

文章编号:1004-9037(2012)05-0576-05

# 一种基于高阶统计信息的信噪比估计改进算法

韩 博 吴 杰 许 华

(空军工程大学电讯工程学院,西安,710077)

**摘要:**针对多进制正交幅度调制(Multiple quadrature amplitude modulation, MQAM)信号在低信噪比条件下估计精度不高的问题,提出了一种基于综合利用高阶统计信息的信噪比估计改进算法。根据所选高阶统计量最高阶数的不同,建立了3种信噪比与多种高阶统计量运算式之间的线性关系,利用全回归线性分析方法将3种线性关系转化为3种全回归模型,并求解模型系数。该算法充分利用了多种高阶统计量的有用信息,提高了信噪比估计精度。MQAM的仿真结果表明:在低信噪比条件下,该算法减小了信噪比估计误差,其估计性能明显优于传统的其他算法,且3种模型估计性能依次增加,可依据不同的信噪比要求对3种模型进行选取。

**关键词:**信噪比估计;高阶统计量;线性关系;全回归

中图分类号:TN929.53

文献标识码:A

## Improved SNR Estimation Algorithm of Higher-Order Statistics

Han Bo, Wu Jie, Xu Hua

(Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an, 710077, China)

**Abstract:** To solve the low accuracy of multiple quadrature amplitude modulation (MQAM) signal-to-noise (SNR) estimation under the low SNR condition, an improved SNR estimation algorithm based on comprehensive utilization of higher-order statistics is proposed. According to the difference between the topmost rank of the higher-order statistics, the linearity relationships of three kinds of SNR and various higher-order statistics expression are created. And they are converted into three kinds of whole regression patterns with a whole regression linear analysis method. Then the pattern coefficients are solved. The proposed algorithm can fully use the useful information of the higher-order statistics, and increase the accuracy of SNR estimation. Simulation results show that under the low SNR condition, the algorithm can reduce SNR estimating errors and perform better than other traditional algorithms. Moreover, the estimation performance of the three kinds of patterns gradually increases in turn, and a proper pattern can be selected according to the different SNR request.

**Key words:** SNR estimation; higher-order statistics; linearity relationship; whole regression

## 引 言

信噪比估计作为信道估计的一个重要组成部分,可以为通信链路的功率分配以及卫星通信的功率控制提供有效信道质量信息,还可以控制直扩系统的判决门限以提高PN码捕获性能。目前,幅相调制信号的信噪比估计是该领域的主要研究方向,

其主要缺点是估计范围小,尤其是在低信噪比下性能劣化。自Pauluzzi D R和Beaulieu N C<sup>[1]</sup>总结了2000年以前的信噪比估计算法以来,出现了较多基于统计量的信噪比估计算法<sup>[2-7]</sup>,但是算法均采用特定阶数统计量进行信噪比估计,针对幅相调制信号的信噪比估计算法更少,文献[5]通过建立二阶统计量与信噪比的关系,采用数据拟合得到信噪比估计式,文献[7]同样先建立信噪比与统计量之

间的关系,再利用迭代方法得到信噪比估计值,这两种方法都只是在高信噪比环境下估计较准确,在低信噪比下估计性能不佳,估计范围有限。文献[8]提出的8阶统计量准则2(Eighth-order statistics criterion 2, EOS C2)算法虽综合利用了最高阶为8阶的统计量信息,且试图解决复杂调制信号信噪比估计误差大的问题,但是该算法在求解系数时以牺牲偏差为代价求得方差最小,使得算法估计精度有限,尤其是在低信噪比条件下的估计性能不佳。

本文亦采用综合利用高阶统计量信息的分析方法并结合全回归算法得到一种相对精确的信噪比估计算法,经仿真验证,该算法对QAM信号的估计性能要优于文献[8]。

## 1 信噪比估计算法

### 1.1 信号模型

假设经过平坦衰落信道、匹配滤波器且采样后,输出信号为

$$y_k = \sqrt{S} r_k + n_k \quad k = 1, 2, 3, \dots, L \quad (1)$$

式中:  $\sqrt{S}$  为衰落因子,  $r_k$  为调制信号,  $n_k$  为零均值的复高斯白噪声,噪声实部和虚部的方差均为  $\sigma^2$ ,  $L$  为数据块长度。

### 1.2 基于综合利用高阶统计量信息的信噪比估计改进算法

近年来,高阶统计量信噪比估计方法逐渐增多,这是由于高阶统计量包含了低阶统计量没有的新信息,因此在低信噪比下可以利用它得到有用的估计算法。由文献[8,9]中信噪比函数与高阶量的关系

$$f(\rho) = \frac{\left( \prod_{i=1}^U M_{2n_i}^{\rho_i} \right)}{M_2^Q}$$

$$n_i, \rho_i \in \mathbf{N}, n_i > 1, \rho_i > 0 \quad (2)$$

式中,  $f(\rho)$  为含信噪比  $\rho$  的线性方程,定义  $2Q$  为统计量阶数,  $M_{2n_i}^{\rho_i}$  为理论样本矩,  $U$  是该阶统计量所含分量个数,  $\rho_i$  和  $n_i$  满足  $Q = \sum_{i=1}^U n_i \rho_i$ , 且式(2)是单调函数<sup>[10]</sup>。

采用估计样本矩代替真实样本矩后

$$\hat{M}_p \doteq \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L |r_k|^p \quad (3)$$

由式(2,3)可得信噪比估计式为

$$\hat{\rho}_{k,l} = f_{k,l}^{-1} \left( \frac{\hat{M}_k^l}{\hat{M}_2^Q} \right) \quad (4)$$

当  $(k,l) = (2,1)$  和  $(4,2)$  时即为  $M_1 M_2$  和  $M_2 M_4$  估计算法。

由于统计量阶数越高,计算量越大,本文对最高阶分别为8阶、10阶、12阶统计量进行计算,此时各阶统计量所含分量如表1。对选择这3种阶数的原因会在第3节通过仿真具体分析。

表1 各阶统计量所含分量表

阶数	分量			
	分量1	分量2	分量3	分量4
2Q=4	$\frac{M_4}{M_2^2}$	0	0	0
2Q=6	$\frac{M_6}{M_2^3}$	0	0	0
2Q=8	$\frac{M_8}{M_2^4}$	$\frac{M_4^2}{M_2^2}$	0	0
2Q=10	$\frac{M_{10}}{M_2^5}$	$\frac{M_4 M_6}{M_2^3}$	0	0
2Q=12	$\frac{M_{12}}{M_2^6}$	$\frac{M_4 M_8}{M_2^4}$	$\frac{M_6^2}{M_2^3}$	$\frac{M_4^3}{M_2^2}$

本文通过建立信噪比函数与各阶数统计量的线性关系,将各阶统计量信息充分利用,大大提高了低信噪比条件下的估计性能。

设信噪比函数与最高阶为8阶的统计量线性表达式

$$f_{\text{EOS}}(\rho) \doteq \beta \frac{M_4}{M_2^2} + \gamma \frac{M_6}{M_2^3} + \delta \frac{M_4^2}{M_2^2} + \epsilon \frac{M_8}{M_2^4} \quad (5)$$

由式(4,5)可得信噪比表达式为

$$\hat{\rho}_{\text{EOS}} = f_{\text{EOS}}^{-1} \left( \frac{\hat{M}_k^l}{\hat{M}_2^Q} \right) =$$

$$a_1 \frac{M_4}{M_2^2} + a_2 \frac{M_6}{M_2^3} + a_3 \frac{M_4^2}{M_2^2} + a_4 \frac{M_8}{M_2^4} \quad (6)$$

同理,10阶和12阶的表达式为

$$\hat{\rho}_{\text{TOS}} = a_1 \frac{M_4}{M_2^2} + a_2 \frac{M_6}{M_2^3} + a_3 \frac{M_4^2}{M_2^2} + a_4 \frac{M_8}{M_2^4} + a_5 \frac{M_4 M_6}{M_2^3} + a_6 \frac{M_{10}}{M_2^5} \quad (7)$$

$$\hat{\rho}_{\text{TWOS}} = a_1 \frac{M_4}{M_2^2} + a_2 \frac{M_6}{M_2^3} + a_3 \frac{M_4^2}{M_2^2} + a_4 \frac{M_8}{M_2^4} + a_5 \frac{M_4 M_6}{M_2^3} + a_6 \frac{M_{10}}{M_2^5} + a_7 \frac{M_{12}}{M_2^6} + a_8 \frac{M_4 M_8}{M_2^4} + a_9 \frac{M_6^2}{M_2^3} + a_{10} \frac{M_4^3}{M_2^2} \quad (8)$$

式中,  $a_1 \sim a_{10}$  为各分量系数,将式(6~8)分别定义为最高阶为8阶的统计量算法(Eighth-order statistics, EOS),最高阶为10阶的统计量算法(Tenth-order statistics, TOS),最高阶为12阶的

统计量算法(Tweleveth-order statistics, TWOS), 每一种算法都含有低阶统计量信息。

得到信噪比估计式之后主要问题就是求解各个新算法的系数, 由于全回归方法是无偏算法, 可避免文献[8]求解系数时以牺牲偏差为代价求得方差最小的缺点, 所以本文将采用全回归模型分析求解, 3种算法对应3种模型。

将式(6)简化为

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 \quad (9)$$

其中, 式(9)各分量与式(6)一一对应。

对  $y$  及  $x_1, x_2, x_3, x_4$  做  $n$  次采样, 得数据  $(y_i, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}, x_{4i}), i=1, 2, \dots, n$ , 则

$$y_i = a_1x_{1i} + a_2x_{2i} + a_3x_{3i} + a_4x_{4i} \quad (10)$$

记

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{n \times 1}, \quad a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix}_{4 \times 1}$$

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & x_{31} & x_{41} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1n} & x_{2n} & x_{3n} & x_{4n} \end{bmatrix}_{n \times 4}$$

则  $Y = Xa$ 。

根据最小二乘定理, 设

$$Q = (Y - Xa)'(Y - Xa) \quad (11)$$

即

$$Q = \sum_{i=1}^n \left( y_i - \sum_{j=1}^4 a_j x_{ji} \right)^2 \quad (12)$$

寻找  $\hat{a} = (\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3, \hat{a}_4)$  使得  $Q$  达到最小,  $Q$  是  $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3, \hat{a}_4$  的非负二次函数, 故最小值一定存在, 也即  $\hat{a}$  一定可以找到, 由极值定理,  $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3, \hat{a}_4$  应满足

$$\frac{\partial Q}{\partial a_l} = -2 \sum_{i=1}^n \left( y_i - \sum_{j=1}^4 a_j x_{ji} \right) x_{li} = 0 \quad (13)$$

式中  $l=1, 2, 3, 4$ 。

将式(13)方程写成矩阵形式得

$$(X'X)\hat{a} = X'Y \quad (14)$$

若  $X'X$  满秩, 该正规方程有唯一解

$$\hat{a} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (15)$$

则线性回归方程为

$$\hat{y} = \hat{a}_1x_1 + \hat{a}_2x_2 + \hat{a}_3x_3 + \hat{a}_4x_4 \quad (16)$$

在给出理论值的基础上, 对 QAM 调制信号拟合出 EOS 各系数, 同理可得到 TOS, TWOS 各系数, 如表 2 所示。同时可以求得全回归模型性能分析, 如表 3 所示。

表 2 QAM 三种模型系数表

系数	模型		
	EOS	TOS	TWOS
$a_1$	-19.350 3	-95.511 7	169.158 5
$a_2$	-87.231 4	-214.667	235.481 2
$a_3$	114.408 9	337.821 3	-597.911
$a_4$	4.131 8	45.812 2	-98.893 6
$a_5$		-60.801 3	252.199 5
$a_6$		-2.080 4	-3.910 2
$a_7$			0.091 0
$a_8$			80.594 2
$a_9$			-97.793 6
$a_{10}$			156.270 2

表 3 QAM 全回归模型性能分析表

参数	模型		
	EOS	TOS	TWOS
$R^2$	0.993 90	0.998 74	0.999 31
$p$	0	0	0

表 3 中,  $R^2$  表示相关系数平方值, 其值越大表示模型拟合程度越高, 由表 3 中数据可知, 3 种模型的拟合程度都比较高, 几乎接近 1, 且 12 阶统计量拟合程度最高。  $p$  表示显著性概率, 3 种模型拟合的显著性概率均为 0, 小于 0.05, 故拒绝零假设, 认为回归方程中至少有一个自变量系数不为零, 回归方程有意义。以上参数可以证明 3 种模型均可用于实验数据拟合。

本文算法在求解系数上的复杂度要小于文献[8], 只是在整体求解信噪比时 8 阶算法与文献[8]复杂度相同, 而 10 阶、12 阶算法统计量阶数要高于文献[8], 复杂度会相应增加。

## 2 仿真结果

标准差是方差的平方根, 它可以更直观地显示估计性能, 所以本文通过对估计标准差的比较来分析新算法的优劣。

下面采用 Monte Carlo 对方形星座的 16QAM 信号使用本文提出的 3 种新算法进行仿真, 并和 EOS C2 算法进行比较。之后对十字形星座的 32QAM 信号进行仿真比较, 测试信噪比范围为  $-16 \sim 14$  dB。本文主要针对低信噪比下信噪比估计, 所以在  $-16 \sim 14$  dB 范围内 EOS C2 算法的

目标信噪比  $\rho_0$  取值 10 dB。

## 2.1 16QAM 信号仿真

如图1和图2在数据长度  $L=5\,000$  时,新算法均相比文献[8]性能提高很多,尤其是在低信噪比环境下估计精度更高,在  $-10$  dB 处, TOS 的误差为 3 dB,而 TWOS 只有 2 dB。

同时,在  $-10$  dB 处 12 阶(TWOS)要比 10 阶(TOS)和 8 阶(EOS)的标准差小,其主要原因有两个:一是全回归的数据拟合程度与所含变量个数有关,变量个数决定着拟合系数的个数,拟合系数个数越多,拟合程度就越高,越接近真实值;二是阶数越高可利用的信息量越多。但是阶数越高,精确估计就需要更大的数据量。

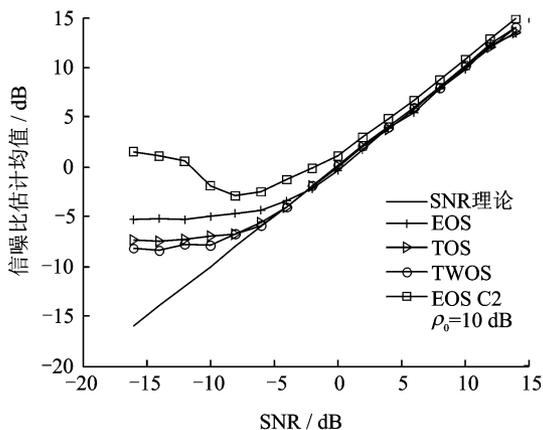


图1 16QAM 信噪比估计值均值比较 ( $L=5\,000$ )

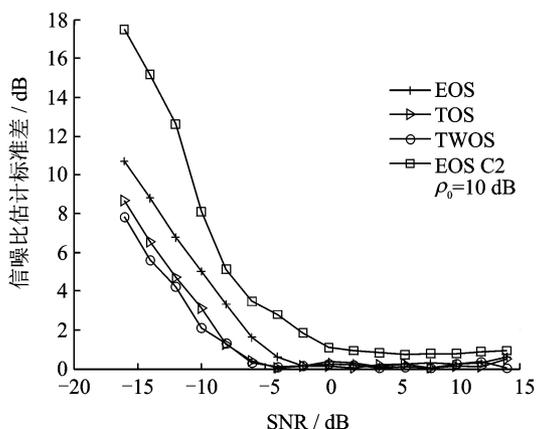


图2 16QAM 信噪比估计值标准差比较 ( $L=5\,000$ )

为进一步研究数据长度对新算法的影响,在  $\text{SNR}=5$  dB 处对新算法不同信号长度进行仿真,结果如图3所示。

如图3,由于其他两种新算法所需数据长度比 TWOS 要少,所以在图3中,当信号长度为  $L=$

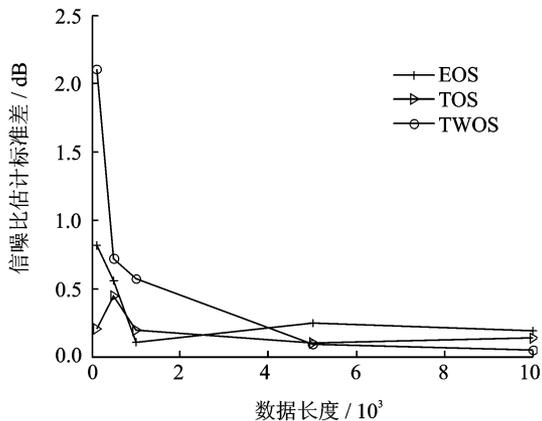


图3 不同数据长度16QAM 信噪比估计值标准差比较 ( $\text{SNR}=5$  dB)

1 000 时, EOS 和 TOS 算法性能优于 TWOS, 误差保持在 0.5 dB 以内。结合图2,3 可以知,3 种算法性能都要优于文献[8]。  $L=5\,000$  时,3 种算法中 TWOS 算法性能最好,可以得到较高的精度。

同时,以上3个仿真结果可以得到: TWOS 相对 TOS 性能有所提高,估计误差更小,但是提高的性能与增加的运算量以及增加的数据长度必须得到权衡,综合考虑算法性能和运算量后,在实际应用中,如果需要得到比较精确的信噪比,就可以采用 TOS 算法,如果需要粗略估计或者实时估计就要采用 EOS 算法,这也是本文只考虑基于此算法的最高阶为 12 阶、10 阶和 8 阶统计量的原因。

## 2.2 32QAM 信号仿真

由图4,5 可知,该算法同样适用于十字形星座的 32QAM 信号,性能较好,且各个算法性能的优劣性与对 16QAM 信号的估计一致,充分说明该算法具有较强的适应性,尤其是在低信噪比环境下性能较好。

综上所述,对于非恒模 QAM 信号,在复高斯信道下,采用本文提出的信噪比估计新算法性能稳定,适用于各 QAM 信号,性能明显优于较新的 EOS C2 算法。算法精度高,如果进行粗略估计,估计范围可以延伸至  $-12$  dB,而且3种模型计算量不同,在对信噪比要求不是很高时可以采用第一种模型 EOS,若要非常精确的估计可以采用模型 TWOS。

## 3 结束语

本文研究了复杂调制信号信噪比估计,针对现

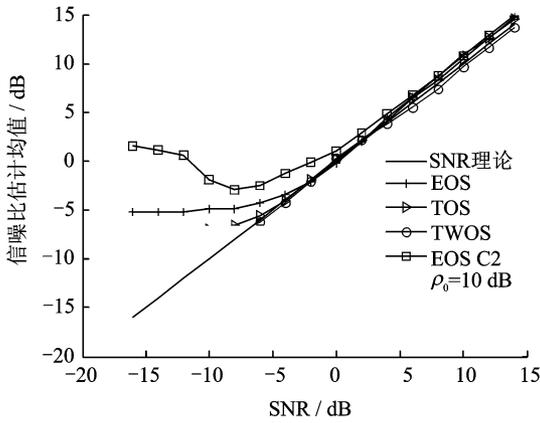


图 4 32QAM 信噪比估计值均值比较 ( $L=5\ 000$ )

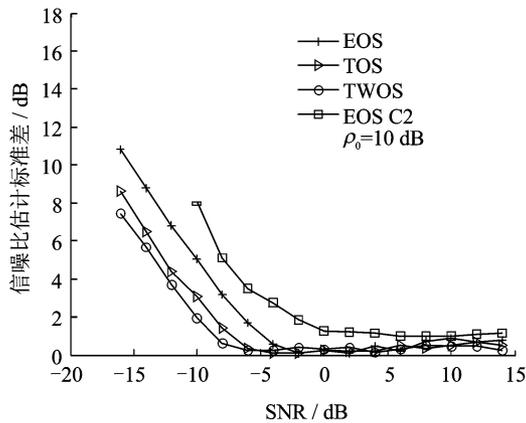


图 5 32QAM 信噪比估计值标准差比较 ( $L=5\ 000$ )

有信噪比估计方法对于 MQAM 信号在低信噪比下估计精度不高的特点,提出了一种基于高阶统计量的改进算法,该算法通过建立信噪比与统计量的线性关系,充分利用不同阶统计量信息,较好地解决了传统方法只使用特定阶数统计量带来的低信噪比条件下,信噪比估计误差大的问题,而且可以根据实际要求灵活地对算法的 3 种模型进行选择。

#### 参考文献:

- [1] Pauluzzi D R, Beaulieu N C. A comparison of SNR estimation techniques for the AWGN channel [J]. IEEE Trans Commun, 2000,48(10): 1681-1691.
- [2] Beaulieu N C, Toms A S, Pauluzzi D R. Comparison of four SNR estimators for QPSK modulations [J]. IEEE Commun Letters, 2000,4(1): 43-45.
- [3] Stéphane A, Bellili F, Affes S. Moment-based SNR estimation over linearly-modulated wireless

SIMO channels[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010,9(2):714-722.

- [4] Zhao Hongyu, Fan Pingzhi, Takis Mathiopoulos P et al. On SNR estimation techniques for turbo decoding over uncorrelated Rayleigh fading channels with unknown fading parameters [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2009,58(9):4955-4961.
- [5] 许华,樊龙飞,郑辉. 一种 QAM 信号的盲信噪比估计算法[J]. 电子学报, 2005,(4): 758-761.  
Xu Hua, Fan Longfei, Zheng Hui. A blind SNR estimation algorithm for QAM signals [J]. Acta Electronica Sinica, 2005,(4): 758-761.
- [6] 李晋,华惊宇,尤肖虎. 一种移动通信中的低复杂度盲信噪比估计算法[J]. 电子与信息学报, 2006,28(6): 1054-1058.  
Li Jin, Hua Jingyu, You Xiaohu. A low complexity blind SNR estimator in mobile communication [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2006,28(6): 1054-1058.
- [7] 聂远飞,葛建华,王勇. 基于先验信息的 M-APSK 信号迭代信噪比估计[J]. 电子与信息学报, 2008,30(9): 2170-2173.  
Nie Yuanfei, Ge Jianhua, Wang Yong. Iterative SNR estimation algorithm for M-APSK signal based on a priori information [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008,30(9): 2170-2173.
- [8] Álvarez-Díaz, López R, Mosquera C. SNR estimation for multilevel constellations using higher-order moments [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010,58(3): 1515-1526.
- [9] Lopez-Valcarce R, Mosquera C. Sixth-order statistics-based non-data-aided SNR estimation [J]. IEEE Communications Letters, 2007,11(4): 351-353.
- [10] Gao Ping, Tepedelenliöglu C. SNR estimation for nonconstant modulus constellations [J]. IEEE Trans Signal Process, 2005,53(3): 865-870.

作者简介:韩博(1987-),男,硕士研究生,研究方向:通信信号处理技术,E-mail:343742627@qq.com;吴杰(1973-),男,副教授,研究方向:通信抗干扰技术与通信信号处理技术;许华(1976-),男,副教授,研究方向:信号盲处理技术与通信信号分析技术。