

文章编号:1004-9037(2012)05-0630-05

基于广义解调时频分析的多分量复杂信号分解方法

张晓菲 刘振兴 陈 栋

(武汉科技大学冶金自动化与检测技术教育部工程研究中心,武汉,430081)

摘要:在广义解调时频分析方法的基础上,将该方法应用于多分量时频变化信号的分解,并对该方法进行了改进,给出了由改进的广义解调时频分析方法分解多分量复杂信号的具体步骤。重点分析了自动获取相位函数的方法,以及对分离出来的各单分量再次进行广义时频解调的问题,得到了比较理想的时频分布。仿真实验结果证明:此法不仅可以得到原始信号中各分量的时域波形,同时也可以得到各分量的时频分布,从而为多分量复杂时频变化信号的准确分离提供了有效途径。

关键词:时频分析; 广义解调; 离散小波包变换; 相位函数; 多分量信号分解

中图分类号: TN911; TP274

文献标识码: A

Multi-Component and Complicated Signal Decomposition Method Based on Generalized Demodulation Time-Frequency Analysis

Zhang Xiaofei, Liu Zhenxing, Chen Dong

(Engineering Research Center of Metallurgical Automation and Measurement Technology of Ministry of Education, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan, 430081, China)

Abstract: For the generalized demodulation time-frequency analysis method, an improvement is introduced and the method for multi-component signal decomposition is presented. Several problems are analyzed, i. e., how to get the phase function and how to obtain the ideal time-frequency distribution by the generalized demodulation time-frequency analysis used in the single-component signals obtained from the original signal. Simulation results demonstrate that the method can obtain the time domain wave of the single-component signals in the original signal and the same time-frequency distribution. Moreover, an effective method is provided for the decomposition of multi-component signals with time-varying frequencies.

Key words: time-frequency analysis; generalized demodulation; discrete wavelet packet transform; phase function; multi-component signal decomposition

引 言

在工程实际应用中,经常会遇到多分量信号,该类信号往往是时变的,表现为非平稳特征。对多分量信号进行分析的有效方法是将其分解成若干个单分量信号之和,然后再对各个单分量信号进行分析,从而提取原始信号的特征信息。典型的非平稳信号分解方法有EMD方法和小波分解法^[1,2]。虽然EMD可以将多分量信号自适应地分解为若干个瞬时频率具有物理意义的IMF分量之和,但是

EMD方法在理论上还存在频率混淆和端点效应等问题^[3]。相对地,小波分解方法^[4]在理论上和实际应用中都比较成熟,特别是最大重叠离散小波包变换^[5](MODWPT),它具有小波系数和尺度系数平移不变性、所有分解层数都保持相同的时间分辨率、无相位扭曲等突出优点,非常适合非平稳信号的处理。但是它的一个最大缺陷就是没有自适应性,这种无自适应性表现在小波分解对多分量信号的时频平面进行机械的格型分割,将时频平面划分为若干个平行时间坐标轴的时频块,而在时频平面中,大部分多分量信号的能量随着时间和频率的分

布是倾斜和非线性的,并不是平行时间坐标轴的直线,有的甚至是曲线,如调频信号,因此这样得到的各个分量可能不是单分量信号,或者对多分量信号中的单分量进行人为的矩形划分,并不能得到瞬时频率具有物理意义的单分量信号。

2004年,Olhede S与Walden A T提出了广义解调时频分析方法^[3],它把时频分布是倾斜、非线性或曲线的信号变换为时频分布是线性和平行于时间坐标轴的信号,这样就可以对变换后的信号进行最大重叠离散小波包分解,只要选择合适的小波包分解尺度和分解树结构,得到的小波包分解结果就是瞬时频率和瞬时幅值都具有物理意义的单分量信号,再逆变换进行还原,从而将多分量信号分解为若干个单分量信号之和,Olhede S与Walden A T用这种方法对蝙蝠的回声信号进行了分析,得到了较好的分析效果。

2009年,文献^[6,7]成功的将此方法应用于齿轮故障诊断,从而判别齿轮的工作状态。然而此法还有很多理论问题需要研究和完善,其中最重要的是相位函数的选择问题,一般情况下,估计相位函数都会存在误差,从而导致分离出来的各单分量信号的时频分布不是很理想,为了解决这一问题,本文对广义解调时频分析方法进行了改进,给出了针对多分量调幅调频信号分离出各单分量的Hilbert谱的有效途径,并用该方法对仿真信号进行了分析,结果表明该方法有效可行。

1 经典广义解调时频分析方法

广义解调时频分析方法实际上是广义傅里叶变换和小波变换的混合体,它的关键在于找到了一种信号变换方法,能把时频分布是倾斜、非线性或曲线的信号变换为时频分布是线性的平行于时间坐标轴的信号。对于信号 $x(t)$,其广义傅里叶变换的定义为

$$X_G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi[ft+s_0(t)]}dt \quad (1)$$

式中 $s_0(t)$ 为随着时间变化的实值函数,这实际上是对 $x(t)e^{-j2\pi s_0(t)}$ 做标准的傅里叶变换,同样可以对 $X_G(f)$ 进行逆广义傅里叶变换,得到 $x(t)$,即

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X_G(f)e^{j2\pi[ft+s_0(t)]}df = e^{j2\pi s_0(t)} \int_{-\infty}^{+\infty} X_G(f)e^{j2\pi ft}df \quad (2)$$

如果 $X_G(f) = \delta(f - f_0)$,则有 $x(t) = e^{j2\pi[f_0t+s_0(t)]}$,也就是说一个瞬时频率为 $f(t) = f_0 +$

$s'_0(t)$ 的信号经过合适的广义傅里叶变换后其能量将集中于频率 $f = f_0$,其中 $s_0(t) = ds_0(t)/dt$ 。因此,对于信号 $x(t)$,其在时频相空间里的时频分布为由 $f_0 + s'_0(t)$ 确定的曲线,若想将其时频分布变换为平行于时间坐标轴的直线,只要简单地找到一个近似 $s_0(t)$ 的相位函数 $s(t)$ 对信号 $x(t)$ 进行广义解调,得到的解调函数 $x(t)e^{-j2\pi s(t)}$ 的时频分布将是一条近似平行于时间坐标轴的由 $f = f_0$ 确定的直线,这样即可对 $x(t)e^{-j2\pi s(t)}$ 进行小波包分解,这种信号变换方法称为广义解调。

广义解调时频分析方法是一种非平稳和非线性信号处理方法,非常适合处理多分量的调幅-调频信号,特别是时频分布为若干条相互平行的斜线或曲线的多分量信号^[7]。

基于广义解调的时频分析方法综合运用了解析向量和广义解调的方法,采用小波包分解方法将广义解调后得到的解析信号分解为若干个分量之和,任何一个分量只包含在小波包时频空间的一个矩形时频块中,且在小波包时频空间的任何一个矩形时频块中最多只包含一个分量,从而使得瞬时频率和瞬时幅值都具有了物理意义,再对各个分量进行逆广义解调,求出瞬时频率和瞬时幅值,进一步就可以得到原始信号完整的时频分布,即Hilbert谱或Hilbert能量谱。对于多分量的调幅-调频信号

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_n(t) = \sum_{i=1}^n a_i(t)\cos[\phi_i(t)] \quad (3)$$

经典广义解调时频分析方法具体步骤为^[1]:

(1) 首先对信号 $x(t)$ 进行Hilbert变换,得到解析信号 $y(t) = x(t) + jH[x(t)]$,其中 $H[x(t)]$ 是 $x(t)$ 的Hilbert变换,即

$$y(t) = \sum_{i=1}^n a_i(t)\cos[\phi_i(t)] + j \sum_{i=1}^n a_i(t)\sin[\phi_i(t)] = \sum_{i=1}^n a_i(t)e^{j\phi_i(t)} \quad (4)$$

(2) 选择合适的相位函数 $s(t)$,对 $y(t)$ 进行广义解调,得到

$$d(t) = y(t)e^{-j2\pi s(t)} = \sum_{i=1}^n a_i(t)e^{j[\phi_i(t) - 2\pi s(t)]} \quad (5)$$

(3) 根据对象要求选择合适的小波包滤波器系数和分解层数,采用MODWPT方法分解信号 $d(t)$,得到 n 个单分量信号 $e_1(t), e_2(t), \dots, e_n(t)$,且 $e_i(t) = a_i(t)e^{j[\phi_i(t) - 2\pi s(t)]} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$

(4) 由于 $e_i(t)$ 就是解析向量,因此可以直接对各个分量 $e_i(t)$ 进行逆广义解调,得到

$$r_i(t) = e_i(t)e^{j2\pi s(t)} = a_i(t)e^{j\phi_i(t)}$$

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

(5) 取各个分量 $r_i(t)$ 的实部, 即可得到原始信号中的各个单分量 $c_1(t), c_2(t), \dots, c_n(t)$, 即

$$c_i(t) = a_i(t) \cos[\phi_i(t)] = \text{RP}[r_i(t)] \quad (8)$$

式中, RP 表示取复数的实部, 由此得到原始信号中各个单分量信号的时域波形。

(6) 对各个分量 $c_i(t)$ 进行 Hilbert 变换, 得到 $H[c_i(t)]$, 然后求取各个瞬时频率 $f_i(t)$ 和瞬时幅值 $a_i(t)$

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \arctan \left[\frac{H[c_i(t)]}{c_i(t)} \right] \quad (9)$$

$$a_i(t) = \sqrt{[c_i(t)]^2 + H^2[c_i(t)]} \quad (10)$$

(7) 将各个分量的瞬时频率和瞬时幅值组合, 就可以得到原始信号 $x(t)$ 完整的时频分布, 即 Hilbert 谱或 Hilbert 能量谱。

2 改进的广义解调时频分析方法

本文对经典广义解调时频分析方法进行了改进, 给出了针对多分量的调幅调频信号分离出各单分量的理想 Hilbert 谱的有效途径。

对于多分量的调幅调频信号采用改进的广义解调时频分析方法对其进行分析:

(1) 对 $x(t)$ 进行 Hilbert 变换, 得到解析信号 $y(t) = x(t) + jH[x(t)]$;

(2) 先采用 MODWPT 对信号 $y(t)$ 进行分解, 得到信号近似的时频分布, 在某个时间点上对 n 条曲线的频率值求平均, 然后在整个时间轴上拟合此曲线, 利用函数 Polyfit 求拟合曲线的系数, 从而确定估计相位函数 $s(t)$;

(3) 对 $y(t)$ 进行经典广义解调时频分析方法, 得到原始信号中的各个单分量 $c_1(t), c_2(t), \dots, c_n(t)$, 及各单分量的 Hilbert 谱;

(4) 分别对各个单分量 $c_1(t), c_2(t), \dots, c_n(t)$ 的 Hilbert 谱进行拟合, 求得其对应的相位函数 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)$, 然后对 $c_1(t), c_2(t), \dots, c_n(t)$ 进行经典广义解调时频分析, 从而得到各单分量理想的 Hilbert 谱。

改进后的广义解调时频分析方法与经典广义解调时频分析方法的不同点在于, 利用多点求平均法拟合求估计相位函数 $s(t)$, 而估计相位函数 $s(t)$ 通常会带来误差, 为了获取比较理想的各单分量的理想 Hilbert 谱, 对分离出的各单分量 $c_i(t)$ 的 Hilbert 谱分别进行拟合求其相位函数 $s_i(t)$, 然后再对各单分量进行经典广义解调时频分析。

3 仿真信号分析

对信号 $x(t)$ 进行广义解调时频分析, 首先需要找到合适的相位函数 $s(t)$ 。考察如下仿真信号^[3], 它由两个调频分量组成

$$x(t) = \sin(a_1 t^3 + a_2 t^2 + a_3 t + a_4) + \sin[(a_5 t + a_6)^3 + a_7 t] \quad (11)$$

$$t = 0, 1/1\ 024, \dots, 1 \quad (12)$$

$$x_1(t) = \sin(a_1 t^3 + a_2 t^2 + a_3 t + a_4) \quad (13)$$

$$t = 0, 1/1\ 024, \dots, 1$$

式中 $a_1 = 502.66, a_2 = -753.98, a_3 = 565.48, a_4 = 20.13, a_5 = 7.95, a_6 = -3.97, a_7 = 63.16$ 。

对 $x(t)$ 直接进行最大重叠离散小波包变换, 得到 Hilbert 谱, 如图 1 所示。

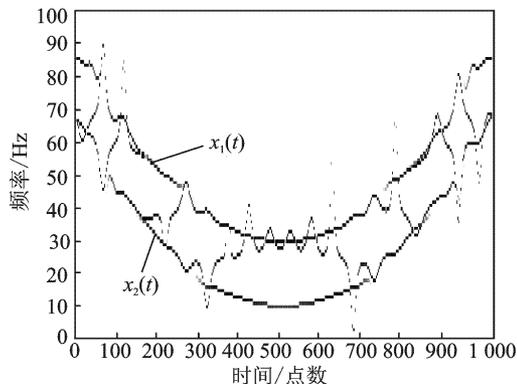


图 1 原信号直接进行 MODWPT

从图 1 可以看出, 信号 $x(t)$ 中两个分量的频率随时间的变化曲线是两条类抛物线, 因为利用 MODWPT 进行多分量信号时频分析不是很理想 (图 1 中两条类抛物线中有很多交叉线), 但可以用它对数据进行预处理, 求粗略相位函数 $s(t)$, 方法为: 在某个时间点上, 对两条曲线上的非零点求平均, 然后在整个时间轴上拟合曲线, 利用函数 Polyfit 求拟合曲线的系数, 从而确定相位函数 $s(t)$ 。

确定相位函数 $s(t)$ 后, 依据上述步骤对仿真信号 $x(t)$ 进行广义解调时频分析, 在进行到步骤 (2) 后, 信号 $d(t)$ 的时频分布如图 2 所示。从图 2 可以看出, 广义解调将一个时频分布是两条近似抛物线曲线的信号转换为一个时频分布是平行于时间坐标轴的直线的信号 (由于相位函数的选取总是存在误差, 所以导致图 2 中下面的直线比较模糊), 这样就可以采用 MODWPT 对广义解调后的信号进行小波包分解, 在图 2 中, 虚线表示将 $[0, 512]$ 的频带均匀划分为 32 个等带宽的频带 (图 2 只画出了区

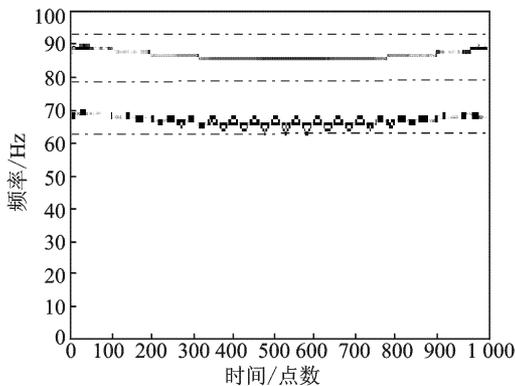


图2 原信号进行广义解调得到图形

[0, 100] Hz), 由此可以确定选择小波包分解的层数 $J=5$, 对 $d(t)$ 进行分解就可以将两个单分量信号分开, 原则上, 这样分解得到的各个分量最多只包含一个单分量信号, 原始信号中的单分量信号只包含在一个分量中, 从而使得小波包分解后各个分量的瞬时频率和瞬时幅值都具有物理意义, 但事实上, 很多情况下由于各种原因, 比如相位函数的误差, 导致分离出的信号的时频分布和时域分布都存在误差, 不是特别理想, 如图 3, 4 所示。

为了解决该问题, 对分离出的各单分量信号的时频分布曲线分别进行曲线拟合, 求出相位函数 $s_1(t), s_2(t)$, 然后再对单分量信号 $c_1(t), c_2(t)$ 分别进行经典广义解调时频分析, 原信号分离出来的两

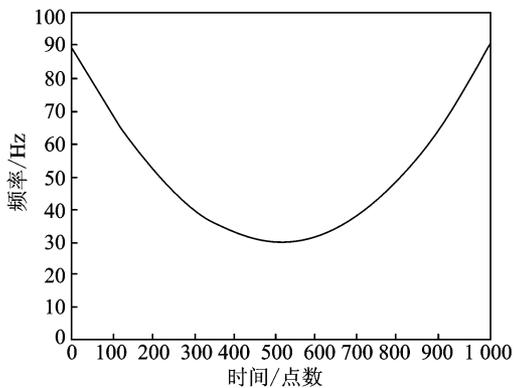


图3 由原信号分离出来的第1个信号的时频分布

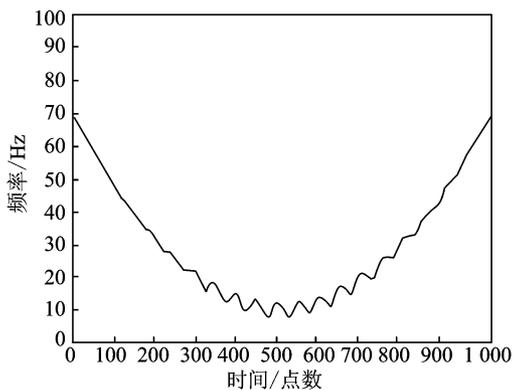


图4 由原信号分离出来的第2个信号的时频分布

个分量信号的时域图分别为图 5, 6, 图 7, 8 分别为两单分量信号的准确时域分布, 为对比图, 最后得到的两个单分量信号的理想 Hilbert 谱, 如图 9, 10 所示。

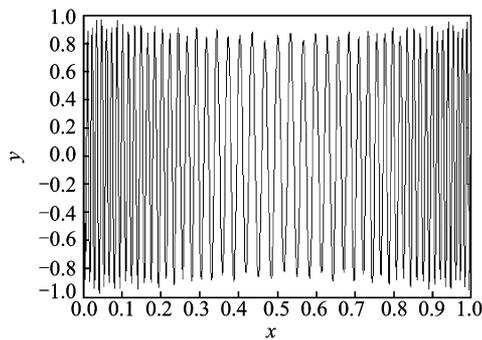


图5 由原信号分离出来的第1个信号的时域图(即 x_1)

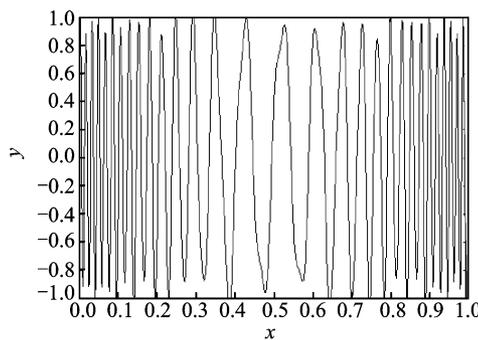


图6 由原信号分离出来的第2个信号的时域图(即 x_2)

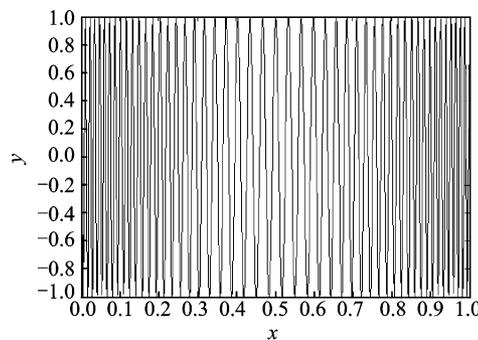


图7 分量 x_1 的准确时域图

对比图 5 和图 7 以及图 6 和图 8 可以看出, 由改进的广义解调时频分析分解出的单分量信号的时域分布存在一定误差, 但误差比较小, 这主要是由选取的相位函数存在一定误差引起的, 不可避免。但从图 9 和图 10 看出, 由此方法求出的各单分量信号的 Hilbert 谱非常光滑, 基本不存在误差, 这主要是因为虽然相位函数存在一定误差, 但是只要相位函数使得广义解调后各个分量的时频分布曲线分布在不同的小波包时频空间的矩形块中, 仍可以得到比较准确的结果。

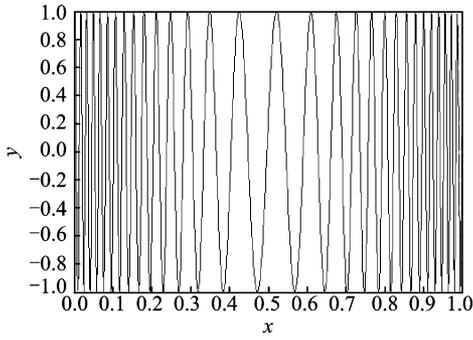
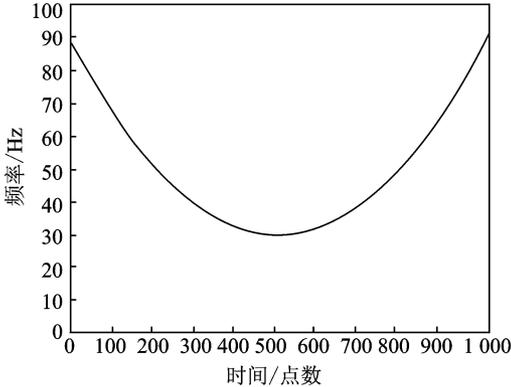
图 8 分量 x_2 的准确时域图

图 9 第 1 个单分量信号单独进行广义解调后得到的时频分布

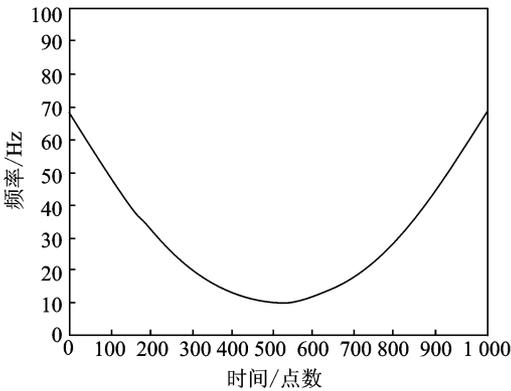


图 10 第 2 个单分量信号单独进行广义解调后得到的时频分布

4 结束语

对仿真信号的分析结果表明,改进的广义解调时频分析方法是有效的,虽然利用对多分量复杂信号求 MODWPT 变换,然后拟合,求得的估计相位函数 $s(t)$ 存在一定的误差,但是只要相位函数 $s(t)$ 使得多分量复杂信号在广义解调后得到的各个分量的时频分布曲线分布在不同的小波包时频空间的矩形块中,仍可以将各个单分量信号分解出来,当然这必然存在误差,因此再对分解出来的各个单分量信号分别进行经典广义解调时频分析,这样得到的各单分量信号的时频分析非常理想,这就是改进的广义解调时频分析的思想。由于求得的估计相

位函数 $s(t)$ 不要求特别精确(这是改进的广义解调时频分析的一个优点),从而导致分解出来的各单分量信号的时域分布存在一定的误差,这是改进的广义解调时频分析的一个缺陷,但是分解出来的各单分量信号的时频分布非常理想,这是改进的广义解调时频分析的另一个优点。随着相位函数的选择及减小误差等问题的深入研究与完善,广义解调时频分析方法的应用将会越来越广泛。

参考文献:

- [1] 程军圣,杨宇,于德介.基于广义解调时频分析的多分量信号分解方法[J].振动工程学报,2007,20(6):563-569.
Cheng Junsheng, Yang Yu, Yu Dejie. A multi-component signal decomposition method based on the generalized demodulation time-frequency analysis [J]. Journal of Vibration Engineering, 2007,20(6):563-569.
- [2] Huang N E, Sheng Z, Long S R. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proc R Soc Lond A,1998,454(1971):903-995.
- [3] Olhede S, Walden A T. A generalized demodulation approach to time-frequency projections for multicomponent signals[J]. Proceedings of the Royal Society A, 2005,461(2059):2159-2179.
- [4] 钟佑明,秦树人,汤宝平.一种振动信号新变换法的研究[J].振动工程学报,2002,15(2):233-238.
Zhong Youming, Qin Shuren, Tang Baoping. Study on a new transform method for vibration signal [J]. Journal of Vibration Engineering, 2002,15(2):233-238.
- [5] 赵松年,熊小芸.子波变换与子波分析[M].北京:电子工业出版社,1997.
Zhao Songnian, Xiong Xiaoyun. Wavelet transform and wavelet analysis [M]. Beijing:Publishing House of Electronics Industry,1997.
- [6] 杨宇,程军圣,于德介.广义解调时频分析方法中的若干问题探讨[J].振动与冲击,2008,27(2):19-24.
Yang Yu, Cheng Junsheng, Yu Dejie. Study on some problems in the generalized demodulation time-frequency analysis method [J]. Vibration and Shock, 2008,27(2):19-24.
- [7] 舒浩华,于德介.广义解调时频分析方法在变速器齿轮故障诊断中的应用[J].汽车工程,2009,31(3):282-286.
Shu Haohua, Yu Dejie. The application of generalized demodulation time-frequency analysis to fault diagnosis of transmission gear [J]. Automotive Engineering, 2009,31(3):282-286.

作者简介:张晓菲(1985-),女,硕士研究生,研究方向:信号处理;刘振兴(1965-),男,教授,博士生导师,研究方向:电气设备故障诊断、信号处理,E-mail:zhenxingliu@wust.edu.cn;陈栋(1987-),男,硕士研究生,研究方向:电气设备故障诊断、信号处理。