

文章编号:1004-9037(2012)02-0168-05

基于DCT的DMT系统设计与峰均功率比分析

李 鹏 侯永宏 汪 清

(天津大学电子信息工程学院,天津,300072)

摘要:提出一种新的基于离散余弦变换(Discrete cosine transform, DCT)及其逆变换的离散多音调制系统实现方案,利用IDCT/DCT变换替代IFFT/FFT变换实现多载波信号的调制与解调,并对该系统的峰均功率比(Peak to average power ratio, PAPR)进行了理论分析。在此基础上,提出一种利用离散余弦变换能量集中特性降低系统PAPR的方法,与基于选择性映射算法的离散多音调制系统(SLM-FFT-DMT)相比,基于DCT的DMT系统比SLM-FFT-DMT系统的PAPR低1.5 dB,且具有计算复杂度低的优点。

关键词:离散多音调制;峰均功率比;离散余弦变换;互补累计概率函数

中图分类号:TN911.3

文献标识码:A

DCT-Based DMT System Design and PAPR Analysis

Li Peng, Hou Yonghong, Wang Qing

(School of Electronic Information Engineering, Tianjin University, Tianjin, 300072, China)

Abstract: A new scheme based on discrete cosine transform (DCT) and its inverse is proposed to realize the discrete multitone modulation (DCT-based-DMT) system. IDCT/DCT is used to construct the DMT system by replacing the IFFT/FFT transform to complete multi-carrier modulation. Then, the peak to average power ratio (PAPR) performance of the proposed system is analyzed. Based on these results, an energy compressional DCT algorithm is proposed to reduce the PAPR of DCT-based-DMT system. Compared with the DMT system based on the selected mapping algorithm (SLM-FFT-DMT), the proposed DCT-based-DMT system with DCT algorithm provides 1.5 dB PAPR reduction and lower complexity.

Key words: discrete multitone modulation; peak to average power ratio; discrete cosine transform; complementary cumulative distribution function

引 言

传统的正交频分复用(Orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)系统和离散多音调制(Discrete multi-tone, DMT)系统均以快速傅里叶逆变换/快速傅里叶变换(Inverse fast Fourier transform/Fast Fourier transform, IFFT/FFT)为核心来完成数据的调制解调工作。但构建基带多载波系统的正交基并非只有复指数函数一种。最近有学者提出将离散余弦变换(Discrete cosine transform, DCT)、离散正弦变换(Discrete sine

transform, DST)及其逆变换替代FFT/IFFT实现多载波调制系统的方案,并研究了这类系统的性能^[1-4];与基于FFT/IFFT的多载波调制系统相比,这类基于DCT/DST的多载波系统的一些性能指标要优于前者。文献[1]提出了一种利用对称扩展法进行DCT变换来构建OFDM系统的方法,即将这种对称扩展后具有循环卷积性的DCT变换替代离散傅里叶变换(Discrete Fourier transform, DFT),并证明在具有码间干扰(Inter-symbol interference, ISI)的信道中DCT-OFDM系统吞吐率要优于DFT-OFDM系统。文献[2]提出了一种计算在具有频率偏移的加性高斯白噪声(Additive

基金项目:国家重点基础研究发展计划(“九七三”计划)(2007CB10605)资助项目;国家自然科学基金(60972054, 61101223)资助项目。

收稿日期:2011-05-16;修订日期:2011-09-05

white Gaussian noise, AWGN) 信道下 DCT-OFDM 系统比特差错概率(BEP)的方法,利用该方法分析比较了应用BPSK, QPSK 和 16QAM 等不同调制方式的DCT-OFDM 系统和DFT-OFDM 系统在AWGN 信道中的BEP 性能。随后在具有频率选择性衰落的瑞利信道中,应用最小均方误差(Minimum mean square error, MMSE)检测法和最小均方误差判决反馈检测法,对比分析了采用零填充保护间隔法的DCT-OFDM 系统和采用零填充的DFT-OFDM 系统的性能。分析和仿真结果证明,在具有载波频偏和频率选择性衰落的高斯信道下DCT-OFDM 系统具有更好的BEP 性能。文献[3]设计了一种新的基于DCT 和DST 的OFDM 系统穿插传输方案,在应用BPSK 调制方式时,该方案相对于基于DFT 的OFDM 系统能够提高系统两倍的频谱利用率。但是这种穿插传输方案在应用高带宽利用率调制方式(例如QAM 调制)的系统中并不能提高系统频谱利用率。文献[4]将DCT/DST 应用于MMSE-UTC-TEQ DMT 系统中,利用DCT/DST 的谱能量压缩特性,使得各子信道的SNR 值要高于传统的基于DFT 的DMT 系统,使各子信道获得了更高的比特传输速率,提高了系统的传输性能,但是对于多载波系统中普遍存在的峰均功率比(Peak to average power ratio, PAPR)过高的问题,已有的文献并没有对这类系统做深入研究。因此,本文将深入研究这类基于DCT/DST DMT 系统的PAPR 问题并提出了一种改进措施。

通常OFDM 系统和DMT 系统采用QAM 或多进制相移键控(Multiple phase shift keying, MP-SK)进行数据调制,这类多进制调制方式需要将原始数据进行星座图映射,转化为复数后进行IFFT 变换。将DCT/DST 替代IFFT 后,适用于基带信号采用复数传输的DCT/DST-OFDM 系统;而对于DCT/DST-DMT 系统,只能采用一维调制方式,即BPSK 或脉冲振幅调制(Pulse amplitude modulation, PAM)。这主要是因为DMT 系统采用实基带信号传输,不需要载波调制,这就要求将星座映射后的复数数据进行IFFT 或DCT/DST 后变为实数。传统的DMT 系统利用IFFT 变换的性质,将复数数据进行汉明共轭对称变换,这样在IFFT 之后数据就变为实数。但是DCT/DST 没有类似于IFFT 的这种性质,无法将复数数据转化为实数,这就限制了DCT/DST 在DMT 系统中的应用。为了深入研究DCT 在DMT 系统中的性能,本文拟提

出一种简单的数据拟合方法,解决DCT 在DMT 系统应用的难题。此外,拟设计基于DCT 调制的DMT 系统,并对该系统的PAPR 进行研究,给出互补累积分布函数(Complementary cumulation distribution function, CCDF)的近似表达式。并进一步研究将DCT 算法应用于该系统中以降低系统的PAPR,同时与基于选择性映射算法(Selective mapping, SLM)采用FFT 调制的传统DMT 系统(SLM-FFT-DMT)进行了比较。

1 基于DCT 的DMT 系统模型

为了解决DCT 不能在基于QAM 调制的DMT 系统中应用的难题,本文提出了一种简单的数据拟合方法,即将星座映射后的 N 点复数据的实部和虚部进行拼接得到 $2N$ 点实数数据,而后将得到的 $2N$ 点数据进行IDCT 调制。这样就无需对数据进行复杂的汉明共轭对称变换,大大地降低了系统复杂度。此外,已有学者提出了IDCT 的快速算法,对于相同点数的IFFT,可以使用快速算法实现IDCT^[5]。采用 $2N$ 点IDCT 变换的基于DCT 的DMT 系统可以采用该快速算法降低运算复杂度,且更易于实现。

基于FFT 的多载波调制系统利用指数函数正交基来保证信号在解调过程中不会产生信道间干扰(Inter-carrier interference, ICI),其正交关系可表示为

$$\int_0^T \sqrt{\frac{1}{T}} e^{j2\pi n \Delta f t} \sqrt{\frac{1}{T}} e^{-j2\pi m \Delta f t} dt = \begin{cases} 1, n = m \\ 0, n \neq m \end{cases} \quad (1)$$

式中: T 为符号时间; n, m 为子载波序号; Δf 为子载波最小频率间隔。

而基于DCT 的DMT 系统则利用余弦函数正交基来保证信号在解调过程中不会产生ICI,其正交关系可表示为

$$\int_0^T \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi n \Delta f t) \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi m \Delta f t) dt = \begin{cases} 1, n = m \\ 0, n \neq m \end{cases} \quad (2)$$

式中: T 为DMT 符号时间; n, m 为子载波序号; Δf 为子载波最小频率间隔。

所提出的基于DCT 及其逆变换构建的基于DCT 的DMT 系统框图如图1 所示。星座映射后的复数数据经过拼接及IDCT 后变为实数,表达式为

$$a(n) = \sum_{k=0}^{N-1} w(k) * A_k^R * \cos\left[\frac{\pi}{2N}\left(n + \frac{1}{2}\right)k\right] +$$

$$\sum_{k=N}^{2*N-1} \omega(k) * A_k^I * \cos\left[\frac{\pi}{2N}\left(n + \frac{1}{2}\right)k\right] \quad (3)$$

式中: $n = 0, 1, \dots, 2N - 1$; $\{A_k; A_k = A_k^R + jA_k^I\} \in \mathbb{C}^N$, A_k 为星座映射后的复数数据; $\omega(k) =$

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2N}} & k=0 \\ \sqrt{\frac{1}{N}} & 1 \leq k \leq 2N-1 \end{cases}$$

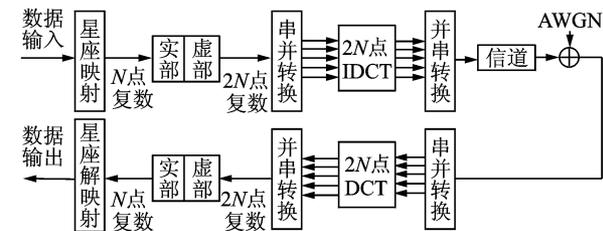


图 1 基于 DCT 的 DMT 系统

2 基于 DCT 的 DMT 系统 PAPR 分析

式(3)为对基于 DCT 的 DMT 系统在时刻 $t_n = T(2n+1)/4N_{\text{DCT}}$ 采样的结果,将 t_n 代入式(3)可得 DCT 的 DMT 系统基带连续信号表达式

$$a(t) = \sum_{k=0}^{N_{\text{DCT}}-1} \omega(k) A_k^R * \cos\left[\frac{2\pi kt}{T}\right] + \sum_{k=N}^{2*N_{\text{DCT}}-1} \omega(k) A_k^I * \cos\left[\frac{2\pi kt}{T}\right] \quad (4)$$

式中 $t \in [0, T]$ 。

设 A_k^R 与 A_k^I 为独立同分布随机变量。根据中心极限定理可以得知,当子载波数 N_{DCT} 足够大时,

$\sum_{k=0}^{N_{\text{DCT}}-1} \omega(k) A_k^R * \cos\left[\frac{2\pi kt}{T}\right]$ 与 $\sum_{k=N}^{2*N_{\text{DCT}}-1} \omega(k) A_k^I * \cos\left[\frac{2\pi kt}{T}\right]$ 都遵循高斯分布,其均值为 0,方差为 $\sigma^2/2$;由于 A_k^R 与 A_k^I 相互独立,可知 $a(t)$ 也服从高斯分布,均值为 0,方差为 σ^2 。由峰均功率比定义,可得基于 DCT 的 DMT 系统 PAPR 为

$$P_N = \frac{\max_{0 \leq t \leq T} |a(t)|^2}{E[|a(t)|^2]} = \frac{\max_{0 \leq t \leq T} |a(t)|^2}{\sigma^2} \quad (5)$$

对 DMT 符号进行功率归一化即 $|r(t)|^2 = |a(t)|^2/\sigma^2$, PAPR 值可简化为

$$P_N = \max_{0 \leq t \leq T} |r(t)|^2 \quad (6)$$

由上述分析发现,归一化功率 $|r(t)|^2$ 为高斯过程的平方和, $|r(t)|^2$ 是一个服从自由度为 1 的 $\chi^2(1)$ 分布随机过程,其概率密度函数可表示为

$$f_R(r) = \frac{1}{\sigma^2 2^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} r^{n/2-1} e^{-r/2\sigma^2} \Big|_{n=1} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r} \sigma} e^{-r/2\sigma^2}$$

(7)

由此可得

$$P\left\{\frac{\max_{0 \leq t \leq T} |a(t)|^2}{\sigma^2} \leq r\right\} = P\left\{\max_{0 \leq t \leq T} |r(t)|^2 \leq r\right\} \rightarrow \exp(-e^{-x}) \quad (8)$$

式中 $x = \frac{1}{2}r - \frac{1}{2}(2\log T + \log \log T + \log(\pi/3))$ 。当 $T \rightarrow \infty$ 且 N_{DCT} 足够大时,由 CCDF 定义可得^[6]

$$\text{CCDF} = 1 - P\left\{\max_{0 \leq t \leq T} |r(t)|^2 \leq r\right\} \cong 1 - \exp\left\{-e^{-\frac{r}{2} N_{\text{DCT}} \sqrt{\frac{\pi}{3} \log N_{\text{DCT}}}}\right\} \quad (9)$$

由文献[7]可知,基于 FFT 的 DMT 系统 CCDF 函数为

$$\text{CCDF} \cong 1 - \exp\left\{-e^{-\frac{r}{2} \frac{2N_{\text{FFT}}}{\sqrt{3}}}\right\} \quad (10)$$

在输入数据个数相同时,式(10)中的 N_{FFT} 应为式(9)中 N_{DCT} 的两倍,即 $N_{\text{FFT}} = 2N_{\text{DCT}}$ 。

使用 Matlab 绘制上述 CCDF 函数曲线发现,基于 DCT 的 DMT 系统与基于 FFT 的 DMT 系统在 PAPR 方面的性能相当。CCDF 理论曲线如图 2 所示。

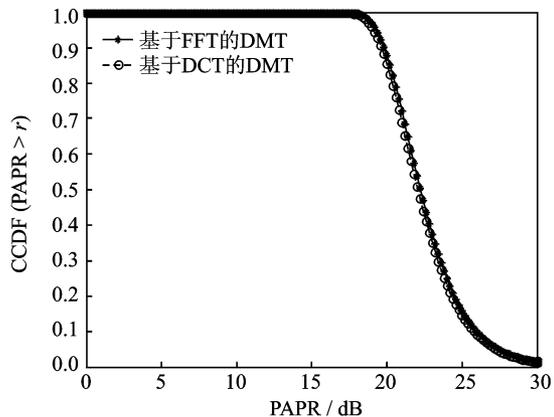


图 2 基于 DCT 的 DMT 和基于 FFT 的 DMT 系统的 CCDF 函数理论曲线

为了进一步证明上述理论推导结果,对基于 DCT 的 DMT 系统和基于 FFT 的 DMT 系统的 CCDF 函数进行了仿真,仿真参数为:子载波数 $N = 256$,调制方式为 16QAM,采用 3 倍过采样,3 000 个 DMT 符号。结果如图 3 所示。可以发现,这两条 CCDF 曲线基本重合。该结果符合理论推导结果。

3 基于 DCT 算法的 DMT 系统峰均功率比

虽然所提出的基于 DCT 的 DMT 系统的 PA-

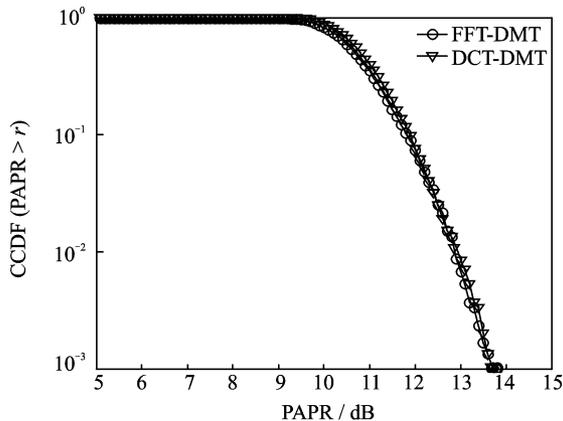


图3 基于DCT的DMT和基于FFT的DMT系统的CCDF函数仿真曲线

PR性能优于基于FFT的DMT系统,但改善程度有限,在实际应用中还需进一步采用有效的算法来降低系统PAPR。目前常用的用于降低系统PAPR的算法主要分为3类:信号畸变技术概率类技术、信号畸变技术编码技术和概率类技术信号编码技术。其中,信号畸变技术采用信号非线性畸变方法对信号幅度超过规定值的部分进行限幅,具有操作简单、系统开销小等优点,但是非线性畸变会使信号产生频带内失真和带外干扰,导致系统误码率性能的恶化。编码技术通过信号编码可有效地降低PAPR,但编码需要发送大量的冗余信息,使系统信息速率大大下降。概率类技术不受子载波数和星座调制方法的限制,不会产生误码和波形失真,大大降低了高PAPR出现的概率。但该方法的缺点是复杂度高,且仅仅降低了大峰值出现的概率,而不能完全抑制大峰值的出现。3种技术中由于概率类技术为无失真算法,且其消除PAPR的效果较其他技术明显,因此对该类技术的研究和应用最为广泛。概率类技术主要包括SLM算法和部分发送序列算法(Partial transmit sequence, PTS)。其中PTS算法属于SLM算法的特例。因此,本文选择应用SLM算法的基于FFT的DMT系统与应用DCT算法的基于DCT的DMT系统进行比较分析。

SLM算法基本思想为:假设存在 M 个不同的随机相位序列矢量,各矢量相位在 $[0, 2\pi)$ 内均匀分布。利用这 M 个相位矢量分别与IFFT的输入序列 A 进行点乘,对点乘后所得到的 M 个序列分别实施IFFT,得到 M 个不同的输出序列。最后在给定PAPR门限值的条件下,从这 M 个时域信号内选择PAPR性能最好的信号用于传输。

本文所提DCT算法属于改进的信号畸变技术,基本思想为:将数据在发送端进行IDCT压缩

变换,在接收端进行DCT变换,将压缩后的数据解压。由于其对信号是线性变换,信号不会失真,因此不像限幅类技术那样产生干扰频率;也不像概率类技术那样需要冗余比特来传递边信息,导致系统的数据传输效率降低。

设 $Y = \{Y(0), Y(1), \dots, Y(N-1)\}$ 为经过IDCT压缩后的数据,即 $Y = A \cdot D$,其中 A 为输入数据, D 为IDCT变换矩阵。 N 点DCT相当于将 N 点序列通过镜像扩展到 $2N$ 点后做DFT。因此,为了便于分析,将 $2N$ 点IDFT替换 N 点IDCT完成数据调制,即

$$y(n) = \frac{1}{\sqrt{2N}} \sum_{k=0}^{2N-1} Y(k) e^{j\pi k n / N} \quad n = 0, 1, 2, \dots, 2N-1 \quad (11)$$

则系统峰均功率比为

$$\text{PAPR} = \frac{\max\{|y(n)|^2\}}{E\{|y(n)|^2\}} \quad (12)$$

对子载波归一化后, $\text{PAPR} = \frac{\max\{|y(n)|^2\}}{2N}$, 因此可得

$$\begin{aligned} \text{PAPR} &= \frac{1}{2N} \sum_{k=0}^{2N-2} \sum_{l=0}^{2N-1} y(k) y^*(l) e^{j\pi n(k-l)/N} = \\ &= \frac{1}{2N} \left\{ N + \sum_{k=0}^{2N-2} \sum_{l=k+1}^{2N-1} y(k) y^*(l) e^{j\pi n(k-l)/N} \right\} = \\ &= \frac{1}{2N} \left\{ N + 2\text{Re} \left[\sum_{l=0}^{2N-2} e^{j\pi n l / N} \sum_{k=0}^{2N-l-1} y(k+l) y^*(k) \right] \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

易知,对于复数 z 有 $\text{Re}(z) \leq |z|$, $|\sum z_n| \leq \sum |z_n|$, 可得

$$\text{PAPR} = \frac{\max\{|y(n)|^2\}}{N} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{2N-1} \rho(k) \quad (14)$$

式中 $\rho(k)$ 为发送数据的自相关函数,即

$$\rho(k) = \sum_{n=1}^{2N-k} y(n+k) y^*(n) \quad k = 0, 1, 2, \dots, 2N-1 \quad (15)$$

由于DCT/IDCT变换有很强的去相关能力,所以经过IDCT变换后 $y(n)$ 的自相关函数 $\rho(k)$ 很小,因此利用DCT/IDCT算法能够显著地降低基于DCT的DMT系统PAPR。

DCT算法用于进一步降低应用了DCT压缩算法的基于DCT调制的DMT系统(DCT-DCT-DMT)PAPR的框图如图4所示。该算法只需在收发两端进行IDCT/DCT,而SLM算法不仅需要额外进行 $M-1$ 次IFFT运算,而且还要在发送数据中加

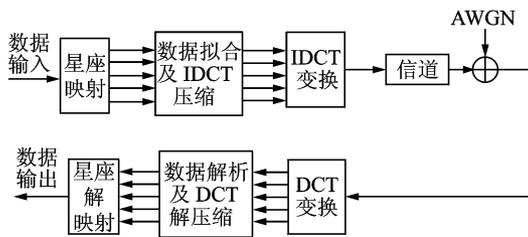


图 4 DCT-DCT-DMT 系统

入所选随机相位矢量、接收端保证正确接收等。

本文采用与第 2 部分中相同的仿真参数,将 DCT-DCT-DMT 系统与应用了 SLM 算法的基于 FFT 调制的 DMT (SLM-FFT-DMT) 系统 PAPR 进行了对比仿真,结果如图 5 所示。由仿真结果不难看出,与未采用任何减小 PAPR 措施的系统相比,采用 DCT 算法及 SLM 算法的 DMT 系统都能明显地减小系统 PAPR 值 3 dB 以上,并且当 $CCDF \approx 10^{-3}$ 时, DCT-DCT-DMT 系统 PAPR 值要比 SLM-FFT-DMT 系统减小约 1.5 dB。同时, DCT-DCT-DMT 系统的 CCDF 曲线比 SLM-FFT-DMT 系统的更加陡峭。

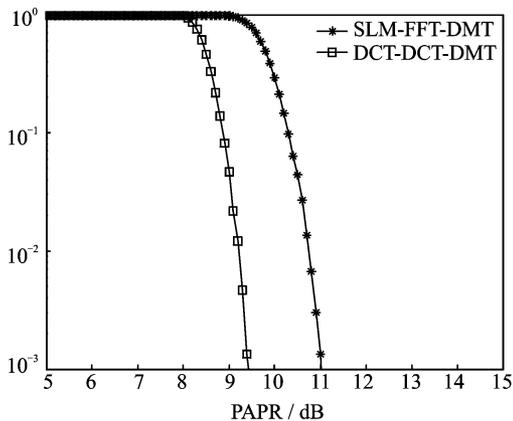


图 5 DCT-DCT-DMT, SLM-FFT-DMT 系统 CCDF 函数曲线

4 结束语

本文提出了一种新的基于 DCT 调制的 DMT 系统,解决了 DCT 不能在传统 DMT 系统中应用的问题,并且应用该方法使得系统算法复杂度大大降低。应用中心极限定理,给出了所提基于 DCT 调制的 DMT 系统的 CCDF 函数,并与基于 FFT 的 DMT

系统的 CCDF 函数进行了比较,理论结果和仿真结果都证明该系统与传统的基于 FFT 的 DMT 系统的 PAPR 性能相当。创新地将 DCT 算法应用到所提的基于 DCT 调制的 DMT 系统中,仿真结果表明,应用此算法的 DCT-DCT-DMT 系统的 PAPR 性能明显优于 SLM-FFT-DMT 系统,且该系统具有算法复杂度低、系统开销少、易于实现等优点。

参考文献:

- [1] Mandyam G D. On the discrete cosine transform and OFDM systems [C]// International Conference on Acoustic, Speech, and Signal Process Proceedings. Hong Kong, China: IEEE Press, 2003, 4: 544-547.
- [2] Tan P, Beaulieu N. A comparison of DCT-based OFDM and DFT-based OFDM in frequency offset and fading channels [J]. IEEE Transactions on Communications, 2006, 54(11): 2113-2125.
- [3] Mandyam G D. Interspersed sinusoidal transforms for OFDM systems [C]// Conference Record of the 38th Asilomar on Signals, Systems and Computers. California, USA: IEEE Press, 2004, 1: 1025-1029.
- [4] Elhadad M. Application of trigonometric transforms in discrete multitone systems [C]// International Conference on Computer Engineering & Systems Proceedings. Cairo, Egypt: IEEE Press, 2009: 171-176.
- [5] Chen W H, Smith C H, Fralick S C. A fast computational algorithm for the discrete cosine transform [J]. IEEE Transactions on Communications, 1977, 25(9): 1004-1009.
- [6] Rushdi A, Tuqan J. PAPR reduction in trigonometric-based OFDM systems [C]// Conference Record of the 41th Asilomar on Signals, Systems and Computers. California, USA: IEEE Press, 2007: 1747-1751.
- [7] Yu H, Chen M, Wei G. Distribution of PAR in DMT systems [J]. Electronic Letters, 2003, 39(10): 799-801.

作者简介:李鹏(1985-),男,硕士研究生,研究方向:无线通信与嵌入式技术;侯永宏(1968-),男,博士,副教授,研究方向:移动通信关键技术、软件无线电、片上系统 SOC;汪清(1982-),女,博士,讲师,研究方向:无线通信、雷达信号处理, E-mail: wqelaine@tju.edu.cn。