

文章编号:1004-9037(2013)02-0244-06

四元数数据投影 DOA 跟踪算法

陶 军 虞 飞 林智勇

(空军航空大学航空控制工程系, 长春, 130022)

摘要:研究了基于两分量简化电磁矢量传感器阵列的多个信号波达方向(Direction of arrival, DOA)跟踪问题,提出了一种基于四元数模型的数据投影(Quaternion data projection method, QDPM)跟踪算法。此算法对初始化条件引起的波动具有很强的鲁棒性,并且具有比常规DPM(Data projection method)算法更快的收敛速度,尤其在信号角度变化较剧烈时体现得更明显。此外,在低信噪比的情况下,QDPM算法比DPM算法具有更高的DOA跟踪精度。最后通过仿真实验验证了算法的有效性。

关键词:电磁矢量传感器阵列;四元数;波达方向;子空间跟踪;信号处理

中图分类号:TP391.1

文献标志码:A

DOA Tracking Algorithm Based on Quaternion Data Projection Method

Tao Jun, Yu Fei, Lin Zhiyong

(Department of Control Engineering, Aviation University of Air Force, Changchun, 130022, China)

Abstract: The problem of direction-of-arrival (DOA) tracking for multi-signals is researched based on simplified polarization vector-sensor array, and a novel quaternion data projection method (QDPM) is proposed. The proposed algorithm has high robustness to the undulate phenomenon arisen from the initialization, and converges faster than the conventional data projection method (DPM), especially when the DOA changes drastically. Moreover, the QDPM algorithm shows a higher tracking precision than DPM algorithm at low signal-to-noise ratio (SNR). Finally, simulation results verify the effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: electromagnetic vector-sensor array; quaternion; direction-of-arrival (DOA); sub-space tracking; signal processing

引 言

电磁矢量传感器具有极化敏感特性,因而具有比传统的标量传感器更优越的性能。基于电磁矢量传感器阵列的数学模型目前有两种:一种是传统的复数域长矢量模型,它是将各个相互垂直的天线分量的输出数据按照阵列空间维数展开排列,从而形成一个长的数据矢量,故称之为长矢量数据模型。此模型的优点是可利用复数矩阵代数方法进行逐个分量处理,但由于该模型没有考虑矢量传感器内部各个天线分量的垂直关系,而是简单地将所有分量的输出数据排成一个列矢量,因此它破坏了各分量输出数据本身所具有的矢量结构^[1];另一种是四元数模型,它将每个阵元的各分量接收数据合

成为一个四元数,突破了传统的基于复数域长矢量模型的局限性,利用四元数的正交特性很好地考虑了信号分量之间的垂直关系,从而对矢量传感器阵列进行了更全面的描述。在某些方面,四元数模型比基于复数域的长矢量模型更有利于矢量传感器阵列的信号处理。

近年来,基于四元数模型的矢量传感器阵列信号处理已经得到了长足的发展^[1-5]。文献[1~3]已经成功地将多重信号分类法(Multiple signal classification, MUSIC)算法和旋转不变子空间算法(Estimating signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT)算法引入到四元数框架下,得到了优于长矢量模型的估计性能,这些算法的一个共同特点是都用到了静态数据协方差矩阵的特征分解。由于实际应用中,目标(如飞机

等)通常是移动的,需要对其波达方向(Direction of arrival, DOA)进行准确的跟踪估计。为了解决 DOA 跟踪问题,近年来,子空间跟踪算法^[6-10]得到了广泛的研究。这些算法利用当前时刻接收数据对先前估计的子空间进行更新,具有较小的运算量。目前国内外对子空间跟踪类算法的研究主要是基于标量传感器阵列,而基于矢量传感器阵列的跟踪问题研究相对较少。文献[11]研究了利用叉乘(Cross product)算法对电磁波的跟踪问题,但该方法仅适用于单信号源情形。

针对上述问题,本文提出了一种基于四元数模型的数据投影(Quaternion data projection method, QDPM)跟踪算法,实现了利用矢量传感器阵列对多个信号的 DOA 进行跟踪。此算法对初始化条件引起的波动具有很强的鲁棒性,并且具有比常规 DPM (Data projection method)算法更快的收敛速度,尤其在信号角度变化较剧烈时体现得更明显。此外,在低信噪比的情况下,QDPM 算法比 DPM 算法具有更高的 DOA 跟踪精度。

1 阵列的四元数接收模型

假设均匀线性阵列(Uniform linear array, ULA)由 L 个沿 y 轴正方向排列的电磁矢量传感器组成,每个阵元采用沿 x, y 轴严格正交的电偶极子对,在空间同一点处放置,同时接收空间中 x 和 y 方向的电场分量,则此两分量简化矢量传感器的空间响应矢量为^[4]

$$\mathbf{h}(\theta, \phi, \gamma, \eta) = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\phi & -\sin\phi \\ \cos\theta\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin\gamma e^{j\eta} \\ \cos\gamma \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中, $\theta \in (\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ (从 z 轴测量)和 $\phi \in [0, 2\pi)$ 分别表示入射波的俯仰角和方位角; $\gamma \in [0, \frac{\pi}{2})$ 和 $\eta \in [-\pi, \pi)$ 为其极化参数。为了后面分析方便,现固定所有信号的方位角 $\phi = 90^\circ$ 。

考虑一个窄带、远场电磁横极化信号在各向同性、均匀介质中传播,则 x 和 y 轴方向上的电场强度分量分别为

$$z_x(t) = E_x s(t) = -\cos\gamma s(t) \quad (2)$$

$$z_y(t) = E_y s(t) = \cos\theta \sin\gamma e^{j\eta} s(t) \quad (3)$$

式中 $s(t)$ 是信号的复包络。将这两个方向上的电场分量合成为一个四元数,即

$$z_s(t) = z_x(t) + iz_y(t) = [1 \quad i] \begin{bmatrix} z_x(t) \\ z_y(t) \end{bmatrix} =$$

$$[1 \quad i] \begin{bmatrix} -\cos\gamma \\ \cos\theta \sin\gamma e^{j\eta} \end{bmatrix} s(t) = p(\theta, \gamma, \eta) s(t) \quad (4)$$

式中, $p(\theta, \gamma, \eta)$ 是一个四元数,将四元数域记为“ \mathbf{Q} ”。通过上述方式,将两个复数合成为一个四元数。下面,将上述单个两分量矢量传感器扩展到矢量传感器阵列情形。设上述均匀线阵以坐标原点上的阵元为参考阵元,则整个阵列的四元数空间响应表达式为

$$z_s(t) = p(\theta, \gamma, \eta) \mathbf{q}(\theta) s(t) \quad (5)$$

式中, $\mathbf{q}(\theta) = [q_1(\theta), \dots, q_L(\theta)]^T$ 为阵列的空域导向矢量,这里 $(\cdot)^T$ 表示矩阵的转置。 $q_l(\theta)$ 为第 l 个阵元的空间相移因子,且

$$q_l(\theta) = e^{j(l-1)\mu} \quad l=1, \dots, L \quad (6)$$

式中: $\mu = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \sin\theta$ 为相邻阵元间接收信号的相位延迟, λ 为信号的波长, Δ 为两个相邻阵元的间距。

考虑 K ($K < L$) 个远场、窄带完全极化电磁信号从不同方向入射到均匀线性阵列,同时考虑测量(接收)噪声的影响,则阵列输出矢量的四元数模型为

$$\mathbf{z}(t) = \sum_{k=1}^K [p(\theta_k, \gamma_k, \eta_k) \mathbf{q}(\theta_k)] s_k(t) + \mathbf{n}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (7)$$

式中: $\mathbf{A} = [p(\theta_1, \gamma_1, \eta_1) \mathbf{q}(\theta_1), \dots, p(\theta_K, \gamma_K, \eta_K) \mathbf{q}(\theta_K)]$ 为阵列的 $L \times K$ 维四元数方向矩阵,且 $p(\theta_k, \gamma_k, \eta_k)$ 中包含了信号的角度和极化信息。 $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_K(t)]^T$ 为信号的 $K \times 1$ 维矢量,其中 $s_k(t) = \sqrt{p_k} \sigma_k(t) e^{j(2\pi \frac{c}{\lambda} t + \varphi_k)}$ 表示第 k 个信号的复包络, p_k 表示第 k 个信号的功率, $\sigma_k(t)$ 是零均值单位方差的复随机过程, c 表示波的传播速度, φ_k 是第 k 个信号在 $[0, 2\pi)$ 之间均匀分布随机相位。 $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), \dots, n_L(t)]^T \in \mathbf{Q}^{L \times 1}$ 为阵列四元数加性噪声矢量,其中 $n_l(t) = [1 \quad i] [n_{lx}(t) \quad n_{ly}(t)]^T$ 表示第 l 个矢量传感器的四元数加性噪声,而 $n_{lx}(t)$ 和 $n_{ly}(t)$ 分别为 x 和 y 轴方向上的复数加性噪声分量。

2 基于四元数模型的数据投影跟踪算法

本文提出的 QDPM 跟踪算法是通过四元数矩阵的 QR 分解,来获得 K 个主特征向量,亦即信号子空间,使得在子空间更新过程中,各子空间向量之间的正交性得以保持,从而保证了 DOA 估计的

精度。

引理^[12] 设 $\mathbf{R}_t \in \mathbf{C}^{L \times L}$ 为一个对称非负定方阵, 设 $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_K > \lambda_{K+1} \geq \dots \geq \lambda_L \geq 0$ 为其 L 个特征值, 而 $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_L$ 为其相应的特征向量。考虑 $L \times K$ 维矩阵序列 $\{U_s(t)\}$, 定义迭代式

$$U_s(t) = \text{orthnorm}\{\mathbf{R}_t U_s(t-1)\} \quad t=1, 2, \dots \quad (8)$$

式中, orthnorm 表示通过复数域 QR 分解或改进的 Gram-Schmidt 正交化等方法实现标准正交化。如果矩阵 $U_s^H(0)[\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_K]$ 非奇异, 则

$$\lim_{t \rightarrow \infty} U_s(t) = [\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_K] \quad (9)$$

式中, $(\cdot)^H$ 表示复矩阵的共轭转置运算。文献[6]通过一种自适应处理实现了引理中的正交迭代过程

$$U_s(t) = \text{orthnorm}\{(\mathbf{I}_L + \mu \mathbf{R}_t) U_s(t-1)\} \quad t=1, 2, \dots \quad (10)$$

式中: μ 是一个小标量参数, 称为步长因子, \mathbf{I}_L 表示 L 维的单位阵。在阵列信号处理中, 引理中的非负定方阵 $\mathbf{R}_t \in \mathbf{C}^{L \times L}$ 为阵列接收数据的协方差矩阵, $U_s(t)$ 则为信号子空间在 t 时刻的更新值。对 \mathbf{R}_t 的选择不同, 得到的子空间跟踪算法也就不同了。本文的 QDPM 方法选择采用阵列在 t 时刻的瞬时接收数据的协方差矩阵来代替 \mathbf{R}_t , 即 $\mathbf{R}_t = \mathbf{z}(t) \mathbf{z}^d(t)$, 但应注意, 此时 $\mathbf{R}_t \in \mathbf{Q}^{L \times L}$ 。

QDPM 算法主要是通过 $L \times L$ 维的瞬时接收数据协方差矩阵 \mathbf{R}_t 来实现对 $L \times K$ 维信号子空间的跟踪。在每一次迭代中, 我们可以更新计算出当前时刻信号子空间的一组基向量, 记为 $U_s(t)$ 。对 $U_s(t)$ 的更新计算包括数据压缩和压缩矩阵正交化两个步骤, 即

$$\mathbf{T}(t) = \mathbf{R}_t U_s(t-1) \quad (11)$$

$$U_s(t) = \text{orthnorm}\{\mathbf{T}(t)\} \quad (12)$$

这里, $\mathbf{T}(t) \in \mathbf{Q}^{L \times K}$ 可以看作是一个 $L \times 1$ 维数据矢量 $\mathbf{z}(t)$ 与一个 $K \times 1$ 维的压缩数据矢量之间的互相关矩阵, 而这个压缩数据矢量为

$$\mathbf{r}(t) = U_s^d(t-1) \mathbf{z}(t) \quad (13)$$

通过数据压缩过程, 本文将 $\mathbf{T}(t) \in \mathbf{Q}^{L \times K}$ 和 $\mathbf{r}(t) \in \mathbf{Q}^{K \times 1}$ 存入到数据存储空间, 而不用像一般的子空间类算法一样需要存储数据协方差矩阵 $\mathbf{R}_t \in \mathbf{Q}^{L \times L}$ 和阵列接收数据 $\mathbf{z}(t) \in \mathbf{Q}^{L \times 1}$, 在 DOA 跟踪算法中, 其节省的数据存储空间是很可观的。压缩矩阵的正交化的目的是确保在子空间的更新过程中, 各子空间向量之间的正交性能够得到保持, 以保证 DOA 跟踪估计的精度。综上分析可得到如下的 QDPM 算法:

对 $t=1, 2, \dots$

(1) 计算压缩数据矢量 $\mathbf{r}(t) = U_s^d(t-1) \mathbf{z}(t)$;

(2) 计算互相关矩阵 $\mathbf{T}(t) = (1-\rho) U_s(t-1) + \rho \mathbf{r}(t) \mathbf{r}^d(t)$;

(3) 对互相关矩阵进行 QR 分解, 即 $\mathbf{T}(t) \Rightarrow \mathbf{Q}(t) \mathbf{R}(t)$;

(4) 取正交矩阵 $\mathbf{Q}(t)$ 的前 K 列向量, 构造的矩阵即为信号子空间 $U_s(t)$ 的更新值;

(5) 通过四元数域的 ESPRIT 算法^[3] 估计出信号在 t 时刻的 DOA;

算法初始化: 根据引理可知, $U_s(0)$ 只要是由 K 个线性无关的列向量构成的矩阵即可, 只是收敛速度不同。一般可以设 $U_s(0) = [\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_K]$, 式中 \mathbf{e}_i 表示单位矢量, 除了第 i 个元素为 1 外, 其余都为 0。

需要注意的是, QDPM 算法中的各种运算都是四元数值之间的运算, 不同于 DPM 算法中的复数域运算, 而在计算量方面, 虽然四元数比复数的计算量大, 但是, 在 QDPM 算法中, 四元数矩阵 $U_s(t)$, $\mathbf{z}(t)$ 和 $\mathbf{T}(t)$ 的行数都只是 DPM 算法中对应矩阵分量行数的一半, 因此, QDPM 算法的计算复杂度与 DPM 算法一样, 仍为 $O(L^2 K)$ 。在第(2)步中小标量参数 ρ 满足 $0 < \rho < 1$, 称为遗忘因子, 可以看出, 遗忘因子 ρ 越大, 前一时刻信号子空间的估计值对当前时刻信号子空间估计起到的作用越弱, 反之作用越强。

3 仿真实验

考虑一个由 5 个排列在 y 轴上的二分量的电磁矢量传感器构成的均匀线性矢量传感器阵列, 相邻两个阵元的间距取为波长的一半, 即: $\Delta = \lambda/2$ 。考虑两个等功率窄带独立、完全极化横向电磁 (Transverse electromagnetic, TEM) 平面波的信号源入射到上述阵列, 且阵列对空间信号单次采样, 加性噪声假设为零均值高斯白噪声, 信噪比 (Signal-to-noise ratio, SNR) 定义为: $\text{SNR} = 10 \lg(P_s/P_n)$, P_s 和 P_n 分别为信号和噪声的平均功率。

3.1 遗忘因子 ρ 对 QDPM 跟踪性能的影响

假设两个信号相对于阵列初始 DOA 为: $\theta = [30^\circ \ 40^\circ]$ 。信号源移动的角度变化律分别为: $\theta_1 = 30^\circ - t \times 0.05^\circ$, $\theta_2 = 40^\circ + t \times 0.05^\circ$; 两信号的极化参数 (γ, η) 分别为: $(50^\circ, 30^\circ)$, $(30^\circ, 45^\circ)$; 快拍数为 300 次; $\text{SNR} = 15$ dB。图 1(a, b, c) 分别为遗

忘因子取 $\rho=0.01, \rho=0.1, \rho=0.5$ 时 QDPM 算法对两个信号 DOA 跟踪曲线。

比较图 1 的 3 组仿真图可以看出,遗忘因子 ρ 越小,算法跟踪过程越稳定,且随着快拍数增大,跟踪曲线的波动越来越小,但此时跟踪受初始化条件的影响越大,导致算法的收敛速度下降。而随着遗忘因子的逐渐增大,算法跟踪的稳定性有所下降,且跟踪估计值相对于实际 DOA 的偏差随着快拍数的增加并没有明显的收敛,波动较大,但此时算法的初始收敛速度加快了。这是因为,遗忘因子 ρ 越小前一时刻对信号子空间的跟踪结果在当前时刻迭代中的作用越大。

3.2 初始化条件对跟踪性能的影响

假设两个信号源相对于阵列的初始 DOA 为:

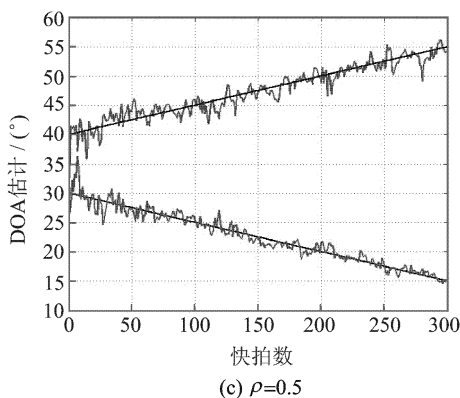
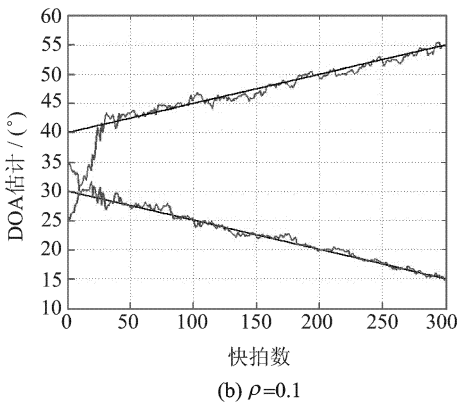
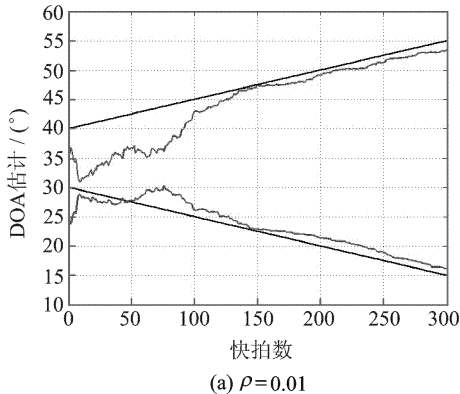


图 1 QDPM 对两个信号 DOA 的跟踪情况

$\theta = [30^\circ \ 40^\circ]$ 。信号源移动的角度变化律分别为: $\theta_1 = 30^\circ - t \times 0.05^\circ$ (平稳时变信号), $\theta_2 = 40^\circ + 10 \sin\left(\frac{\pi t}{100}\right)$ (周期变化信号)。两信号的极化参数 (γ, η) 分别为: $(50^\circ, 30^\circ), (30^\circ, 45^\circ)$ 。采样次数(快拍数)为 50 次。遗忘因子 $\rho=0.1$, 信噪比取为 $\text{SNR}=15 \text{ dB}$ 。基于 QDPM 算法、DPM 算法^[13] 和秩-1 子空间跟踪 (Rank-one subspace tracking, ROST) 算法^[14] 分别进行仿真实验, 图 2 中给出了 DOA 估计随快拍数的变化曲线。

从图 2 的仿真结果可以看出, 在相同的初始化条件下, QDPM 算法的波动最小, 并且收敛总体最快(在第 15 次快拍时基本收敛), 这说明 QDPM 算法对初始化条件引起的波动具有很强的鲁棒性, 而 DPM 算法和 ROST 算法的初始波动范围很大, 在

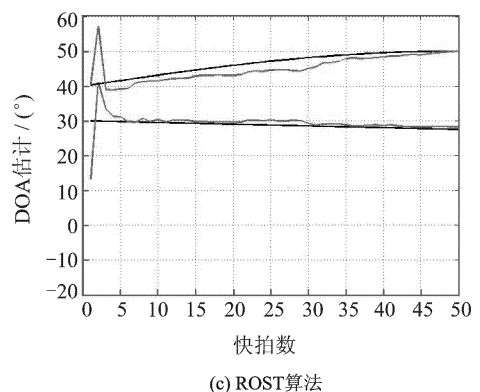
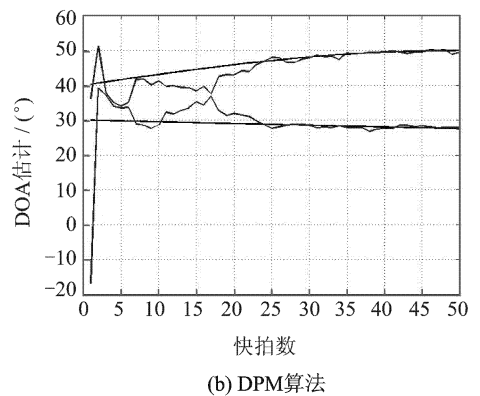
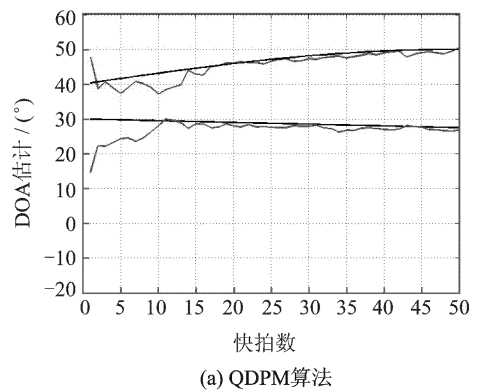
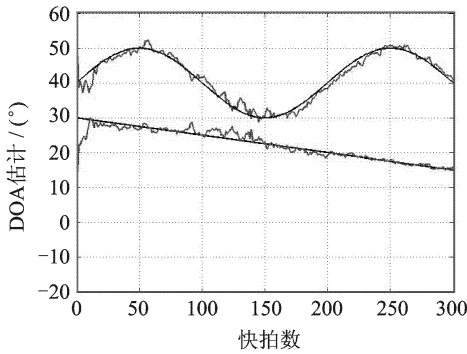


图 2 3 种跟踪算法的初始性能比较

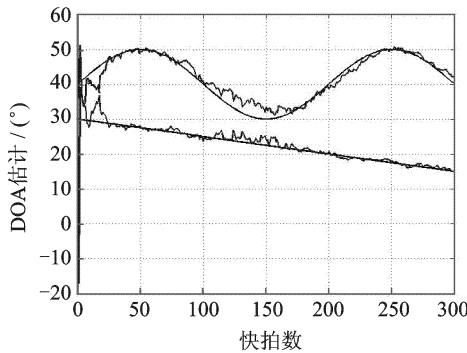
收敛性方面,DPM 算法在第 25 次快拍时才达到收敛,ROST 算法虽然在平稳时变信号情况下的收敛很快,但是在角度变化较剧烈(如:周期时变信号)的情况下其收敛性明显不如前两种算法。

3.3 DOA 跟踪精度的比较

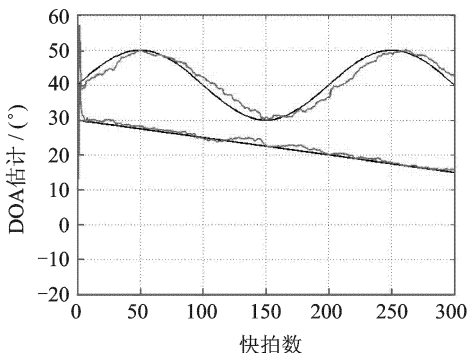
图 3 中给出了 3 种算法在跟踪区间内的 DOA 估计随快拍数的变化曲线,除了快拍数取 300 外,所有仿真条件同 3.2 节。由图 3 的 3 组仿真曲线可以看出,当信噪比与遗忘因子一定时,随着信号源方向的改变,3 种算法都能实现对目标信号 DOA 的成功跟踪。在平稳时变信号的情况下,3 种算法的跟踪精度相差不多。但是当角度变化较剧烈(如:周期时变信号)时,可以看出 QDPM 算法对 DOA 的跟踪精度明显高于另外两种算法,



(a) QDPM 算法



(b) DPM 算法



(c) ROST 算法

图 3 3 种跟踪算法的跟踪精度比较

DPM 算法的弱点主要体现在当两个目标的 DOA 接近时,跟踪的误差较大,而 ROST 算法的跟踪曲线总体滞后于实际的 DOA 变化曲线,其跟踪误差显然最大。

为了更直观地比较上述 3 种跟踪算法的跟踪精度,图 4 中给出了 3 种算法在跟踪区间内 DOA 估计的均方根误差(Root mean square error, RMSE)随 SNR 的变化曲线,除了 SNR 外,所有仿真条件同 3.2 节。这里取跟踪区间为 $t = [25, 300]$,以消除初始化对跟踪的影响,从而更合理地评价 3 种算法的跟踪精度。

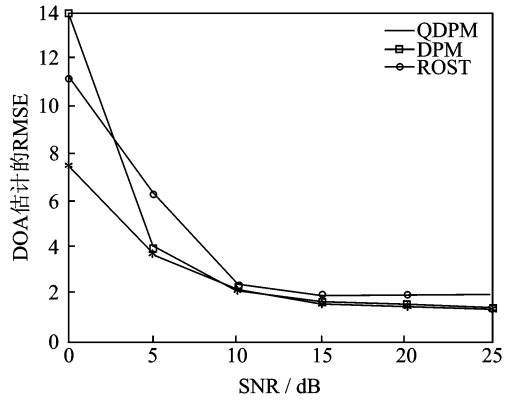


图 4 DOA 估计的 RMSE 随信噪比变化曲线

从图 4 的仿真结果可以看出,随着 SNR 的增加,这两种算法 DOA 估计的 RMSE 都是逐渐减小的,说明其跟踪性能越来越好。在同一 SNR 条件下,QDPM 算法的 RMSE 曲线始终位于最下方,说明此时 QDPM 算法的跟踪精度高于 DPM 算法和 ROST 算法,尤其在低 SNR 情况下,这种优势更明显。

4 结束语

本文基于两分量简化矢量传感器阵列的四元数时域信号模型,提出了一种基于四元数模型的数据投影 DOA 跟踪算法,实现了利用矢量传感器阵列对多个信号的 DOA 进行跟踪。仿真结果表明:QDPM 算法对初始化条件引起的波动具有较强的鲁棒性,在低 SNR 的情况下,QDPM 算法对 DOA 的跟踪精度明显高于常规 DPM 算法。因而,QDPM 算法非常适合于 SNR 很低以及对收敛速度要求较高的场合下对快变信号方向的跟踪。

参考文献:

[1] Miron S, Le Bihan N, Mars J. Quaternion-music for

- vector-sensor array processing[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2006, 54(4):1218-1229.
- [2] Le Bihan N, Miron S, Mars J. MUSIC algorithm for vector-sensors array using biquaternion[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2007, 55(9):4523-4533.
- [3] Gong Xiaofeng, Xu Yougen, Liu Zhiwen. Quaternion ESPRIT for direction finding with a polarization sensitive array[C]//ICSP2008 Proceedings. Beijing, China: Chinese Institute of Electronics, 2008:378-381.
- [4] 崔伟,陶建武,徐惠斌. 极化信号波达方向估计算法[J]. *兵工学报*,2010,31(7):982-986.
Cui Wei, Tao Jianwu, Xu Huibin. A new estimation algorithm of direction-of-arrival[J]. *Acta Armamentarii*, 2010, 31(7):982-986.
- [5] 陶建武,常文秀. 四元数最小均方误差算法及其在波束形成中的应用[J]. *航空学报*,2011,32(4):729-738.
Tao Jianwu, Chang Wenxiu. Quaternion MMSE algorithm and its application in beamforming[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2011, 32(4):729-738.
- [6] Xenofon G D, George V M. Fast and stable subspace tracking [J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2008, 56(4):1452-1465.
- [7] Imran A, Doug N K, Taikyeong T J. A new subspace tracking algorithm using approximation of Gram-Schmidt procedure[C]//International Conference on Information and Multimedia. Jeju Island, South Korea: IEEE Computer Society, 2009:244-248.
- [8] 孟艳,汪晋宽,朱俊,等. 基于子空间跟踪的空时多用户检测[J]. *数据采集与处理*,2008,23(6):702-705.
Meng Yan, Wang Jinkuan, Zhu Jun, et al. Space-time multiuser detection based on subspace tracking [J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2008, 23(6):702-705.
- [9] Badeau R. Fast approximated power iteration subspace tracking[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2005, 53(8):2931-2941.
- [10] Toshihisa T. Fast generalized eigenvector tracking based on the power method[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, 16(11):969-972.
- [11] Nehorai A, Tichavsky P. Cross-product algorithm for source tracking using an EM vector sensor[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1999, 47(10):2863-2867.
- [12] Golub G H, Van Loan C F. *Matrix computation* [M]. 3rd Edition. Baltimore and London: The Johns Hopkins University Press, 1996.
- [13] Yang J F, Kaveh M. Adaptive eigen-subspace algorithm for direction or frequency estimation and tracking[J]. *IEEE Trans Acoust Speech, Signal Process*, 1988, 36(2):241-251.
- [14] 陈辉,王永良. 秩-1 子空间跟踪算法[J]. *电子与信息学报*,2002,24(5):626-630.
Chen Hui, Wang Yongliang. A method of rank-1 subspace tracking[J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2002,24(5):626-630.

作者简介:陶军(1966-),男,副教授,研究方向:阵列信号处理;虞飞(1987-),男,博士研究生,研究方向:阵列信号处理,E-mail:yufei19871128@163.com;林智勇(1986-),男,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理。

