

文章编号:1004-9037(2013)02-0195-06

相对定位估计的修正克拉美罗界

李 协¹ 张效义¹ 于 旭² 胡贇鹏¹

(1. 解放军信息工程大学信息工程学院, 郑州, 450002; 2. 解放军外国语学院, 洛阳, 471003)

摘要:为定量地比较无线传感器网络中相对定位系统的时间同步误差对 TOA 机制与 TDOA 机制定位估计性能的影响,分析了同步误差的组成,将同步误差计入观测模型,在此观测模型下修正了 TOA 机制与 TOA/RSS 混合机制 CRB,并在相同的参考节点布局下分别与 TDOA 机制和 TDOA/RSS 混合机制的 CRB 做比较。新的观测模型表明,在观测方程中,发送端时钟误差同时也是未知量;TOA 机制可解出该未知量,用于消除同步误差;而 TDOA 机制牺牲一个观测量用以消除发送端时钟误差,降低了系统时间同步要求,也即消除了一个未知量。理论证明及仿真结果均表明,在等量的同步误差和相同的参考节点布局下 TOA 机制与 TDOA 机制 CRB 相等以及 TOA/RSS 与 TDOA/RSS 混合机制 CRB 相等,而 RSS 机制分别与 TOA 机制、TDOA 机制的混合,提高了 TOA 机制、TDOA 机制在近距离定位时的性能。

关键词:无线传感器网络;相对定位估计;修正克拉美罗界;几何精度稀释

中图分类号:TN393

文献标志码:A

Modified Cramer-Rao Bound for Relative Location Estimation

Li Xie¹, Zhang Xiaoyi¹, Yu Xu², Hu Yunpeng¹

(1. Information Engineering College, The PLA Information Engineering University, Zhengzhou, 450002, China;
2. College of Foreign Language of PLA, Luoyang, 471003, China)

Abstract: In order to compare the effect of synchronization error on wireless sensor networks based relative location accuracy between time of arrival (TOA) and time difference of arrival (TDOA) schemes, the synchronization error components are analyzed and the measurement model contained clock offset is established. The TOA and TOA/RSS (received signal strength) schemes' modified Cramer-Rao bound (MCRB) are derived and compared with those of the TDOA and TDOA/RSS schemes, respectively. It is shown that the transmitter's clock offset is also an unknown variable in the new observation equation, and it can be solved in the TOA scheme to eliminate part of synchronization error. The TDOA scheme sacrifices one measurement to subtract the transmitter's clock offset from unknown variables, thus reducing synchronize requirements. The theoretical derivation and simulation results show that the MCRBs for TOA and TDOA schemes are the same, as well as the MCRBs for TOA/RSS and TDOA/RSS hybrid schemes when using the same sensor array and introducing the same amount synchronization error. Especially, the introduction of RSS can improve the short distance location accuracy in the hybrid schemes.

Key words: wireless sensor networks (WSN); relative location estimation; modified Cramer-Rao bound (MCRB); geometry dilution of position (GDOP)

引 言

普通节点相对参考节点的位置估计是无线传

感器网络中的重要应用^[1],其中,对于各种定位机制定位估计的克拉美罗界(Cramer-Rao bound, CRB)的讨论有较强的理论指导意义。文献[1]给出了基于到达时间(Time of arrival, TOA)测量机

制和基于接收信号强度(Received signal strength, RSS)测量机制的 CRB;文献[2]推导了 TOA/RSS, TDOA/RSS 混合定位机制的 CRB;文献[3]指出文献[2]中基于到达时间差(Time difference of arrival, TDOA)测量机制观测误差斜方差的表述是不正确的,并按文献[4]结论作了修正。

然而,文献[2~3]均没有将时间同步误差计入 TOA 机制测量模型,即在 TOA 机制“完美”同步,而 TDOA 机制中存在同步误差的条件下比较两种机制的 CRB,没有定量分析“TDOA 机制相比 TOA 机制牺牲了一个观测量,换取了时间同步精度要求的降低”的原因;此外,文献[2~3]均没有在节点布局一致的前提下比较 TOA/RSS 与 TDOA/RSS 混合定位估计 CRB,得出了“TDOA 机制定位估计 CRB‘高于’TOA 机制”的结论,而文献[5]证明了在直达波环境中布站的几何精度稀释(Geometry dilution of position, GDOP)和定位精度的克拉美罗界(CRB)是等价的,即节点布站几何结构不同时,两者性能没有可比性。

针对以上问题,本文将同步时钟误差计入测量模型,在两种机制存在等量同步误差的情况下定性解释了 TDOA 机制比 TOA 机制对时间同步要求低的原因;并根据新的观测模型修正了 TOA 机制的 CRB,推导证明在相同的参考节点布局下 TOA 与 TDOA 机制 CRB 相等、TOA/RSS 与 TDOA/RSS 混合定位机制 CRB 相等,并做了计算机仿真验证。

1 计入时钟误差观测模型中 TOA 机制的 CRB

设在高斯环境中,待定位节点信号发送时间为

$$t'_S = t_S + \Delta t_S \quad (1)$$

第 i 个参考节点接收到该信号的时间为

$$t'_{R_i} = t_{R_i} + \Delta t_{R_i} \quad (2)$$

式中: t_S 为信号离开待定位节点的同步系统时间, Δt_S 为待定位节点与系统时间之间的时钟误差, t_{R_i} 为信号到达第 i 个参考节点的系统同步时间, Δt_{R_i} 为第 i 个参考节点接收时间误差,由该节点时钟与系统时间之间的误差、信道噪声、接收机噪声等其他误差因素叠加而成,可视为为独立同分布的高斯测量误差, $\Delta t_{R_i} \sim N(0, \sigma_{R_i}^2)$ 。

在实际系统中 $\Delta t_S, \Delta t_{R_i}$ 是始终存在的,计入这部分时钟误差,对文献[2~3]给出的观测模型做出

修正。

TOA 机制的时间观测量为

$$t_i = t'_{R_i} - t'_S = t_{R_i} + \Delta t_{R_i} - t_S - \Delta t_S \quad (3)$$

由 TOA 时间观测量得第 i 个参考节点与目标节点之间的伪距为

$$\bar{\rho}_i = ct_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} - c\Delta t_S + c\Delta t_{R_i} \quad (4)$$

式中: c 为光速; $\theta_0 = [x_0, y_0]^T$ 为待定位节点位置坐标,定位估计问题就是寻找这个坐标的估计值 $\hat{\theta}_0, \theta = [\theta_1, \dots, \theta_m]^T$ 为已知的 m 个参考节点坐标。由式(3)可知,在一次观测中,每个 TOA 时间观测量 t_i 包含的待定位节点时钟误差 Δt_S 都相同,故可以将 Δt_S 视为确定性未知量,此时,未知矢量为 $\theta_T = [x_0, y_0, c\Delta t_S]^T, \bar{\rho} = [\bar{\rho}_1, \dots, \bar{\rho}_m]^T$ 为距离观测矢量, $\rho = [d_{1,0}, \dots, d_{m,0}]^T$ 为真实距离矢量,则测量值的混合条件概率密度函数为

$$f_{T|\theta_T, \theta}(\mathbf{T} | \theta_T, \theta) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} |\mathbf{Q}_T|^{1/2}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\mathbf{T} - \frac{\rho}{c}\right)^T \mathbf{Q}_T^{-1} \left(\mathbf{T} - \frac{\rho}{c}\right)\right\} \quad (5)$$

式中, $\mathbf{Q}_T = \sigma_T^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{m \times m}$ 为测量误差的

协方差矩阵,则测量值的混合条件概率密度函数的对数为

$$l(\mathbf{T} | \theta_T, \theta) = \log f_{T|\theta_T, \theta}(\mathbf{T} | \theta_T, \theta) \quad (6)$$

其 Fisher 信息矩阵为

$$\mathbf{I}_T(\theta_T) = -E \nabla_{\theta_T} (\nabla_{\theta_T} l(\mathbf{T} | \theta_T, \theta)) \quad (7)$$

由链式法则,可得

$$\mathbf{I}_T(\theta_T) = \mathbf{H}_T \mathbf{Q}_T^{-1} \mathbf{H}_T^T \quad (8)$$

式中 $\mathbf{H}_T = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} & \dots & \frac{\partial \rho_m}{\partial x} \\ \frac{\partial \rho_1}{\partial y} & \dots & \frac{\partial \rho_m}{\partial y} \\ \frac{\partial \rho_1}{\partial c \Delta t_S} & \dots & \frac{\partial \rho_m}{\partial c \Delta t_S} \end{bmatrix} = \frac{1}{c} \cdot$

$$\begin{bmatrix} x_1 - x_0 & \dots & x_m - x_0 \\ d_{1,0} & \dots & d_{m,0} \\ y_1 - y_0 & \dots & y_m - y_0 \\ d_{1,0} & \dots & d_{m,0} \\ 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}。$$

综上,在计入时钟误差的观测模型中,TOA 机制关于定位估计($\hat{\theta}_0$, 而非 $\hat{\theta}_T$)的 CRB 为

$$\sigma_{\text{CRB-TOA}}^2 = \min \text{tr}\{\text{cov}(\hat{\theta}_0)^{-1}\} = \text{tr}\{\mathbf{I}_T(\theta_0)^{-1}\} \quad (9)$$

2 TOA 机制修正后的 CRB 与 TDOA 机制 CRB 比较

在与本文 TOA 机制相同的同步误差下, TDOA 机制的时间观测量为

$$t_i - t_1 = t'_{R_i} - t'_{R_1} = t_{R_i} + \Delta t_{R_i} - t_{R_1} - \Delta t_{R_1} \quad (10)$$

由式(10)可知, TDOA 机制的时差测量值 \mathbf{D} 和待定位节点信号发送时间 $t'_s = t_s + \Delta t_s$ 无关, 即是对文献[2]的定性分析“牺牲一个观测量换取了定时要求的降低”的定量解释。

由 TDOA 机制的时差测量值 $\mathbf{D} = [T_2 - T_1 \cdots T_m - T_1]^T$ 得第 i 个参考节点与目标节点之间的伪距与第 j 个参考节点与目标节点之间的伪距之差为

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_{i,1} = c(t_i - t_1) &= \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} - \\ &\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} + c(\Delta t_{R_i} - \Delta t_{R_1}) \end{aligned} \quad (11)$$

测量值的混合条件概率密度函数为

$$f_{\mathbf{D}|\theta_{\mathbf{r}},\theta}(\mathbf{D} | \theta_{\mathbf{r}},\theta) = \frac{1}{(2\pi)^{(m-1)/2} |\mathbf{Q}_D|^{1/2}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\mathbf{D} - \frac{\mathbf{d}}{c}\right)^T \mathbf{Q}_D^{-1} \left(\mathbf{D} - \frac{\mathbf{d}}{c}\right)\right\} \quad (12)$$

式中 $\mathbf{d} = [d_{2,0} - d_{1,0} \cdots d_{m,0} - d_{1,0}]^T$ 。

文献[3]对文献[2]关于高斯测量误差 $n_{i,1}$ 的协方差矩阵做了修正, 表述为

$$\mathbf{Q}_D = \sigma_T^2 \begin{bmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 2 \end{bmatrix}_{(m-1) \times (m-1)}, \text{ 故 TDOA}$$

机制的 Fisher 信息矩阵为

$$\mathbf{I}_D(\theta_0) = \mathbf{H}_D \mathbf{Q}_D^{-1} \mathbf{H}_D^T \quad (13)$$

$$\text{式中 } \mathbf{H}_D = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho_{2,1}}{\partial x_0} & \cdots & \frac{\partial \rho_{m,1}}{\partial x_0} \\ \frac{\partial \rho_{2,1}}{\partial y_0} & \cdots & \frac{\partial \rho_{m,1}}{\partial y_0} \end{bmatrix} = \frac{1}{c}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{x_2 - x_0 - x_1 - x_0}{d_{2,0}} \frac{x_1 - x_0}{d_{1,0}} & \cdots & \frac{x_m - x_0 - x_1 - x_0}{d_{m,0}} \frac{x_1 - x_0}{d_{1,0}} \\ \frac{y_2 - y_0 - y_1 - y_0}{d_{2,0}} \frac{y_1 - y_0}{d_{1,0}} & \cdots & \frac{y_m - y_0 - y_1 - y_0}{d_{m,0}} \frac{y_1 - y_0}{d_{1,0}} \end{bmatrix} \text{。 得}$$

TDOA 机制关于定位估计的 CRB 为

$$\sigma_{\text{CRB,TDOA}}^2 = \min \text{tr}\{\text{cov}(\hat{\theta}_0)^{-1}\} = \text{tr}\{\mathbf{I}_D(\theta_0)^{-1}\} \quad (14)$$

综上, 在观测模型中计入时钟误差时, TOA 机制与 TDOA 机制的 CRB 完全相等, 参考文献[6],

描述为如下定理。

定理: 当 $\mathbf{H}_T \mathbf{H}_T^T$ 非奇异时, TOA 机制与 TDOA 机制的 CRB 完全相等; TOA/RSS 机制与 TDOA/RSS 机制的 CRB 完全相等。即

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{CRB,TOA}}^2 &= \sigma_{\text{CRB,TDOA}}^2 \\ \sigma_{\text{CRB,TOA/RSS}}^2 &= \sigma_{\text{CRB,TDOA/RSS}}^2 \end{aligned} \quad (15)$$

证明: \mathbf{H}_T 可重写为

$$\mathbf{H}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{e}_m \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\text{式中 } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} \frac{\partial \rho_1}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial \rho_m}{\partial x} \\ \frac{\partial \rho_1}{\partial y} & \cdots & \frac{\partial \rho_m}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{c} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \frac{x_1 - x_0}{d_{1,0}} & \cdots & \frac{x_m - x_0}{d_{m,0}} \\ \frac{y_1 - y_0}{d_{1,0}} & \cdots & \frac{y_m - y_0}{d_{m,0}} \end{bmatrix}, \mathbf{e}_m = [1 \cdots 1]_{1 \times m}; \text{ 因}$$

此 TOA 机制的 Fisher 信息矩阵也可重写为

$$\begin{aligned} \mathbf{I}(\theta_{\mathbf{r}}) &= \mathbf{H}_T \mathbf{Q}_T^{-1} \mathbf{H}_T^T = \frac{1}{\sigma_T^2} [\mathbf{H}_T \mathbf{H}_T^T] = \\ &\frac{1}{\sigma_T^2} \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{e}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}^T & \mathbf{e}_m^T \end{bmatrix} = \frac{1}{\sigma_T^2} \begin{bmatrix} \mathbf{H} \mathbf{H}^T & \mathbf{H} \mathbf{e}_m^T \\ \mathbf{e}_m \mathbf{H}^T & \mathbf{e}_m \mathbf{e}_m^T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

其逆用分块矩阵表示为

$$\mathbf{I}_{\mathbf{r}}(\theta_{\mathbf{r}})^{-1} = \sigma_T^2 \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{bmatrix} \quad (18)$$

TOA 机制 $\mathbf{I}(\theta_{\mathbf{r}})^{-1}$ 中定位误差协方差部分可表述为

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_{\mathbf{r}}(\theta_0)^{-1} &= \Gamma_{11} = \left[\mathbf{H} \mathbf{H}^T - \frac{1}{m} \mathbf{H} \mathbf{e}_m^T \mathbf{e}_m \mathbf{H}^T \right]^{-1} = \\ &\left[\mathbf{H} \left(\mathbf{E}_m - \frac{1}{m} \mathbf{e}_m^T \mathbf{e}_m \right)^{-1} \mathbf{H}^T \right]^{-1} = \\ &[\mathbf{H} \mathbf{P} \mathbf{H}^T]^{-1} \end{aligned} \quad (19)$$

式中 \mathbf{E}_m 为 m 行 m 列的单位矩阵。

而 TDOA 机制的 Fisher 信息矩阵可表述为

$$\mathbf{I}_D(\theta_0) = \mathbf{H}_D \mathbf{Q}_D^{-1} \mathbf{H}_D^T = \mathbf{H} \mathbf{Z} \mathbf{Q}_D^{-1} \mathbf{Z}^T \mathbf{H}^T = \mathbf{H} \mathbf{P} \mathbf{H}^T \quad (20)$$

式中: $\mathbf{H}_D = \mathbf{H} \mathbf{Z}$, $\mathbf{Z} \mathbf{Q}_D^{-1} \mathbf{Z}^T = \mathbf{P}$, $\mathbf{Z} =$

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & \cdots & -1 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{(m) \times (m-1)}$$

对比式(19,20)可见

$$\mathbf{I}_{\mathbf{r}}(\theta_0) = \mathbf{I}_D(\theta_0) = \begin{bmatrix} I_{D_{xx}} & I_{D_{xy}} \\ I_{D_{yx}} & I_{D_{yy}} \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中

$$\begin{aligned}
 I_{D_{xx}} &= \frac{1}{c^2 \sigma_T^2} \left\{ \sum_{i=2}^m \left(\frac{x_i - x_0}{d_{i,0}} - \frac{x_1 - x_0}{d_{1,0}} \right)^2 - \right. \\
 &\quad \left. \frac{1}{m} \left[\sum_{i=2}^m \left(\frac{x_i - x_0}{d_{i,0}} - \frac{x_1 - x_0}{d_{1,0}} \right) \right]^2 \right\} \\
 I_{D_{xy}} &= I_{D_{yx}} = \frac{1}{c^2 \sigma_T^2} \left\{ \left[\sum_{i=2}^m \left(\frac{x_i - x_0}{d_{i,0}} - \frac{x_1 - x_0}{d_{1,0}} \right) \cdot \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left(\frac{y_i - y_0}{d_{i,0}} - \frac{y_1 - y_0}{d_{1,0}} \right) \right] - \right. \\
 &\quad \left. \frac{1}{m} \sum_{i=2}^m \left(\frac{x_i - x_0}{d_{i,0}} - \frac{x_1 - x_0}{d_{1,0}} \right) \cdot \right. \\
 &\quad \left. \sum_{i=2}^m \left(\frac{y_i - y_0}{d_{i,0}} - \frac{y_1 - y_0}{d_{1,0}} \right) \right\} \\
 I_{D_{yy}} &= \frac{1}{c^2 \sigma_T^2} \left\{ \sum_{i=2}^m \left(\frac{y_i - y_0}{d_{i,0}} - \frac{y_1 - y_0}{d_{1,0}} \right)^2 - \right. \\
 &\quad \left. \frac{1}{m} \left[\sum_{i=2}^m \left(\frac{y_i - y_0}{d_{i,0}} - \frac{y_1 - y_0}{d_{1,0}} \right) \right]^2 \right\} \quad (22)
 \end{aligned}$$

得 TOA 机制与 TDOA 机制的 CRB 完全相等

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\text{CRB,TOA}}^2 &= \text{tr}\{\mathbf{I}_D(\theta_0)^{-1}\} = \sigma_{\text{CRB,TDOA}}^2 = \\
 \text{tr}\{\Gamma_{11}^{-1}\} &= \frac{I_{D_{xx}} + I_{D_{yy}}}{I_{D_{xx}} I_{D_{yy}} - I_{D_{xy}}^2} \quad (23)
 \end{aligned}$$

下面证明 TOA 机制与 TDOA 机制分别与 RSS 机制混合时的情况:

对于 TOA/RSS 混合机制,由文献[2]

$$\mathbf{I}_{T+R}(\theta_0) = \mathbf{I}_T(\theta_0) + \mathbf{I}_R(\theta_0) \quad (24)$$

即 TOA/RSS 机制的费舍尔信息矩阵等于 TOA 机制与 RSS 机制各自费舍尔信息矩阵之和,同理, TDOA/RSS 机制的费舍尔信息矩阵

$$\mathbf{I}_{D+R}(\theta_0) = \mathbf{I}_D(\theta_0) + \mathbf{I}_R(\theta_0) \quad (25)$$

式(24,25)中

$$\mathbf{I}_R(\theta_0) = \mathbf{H} \mathbf{Q}_R^{-1} \mathbf{H}^T = \begin{bmatrix} I_{R_{xx}} & I_{R_{xy}} \\ I_{R_{yx}} & I_{R_{yy}} \end{bmatrix} \quad (26)$$

式(26)中, $\mathbf{Q}_R = \text{diag}\left[\left[\frac{d_{1,0}^2}{b} \quad \dots \quad \frac{d_{m,0}^2}{b}\right]\right]$ 为 RSS 测量值的协方差矩阵, $b = \left(\frac{10n_p}{\sigma_{dB} \log 10}\right)^2$, n_p 为无线信道传输指数, σ_{dB} 为 RSS 测量值所服从的对数正太分布的标准差

$$\begin{aligned}
 I_{R_{xx}} &= b \sum_{i=1}^m \frac{(x_i - x_0)^2}{d_{i,0}^4} \\
 I_{R_{xy}} &= I_{R_{yx}} = b \sum_{i=1}^m \frac{(x_i - x_0)(y_i - y_0)}{d_{i,0}^4} \\
 I_{R_{yy}} &= b \sum_{i=1}^m \frac{(y_i - y_0)^2}{d_{i,0}^4} \quad (27)
 \end{aligned}$$

由式(21),得: $\mathbf{I}_{T+R}(\theta_0) = \mathbf{I}_{D+R}(\theta_0)$, 故

$$\sigma_{\text{CRB,TOA/RSS}}^2 = \text{tr}\{\mathbf{I}_{T+R}(\theta_0)^{-1}\} = \sigma_{\text{CRB,TDOA/RSS}}^2 =$$

$$\begin{aligned}
 \text{tr}\{\mathbf{I}_{D+R}(\theta_0)^{-1}\} &= \\
 \text{tr}\left\{\begin{bmatrix} I_{D_{xx}} + I_{R_{xx}} & I_{D_{xy}} + I_{R_{xy}} \\ I_{D_{yx}} + I_{R_{yx}} & I_{D_{yy}} + I_{R_{yy}} \end{bmatrix}^{-1}\right\} &\quad (28)
 \end{aligned}$$

证毕。

该定理可理解为:对于高斯环境下的 $D(D=2,3)$ 维定位, $m(m \geq D+1)$ 个参考节点在 TOA 机制下可提供 m 个观测量,由于实际定位系统存在无法完全消除的时钟误差(参见式(1,2)),因此时钟误差 Δt_s 也是未知量,即共含有 $D+1$ 个未知量;而 TDOA 机制时获得观测量为 $m-1$,但同时消除了时钟误差 Δt_s ,即未知量相应减少为 D 个。即文献[2]所指的 TDOA 机制“牺牲了一个观测量”消去了待定位节点信号发送时间 $t'_s = t_s + \Delta t_s$,和其中包含的未知量时钟误差 Δt_s ,从而“降低了时间同步要求”的原理;而理论上讲,TOA 机制可解出该未知量 Δt_s ,用于消除同步误差;若不求解 Δt_s ,也可以说,TOA 机制“浪费”了一个观测量,故从定位性能上来讲 TOA 机制与 TDOA 机制是完全等价的。

另外,定理也包含了 TOA 机制与 TDOA 机制必须在同一节点布局下才能比较 CRB 这一前提。参见式(19~20),在高斯环境中,CRB 仅与 \mathbf{H} 和 σ_r^2 有关,而 \mathbf{H} 为观测距离的方向余弦矩阵,仅取决于节点布局。根据文献[7],TOA 机制与 TDOA 机制的 GDOP 如下

$$\begin{aligned}
 \text{GDOP}_{\text{TOA}} &= \text{GDOP}_{\text{TDOA}} = \frac{\sqrt{\sigma_{\text{CRB,TOA}}^2}}{\sigma_T} = \\
 \frac{\sqrt{\sigma_{\text{CRB,TDOA}}^2}}{\sigma_T} &= \frac{\sqrt{\text{tr}\{\mathbf{[HPH}^T\mathbf{]}^{-1}\}}}{\sigma_T} \quad (29)
 \end{aligned}$$

式(29)GDOP 与 CRB 的关系表明,在高斯环境下,定位误差 CRB 是按 GDOP 对测量误差(σ_r^2)的放大,而 GDOP 仅与 \mathbf{H} 有关,所以比较 TOA 机制与 TDOA 机制定位估计 CRB 必须使用完全相同的节点布局。

3 仿真分析

本文按照文献[2]的参数设置,分别在原文图 1(节点布局 1,4 个节点位于 $18 \text{ m} \times 18 \text{ m}$ 正方形区域顶点)与图 3(节点布局 2,3 个节点等距的分布于半径为 $18/\sqrt{\pi} \approx 10 \text{ m}$ 圆上,一个节点位于该圆圆心)所应用的布局下,做 TOA 机制、TDOA 机制、TOA/RSS 机制、TDOA/RSS 机制在布局所围区域 CRB 仿真,如图 1~4 所示。

由图 1~4 可知,只要节点布局方式相同,则

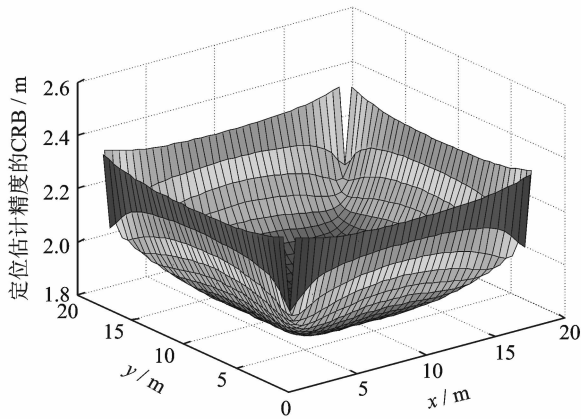


图 1 节点布局 1, TOA, TDOA 机制定位估计 CRB($c\sigma_T = 1.8$)

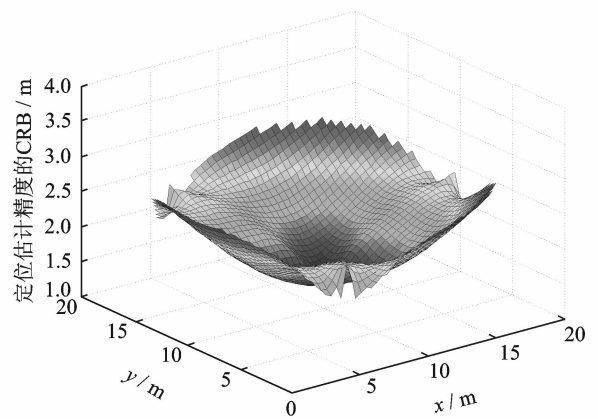


图 4 节点布局 2, TOA/RSS, TDOA/RSS 机制定位估计 CRB($\sigma_{AB}/n_p = 2, c\sigma_T = 1.8$)

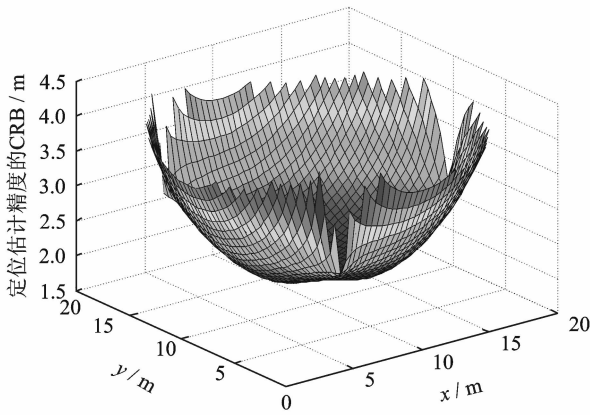


图 2 节点布局 2, TOA, TDOA 机制定位估计 CRB($c\sigma_T = 1.8$)

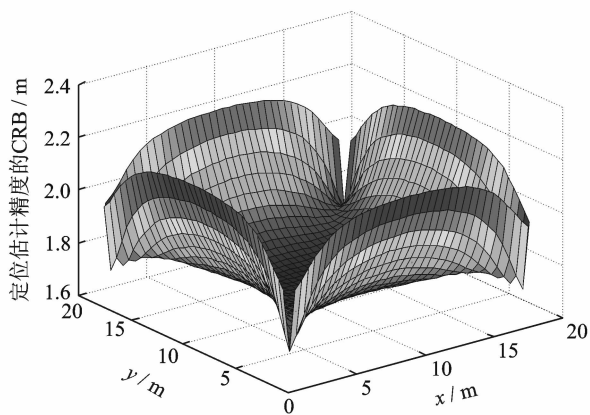


图 3 节点布局 1, TOA/RSS, TDOA/RSS 机制定位估计 CRB($\sigma_{AB}/n_p = 2, c\sigma_T = 1.8$)

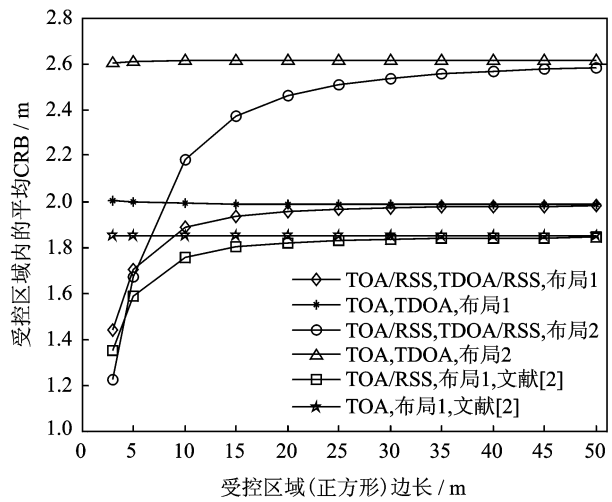


图 5 TOA, TDOA, TOA/RSS, TDOA/RSS 四种机制在两种不同的节点布局下平均 CRB

TOA 机制与 TDOA 机制在区域内 CRB 曲面完全重合; TOA/RSS 机制与 TDOA/RSS 机制在区域内 CRB 曲面完全重合。

图 5 为 TOA 机制、TDOA 机制、TOA/RSS 机制、TDOA/RSS 机制在文献[2]图 1 与图 3 所应

用的布局下区域内平均 CRB 随受控面积变化曲线。由图 5 可知:

(1) 由于文献[2]中设定 TOA 机制严格同步, 而 TDOA 机制需要“牺牲一个观测量消除同步误差”, 故其平均 CRB 曲线“低于”TDOA 机制; 但在存在等量同步误差的前提下, 只要节点布局方式相同, 该曲线在 TOA 机制与 TDOA 机制下完全重合; 在 TOA/RSS 机制与 TDOA/RSS 机制下也完全重合;

(2) 由式(24, 25)可知

$$\begin{aligned} \text{tr}\{\mathbf{I}_{T+R}(\theta_0)^{-1}\} &< \min\{\text{tr}\{\mathbf{I}_T(\theta_0)^{-1}\}, \text{tr}\{\mathbf{I}_R(\theta_0)^{-1}\}\} \\ \text{tr}\{\mathbf{I}_{D+R}(\theta_0)^{-1}\} &< \min\{\text{tr}\{\mathbf{I}_D(\theta_0)^{-1}\}, \text{tr}\{\mathbf{I}_R(\theta_0)^{-1}\}\} \end{aligned} \quad (30)$$

即混合定位机制的 CRB 要“低”于混合前的两种定位机制各自的 CRB。而且由式(26)可知, RSS 机制比 TOA 机制或 TDOA 机制对距离更敏感(Q_R

中含有距离 $d_{i,0}$ 的平方项), 所以 TOA/RSS 机制、TDOA/RSS 机制有效的改善了 TOA 机制、TDOA 机制近距离定位性能, 即图 5 中在受控区域正方形边长小于 25 m 时, 混合机制较 TOA 机制、TDOA 机制具有更低的平均 CRB。

4 结束语

在高斯环境中, 将同步误差计入观测模型, 在相同的节点布局下, TOA 机制与 TDOA 机制的 CRB, GDOP 完全相同; TOA/RSS 机制与 TDOA/RSS 机制的 CRB, GDOP 完全相同; 混合机制能有效地改善 TOA 机制、TDOA 机制近距离定位性能。

参考文献:

- [1] Patwari N, Hero A O, III, Matt Perkins, et al. Relative location estimation in wireless sensor networks [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(8):2137-2148.
- [2] Catovic A, Sahinoglu Z. The Cramer-Rao bounds of hybrid TOA/RSS and TDOA/RSS location estimation schemes [J]. IEEE Commun Lett, 2004, 8(10):

626-628.

- [3] Huang Jiyan, Wan Qun. Comments on 'the Cramer-Rao bounds of hybrid TOA/RSS and TDOA/RSS location estimation schemes[J]. IEEE Commun Lett, 2007, 11(11):848-849.
- [4] Chan Y T, Ho K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1994, 42(8):1905-1915.
- [5] Caffery J, Abel J. GDOP and the Cramer-Rao bound [C]//Proc IEEE Position Location and Navigation Symposium. [S.l.]: IEEE, 1994:663-668.
- [6] Shin Dong-Ho, Sung Tae-Kyung. Comparisons of error characteristics between TOA and TDOA positioning [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(1):307-311.
- [7] Levanon N. Lowest GDOP in 2-D scenarios [J]. IEEE Proc—Radar, Sonar Navig, 2000, 147(3):149-155.

作者简介:李协(1986-),男,硕士研究生,研究方向:无源定位技术, E-mail: lxieu@yahoo.cn; 张效义(1966-),男,教授,研究方向:通信信号处理、无线传感器网络; 于旭(1984-),女,硕士研究生,研究方向:韩国语及科技英语; 胡赞鹏(1978-),男,讲师,研究方向:无线通信技术。