

文章编号:1004-9037(2013)02-0166-07

# 色噪声环境下双基地 MIMO 雷达相干目标角度估计算法

梁 浩 李小波 马 鹏 洪振清

(电子工程学院 502 教研室,合肥,230037)

**摘要:**通过研究多输入多输出(Multiple input and multiple out, MIMO)雷达的角度估计算法,针对色噪声环境下双基地 MIMO 雷达相干目标角度估计问题,基于双基地 MIMO 雷达的信号模型,利用 MIMO 雷达的接收数据,通过四阶累积量的计算消除了色噪声的影响,并证明得到的一组矢量包含所有目标的角度信息;然后利用得到的四阶累积量矢量构造出块 Hankel 矩阵,并证明该矩阵的秩等于目标总数,且不受信号相干性的影响,通过奇异值分解,结合 ESPRIT 算法实现了色噪声环境下对相干目标的角度估计。算法结合四阶累积量和 MIMO 雷达的估计性能,具有自动抑制加性高斯白噪声和色噪声的能力,实现了相干目标的有效估计和参数的自动配对,提高了抗噪能力,更利于在实际中应用。最后计算机仿真结果证实了算法的有效性和可行性。

**关键词:**MIMO 雷达;色噪声;相干目标;角度估计

中图分类号:TN971.1

文献标志码:A

## Coherent Angle Estimation for Bistatic MIMO Radar in Presence of Colored Noise

Liang Hao, Li Xiaobo, Ma Peng, Hong Zhenqing

(Laboratory 502, Electronic Engineering Institute, Hefei, 230037, China)

**Abstract:** The angle estimation algorithms for multiple input and multiple out (MIMO) radar have been studied. A new algorithm based on bistatic MIMO radar signal model is proposed for coherent angle estimation of MIMO radar in the presence of spatially Gaussian noise. Through the numeration of fourth-order cumulants by using the data vectors of bistatic MIMO radar system, the influence of spatial colored noise can be eliminated and the vector which obtains the target information can be got and derived. Then a block Hankel matrix can be reconstructed by the fourth-order cumulants vector and it is proved that the rank of the block Hankel matrix is equal to the number of targets and has no relations with the coherency of the targets. Through the eigenvalue decomposition of the matrix, the receiver and transmitter angle of coherent targets can be estimated combining with ESPRIT algorithm. The proposed algorithm, combining the capacity of parameter estimation of MIMO radar and fourth-order cumulants, restrains automatically the influence of the additive Gaussian white noise and colored noise and realizes the angle estimation of coherent targets with automatic pairing, thus being more applicable in practice. Simulation results verify that the proposed algorithm is effective.

**Key words:** multiple input and multiple out (MIMO) radar; colored noise; coherent targets; angle estimation

## 引 言

多输入多输出(Multiple input and multiple out, MIMO)雷达是一种新体制雷达<sup>[1]</sup>,具有诸多

优点和广泛应用领域,引起了国内外军事界和学术界的极大关注。它采用多个天线同时发射线性独立波形,并使用多个天线接收目标反射信号,通过匹配滤波器可以将来自不同发射天线的信号分离,构成多个独立发射、接收通道,进而在接收端形成

虚拟阵列,扩展了接收阵列的孔径,提高了各项参数估计性能和空间分辨率。双基地 MIMO 雷达的收发阵元不在同一区域,较传统雷达在目标检测、参数估计精度、杂波抑制等方面具有显著优势<sup>[1-3]</sup>。

目前对双基地 MIMO 雷达测向算法的研究很多,但大多都假设为高斯白噪声,色噪声环境下 MIMO 雷达参数估计的文献很少,同时这些研究主要是基于传统的高分辨算法,然而此类算法估计性能在色噪声环境下急剧下降甚至算法失效<sup>[4-5]</sup>;同时由于不能直接对相干目标源进行有效估计,因此难以在存在多径传播或欺骗干扰的环境中应用;双基地 MIMO 雷达需要同时估计出目标的发射角和接收角,因此也存在参数配对问题。文献[6]将 ESPRIT 算法应用到 MIMO 雷达测向中,实现了角度的精确估计,但需要额外的参数配对。文献[7]在文献[6]的基础上利用两个 1 维 ESPRIT 之间的关系实现了目标角度自动配对,降低了运算复杂度,但仅适用于高斯白噪声和非相干目标源的情况。文献[8]提出了一种基于接收数据样本复用的 MIMO 雷达相干信源 DOA 估计算法,利用各个子阵间的平移不变特性计算空间平滑后的协方差,提高了相干信源的角度估计精度,但该算法限制了最大可识别的目标数目。文献[9]提出了基于数据矩阵分解的相干目标源角度估计算法,利用接收信号构造了秩为目标个数的数据矩阵,实现了解相干处理,并利用类 ESPRIT 算法得到了目标角度的估计值,但该算法仅适用于对称阵列,且文献[8,9]均以单基地 MIMO 雷达为信号模型,而对相干目标源下双基地 MIMO 雷达的收发角度估计的研究较少。文献[10]提出一种基于时空结构的双基地 MIMO 雷达角度和多普勒频率联合估计方法,很好地解决了色噪声环境下 MIMO 雷达的参数估计。文献[11]根据 MIMO 雷达孔径扩展的特点,提出了在发射端利用三天线的 ESPRIT 方法消除色噪声。文献[12]将发射阵列化分为两个子阵,通过利用两个子阵的接收数据重构协方差矩阵,从而消除色噪声的影响,同时实现了参数的自动配对。但文献[10~12]仅适用于非相干目标源,而对于色噪声环境下的 MIMO 雷达相干目标源参数估计的研究还鲜有报道。

针对色噪声环境下双基地 MIMO 雷达相干目标角度估计问题,基于双基地 MIMO 雷达的信号模型,利用 MIMO 雷达的接收数据,通过四阶累积量的计算消除了色噪声的影响,并证明得到的一组矢量包含所有目标的角度信息;然后利用得到的四

阶累积量矢量构造出块 Hankel 矩阵,并证明该矩阵的秩等于目标总数,且不受信号相干性的影响,通过奇异值分解,结合 ESPRIT 算法实现了角度自动配对和色噪声环境下对相干目标的角度估计。仿真实验通过与文献[12,13]对比进一步验证了算法的有效性。

## 1 信号模型

收发阵元配置如图 1 所示<sup>[8]</sup>。考虑  $M$  发  $N$  收的双基地 MIMO 雷达,发射阵元间距、接收阵元间距分别用  $d_t$  和  $d_r$  表示。

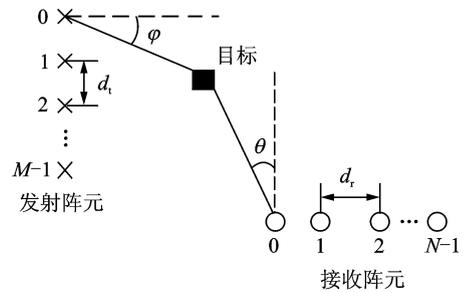


图 1 双基地 MIMO 雷达

假设空间中存有  $K$  个相互独立的远场目标,由于多径效应,每个目标有  $P_k (k=1, \dots, K)$  条传输路径,则到达接收端的总传输路径为  $P = \sum_{k=1}^K P_k$ ,并记  $\varphi_{k,i}, \theta_{k,i}$  分别第  $k$  个目标中第  $i$  条路径所对应的发射角和接收角。 $M$  个发射阵元同时发射相互正交的脉冲信号  $s_m(t), m=1, 2, \dots, M$ ,则第  $n$  个接收阵元接收到的回波信号为

$$y_n(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \rho_k \sum_{i=1}^{P_k} \eta_{k,i} e^{j2\pi f_{d,k}(t-\tau_{k,i})} \cdot \beta_{k,i}^n \gamma_{k,i}^n s_m(t - \tau_{k,i}) + \omega_n(t) \quad n=0, \dots, N-1 \quad (1)$$

式中: $\omega_n(t)$  为第  $n$  个接收阵元的噪声, $\tau_{k,i}$  为目标的回波时延, $f_{d,k}$  为第  $k$  个目标的多普勒频率, $\rho_k$  为第  $k$  个目标上的散射系数, $\eta_{k,i} (i=1, \dots, P_k)$  为第  $(k, i)$  多径信号的复值衰落系数, $\beta_{k,i}^n = \exp(j2\pi(m-1)d_t/\lambda \sin\varphi_{k,i})$ ,  $\gamma_{k,i}^n = \exp(j2\pi(n-1)d_r/\lambda \sin\theta_{k,i})$  分别是与目标位置、第  $m$  发射阵元位置和第  $n$  接收阵元位置有关的相移项。假设发射信号的正交性对目标的多普勒频率不敏感,即

$$\int_{-T/2}^{T/2} s_{m_1}(t') s_{m_2}^*(t') e^{j2\pi f_{d,k} t'} dt' = \delta_{m_1, m_2} \quad (2)$$

对  $y_n(t)$  进行  $M$  组的匹配滤波,则第  $m$  组的滤波输出为

$$y_{m,n} = \int_{-T/2}^{T/2} y_n(t) s_m^*(t') dt' = \sum_{k=1}^K \alpha_k e^{j2\pi f_d k} \sum_{i=1}^{P_k} \eta_{k,i} \beta_{k,i}^m \gamma_{k,i}^n + w'_{m,n} \quad (3)$$

式中  $w'_{m,n}$  为零均值、方差  $\sigma_n^2$  的复高斯随机变量，且对于不同的  $m, n$  互相独立。值得注意的是，由于每条多径对应于不同的发射角和接收角，可以将其等效为  $P$  个目标 ( $K$  组相互独立，每组由  $P_k$  个相干目标构成) 入射于接收端，因此式 (3) 可写为

$$y_{m,n} = \sum_{l=1}^P u_l \beta_l^m \gamma_l^n + w'_{m,n} \quad l=1, 2, \dots, P \quad (4)$$

式中:  $y_{m,n}$  为第  $m$  发射阵元发射的脉冲信号在第  $n$  接收阵元的输出,  $u_l$  为第  $l$  个目标信息, 它由目标的散射系数, 衰落系数及多普勒频率构成。将所有接收阵元匹配滤波后的输出写成向量形式为

$$\mathbf{y} = \mathbf{K}(\varphi, \theta) \mathbf{q} + \mathbf{w} \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{q} = [u_1, \dots, u_P]^T$ ,  $\mathbf{y}$  为  $MN \times 1$  的输出矢量,  $\mathbf{K}(\varphi, \theta) = [\mathbf{k}(\varphi_1, \theta_1), \dots, \mathbf{k}(\varphi_P, \theta_P)]$  为  $MN \times P$  的总方向矢量,  $\mathbf{k}(\varphi_l, \theta_l) = \mathbf{a}_r(\theta_l) \otimes \mathbf{a}_t(\varphi_l)$  为第  $l$  个目标的方向矢量, 符号  $\otimes$  为向量的 Kronecker 积。

## 2 算法分析

### 2.1 四阶累积量矢量

为了降低推导复杂度, 假设空间存在  $P$  个目标源, 其中前  $L$  个为相干信号, 后  $P-L$  个为非相干目标, 且与前  $L$  个相干信号相互独立。则 MI-MO 雷达经过匹配滤波后的接收矢量为

$$y_{m,n} = \sum_{k=1}^L u_k(t_l) \eta_k \beta_k^m \gamma_k^n + w'_{m,n} = u_1(t_l) \sum_{k=1}^L \eta_k \beta_k^m \gamma_k^n + \sum_{k=L+1}^{P-L} u_k(t_l) \beta_k^m \gamma_k^n + w'_{m,n} \quad (6)$$

定义  $\mathbf{C} = [c_{1,1}, \dots, c_{1,N}, c_{2,1}, \dots, c_{2,N}, \dots, c_{M,1}, \dots, c_{M,N}]^T$ , 其中

$$c_{m,n} = \text{cum}(y_1^*, y_1, y_1^*, y_{m,n}) \quad m=1, 2, \dots, M; n=1, 2, \dots, N \quad (7)$$

式中  $\text{cum}(\cdot)$  为四阶累积量, 则

$$c_{m,n} = \text{cum}(y_1^*, y_1, y_1^*, y_{m,n}) =$$

$$\text{cum}\left[u_1^*(t_l) \sum_{k=1}^L \eta_k^* + \sum_{k=L+1}^P u_k^*(t_l),$$

$$u_1(t_l) \sum_{k=1}^L \eta_k + \sum_{k=L+1}^P u_k(t_l),$$

$$u_1^*(t_l) \sum_{k=1}^L \eta_k^* + \sum_{k=L+1}^P u_k^*(t_l),$$

$$u_1(t_l) \sum_{k=1}^L \eta_k \beta_k^m \gamma_k^n + \sum_{k=L+1}^P u_k(t_l) \beta_k^m \gamma_k^n \Big] = \text{cum}\left[u_1^*(t_l) \sum_{k=1}^L \eta_k^*, u_1(t_l) \sum_{k=1}^L \eta_k, u_1^*(t_l) \sum_{k=1}^L \eta_k^*,$$

$$u_1(t_l) \sum_{k=1}^L \eta_k \beta_k^m \gamma_k^n \Big] + \text{cum}\left[\sum_{k=L+1}^P u_k^*(t_l),$$

$$\sum_{k=L+1}^P u_k(t_l), \sum_{k=L+1}^P u_k^*(t_l), \sum_{k=L+1}^P u_k(t_l) \beta_k^m \gamma_k^n \Big] =$$

$$\left(\sum_{i=1}^L \eta_i^*\right) \left(\sum_{i=1}^L \eta_i\right) \left(\sum_{i=1}^L \eta_i^*\right) \left(\sum_{k=1}^L \eta_k \beta_k^m \gamma_k^n\right) \cdot$$

$$\text{cum}[u_1^*(t_l), u_1(t_l), u_1^*(t_l), u_1(t_l)] +$$

$$\sum_{k=L+1}^P \text{cum}[u_k^*(t_l), u_k(t_l), u_k^*(t_l), u_k(t_l)] \beta_k^m \gamma_k^n =$$

$$\sum_{k=1}^L \eta_k \left\{ \left(\sum_{i=1}^L \eta_i^*\right) \left(\sum_{i=1}^L \eta_i\right) \left(\sum_{i=1}^L \eta_i^*\right) \right\} \cdot$$

$$\text{cum}[u_1^*(t_l), u_1(t_l), u_1^*(t_l), u_1(t_l)] \beta_k^m \gamma_k^n \Big\} +$$

$$\sum_{k=L+1}^P \text{cum}[u_k^*(t_l), u_k(t_l), u_k^*(t_l), u_k(t_l)] \beta_k^m \gamma_k^n \quad (8)$$

令  $d = \left(\sum_{k=1}^L \eta_k^*\right) \left(\sum_{k=1}^L \eta_k\right) \left(\sum_{k=1}^L \eta_k^*\right)$ , 则有

$$c_m = \text{cum}[x_1^*, x_1, x_1^*, x_m] =$$

$$\sum_{k=1}^L \eta_k d \zeta_{4,u,1} \beta_k^m \gamma_k^n + \sum_{k=L+1}^P \zeta_{4,u,k} \beta_k^m \gamma_k^n =$$

$$\sum_{k=1}^P \zeta_{4,u,k} \beta_k^m \gamma_k^n \quad (9)$$

其中

$$\gamma_{4,s,k} =$$

$$\left\{ \eta_k d \zeta_{4,u,1} = \eta_k \left\{ \left(\sum_{i=1}^L \eta_i^*\right) \left(\sum_{i=1}^L \eta_i\right) \left(\sum_{i=1}^L \eta_i^*\right) \right\} \right.$$

$$\left. \begin{aligned} & \text{cum}[u_1^*(t_l), u_1(t_l), u_1^*(t_l), u_1(t_l)] \\ & k=1, 2, \dots, L \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} & \zeta_{4,u,k} = \text{cum}[u_k^*(t_l), u_k(t_l), u_k^*(t_l), u_k(t_l)] \\ & k=L+1, \dots, P \end{aligned} \right\}$$

(10)

由以上证明可得

$$\mathbf{C} = [c_{1,1}, \dots, c_{1,N}, c_{2,1}, \dots, c_{2,N}, \dots, c_{M,1}, \dots,$$

$$c_{M,N}]^T = \left[ \sum_{k=1}^P \zeta_{4,u,k}, \dots, \sum_{k=1}^P \zeta_{4,u,k} \beta_k^m \gamma_k^n \right]^T \quad (11)$$

### 2.2 矩阵构造

为方便推导, 定义

$$r(m, n; p, q) = E[c_{m,n} c_{p,q}^*] =$$

$$\left( \sum_{l_1=1}^P \zeta_{4,s,l_1} \beta_{l_1}^m \gamma_{l_1}^n \right) \left( \sum_{l_2=1}^P \zeta_{4,s,l_2} \beta_{l_2}^p \gamma_{l_2}^q \right)^* = \sum_{l_2=1}^P \zeta_{4,s,l_2}^* \sum_{l_1=1}^P \zeta_{4,s,l_1} \beta_{l_1}^m \gamma_{l_1}^n \beta_{l_2}^p \gamma_{l_2}^q + v_{m,p} v_{n,q} \quad (12)$$

式中  $v_{m,p}, v_{n,q}$  为对应的噪声项(若考虑高斯噪声环境可认为是零,此处只是考虑后面要用 ESPRIT 子空间算法求解),令  $d_{m,n,l_2} = \zeta_{4,s,l_2}^* \sum_{l_1=1}^P \zeta_{4,s,l_1} \beta_{l_1}^m \gamma_{l_1}^n$ , 则式(12)可以简化为

$$r(m,n;p,q) = \sum_{l_2=1}^P d_{m,n,l_2} \beta_{l_2}^p \gamma_{l_2}^q + v_{m,p} v_{n,q} \quad (13)$$

用  $r(m,n;p,q)$  构建块 Hankel 矩阵

$$\mathbf{R}(m,n;p) = \begin{bmatrix} r(m,n;p,0) & r(m,n;p,1) & \cdots & r(m,n;p,N-J) \\ r(m,n;p,1) & r(m,n;p,2) & \cdots & r(m,n;p,M-J+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(m,n;p,J-1) & r(m,n;p,J) & \cdots & r(m,n;p,N-1) \end{bmatrix} \quad (14)$$

显然

$$\mathbf{R}(m,n;p) = \mathbf{A} \Sigma \mathbf{D}(m,n) \bar{\mathbf{A}}^T + v_{m,p} \mathbf{N}_n \quad (15)$$

式中  $\Sigma = \text{diag} \{ \beta_1^{-p}, \dots, \beta_P^{-p} \}$ ,  $\mathbf{D}(m,n) = \text{diag} \{ d_{m,n,1}, \dots, d_{m,n,P} \}$ ;  $\mathbf{A} = [a_1, \dots, a_P]$ ,  $\bar{\mathbf{A}} = [\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_P]$ , 其中  $a_l = [1, \gamma_l^{-1}, \dots, \gamma_l^{-(J-1)}]^T$ ,  $\bar{a}_l = [1, \gamma_l^{-1}, \dots, \gamma_l^{-(N-J)}]^T$ ;  $\mathbf{N}_n$  为  $J \times (N-J+1)$  维矩阵。

基于  $\mathbf{R}(m,n;p)$  进一步构造块 Hankel 矩阵

$$\mathbf{R}(m,n) = \begin{bmatrix} r(m,n;0) & r(m,n;1) & \cdots & r(m,n;M-I) \\ r(m,n;1) & r(m,n;2) & \cdots & r(m,n;M-I+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(m,n;I-1) & r(m,n;I) & \cdots & r(m,n;M-1) \end{bmatrix} \quad (16)$$

从而有

$$\mathbf{R}(m,n) = \mathbf{B} \mathbf{D}(m,n) \bar{\mathbf{B}}^T + \mathbf{N}_m \otimes \mathbf{N}_n \quad (17)$$

式中  $\mathbf{B} = [b_1, \dots, b_P]$ ,  $\bar{\mathbf{B}} = [\bar{b}_1, \dots, \bar{b}_P]$ ,  $b_l = [1, \beta_l^{-1}, \dots, \beta_l^{-(I-1)}]^T \otimes [1, \gamma_l^{-1}, \dots, \gamma_l^{-(J-1)}]^T$ ,  $\bar{b}_l = [1, \beta_l^{-1}, \dots, \beta_l^{-(M-I)}]^T \otimes [1, \gamma_l^{-1}, \dots, \gamma_l^{-(N-J)}]^T$ 。

以上  $I, J$  的取值为  $M-I+1 \geq I \geq P, N-J+1 \geq J \geq P$ , 具体见文献[14]。由式(17)可以看出, 无论目标是否相干,  $\text{rank}(\mathbf{D}(m,n)) = P$ , 即保证  $\mathbf{R}(m,n)$  的秩等于目标数  $P$ , 而不受信号的相关性的影响, 即利用构造的矩阵  $\mathbf{R}(m,n)$  能够达到

“解相关”的目的, 从而实现对目标的角度估计。对重构的矩阵  $\mathbf{R}(m,n)$  进行特征分解, 则可得到对应的信号子空间  $\mathbf{U}_S$  和噪声子空间  $\mathbf{U}_N$ 。

### 2.3 旋转不变因子

根据以上分析, 结合 ESPRIT 算法, 令  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_1 \Psi_\beta \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{U}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{S1} \\ \mathbf{U}_{S2} \end{bmatrix}$ , 其中  $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2$  分别为  $\mathbf{B}$  的前  $(I-1) \times J$  行和后  $(I-1) \times J$  行;  $\Psi_\beta = \text{diag} \{ \beta_1, \dots, \beta_P \}$ ; 根据子空间旋转不变原理可知: 存在非奇异转换矩阵  $\mathbf{T}$  使得  $\mathbf{B}\mathbf{T} = \mathbf{U}_S$ 。即  $\mathbf{B}_1\mathbf{T} = \mathbf{U}_{S1}$ ,  $\mathbf{B}_2\mathbf{T} = \mathbf{U}_{S2}$ , 所以可得

$$\mathbf{T}^{-1} \Psi_\beta \mathbf{T} = \mathbf{U}_{S1}^{-1} \mathbf{U}_{S2} \quad (18)$$

对  $\mathbf{B}$  进行变化得到  $\hat{\mathbf{B}} = [\hat{b}_1, \dots, \hat{b}_P]$ , 其中  $\hat{b}_l = [1, \gamma_l^{-1}, \dots, \gamma_l^{-(J-1)}]^T \otimes [1, \beta_l^{-1}, \dots, \beta_l^{-(I-1)}]^T$ , 即存在矩阵  $\mathbf{H}$  (由 0 和 1 构成, 具体结构见文献[9]), 使得  $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{H}\mathbf{B}$ , 定义  $\mathbf{U}_{SH} = \mathbf{H}\mathbf{U}_S$ , 则得  $\mathbf{U}_{SH} = \mathbf{H}\mathbf{U}_S =$

$$\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{T} = \hat{\mathbf{B}}\mathbf{T}。令 \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{B}}_1 \\ \hat{\mathbf{B}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{B}}_1 \\ \hat{\mathbf{B}}_1 \Psi_\gamma \end{bmatrix}, \mathbf{U}_{SH} =$$

$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{SH1} \\ \mathbf{U}_{SH2} \end{bmatrix}$ 。其中  $\hat{\mathbf{B}}_1, \mathbf{U}_{SH1}$  和  $\hat{\mathbf{B}}_2, \mathbf{U}_{SH2}$  分别为  $\hat{\mathbf{B}}, \mathbf{U}_{SH}$  的前  $(J-1) \times I$  行和后  $(J-1) \times I$  行;  $\Psi_\gamma = \text{diag} \{ \gamma_1, \dots, \gamma_P \}$ ; 所以  $\hat{\mathbf{B}}_1\mathbf{T} = \mathbf{U}_{SH1}$ ,  $\hat{\mathbf{B}}_2\mathbf{T} = \mathbf{U}_{SH2}$ 。即

$$\mathbf{T}^{-1} \Psi_\gamma \mathbf{T} = \mathbf{U}_{SH1}^{-1} \mathbf{U}_{SH2} \quad (19)$$

### 2.4 收发角度配对算法

对  $\mathbf{U}_{S1}^{-1} \mathbf{U}_{S2}$  进行 SVD 分解可得<sup>[8]</sup>

$$\mathbf{U}_{S1}^{-1} \mathbf{U}_{S2} = \mathbf{W} \Psi_\beta \mathbf{W}^{-1} \quad (20)$$

如果  $\Psi_\beta$  有不同的  $\beta_p$  (不存在重根), 则  $\mathbf{T}^{-1}$  和  $\mathbf{W}$  都包含  $\mathbf{U}_{SH1}^{-1} \mathbf{U}_{SH2}$  线性无关的特征向量, 那么存在一个满秩的对角矩阵  $\mathbf{G}$  使得  $\mathbf{T}^{-1} = \mathbf{W}\mathbf{G}$ <sup>[10]</sup>。所以可得

$$\Psi_\gamma = \mathbf{T}\mathbf{U}_{SH1}^{-1} \mathbf{U}_{SH2} \mathbf{T}^{-1} = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}_{SH1}^{-1} \mathbf{U}_{SH2} \mathbf{W} \quad (21)$$

显然  $\Psi_\beta, \Psi_\gamma$  对角线上相同位置的元素自动的完成配对。

如果  $\Psi_\beta$  存在相同的  $\beta_p$  (存在重根), 则  $\mathbf{T}^{-1}$  中对应相同特征值的特征向量与  $\mathbf{W}$ <sup>[8]</sup> 中的对应向量线性相关, 此时存在:  $\mathbf{T}^{-1} = \mathbf{W}\bar{\mathbf{G}}$ 。  $\bar{\mathbf{G}} = \text{diag} \{ \bar{G}_1, \dots, \bar{G}_p \}$  是一个块对角矩阵, 且  $\bar{G}_p$  ( $p=1, \dots, P$ ) 对应不同的特征值, 阶数等于对应特征值的重数。则结合式(15)可得

$$\mathbf{T}^{-1} \Psi_\gamma \mathbf{T} = \mathbf{W}\bar{\mathbf{G}} \Psi_\gamma \bar{\mathbf{G}}^{-1} \mathbf{W}^{-1} = \mathbf{U}_{SH1}^{-1} \mathbf{U}_{SH2} \quad (22)$$

即

$$\bar{\mathbf{G}} \Psi_{\gamma} \bar{\mathbf{G}}^{-1} = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}_{\text{SH1}}^{-1} \mathbf{U}_{\text{SH2}} \mathbf{W} \quad (23)$$

令  $\Psi_{\gamma} = \text{diag}\{\Psi_{\gamma}^1, \Psi_{\gamma}^2, \dots, \Psi_{\gamma}^p\}$ , 其中  $\Psi_{\gamma}^p$  阶数、位置与  $\bar{\mathbf{G}}_p$  对应, 则

$$\bar{\mathbf{G}} \Psi_{\gamma} \bar{\mathbf{G}}^{-1} = \text{diag}\{\bar{\mathbf{G}}_1 \Psi_{\gamma}^1 \bar{\mathbf{G}}_1^{-1}, \bar{\mathbf{G}}_2 \Psi_{\gamma}^2 \bar{\mathbf{G}}_2^{-1}, \dots, \bar{\mathbf{G}}_p \Psi_{\gamma}^p \bar{\mathbf{G}}_p^{-1}\} \quad (24)$$

令  $\Phi_p = \bar{\mathbf{G}}_p \Psi_{\gamma}^p \bar{\mathbf{G}}_p^{-1}$ , 对于  $\Psi_{\gamma}$  的单特征值  $\Psi_{\gamma}^p = \Phi_p$  为标量, 因此  $\Psi_{\gamma}^p$  与对应的  $\Psi_{\beta}^p$  完成自动配对, 通过式(19)即可求得对应的  $(\theta_p, \varphi_p)$  ( $p = 1, 2, \dots, P$ )。

$$\begin{aligned} \theta_p &= \arcsin \frac{1}{\pi} \text{angle}(\Psi_{\beta, p}) \\ \varphi_p &= \arcsin \frac{1}{\pi} \text{angle}(\Psi_{\gamma, p}) \end{aligned} \quad (25)$$

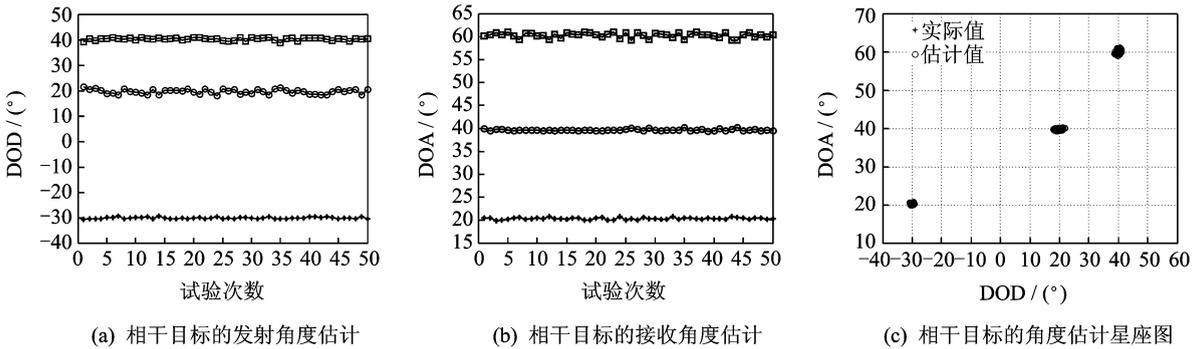


图 2 白噪声环境下相干目标的角度估计结果

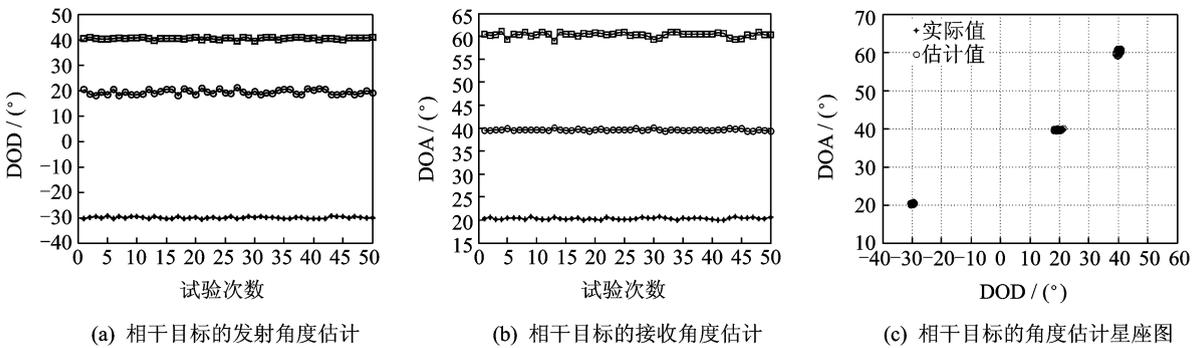


图 3 色噪声环境下相干目标的角度估计结果

由图 2,3 可以看出,无论是在高斯白噪声还是在色噪声环境下,本文提出的算法都能精确地实现 MIMO 雷达相干目标的角度估计,这是由于高斯噪声的四阶累积量为零,因此本文算法结合四阶累积量的形式,具有自动抑制加性高斯噪声和色噪声的能力,同时重构后的矩阵能够准确地估计出相干信源的信号或噪声子空间,因此具有较强的解相干能力,仿真结果也验证了算法的有效性。

**实验 2** 算法估计性能。假设空中存在  $P=3$

### 3 仿真实验

假设 MIMO 雷达的发射和接收阵元数目分别为  $M=8, N=8$ , 阵元间隔都为  $d_t = d_r = \lambda/2$ , 利用多相码作为雷达发射信号, 分别进行以下实验。

**实验 1** 算法有效性验证。假设空中存在  $P=3$  个相干目标源, 且各目标的位置分别为  $(\theta_1, \varphi_1) = (40^\circ, 60^\circ)$ ,  $(\theta_2, \varphi_2) = (20^\circ, 40^\circ)$ ,  $(\theta_3, \varphi_3) = (-30^\circ, 20^\circ)$ 。构造块 Hankel 矩阵的  $I = J = 4$ , 信噪比  $\text{SNR}=5$  dB, 快拍数为 500。图 2 为白噪声环境下相干目标的估计结果; 图 3 为色噪声环境下相干目标的估计结果。其中图 2,3 中 (a), (b) 分别为 50 次 Monte-Carlo 实验发射角和接收角的估计结果; (c) 为 100 次 Monte-Carlo 实验角度估计的星座图。

个相干目标源, 且各目标的位置分别为  $(\theta_1, \varphi_1) = (0^\circ, 10^\circ)$ ,  $(\theta_2, \varphi_2) = (-25^\circ, 30^\circ)$ ,  $(\theta_3, \varphi_3) = (50^\circ, 60^\circ)$ , 其余条件与实验 1 相同, 信噪比为  $-10 \sim 30$  dB 变化时 (每 5 dB 做 100 次 Monte-Carlo 实验), 分别在白噪声和色噪声环境下比较本文算法角度估计的 RMSE。空中存在  $P=3$  个非相干目标源, 目标源位置同上, 其余条件不变, 将本文算法与文献[12,13]算法进行比较。信噪比为 10 dB, 快拍数为 100~1 000 变化, 其余条件不变, 分别在

白噪声和色噪声环境下比较本文算法角度估计性能与快拍数的关系。图 4 为白噪声和色噪声环境下 3 个相干目标的 RMSE;图 5 为白噪声环境下本文算法与文献算法估计的 RMSE;图 6 为色噪声环境下本文算法与文献算法估计的 RMSE。图 7 为白噪声和色噪声环境下本文算法角度估计的 RMSE 与快拍数的关系。

由图 4 可以看出,无论是在高斯白噪声,还是色噪声环境,3 个目标的 RMSE 相当,这是由于本文算法无论是白噪声还是色噪声环境,均具有较强的解相干能力。由图 5,6 可以看出,无论是在高斯白噪声,还是色噪声环境,本文算法要比文献[12, 13]的算法有更小的 RMSE,估计精度更高。这主要是由于本文选取构造矩阵的矢量采用四阶累积量的形式,具有自动抑制加性高斯噪声和任意高斯色噪声的能力的同时,又结合了 MIMO 雷达的阵元扩展能力,具有更高的估计精度。由图 7 可以看出,随着快拍数的增加,本文算法无论是白噪声还是色噪声环境,估计性能都越来越好,这主要是四阶累积量随着数据的积累抗噪能力得到增强,因此估计精度也越来越高。

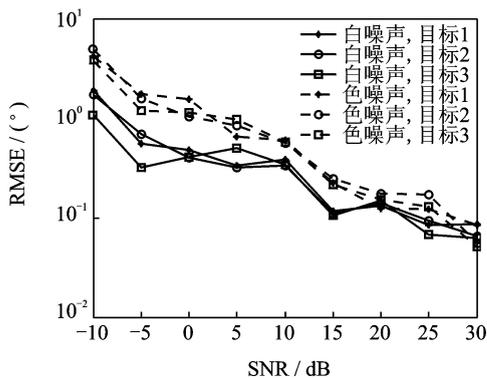


图 4 3 个相干目标的角度估计的 RMSE

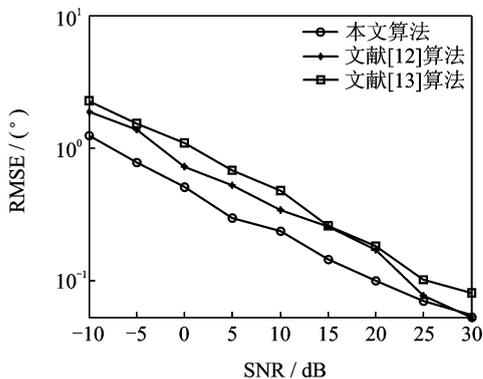


图 5 白噪声环境下本文算法与文献[12,13]算法角度估计的 RMSE

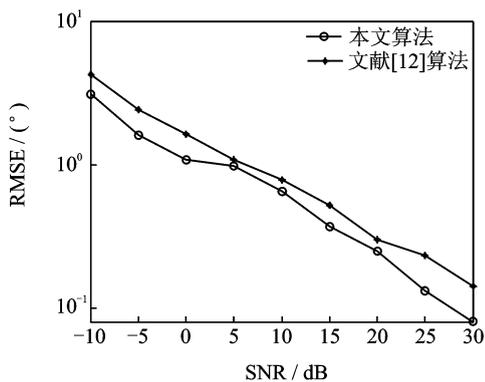


图 6 色噪声环境下本文算法与文献算法角度估计的 RMSE

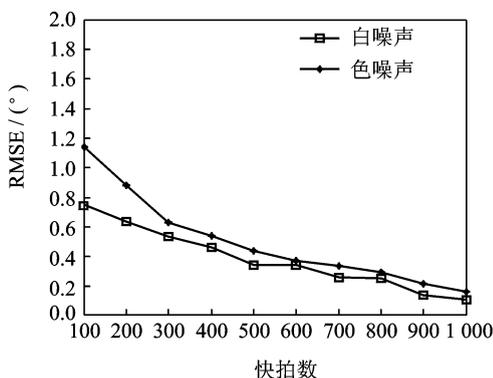


图 7 本文算法角度估计的 RMSE 随快拍数的变化

### 4 结束语

针对色噪声环境下双基地 MIMO 雷达相干目标角度估计问题,基于双基地 MIMO 雷达的信号模型,利用 MIMO 雷达的接收数据,通过四阶累积量的计算消除了色噪声的影响,并证明得到的一组矢量包含所有目标的角度信息;然后利用得到的四阶累积量矢量构造出块 Hankel 矩阵,并证明该矩阵的秩等于目标总数,且不受信号相干性的影响,通过奇异值分解,结合 ESPRIT 算法实现了色噪声环境下对相干目标的角度估计。仿真实验表明:本文算法实现了参数的有效估计,估计精度、目标分辨能力和解相干能力均优于文献算法。由于基于四阶累积量,本文算法具有自动抑制加性高斯噪声和色噪声的能力,因此提高了 MIMO 雷达在信号处理抗噪性要求高、面临信号多径传播问题等复杂环境中的工作性能,更利于实际中的推广和应用。

### 参考文献:

[1] Fishler E, Haimovich A, Blum R, et al. MIMO radar: An idea whose time has come [C]// Proceed-

- ings of the IEEE Radar Conference. [S. l.]: IEEE, 2004:71-78.
- [2] Yan Haidong, Li Jun, Liao Guisheng. Multi-target identification and localization using bistatic MIMO radar systems[J]. EURASIP J Adv Signal Processing, 2008,2008(48):1-8.
- [3] Jian Li, Stoica P. MIMO radar with allocated antennas[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007,24(5):106-114.
- [4] Torrieri Don, Bakhru Kesh. The effects of nonuniform and correlated noise on super resolution algorithms [J]. IEEE Trans AP, 1997, 45(8):1214-1218.
- [5] Fu Li, Vaccaro R. Performance degradation of DOA estimators due to unknown noise fields [J]. IEEE Trans on SP, 1992, 40(3):686-690.
- [6] Chen Duofang, Cao Baixiao, Qi Guodong. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. Electronics Letters,2008,44(12):770-771.
- [7] Chen Jinli, Gu Hong, Su Weimin. Angle estimation using ESPRIT without pairing in MIMO radar [J]. IEE Electronics Letters, 2008, 44(24): 1422-1423.
- [8] 张娟, 张林让, 刘楠, 等, 一种有效的 MIMO 雷达相干信源波达方向估计方法[J]. 电子学报, 2011, 39(3): 680-684.
- Zhang Juan, Zhang Linrang, Liu Nan, et al. An efficient DOA estimation algorithm of coherent sources for MIMO radar[J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(3):680-684.
- [9] Li Caicai, Liao Guisheng, Zhu Shengqi, et al. An ESPRIT-like algorithm for coherent DOD estimation based on data matrix decomposition in MIMO radar [J]. Signal Processing, 2011(91): 1803-1811.
- [10] 符渭波, 苏涛, 赵永波, 等. 空间色噪声环境下基于时空结构的双基地 MIMO 雷达角度和多普勒频率联合估计方法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(7): 1649-1654.
- Fu Weibo, Su Tao, Zhao Yongbo, et al. Joint estimation of angle and Doppler frequency for bistatic MIMO radar in spatial colored noise based on temporal-spatial structure [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2011, 33(7):1649-1654.
- [11] Jin M, Liao G, Li J. Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar [J]. Signal Processing, 2010,89(2):244-251.
- [12] Wang Wei, Wang Xianpeng, Li Xin. An angle estimation algorithm for MIMO radar in the presence of colored noise fields[C]// 2011 IEEE CIE International Conference on Radra. Chengdu, China: IEEE, 2011:95-98.
- [13] Chen Jinli, Gu Hong, Su Weimin. A new method for joint DOD and DOA estimation in bistatic MIMO radar[J]. Signal Processing, 2010,90:714-718.
- [14] Chen F J, Kwong S, KOK C W. ESPRIT-like two-dimensional DOA estimation for coherent signals[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2010,46(3):1477-1483.
- 作者简介:**梁浩(1987-),男,硕士研究生,研究方向:MIMO 雷达技术,E-mail:lhmailhappy@163.com;李小波(1970-),男,副教授,研究方向:高速信号处理;马鹏(1984-),男,博士研究生,研究方向:MIMO 雷达信号处理;洪振清(1986-),男,硕士研究生,研究方向:MIMO 雷达技术。

