

文章编号:1004-9037(2013)02-0190-05

矢量阵信号子空间投影波束形成

李楠 程锦房 何光进 张炜

(海军工程大学兵器工程系,武汉,430033)

摘要:针对常规波束形成无法充分发挥矢量阵抗干扰性能的问题,提出了基于信号子空间投影的波束形成方法。对声矢量阵接收信号进行三阶张量建模,利用高阶奇异值分解得到信号子空间,并将阵列流形矢量投影于其上,从而得到相应的空间谱计算方法。计算机仿真试验验证了该方法的有效性。

关键词:矢量阵;信号子空间投影;高阶奇异值分解

中图分类号:TN911.7

文献标志码:A

Beam Forming Based on Signal Subspace Projection for Vector Sensor Array

Li Nan, Cheng Jinfang, He Guangjin, Zhang Wei

(Department of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan, 430033, China)

Abstract: Considering that the conventional beam forming based on an acoustic vector sensor array (AVSA) cannot demonstrate the anti-interference capability of AVSA, a direction estimation algorithm based on the signal subspace projection is presented. A third-order tensor of the received signals from AVSA is modeled and the signal subspace is derived from higher-order singular value decomposition (HOSVD). Then, the calculation process of spatial spectrum is given by the projection of array manifold vector onto it. Compared with the traditional singular value decomposition of matrix, the noise is suppressed efficiently by the signal subspace derived from HOSVD of the three-order tensor, which exploited the multidimensional data structure inherently, so the space spectrum is exhibited with lower side lobe. The simulation results show that the proposed algorithm is feasible.

Key words: vector sensor array; signal subspace projection; higher-order singular value decomposition (HOSVD)

引 言

波束形成是将多个传感器设置在空间不同位置组成一个阵列,并利用这一阵列对空间信号进行接收和处理的方法,它能够提取某些方向上感兴趣的信号,同时抑制干扰和噪声。因此,通常把波束形成器看成空间滤波器,它是常用的一种空间处理结构,可以用来确定目标方位、抑制强干扰并增强对弱信号的接收。

波束形成的实现方法基本分为两类,第一类是

按照引导角对各个阵元输出数据进行加权,然后相加,最后计算和波束的功率,这就是通常所说的阵列常规波束形成;第二类是先计算各阵元输入数据的协方差矩阵,然后按照某种准则,根据引导方位和协方差矩阵计算全空间的角度谱,文献[1]中将其称为自适应波束形成方法,以最小方差无畸变响应及其各种改进算法为代表。

声矢量阵较传统的声压阵具有明显优势,例如采用声压振速联合处理算法,可以更好地抑制各向同性和各向异性噪声,并且已经成为国内学者提出的关于声矢量阵信号处理的经典方法^[2],但现有方

法都是通过矩阵方式对观测信号进行组织和处理的^[3,4],没有充分利用矢量阵信息多维数据之间的关联关系,以形成充分挖掘矢量信息的数据处理方法。

本文将声矢量阵输出进行三阶张量建模,利用高阶奇异值分解得到信号子空间,通过阵列流形向该信号子空间投影,并对投影分量采用奇异值加权的方法,强化信号子空间上的投影分量,从而突出目标方位,最后通过执行最大化搜索得到目标方位。

1 矢量阵输出模型

假设信号和噪声满足如下条件:

信号满足窄带远场平面波条件,各入射信号统计独立,各阵元接收的背景噪声为高斯白噪声,噪声的相关时间半径小于数据采集的时间间隔。

由于水声信道存在界面反射和散射效应,因此本文只在二维水平面内讨论目标方位角,如图 1 所示为一个均匀矢量直线阵示意图, θ 为平面波入射方位,是与 x 轴的正向夹角, d 为阵元间距。

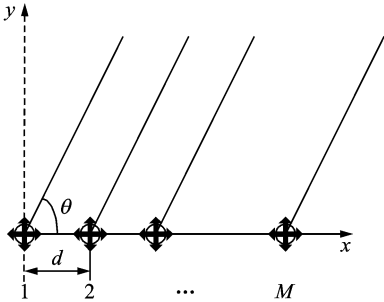


图 1 均匀矢量阵示意图

设均匀声矢量线阵由 M 个基元组成,接收到 K 个远场窄带信号,各个信号源相对于均匀线阵的入射方位角为分别为 $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K)$,则该阵接收的阵列信号为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{S}(t)^T + \mathbf{N}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{X}(t) \in \mathbf{C}^{3M \times 1}$, $\mathbf{S}(t) \in \mathbf{C}^{K \times 1}$ 和 $\mathbf{N}(t) \in \mathbf{C}^{3M \times 1}$ 均为平稳随机过程,该阵的流形矢量 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1) \otimes \mathbf{u}_1, \mathbf{a}(\theta_2) \otimes \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{a}(\theta_K) \otimes \mathbf{u}_K] \in \mathbf{C}^{3M \times K}$, $\mathbf{a}(\theta_k) = [1, e^{-j2\pi d \sin(\theta_k)/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi d(M-1) \sin(\theta_k)/\lambda}]^T$ 为声压阵的流形矢量, \otimes 表示 Kronecker 积, $\mathbf{u}_k = [1, \cos\theta_k, \sin\theta_k]^T$ 。

对于 L 次快拍下的声矢量阵接收数据,可以构造一个三阶张量输出模型

$$\mathcal{X} = \mathcal{A} \times_3 \mathbf{S}^T + \mathcal{N} \quad (2)$$

式中: $\mathcal{X} \in \mathbf{C}^{M \times 3 \times L}$, $\mathcal{A} \in \mathbf{C}^{M \times 3 \times K}$ 和 $\mathcal{N} \in \mathbf{C}^{M \times 3 \times L}$ 分别满足^[5]如下等式:

$$\mathcal{X}_{i,j,l} = \mathcal{X}_{3(j-1)+i,l} \quad (3)$$

$$\mathcal{A}_{i,j,l} = \mathcal{A}_{3(j-1)+i,l} \quad (4)$$

$$\mathcal{N}_{i,j,l} = \mathcal{N}_{3(j-1)+i,l} \quad (5)$$

2 算法介绍

2.1 基于高阶奇异值分解的信号子空间估计

与矩阵方法类似,定义协方差张量,通过分解协方差张量进而得到信号子空间,此方法适用于当采样快拍数 L 远大于阵元数的情况,另外协方差张量能够随着快拍数实时更新,精度较高。本文所涉及的基本张量运算详见文献^[6]。

张量 $\mathcal{X} \in \mathbf{C}^{M_1 \times M_2 \times \dots \times M_R}$ 表示某次快拍采样下得到的随机过程,则相应的协方差张量 $\mathcal{R} \in \mathbf{C}^{M_1 \times M_2 \times \dots \times M_R \times M_1 \times M_2 \times \dots \times M_R}$ 为

$$\mathcal{R} = E\{\mathcal{X} \circ \mathcal{X}^*\} \quad (6)$$

对于 L 次快拍下的矢量阵输出张量 $\mathcal{X} \in \mathbf{C}^{M \times 3 \times L}$, 相应的快拍采样协方差张量为

$$\hat{\mathcal{R}} = \frac{1}{L} \mathcal{X} \cdot_3 \mathcal{X}^* \quad (7)$$

式中:协方差张量 $\hat{\mathcal{R}} \in \mathbf{C}^{M \times 3 \times M \times 3}$ 。

定理 1^[7]: 对于任意的厄米特张量,存在厄米特张量的矩阵展开 $\mathcal{X}_{(H)}$, 满足等式

$$\mathcal{X}_{(H)} = \mathcal{X}_{(H)}^H \quad (8)$$

显然,满足式(8)的张量矩阵展开并不唯一,且与文献^[6]中定义的张量的 n 模展开不同。本文采用的张量矩阵展开方式与文献^[7]中的一致。

定理 2^[7]: 对于任意的厄米特张量 $\mathcal{X} \in \mathbf{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_R \times I_1 \times I_2 \times \dots \times I_R}$, 存在一个平方根因子张量 $\mathcal{P} \in \mathbf{C}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_n \times K}$, 满足

$$\mathcal{X} = \mathcal{P} \cdot_{R+1} \mathcal{P}^* \quad (9)$$

式中 K 为矩阵 $\mathcal{X}_{(H)}$ 的秩。

由定理 2 可知

$$\mathcal{X}_{(H)} = [\mathcal{P} \cdot_{R+1} \mathcal{P}^*]_{(H)} = \mathcal{P}_{(R+1)}^T \cdot \mathcal{P}_{(R+1)}^* \quad (10)$$

同时,厄米特矩阵 $\mathcal{X}_{(H)}$ 的奇异值分解为

$$\mathcal{X}_{(H)} = \underbrace{\mathbf{U}_{s,X}}_{M \times K} \cdot \underbrace{\boldsymbol{\Sigma}_{s,X}}_{K \times K} \cdot \mathbf{U}_{s,X}^H \quad (11)$$

式中 K 为矩阵 $\mathcal{X}_{(H)}$ 的秩。

由式(10)和式(11)可知

$$\mathcal{P}_{(R+1)} = (\mathbf{U}_{s,X} \cdot \boldsymbol{\Sigma}_{s,X}^{1/2})^T \quad (12)$$

协方差张量 $\hat{\mathcal{R}}$ 为厄米特张量,所以存在平方根因子张量 \mathcal{P}_R 满足

$$\hat{\mathcal{R}} = \mathcal{P}_R \cdot_{R+1} \mathcal{P}_R^* \quad (13)$$

对得到的三阶张量 \mathcal{P}_R 进行三阶奇异值分解可得

$$\mathcal{P}_R = \mathcal{G} \times_1 \mathbf{U}_1 \times_2 \mathbf{U}_2 \times_3 \mathbf{U}_3 \quad (14)$$

式中: $\mathcal{G} \in \mathbf{C}^{M \times 3 \times L}$ 为张量核, $\mathbf{U}_1 \in \mathbf{C}^{M \times M}$ 为矩阵 $\mathcal{P}_{R(1)}$ 的左奇异特征向量^[5], $\mathbf{U}_2 \in \mathbf{C}^{3 \times 3}$ 为矩阵 $\mathcal{P}_{R(2)}$ 的左奇异特征向量, $\mathbf{U}_3 \in \mathbf{C}^{L \times L}$ 为矩阵 $\mathcal{P}_{R(3)}$ 的左奇异特征向量。

若不考虑噪声的影响,输出三阶张量^[8] \mathcal{P}_R 可以近似表示为

$$\mathcal{P}_R = \mathcal{G}^{[s]} \times_1 \mathbf{U}_1^{[s]} \times_2 \mathbf{U}_2^{[s]} \times_3 \mathbf{U}_3^{[s]} \quad (15)$$

式中:张量核 $\mathcal{G}^{[s]} \in \mathbf{C}^{\min(M,K) \times \min(N,K) \times K}$, $\mathbf{U}_1^{[s]} \in \mathbf{C}^{M \times \min(K,M)}$, $\mathbf{U}_2^{[s]} \in \mathbf{C}^{3 \times \min(K,3)}$, $\mathbf{U}_3^{[s]} \in \mathbf{C}^{L \times K}$,这里要求快拍数要大于信源数,并且信源数为已知,如果不满足条件 $L \geq K$,可以采用前后向平均或空间平滑的方法^[9]。

由此得到基于声矢量阵输出张量模型的信号子空间为

$$\mathcal{U}^{[s]} = \mathcal{G}^{[s]} \times_1 \mathbf{U}_1^{[s]} \times_2 \mathbf{U}_2^{[s]} \quad (16)$$

2.2 矢量阵信号子空间投影波束形成

借鉴信号子空间投影波束形成算法的思想,将声矢量阵阵列流形矢量投影到信号子空间 $\mathcal{U}^{[s]}$ 中,并对投影分量采用奇异值加权,其作用在于强化信号特征分量上的投影分量,从而突出目标方位

$$P_{\text{SSP}}(\theta) = \sum_{i=1}^K \mathbf{U}^{[s]}(:, :, i) \times_1 \sigma_i \mathbf{a}(\theta) \times_2 \sigma_i \mathbf{u}(\theta) \quad (17)$$

式中:奇异值 $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$, λ_i 为第 i 个信号对应的特征值^[10]。

高阶奇异值分解得到的信号子空间利用了多维信号间的关联关系,较之传统的矩阵奇异值分解所得的信号子空间对噪声抑制性能更强,所以相应空间谱具有更低的旁瓣。信号子空间投影波束形成算法等价于声压阵阵列流形矢量 $\mathbf{a}(\theta)$ 向信号子空间的列矢量投影,同时,矢量 $\mathbf{u}(\theta)$ 向信号子空间的行向量投影^[11],最终得到经过加权的波束图,这种阵阵列流形矢量以两种不同方向向信号子空间投影得到的波束,称之为双投影波束图。

2.3 算法复杂度分析

为比较由三阶张量高阶奇异值分解得到的信号子空间和矩阵奇异值分解得到的信号子空间的计算复杂度,首先要比较高阶奇异值分解和矩阵奇异值分解的计算复杂度,由文献^[12]可知,一个

$M \times N$ 维矩阵分解为秩为 K 的奇异值分解计算复杂度: $k_i \cdot M \cdot N \cdot K$,其中 k_i 是一个只与算法有关的常数,而在张量情况下,除去张量核的计算外,还需计算所有 n 模($n=1,2,\dots,R+1$)张量展开的奇异值分解,为便于比较,以 M 元矢量水听器阵为例,将两种算法的计算复杂度列表显示(见表1),由表1可知:基于张量高阶奇异值分解的信号子空间算法计算复杂度要高于基于传统矩阵奇异值分解得到信号子空间的计算复杂度,但它们仍处于同一个数量级范围,例如10元声矢量阵接收单个目标信号,本文算法计算复杂度仅约为基于矩阵算法的3.2倍,所以这种以牺牲计算复杂度换来的性能提高是值得的,有关计算复杂度的简化算法参见文献^[13]。

表1 两种算法的运算复杂度比较

条件	基于矩阵的算法	基于张量的算法
$K \leq M$	$k_i \cdot M \cdot N \cdot K$	$3k_i \cdot M \cdot N \cdot K + 2M \cdot N \cdot K + 2M \cdot K^2 + k_i \cdot M \cdot N \cdot (K+2) +$
$K > M$	$k_i \cdot M \cdot N \cdot K$	$M \cdot N \cdot (K+M+N) + M \cdot K \cdot (M+N)$

3 数值仿真及性能分析

在本试验中,矢量水听器阵采用的是10元线性阵列,目标信号为1 kHz的单频信号,阵元间距为半波长,采样频率为4 kHz,干扰为加性高斯白噪声,滤波器中心频率为1 kHz,带宽100 Hz。

试验1 比较矢量阵常规波束形成算法和信号子空间投影波束形成算法形成的波束,目标方位为 40° ,信噪比为10 dB,采样快拍数为200,图2中横轴表示方位,纵轴表示波束输出的归一化幅度,图3为目标方位在不同信噪比下的估计均方根误差(Root mean square error, RMSE)曲线。

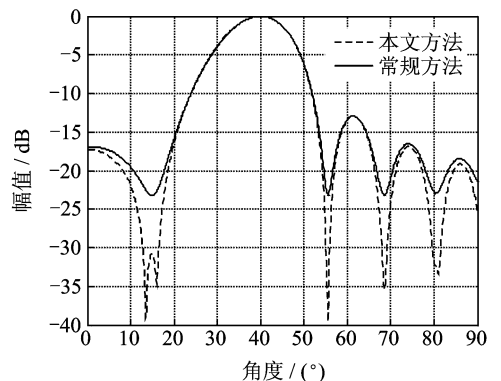


图2 单目标子空间投影波束形成

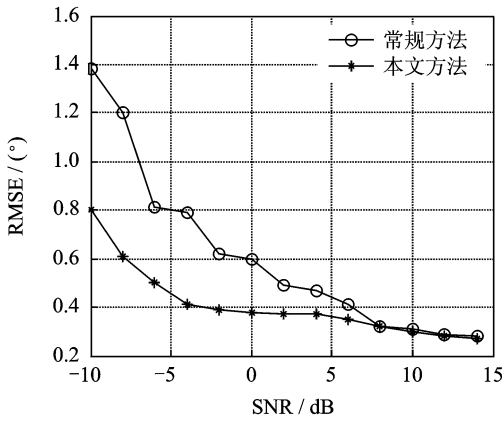


图 3 单目标方位估计均方误差

由图 2 和图 3 可以看出:基于信号子空间投影的波束形成方法具有更低的旁瓣,同时估计精度也大为提高,因此本文方法具有实际工程应用价值。

试验 2 比较等强度双目标情况下的矢量阵常规波束形成算法和信号子空间投影波束形成算法所形成的波束,两个目标的方位分别为 40° 和 100° ,其他条件同试验 1。为提高估计精度,对于不等强度的双目标可以采用文献[14]提供的归一化方法转化为等强度的情况,再进行估计。图 4 中横坐标表示方位,纵坐标表示波束输出的归一化幅度,图 5 为目标方位在不同信噪比下的 RMSE 曲

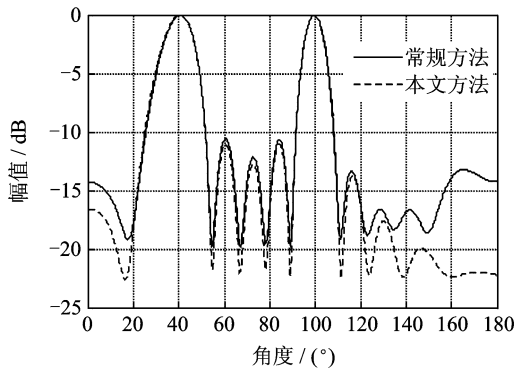


图 4 双目标子空间投影波束形成

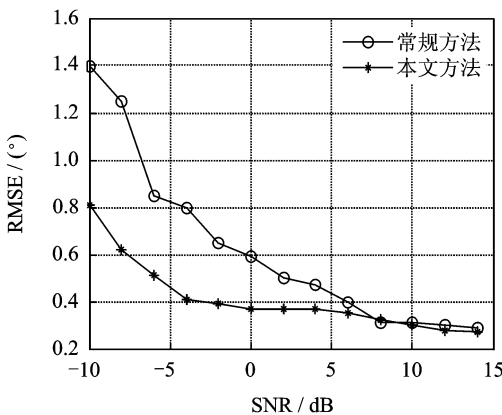


图 5 等强双目标方位估计均方误差

线,图 6 中两个目标方位分别为 30° 和 45° ,表示在不同信噪比下目标的分辨概率。

由图 4 和图 5 可以看出:等强度双目标情况下的波束形成最多可有 6~8 dB 的旁瓣抑制增益,同时方位估计精度也得到提高。图 6 说明本文方法同时具有比传统矩阵分解方法更高的分辨率,但仍属于常规波束形成范畴,分辨率更高的方位估计算法有待于进一步研究。

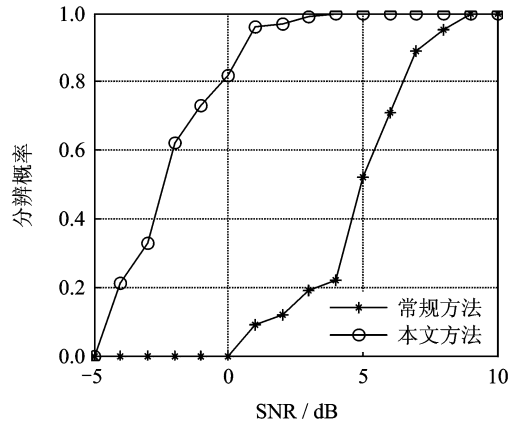


图 6 等强双目标分辨概率

4 结束语

矢量传感器具有偶极子指向性,与均匀直线声压阵相比,相同阵型的矢量阵能够更好地抑制噪声干扰,常规波束形成是最基本的阵列波束形成方法,但没有充分发挥出矢量阵的优势,本文提出了基于三阶张量模型奇异值分解的矢量阵信号子空间投影波束形成方法,由于方位谱表达式中的加权因子和信号子空间双投影能够更好地抑制噪声,因此本文的波束形成方法具有更低的旁瓣抑制优势。文中的仿真试验结果验证了上述结论。

参考文献:

[1] Harry T. Optimum array processing [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008:12-49.
 [2] 姚直象,余贵水,贺富强. 矢量阵改进常规波束形成[J]. 兵工学报,2011,32(2):176-180.
 Yao Zhixiang, Yu Guishui, He Fuqiang. Improved Bartlett beam forming for vector sensor array[J]. Acta Armamentarii, 2011, 32(2): 176-180.
 [3] 游鸿,黄建国. 子空间投影 DOA 估计算法分析及合成空间谱[J]. 航空学报, 2008,29(5): 1334-1339.
 You Hong, Huang Jianguo. Analysis of subspace

- projection DOA algorithms and synthetic spectrum [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2008, 29(5): 1334-1339.
- [4] 康春玉,章新华,吴清华. 一种实用的盲波束形成和 DOA 估计方法[J]. *数据采集与处理*, 2009, 24(S): 79-83.
Kang Chunyu, Zhang Xinhua, Wu Qinghua. Improved blind beam forming and direction of arrival estimation method[J]. *Journal of Data Acquisition & Processing*, 2009, 24(S): 79-83.
- [5] Tamara G, Brett W. Tutorial on Matlab for tensors and the tucker decomposition [EB/OL]. http://csmr.ca.sandia.gov/~tgkolda/pubs/index.html#SAND20_04-5187. (2011-11).
- [6] Lieven D. Signal processing based on multilinear algebra[D]. Belgium:Katholieke University, 1997.
- [7] Martin H, Florian R, Giovanni D G. Higher-order SVD-based subspace estimation to improve the parameter estimation accuracy in multi-dimensional harmonic retrieval problems [J]. *IEEE Trans Signal Process*, 2008, 56(7): 3198-3213.
- [8] Martin H. Efficient one-, two- and multidimensional high resolution array processing[D]. Munich, Germany: Munich University of Technology, 1996.
- [9] Arpita T, Martin H, Florian R, et al. Tensor-based spatial smoothing using multiple snapshots [J]. *IEEE Trans Signal Process*, 2010, 58(5): 2715-2727.
- [10] 李鹏飞,张旻,钟子发. 基于空间角稀疏表示的二维 DOA 估计[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(10): 2402-2406.
Li Pengfei, Zhang Min, Zhong Zifa. Two dimension-al DOA estimation based on sparse representation of space angle [J]. *Journal of Electronic & Information Technology*, 2011, 33(10): 2402-2406.
- [11] 刘国红,孙晓颖,王波. 非均匀噪声下频率及二维到达角的联合估计[J]. *电子学报*, 2011, 39(10): 2427-2430.
Liu Guohong, Sun Xiaoying, Wang Bo. Joint estimation for frequency and 2-D DOA in nonuniform noise [J]. *Acta Armamentarii*, 2011, 39(10): 2427-2430.
- [12] Lieven D, Bart D, Joos V. A multilinear singular value decomposition[J]. *SIAM J Matrix Anal Appl*, 2000, 21(4): 1253-1278.
- [13] Dimitri N, Nicholas D S. Adaptive algorithms to track the Parafac decomposition of a third-order tensor[J]. *IEEE Transactions*, 2009, 57(6): 2299-2310.
- [14] 朱维庆,胡隽,刘晓东,等. 波达方向估计中特征空间的信源数估计方法[J]. *声学学报*, 2009, 34(2): 97-102.
Zhu Weiqing, Hu Juan, Liu Xiaodong, et al. Source number estimation using eigenspace in direction of arrival estimate [J]. *Acta Acoustica*, 2009, 34(2): 97-102.
- 作者简介:**李楠(1984-),男,博士研究生,研究方向:阵列信号处理和水下目标特性分析, E-mail: linanchina8404@163.com; 程锦房(1964-),男,教授,研究方向:水下信息处理和军用目标特性分析;何光进(1983-),男,博士研究生,研究方向:阵列信号处理和目标识别技术;张炜(1982-),男,博士研究生,研究方向:水下信息处理。

