solve the problem of GPS positioning data processing based on the standard particle filter (PF) suffers from severe sample degeneracy. The standard MCMC method, Metropolis Hastings (M-H) sampling, is incorporated into the particle filter algorithm framework, and applied to GPS positioning data processing. It combines the particle filter with the GPS system nonlinear dynamic state-space model. The MCMC method is adapted to solve the degeneracy phenomenon of particle filter. It is effective to nonlinear and non-Gaussian state estimation problems in GPS positioning data processing. Experimental results based on real GPS data show that the MCMC particle filter can increase the sample variety and reduce sample degeneracy. GPS positioning data processing based on the MCMC particle filter reduces the error of position and velocity, compared with GPS positioning data processing based on the standard particle filter. Moreover, the MCMC particle filter can provide a highly accurate positioning value as an aided method when the GPS signal quality is poor.

Key words: GPS; particle filtering; Markov chain Monte Carlo (MCMC) method; data processing

引 言

目前,全球定位系统(Global positioning system,

GPS)在军事和民用方面均得到了越来越广泛的应用。比如在汽车和舰船导航、交通管理、车辆监控、警车指挥、航空摄影、海洋捕捞作业和农业工程等应用领域,目前多采用动态单点式的 GPS 接收机或嵌

基金项目:国家自然科学基金(61101161)资助项目;航空科学基金(2011ZC54010)资助项目;辽宁省博士启动基金(20101081)资助项目。

收稿日期:2012-08-12;修订日期:2012-10-18

入式单点 GPS 原始制造商(Original equipment manufacture, OEM)模块进行定位。动态单点定位方式在选择可用性(Selective availability, SA)政策取消后,其圆概率误差(Circular error probable, CEP)定位精度在理想情况下一般能达到 10 m 左右。而在实际中,卫星的分布情况、天气情况、地理位置、接收机和天线等引入的系统误差的影响等都可能产生更大的误差值。尤其是在城市环境中,受到多径效应的影响,观测误差服从的分布不是严格的高斯分布^[1]。另外,在 GPS 的技术指标中通常给定的是 CEP 误差值,因此对个别测量值的误差值达到几十米也并不少见。为了平滑定位输出数据,常用的滤波技术有卡尔曼滤波(Kalman filtering, KF)、扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman filtering, EKF)和无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman filtering, UKF)等。这些算法均要求观测噪声和过程噪声为独立不相关的高斯白噪声,不能对非高斯的误差进行修正处理^[2-3]。而粒子滤波(Particle filter, PF)算法作为一种非线性滤波方法,可以克服上述缺点,随着采样粒子数的增大,逐渐趋向状态的后验概率密度,在解决非高斯误差问题时具有明显的优势。因此,在处理非线性非高斯问题时得到了广泛应用,如:卫星系统姿态估计、目标跟踪等^[4-6]。目前粒子滤波算法在 GPS 导航定位数据处理中也获得了广泛应用,将粒子滤波用于动态单点定位、高动态定位中等^[7-8],但在精确度方面仍可改善,抑制粒子退化是方法之一。

文中首先介绍粒子滤波的原理,接着详细地对马尔可夫链蒙特卡罗(Markov chain Monte Carol, MCMC)粒子滤波进行分析,给出所建立的系统动态状态空间模型与观测模型。结合实例与基本 PF 进行比较,实验结果表明:MCMC 粒子滤波算法能有效降低 GPS 定位位置和速度误差,其滤波性能优于基本 PF 算法。

1 MCMC 粒子滤波算法描述

PF 是一种基于蒙特卡罗模拟和递推贝叶斯估计的滤波方法。Gordon 提出基于蒙特卡罗方法的序贯重要性重采样 PF 算法以来,PF 成为非线性非高斯系统状态估计问题的一个研究热点,广泛用于自动控制、机器人技术、统计信号处理等研究领域^[9]。

假设描述动态系统的状态方程和观测方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \mathbf{f}_k(\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{v}_{k-1}) \\ \mathbf{Z}_k &= \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_k, \mathbf{n}_k) \end{aligned} \quad (1)$$

式中: \mathbf{X}_k 为状态向量, \mathbf{Z}_k 为测量向量, \mathbf{f}_k 为状态转移函数, \mathbf{h}_k 为状态向量和观测向量之间的传递函

数, \mathbf{v}_{k-1} 为系统噪声, \mathbf{n}_k 为观测噪声。

1.1 基于序贯重点采样的粒子滤波

PF 的核心思想是利用有限个随机采样样本(这些样本被称为“粒子”)的加权和来近似表示状态变量的后验概率分布,从而得到状态的估计值^[10]。

设 $k-1$ 时刻有一组后验粒子集 $\{x_{k-1}(i), \omega_{k-1}(i); i=1, 2, \dots, N\}$, 其中 N 为粒子数目, $x_{k-1}(i)$ 为 $k-1$ 时刻的第 i 个粒子, $\omega_{k-1}(i)$ 为 $k-1$ 时刻第 i 个粒子的权重。

(1) 粒子集初始化, $k=0$:

根据先验概率密度 $p(\mathbf{X}_0)$ 抽取随机样本, $X_0^{(1)}, X_0^{(2)}, \dots, X_0^{(N)}$ (N 为随机样本数)。

(2) 当 $k=1, 2, \dots$ 时, 执行以下步骤:

(a) 状态预测

根据系统的状态方程抽取 k 时刻的先验粒子: $\{X_{k|k-1}(i); i=1, 2, \dots, N\} \sim p(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1})$ 。

(b) 更新

首先,进行权值更新。在获得测量值之后,根据系统的观测方程并利用式(2)计算粒子的权值 $\omega_k^{(i)}$

$$\omega_k^{(i)} = \omega_{k-1}^{(i)} p(\mathbf{Z}_k | X_k^{(i)}) \quad i=1, \dots, N \quad (2)$$

归一化权值为

$$\tilde{\omega}_k^{(i)} = \frac{\omega_k^{(i)}}{\sum_{i=1}^N \omega_k^{(i)}}, \quad \sum_{i=1}^N \tilde{\omega}_k^{(i)} = 1 \quad (3)$$

然后,计算有效粒子数 \hat{N}_{eff} , 并与设定的阈值 N_{thres} 进行比较;如果 $\hat{N}_{\text{eff}} < N_{\text{thres}}$, 则对先验粒子集 $(X_{k|k-1}^{(i)}, \tilde{\omega}_k^{(i)})$ 进行重采样,得到 N 个等权值的粒子 $(\hat{X}_{k|k-1}^{(i)}, \frac{1}{N})$ 。否则,执行下面的步骤。

(c) 估计

计算当前时刻系统的状态估计值

$$\hat{X}_k = \sum_{i=1}^N X_{k|k-1}^{(i)} \tilde{\omega}_k^{(i)} \quad (4)$$

1.2 MCMC 粒子滤波算法

PF 的重采样抑制了权的退化,但也带来粒子不再独立,简单的收敛性结果不再成立,甚至会引起粒子贫化等问题。为此,对每个粒子引入 MCMC 移动步骤来解决粒子退化问题^[11]。MCMC 方法对每个服从后验概率 $p(\tilde{x}_{0:k}^{(i)} | y_{1:k})$ 的粒子 $\{\tilde{x}_{0:k}^{(i)}\}$ 实施核为 $K(x_{0:k} | \tilde{x}_{0:k})$ 的马尔可夫链变换,使得 $\int K(x_{0:k} | \tilde{x}_{0:k}) p(\tilde{x}_{0:k} | y_{1:k}) d\tilde{x}_{0:k} = p(x_{0:k} | y_{1:k})$, 则新粒子 $\tilde{x}_{0:k}^{(i)}$ 服从同样的概率密

度,并且新的粒子已经移到不同的位置,分布更加合理,避免了粒子贫化问题。文中在 PF 基本算法基础中引入 Metropolis Hastings (M-H) 抽样方法。具体过程为:

(1) 从区间 $[0, 1]$ 按照均匀概率分布抽样得到门限值 $u, u \sim U_{[0,1]}$ 。

(2) 依据重要性概率密度函数 $p(x_k | x_{k-1}^{(i)})$ 抽样得到 $x_{k|k-1}^{(i)}$, 即 $x_{k|k-1}^{(i)} \sim p(x_k | x_{k-1}^{(i)})$ 。

(3) 如果 $u < \min\{1, p(y_k | x_{k|k-1}^{(i)})/p(y_k | \tilde{x}_{k|k-1}^{(i)})\}$, 则 $x_k^{(i)} = x_{k|k-1}^{(i)}$; 否则, $x_k^{(i)} = \tilde{x}_{k|k-1}^{(i)}$ 。

2 基于粒子滤波的 GPS 定位数据处理

由于 GPS 信号是视距传播, GPS 信号易受到建筑物及树木等物体的遮挡, 此时, GPS 接收机定位误差将变大或者无法进行定位, 降低了定位数据的可用性, 加上 GPS 信号受地面反射的多径信号影响, 都将引起定位误差变大, 造成其在应用过程中定位偏离真实位置的问题, GPS 的定位精度一般在 10 m 以内, 但有时定位误差会更大^[12]。为此, 引入 PF 算法对 GPS 数据进行处理, 改善 GPS 定位效果。

2.1 运动状态的描述与状态方程

GPS 接收机输出的参数包括经度、纬度、速度、方向角等信息。根据距离、速度以及加速度之间的关系, 列出系统状态方程和系统输出方程。

选取状态变量为 $\mathbf{X} = [x_E, v_E, a_E, x_N, v_N, a_N]^T$, 其中, x_E, x_N 分别为运动载体东向和北向的位置分量; v_E 和 v_N 分别为运动载体东向和北向的速度分量; a_E 和 a_N 分别为运动载体东向和北向的加速度分量。则系统的状态方程为

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{U} + \mathbf{W}(t) \quad (5)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/\tau_E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\tau_N \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau_E} a_E \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau_N} a_N \end{bmatrix}, \mathbf{W}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_E \\ 0 \\ 0 \\ \omega_N \end{bmatrix}$$

式中: ω_E, ω_N 分别为 $(0, \sigma_{\omega_E}^2), (0, \sigma_{\omega_N}^2)$ 的高斯白噪声; τ_E, τ_N 分别为运动载体东向和北向的机动加速度变化率的相关时间常数; \bar{a}_E, \bar{a}_N 分别为运动载体的东向和北向机动加速度分量的当前均值。

2.2 观测方程

将 GPS 接收机输出的东向位置信息 z_E 、北向位置信息 z_N 、速度 v 以及方向角 θ 作为观测量, 即 $\mathbf{Z} = [z_E \ z_N \ v \ \theta]^T$ 。则, 观测量和状态变量之间的关系如下

$$\begin{aligned} z_E &= x_E + \epsilon_E \\ z_N &= x_N + \epsilon_N \\ v &= \sqrt{v_E^2 + v_N^2} + \epsilon_v \\ \theta &= \arctan \frac{v_E}{v_N} + \epsilon_\theta \end{aligned}$$

于是, 系统的观测方程为

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} z_E \\ z_N \\ v \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_E \\ x_N \\ \sqrt{v_E^2 + v_N^2} \\ \arctan \frac{v_E}{v_N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_E \\ \epsilon_N \\ \epsilon_v \\ \epsilon_\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: ϵ_E, ϵ_N 分别是 GPS 接收机输出的东向位置和北向位置的观测噪声, 可近似为 $(0, \sigma_E^2), (0, \sigma_N^2)$ 的高斯白噪声; $\epsilon_v, \epsilon_\theta$ 为接收机输出的速度和方向角的观测噪声, 可近似为 $(0, \sigma_v^2), (0, \sigma_\theta^2)$ 的高斯白噪声。

2.3 基于 MCMC 粒子滤波的 GPS 定位数据处理算法

PF 用于 GPS 定位数据处理的算法描述为:

设 $k-1$ 时刻有一组后验粒子集为 $\{x_{k-1}(i), \omega_{k-1}(i); i = 1, 2, \dots, N\}$, 其中 N 为粒子数目, $x_{k-1}(i)$ 为 $k-1$ 时刻的第 i 个粒子, $\omega_{k-1}(i)$ 为 $k-1$ 时刻第 i 个粒子的权重。

(1) 粒子集初始化, $k=0$:

在初始值 \mathbf{X}_0 点(载体的初始位置: 东经 $123^\circ 24.15436'$ 、北纬 $41^\circ 55.53523'$), 根据先验概率密度产生 N 个粒子, 得到粒子集 $\{\mathbf{X}_0^i\}_{i=1}^N$, 并设置初始化权值为 $\omega_0^{(i)} = 1/N$ 。

(2) For $k=1, 2, \dots$ 执行以下步骤:

① 状态预测根据系统的状态方程抽取 k 时刻的先验粒子 $\{X_{k|k-1}(i); i = 1, 2, \dots, N\} \sim p(\mathbf{X}_k | \mathbf{X}_{k-1})$ 。

② 更新

(a) 权值更新 在获得测量值之后,根据系统的观测方程并利用式(7)计算粒子的权值 $\omega_k^{(j)}$ 。

$$\omega_k^{(i)} = \omega_{k-1}^{(i)} p(\mathbf{Z}_k | \mathbf{X}_k^{(i)}) \quad i=1, \dots, N \quad (7)$$

归一化权值为

$$\tilde{\omega}_k^{(i)} = \frac{\omega_k^{(i)}}{\sum_{i=1}^N \omega_k^{(i)}}, \quad \sum_{i=1}^N \tilde{\omega}_k^{(i)} = 1 \quad (8)$$

(b) 重要性重采样 对先验粒子集 $(X_{k|k-1}^{(i)})$, $\tilde{\omega}_k^{(i)}$ 进行采样,得到粒子集合为 $(\hat{X}_{k|k-1}^{(i)}, i=1, \dots, N)$ 。

(c) M-H 抽样 利用 MCMC 方法对(b)中得到的粒子进行 M-H 采样,得到新的粒子集 $\{\mathbf{X}_k^{(i)}, 1/N; i=1, \dots, N\}$

③ 估计计算当前时刻系统的状态估计值

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \sum_{i=1}^N X_{k|k-1}^{(i)} \tilde{\omega}_k^{(i)}$$

3 实测实验与结果分析

3.1 实验条件

利用 U-BLOX 公司的 RCB-4H GPS 接收机作为实验数据采集设备,在沈阳航空航天大学操场绕椭圆形跑道一圈,采集的数据包括经度、纬度、速度、方向角等。采样频率设置为最大更新率 4 Hz, GPS 接收机初始位置为东经 $123^\circ 24.154 36'$ 、北纬 $41^\circ 55.535 23'$ 、初始速度为 0,方向角为 164.22° ,采集数据时间为 5 min。RCB-4H 型 GPS 接收机,其定位精度为 2.5 m(CEP)。

3.2 实验数据处理与结果分析

首先对所采集到的经纬度数据进行预处理。由于实验中 GPS 数据采集系统移动范围相对较小,获取的位置经度和纬度数值仅以分的小数部分发生变化,而其度和分的整数部分不变。为此,为了使实验的结果更加直观,方便程序计算,对采集到位置的经度和纬度数据进行如下处理,具体为:去除经纬度数据中小数点前面的数据位,将小数点后面的数据扩大 1 000 倍。速度单位转换为 m/s。如:其中一组数据为:经度为 $123^\circ 24.154 36'$,纬度为 $41^\circ 55.535 23'$,速度为 1.046 节/s,方向角为 164.22° 。预处理后数据为:经度 154.36×10^{-3} ,纬度 535.23×10^{-3} ,速度 0.538 1 m/s,方向角 164.22° 。其他数据做类似的处理,不再赘述。

将采集到的数据作为实验数据,对这些数据分别利用文中 1.1 节的 PF 和 MCMC 粒子滤波进行

处理,得到结果如图 1 所示。

图 1 中横轴为经度,纵轴为纬度,单位 $10^{-3}'$ 。图中, a 点所示为运动的初始位置, b 点附近由于操场看台遮阳棚的遮挡,数据采集平台未正常接收到 GPS 定位数据,故图中量测状态曲线在 b 点附近出现间断,PF 和 MCMC 粒子滤波依然可以给出状态估计,说明在没有量测数据可利用的情况下,利用 PF 算法也可以根据以前的经验对状态 X 作出估计。但从图 1 可以明显看出, MCMC 粒子滤波对状态的估计性能要优于基本 PF。两种算法处理后的不同参数如表 1 所示。

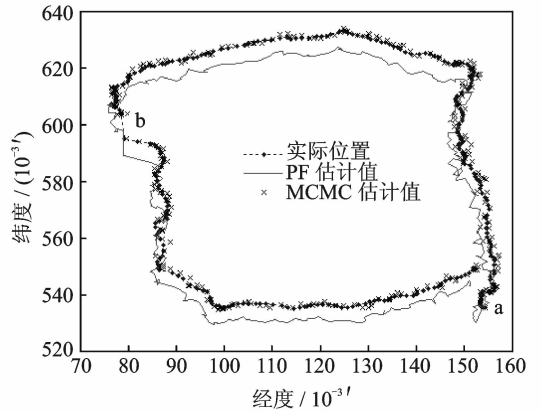


图 1 MCMC 粒子滤波和 PF 的结果对比

表 1 采用不同算法处理后的参数比较

算法	粒子数	平均有效样本	RMSE
PF	100	24.650 1	4.923 4
MCMC 粒子滤波	100	29.054 8	3.178 6

如表 1 所示,粒子数目同为 $N=100$,且过程噪声方差 $Q=5$ 、量测噪声方差 $R=1$ 时, MCMC 粒子滤波算法的 $RMSE=3.178 6$,基本 PF 算法的 $RMSE=4.923 4$,说明 MCMC 粒子滤波比基本 PF 算法估计精度高。此时, MCMC 粒子滤波的有效样本为 29.054 8, PF 为 24.650 1,说明 MCMC 粒子滤波比基本 PF 更能有效地抑制样本退化,而且,在同等条件下,有效样本越多,估计精度越高。MCMC 粒子滤波和基本 PF 在定位经纬度和速度的估计误差对比曲线如图 2~5 所示。

图 2,3 为 PF 的经度和纬度的估计误差对比曲线。图中横轴为时间,单位为 s,纵轴为经度误差,单位为 $10^{-3}'$ 。图 4 和图 5 横轴为时间,单位为 s,纵轴分别为东向速度误差和北向速度误差,单位为 m/s。

从图 2~5 可知, MCMC 粒子滤波算法在 GPS

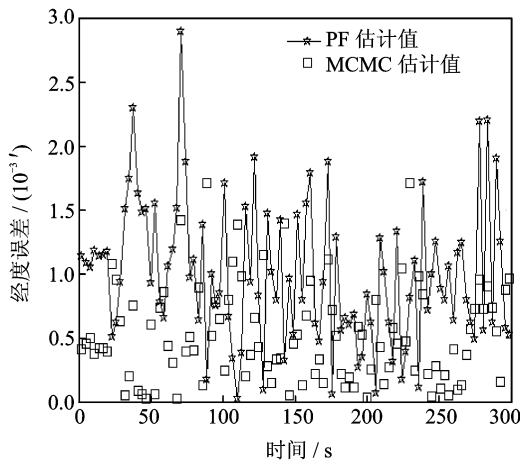


图 2 MCMC 粒子滤波和 PF 算法经度估计误差对比

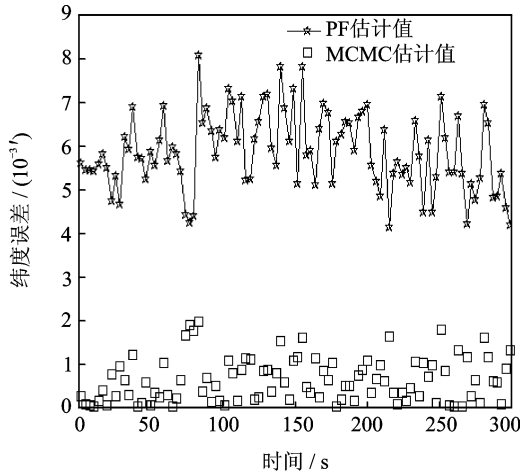


图 3 MCMC 粒子滤波和 PF 算法纬度估计误差对比

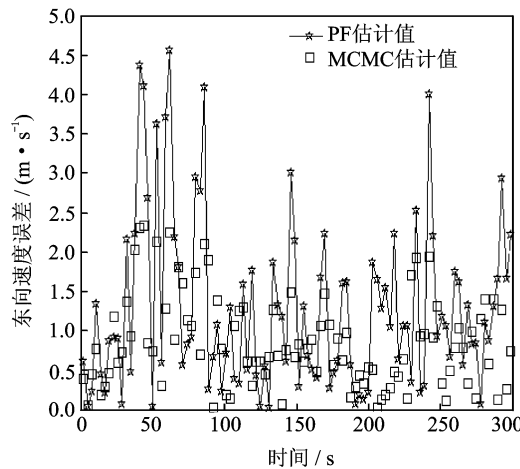


图 4 MCMC 粒子滤波和 PF 算法东向速度估计误差对比

定位的经纬度和速度的处理效果方面要优于基本 PF,提高了 GPS 定位数据参数的可用性。该算法实现中的参变量不需要其他辅助设备,可用于汽车、轮船、航空等运动载体定位数据的滤波处理。

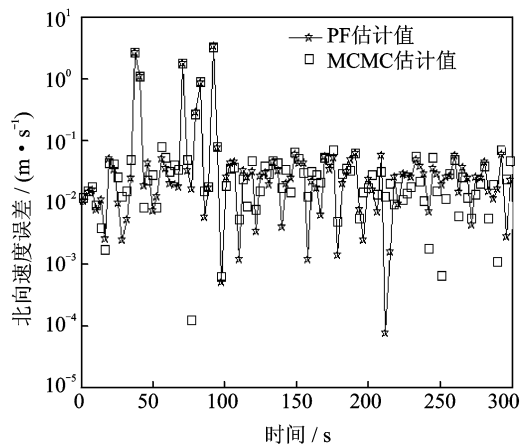


图 5 MCMC 粒子滤波和 PF 算法北向速度估计误差对比

4 结束语

将 MCMC 粒子滤波算法应用于 GPS 定位数据处理问题中,解决了 PF 算法在粒子抽样过程中粒子退化问题,提高了对接收机定位状态的估计精度。通过建立动态状态空间模型,利用 GPS 数据采集设备获取的实验数据分别对 PF 算法和 MCMC 粒子滤波算法的滤波效果进行了实验验证,结果表明 MCMC 粒子滤波可以有效地抑制样本退化,其滤波效果优于 PF,提高了 GPS 定位数据处理的效果。同时,在 GPS 信号质量较差或者短时无法定位时,MCMC 滤波算法作为一种辅助方案为系统提供了较准确的导航定位数据。本研究的实验表明 MCMC 粒子滤波算法在 GPS 定位数据处理和改善定位状况方面是可用的且有效的。

参考文献:

- [1] Sayim I, Pervan B, Pullen S, et al. Experimental and theoretical results on the LAAS sigma overbound [C]//Proceedings of the ION GPS. Portland, Oregon: [s. n.],2002:29-38.
- [2] Mojtaba Bahrami, Marek Ziebart. A Kalman filter based Doppler-smoothing of code pseudoranges in GNSS challenged environments [C]//Proceedings of the ION GNSS 2011. Portland: [s. n.],2011:1-11.
- [3] Zhou Junchuan, Yang Yuhong, Zhang Jieying, et al. Applying quaternion-based unscented particle filter on INS/GPS with field experiments [C]//Proceedings of the ION GNSS 2011. Portland: [s. n.],2011:1-14.
- [4] 吴海亮,王惠南,陈志明,等. 基于粒子滤波的微小卫星姿态确定算法[J]. 中国惯性技术学报,2007,15(4):426-430.

Wu Hailiang, Wang Huinan, Chen Zhiming, et al. Particle filtering-based algorithm for micro-satellite

- altitude determination[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2007, 15(4): 426-430.
- [5] 章飞, 周杏鹏, 陈小惠. 基于粒子滤波的交互式多模型多机动目标跟踪[J]. *数据采集与处理*, 2011, 26(2): 181-187.
Zhang Fei, Zhou Xingpeng, Chen Xiaohui. Interacting multiple model tracking algorithm of multiple maneuvering targets based on particle filter[J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*, 2011, 26(2): 181-187.
- [6] 程水英, 张剑云. 粒子滤波算法中的有限收敛界[J]. *数据采集与处理*, 2008, 23(4): 481-485.
Cheng Shuiying, Zhang Jianyun. Limited convergence bound in particle filtering algorithms[J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*, 2008, 23(4): 481-485.
- [7] 聂建亮, 杨元喜, 吴富梅. 一种基于改进粒子滤波的动态精密单点定位算法[J]. *测绘学报*, 2010, 39(4): 338-343.
Nie Jianliang, Yang Yuanxi, Wu Fumei. An algorithm of dynamic precise point positioning based on modified particle filtering [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2010, 39(4): 338-343.
- [8] 田世君, 陈俊, 皮亦鸣. 粒子滤波在高动态 GPS 定位中的应用[J]. *测绘学报*, 2007, 36(3): 274-278.
Tian Shijun, Chen Jun, Pi Yiming. Particle filtering and its application for kinematic GPS positioning with high speed movement[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2007, 36(3): 274-278.
- [9] Fredrik Gustafsson, Fredrik Gunnarsson. Particle filters for positioning, navigation, and tracking [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2002, 50(2): 425-437.
- [10] Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, et al. Tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(2): 174-188.
- [11] 赵琳, 聂琦, 高伟. 基于 MCMC 方法的正则粒子滤波算法及其应用[J]. *仪器仪表学报*, 2008, 29(10): 2156-2162.
Zhao Lin, Nie Qi, Gao Wei. Regularized particle filtering algorithm and its application based on MCMC method[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2008, 29(10): 2156-2162.
- [12] Kaplan E, Hegarty C. *Understanding GPS: principles and applications* [M]. 2nd Edition. MA, US: Artech House, Inc. 2006: 239-264.
- 作者简介:** 王尔申(1980-), 男, 副教授, 研究方向: GPS 接收机信号处理、卫星导航, E-mail: wes2016@sau.edu.cn; 蔡明(1987-), 男, 硕士研究生, 研究方向: GPS 接收机自主完好性监测算法; 庞涛(1976-), 女, 博士研究生, 研究方向: 卫星导航、智能控制。

