

文章编号:1004-9037(2012)02-0225-05

核空间的LMS自适应多用户检测算法

解明辉¹ 李文元¹ 李少根²

(1. 西安通信学院通信指挥系,西安,710106;2. 西安通信学院基础部,西安,710106)

摘要:提出一种核空间的LMS(KLMS)多用户检测算法,将直接序列扩频码分多址(Direct-sequence code division multiple access, DS-CDMA)接收机收到的信号通过高斯核函数映射到高维特征空间(核空间),再进行线性检测。由于采用了核技巧,所有的计算都在原空间进行,避免了特征空间的复杂运算。KLMS本质是对原空间的信号进行非线性检测,性能更接近最优检测算法。在高斯信道下,仿真结果表明,通过选择合适的核参数,在获得较好稳态误差的同时,KLMS算法具有比其他变步长LMS算法更快的收敛速度。

关键词:多用户检测;核空间;LMS

中图分类号:TN 929. 5

文献标识码:A

Kernel Space-Based LMS Multi-user Detection Algorithm

Xie Minghui¹, Li Wenyuan¹, Li Shaogen²

(1. Communications Command Department, Xi'an Communications Institute, Xi'an, 710106, China;

2. Basic Department, Xi'an Communications Institute, Xi'an, 710106, China)

Abstract: A kernel-based LMS (KLMS) multi-user detection method is presented. The KLMS detection projects the received signal of direct-sequence code division multiple access (DS-CDMA) system to high-dimensional character space by a Gaussian kernel function, and then uses linear detection. By using the kernel technique, all calculation is in the low-dimensional space, thus avoiding complex calculation in high-dimensional space. It is a nonlinear multi-user detector for original space data. And the performance is closer to that of the optimum detector. Simulation results show that by choosing a suitable kernel parameter, KLMS can provide faster convergency with the same stable error, compared with other LMS of variable step sizes.

Key words: multi-user detection; kernel space; LMS

引 言

近几年,统计学习理论^[1]的研究得到了广泛的关注,尤其是基于结构风险最小化的支持向量机(Support vector machine, SVM)的提出,使得SVM中使用的核方法也再次崛起。现在核方法在模式识别、信号处理^[2]等领域得到了广泛的应用。

自从美国学者Verdu^[3]提出最优多用户检测算法以来,理论界给予了极大的关注,提出了许多次、优多用户检测器。其中自适应最小均方误差(Least mean square, LMS)检测器以其算法简单、易于实现且不要求离线计算等优点,成为典型的自

适应多用户检测算法之一。但是,LMS作为一种线性检测算法,其收敛速度和稳态误差对步长因子的要求是相互矛盾的,为获得较好的稳态误差必须使步长因子足够小,但同时牺牲了收敛速度。为此,在实践中提出了很多不同的动态改变步长的方法:文献[4]提出迭代步长是误差向量的Sigmoid函数,但该函数的缺陷是迭代步长在误差向量接近0处不具有缓慢变化的特性。文献[5]通过输入信号的欧式平方范数调整步长,而文献[6]改用误差向量的欧式平方范数作为调整步长的参数,文献[7]在文献[6]的基础上提出了一种误差向量的三次方作为调整步长的参数,保证了在平稳环境中具有收敛速度快,稳态失调小的特点。

文献[8]提出了核空间的LMS算法的基本概念,基于此本文提出了一种核空间的LMS(Kernal-based LMS, KLMS)多用户检测算法。将直接序列扩频码分多址(Direct-sequence code division multiple access, DS-CDMA)接收机收到的信号通过高斯核函数映射到高维特征空间,由于采用了非线性核函数,KLMS本质上是对原空间的信号进行非线性检测,比文献[7]提出的算法检测性能更优。

1 系统模型

同步DS-CDMA系统的离散时间模型^[9]如图1所示。

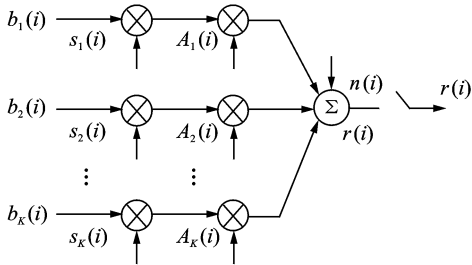


图1 同步DS-CDMA系统的离散时间模型

同步DS-CDMA信道中有 K 个用户,采用BPSK调制,则接收机在一个码元间隔期间接收到的基带信号的离散时间模型为

$$r(i) = \sum_{k=1}^K A_k(i)b_k(i)s_k(i) + n(i) \quad (1)$$

式中: $A_k(i)$ 为第 k 个用户的信号幅度, $b_k(i)$ 为第 k 个用户的信息比特, $s_k(i)$ 为第 k 个用户的特征序列, $n(i)$ 是均值为0,方差为 σ^2 的加性高斯白噪声(Additive white Gaussian noise, AWGN)。式(1)也可以表示为下面的向量形式

$$\mathbf{r} = \mathbf{S}\mathbf{A}\mathbf{b} + \mathbf{n} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{S} = [s_1, \dots, s_k]$ 为特征矩阵, $\mathbf{A} = \text{diag}[A_1, \dots, A_k]$, $\mathbf{b} = [b_1, \dots, b_k]^T$ 为 k 个用户发送的信息比特。

2 核空间的LMS多用户检测算法

2.1 Mercer核及核方法

核方法就是将原空间的数据集合 $x_k \in \mathbf{R}^N, k=1, 2, \dots, K$,通过非线性函数 ϕ 映射到某一高维特征空间 $F(\phi: \mathbf{R}^N \rightarrow F)$ 得到集合 $\{\phi(x_k), k=1, 2, \dots, K\}$ 来进行处理。通过引入Mercer核函数,使所有的计算都在原空间进行,避免了在核空间的复杂运算。根据Mercer定理,映射到特征空间的两个点的内积可以用一个核函数来表示,即

$$\kappa(x, x') = \langle \phi(x), \phi(x') \rangle \quad (3)$$

如果将原空间的优化问题中的 $\langle x, x' \rangle$ 用 $\kappa(x, x')$ 来代替,就可以得到特征空间的优化问题。这意味着,通过给定核函数 $\kappa(x, x')$ 可以实现所有的计算,而不需要知道非线性映射函数 ϕ 和特征空间的具体形式。

事实上,任一个函数只要满足Mercer条件,就可以用作Mercer核,并可以分解成式(3)所示的点积形式。根据Mercer条件,对任意的对称函数 $\kappa(x, x')$,它是某个特征空间中的内积运算的充分必要条件是,对任意的平方可积函数 $f(x)$ 不恒等于0,且 $\int f^2(x)dx < \infty$,并满足条件

$$\iint \kappa(x, y)f(x)f(y)dx dy \geq 0 \quad (4)$$

常见的核函数有:多项式核函数 $\kappa(x, x') = (x \cdot x' + 1)^l$ 和高斯核函数 $\kappa(\mathbf{u}, \mathbf{u}') = \exp(-a \cdot \|\mathbf{u} - \mathbf{u}'\|^2)$ 。

2.2 LMS自适应多用户检测算法

根据最小均方LMS算法准则,LMS检测算法均方误差的代价函数为

$$J(i) = E\{|e(i)|^2\} = E\{|d(i) - \omega(i)^T \mathbf{u}(i)|^2\} \quad (5)$$

式中: $e(i)$ 为误差信号, $\mathbf{u}(i)$ 为输入信号向量, $d(i)$ 为期望信号, $\omega(i)$ 为滤波系数向量。则代价函数的梯度为

$$\hat{\nabla}(i) = \frac{\partial E\{|e(i)|^2\}}{\partial \omega(i)} = -2e(i)\mathbf{u}(i) \quad (6)$$

根据最陡下降法的统一形式,LMS的滤波系数向量的更新公式为

$$\omega(i) = \omega(i-1) + \eta e(i)\mathbf{u}(i) \quad (7)$$

综上所述,LMS算法流程如下

$$\omega(0) = 0$$

$$e(i) = d(i) - \omega(i-1)^T \mathbf{u}(i)$$

$$\omega(i) = \omega(i-1) + \eta e(i)\mathbf{u}(i) \quad (8)$$

式中 η 为迭代步长,为保证收敛, η 的取值为

$$0 < \eta < \frac{1}{\text{tr}[\mathbf{R}_u]} \quad (9)$$

式中

$$\mathbf{R}_u = \sum_{i=1}^N \mathbf{u}(i)\mathbf{u}(i)^T \quad (10)$$

LMS算法中假设 $\mathbf{u}(i)$ 与 $d(i)$ 为线性关系,迭代 i 次后若输入一个测试信号 \mathbf{u}_* ,则检测的输出为

$$f(\mathbf{u}_*) = \text{sgn}[\mathbf{u}_*^T \omega(i)] \quad (11)$$

文献[7]提出的变步长方法为

$$\eta(n) = \beta(1/(1 + \exp(-a|e(n)|^3)) - 0.5) \quad (12)$$

2.3 核空间LMS自适应多用户检测算法

(1) KLMS算法

假设输入信号 $\mathbf{u}(i)$ 与期望信号 $d(i)$ 与是非线性关系,则LMS算法性能将变得很差,为解决这一问题,将输入信号 $\mathbf{u}(i)$ 变换到高维特征空间 F ,则输入 $\mathbf{u}(i)$ 变换为 $\varphi(\mathbf{u}(i))$,记为 $\varphi(i)$ 。

在核空间中LMS算法变为如下形式

$$\begin{aligned} \omega(0) &= 0 \\ e(i) &= d(i) - \omega(i-1)^T \varphi(i) \\ \omega(i) &= \omega(i-1) + \eta e(i) \varphi(i) \end{aligned} \quad (13)$$

递推可得

$$\begin{aligned} \omega(i) &= \omega(i-1) + \eta e(i) \varphi(i) = [\omega(i-2) + \eta e(i-1) \varphi(i-1)] + \eta e(i) \varphi(i) = \\ &= \omega(i-2) + \eta[e(i-1) \varphi(i-1) + e(i) \varphi(i)] \dots = \omega(0) + \end{aligned} \quad (14)$$

$$\eta \sum_{j=1}^i e(j) \varphi(j) = \eta \sum_{j=1}^i e(j) \varphi(j)$$

(假定 $\omega(0) = 0$)

经过 i 次训练之后,输入 \mathbf{u}' 可得检测输出为

$$\begin{aligned} \omega(i)^T \varphi(\mathbf{u}') &= [\eta \sum_{j=1}^i e(j) \varphi(\mathbf{u}(j))]^T \varphi(\mathbf{u}') = \\ &= \eta \sum_{j=1}^i e(j) [\varphi(\mathbf{u}(j))^T \varphi(\mathbf{u}')] \end{aligned} \quad (15)$$

至此出现了向量点积,可以进行核化,利用核技巧将点积转化为核函数可得

$$\omega(i)^T \varphi(\mathbf{u}') = \eta \sum_{j=1}^i e(j) \kappa(\mathbf{u}(j), \mathbf{u}') \quad (16)$$

定义 \mathbf{f}_i 为核空间内训练 i 次之后的滤波系数向量,则有

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{i-1} &= \eta \sum_{j=1}^{i-1} e(j) \kappa(\mathbf{u}(j), \cdot) \\ \mathbf{f}_{i-1}(\mathbf{u}(i)) &= \eta \sum_{j=1}^{i-1} e(j) \kappa(\mathbf{u}(j), \mathbf{u}(i)) \\ e(i) &= d(i) - \mathbf{f}_{i-1}(\mathbf{u}(i)) \\ \mathbf{f}_i &= \mathbf{f}_{i-1} + \eta e(i) \kappa(\mathbf{u}(i), \cdot) \end{aligned} \quad (17)$$

将此算法称为KLMS算法。

根据文献[8],为保证收敛, η 的取值为

$$0 < \eta < \frac{1}{g_0} \quad (18)$$

其中

$$g_0 = \kappa(\mathbf{u}(j), \mathbf{u}(j)) \quad (19)$$

此时,经过 i 次训练之后,输入一个测试信号 \mathbf{u}_* ,则系统的输出为

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}_*) = \text{sgn} \left\{ \eta \sum_{j=1}^i e(j) \kappa(\mathbf{u}(j), \mathbf{u}_*) \right\} \quad (20)$$

(2) 核函数及其参数选择

选择核函数对于任何核算法都是一个很重要的环节,常见的核函数有多项式核函数和高斯核函数,高斯核函数具有稳定的性能,在信号处理领域默认选择高斯核函数,高斯核函数定义如下

$$\kappa(\mathbf{u}, \mathbf{u}') = \exp(-a \|\mathbf{u} - \mathbf{u}'\|^2) \quad (21)$$

式中 a 为核参数。

研究表明可以用交叉确认法、最近邻法、惩罚函数法来确定核参数 a ,核参数对内积的影响很大,也就是说影响着核空间内样本的相似度。从泛函分析的观点来看, a 过大,则所有的输入在核空间差别不大,内积接近于1,系统降为线性衰落。 a 过小,则所有的点在核空间的映射将过于稀疏,算法的扩展能力不强(见图4)。

文献[8]中Silverman通过交叉确认法得出核参数 a 的最优值为

$$a_s = 1.06\sigma N^{-\frac{1}{5}} \quad (22)$$

式中, σ 为输入样本的标准差, N 为输入样本的数量。

3 仿真试验

在同步高斯信道环境下,采用GOLD序列扩频,扩频因子为31,用户数为10,所有用户具有单位能量,即 $A^2=1$,信噪比为10 dB,训练样本取3000个,根据式(22)可得核参数取为 $a=0.045$,仿真结果如图2-6。

图2给出高斯核函数中 a 取值为0.045时步长不同的收敛曲线。通过比较得出,步长取1时稳态误差明显升高,步长取0.2较为合适。

图3给出高斯核函数中步长取值为0.2时 a 取值不同的收敛曲线。可知, a 取值为0.045时得到较好效果,验证了式(22)的结论。

图4给出高斯核函数中步长取值为0.2, a 取值为0.001和0.5的收敛曲线,可知, a 取值过大或过小都会使收敛性能急剧下降,验证了泛函分析的结论。

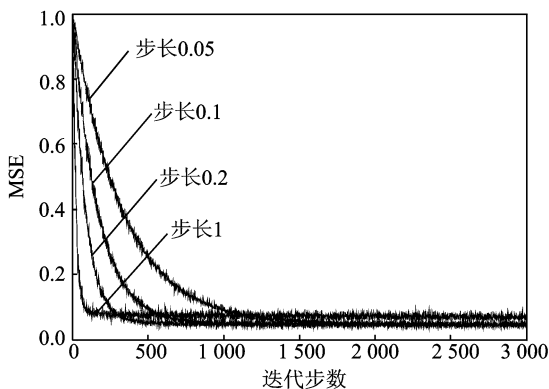


图2 高斯核函数 a 取0.045时步长不同的收敛曲线

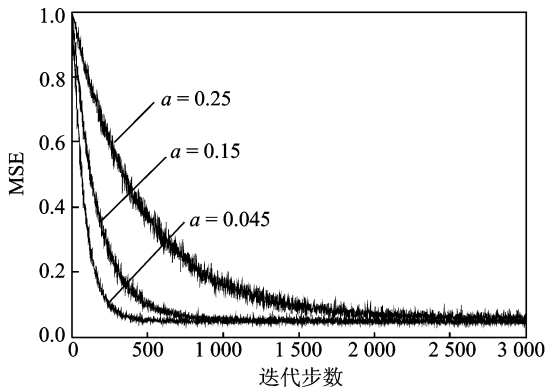
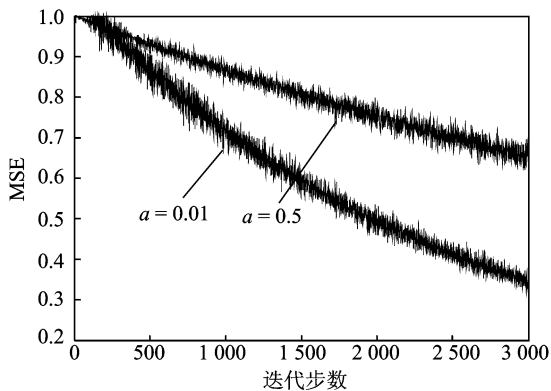
图 3 高斯核函数步长取 0.2 时 a 不同的收敛曲线图 4 高斯核函数 a 取值过大和过小时的收敛曲线

图 5 给出在相同的稳态误差下, KLMS 算法、文献[7]算法和 LMS 算法收敛速度的比较。其中 LMS 算法的步长因子取为 $\eta_{LMS} = 0.001$, 文献[7]的算法中取参数 $\alpha = 50, \beta = 0.2$, KLMS 取 $a = 0.045, \eta_{KLMS} = 0.2$ 。可得, KLMS 算法在迭代到 400 步基本收敛, 而文献[7]算法迭代到 800 步时才接近收敛, KLMS 算法与文献[7]算法相比有更快的收敛速度。

图 6 给出训练步长为 500 时 KLMS 算法和文献[7]算法检测误码性能的比较, 结果显示, KLMS 检测的误码性能明显优于文献[7]算法, 更接近单用户检测的理论值。

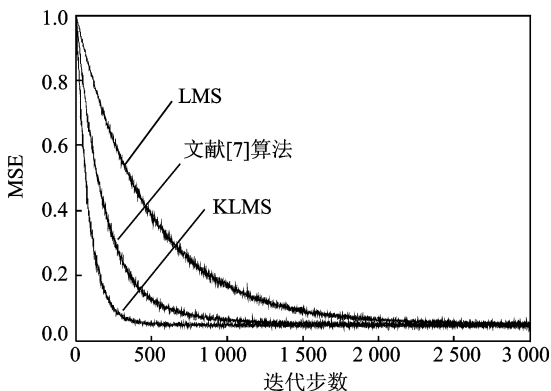


图 5 相同稳态误差下 KLMS 和文献[7]收敛速度比较

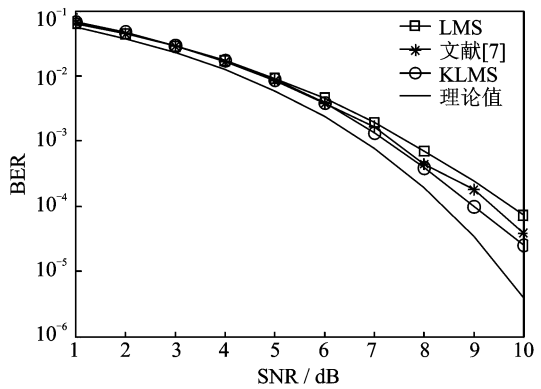


图 6 KLMS 检测器和文献[7]算法误码性能比较

4 结束语

本文提出了一种核空间的 LMS 自适应多用户检测算法, 并仿真分析了高斯核函数参数不同时的算法性能。通过选择适当的核参数和步长因子, KLMS 算法能够在获得较好稳态误差的同时达到比文献[7]更快的收敛速度。试验证实, 本文提出的 KLMS 多用户检测算法可以获得比文献[7]算法更好的性能, 更加适合于时变信道下 DS-CDMA 系统的多用户检测。

参考文献:

- [1] Vapnik N. The nature of statistical learning theory [M]. New York, USA: Springer Verlag, 2008:10-11.
- [2] Papand J, Evans J. Iterative power control and multiuser detection with outage probability constraints [J]. IEEE Trans Communications, 2003, 4(1):110-117.
- [3] Verdu D. Optimum multiuser asymptotic efficiency [J]. IEEE Trans Communications, 1986, 3(1):890-897.
- [4] 覃景繁, 欧阳景正. 一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法[J]. 数据采集与处理, 1997, 12(3):171-174.
Qin Jingfan, Ouyang Jingzheng. A novel variable step size LMS adaptive filtering algorithm based on sigmoid function [J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 1997, 12(3):171-174.
- [5] 王敏强, 胡贵龙, 郑宝玉. 一种新的可变步长 LMS 自适应滤波算法[J]. 南京邮电学院学报: 自然科学版, 2003, 23(4):12-16.
Wang Minqiang, Hu Guilong, Zheng Baoyu. A novel LMS adaptive filtering algorithm with variable step size [J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications, 2003, 23(4):12-16.
- [6] Anderson P. The performance of the least mean

- squares algorithm combined with spatial smoothing [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1997, 25(4): 210-216.
- [7] 刘明园,徐松涛,刘凯. 改进的变步长LMS自适应滤波算法分析[J]. 火力与指挥控制, 2010, 12(35): 110-118.
Liu Mingyuan, Xu Songtao, Liu Kai. Performance analysis of an improved variable step size LMS algorithm [J]. Fire Control & Command Control, 2010, 12(35): 110-118.
- [8] Liu Weifeng, Haykin S. Kernel adaptive filtering [M]. Canada: John Wiley Publication, 2010: 130-139.
- [9] 李文元,何雯. 变权值LMF/LMS自适应多用户检测器[J]. 系统仿真学报, 2007, 8(19): 1793-1795.
Li Wenyuan, He Wen. Modified LMF/LMS algorithm with variable weight for adaptive multi-user detector [J]. Journal of System Simulation, 2007, 8(19): 1793-1795.
- 作者简介:**解明辉(1986-),男,硕士研究生,研究方向:卫星导航系统, E-mail: xtyxieminghui@163.com; 李文元(1964-),男,副教授,研究方向:移动通信抗干扰; 李少根(1963-),男,讲师,研究方向:无线电通信。