

文章编号:1004-9037(2012)02-0156-06

# 十字阵的单基地 MIMO 雷达中低复杂度的 二维 DOA 估计算法

吴海浪 张小飞 冯高鹏 李建峰

(南京航空航天大学电子信息工程学院,南京,210016)

**摘要:**提出了在单基地多输入多输出(Multiple-input multiple-output, MIMO)雷达中的基于十字阵的一种低复杂度的二维波达方向(Direction of arrival, DOA)估计算法。该算法利用传播算子法(Propagator method, PM)避免了协方差矩阵的构造及其特征值分解,也无需谱峰搜索,从而大大降低了运算的复杂度;同时该算法可实现方位角和仰角的自动配对。本文算法的性能在高信噪比下逼近借助旋转不变技术估计信号参数(Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT)算法。文中还推导了目标方位角和仰角的均方误差。仿真结果证明了该算法的有效性。

**关键词:**MIMO 雷达;DOA 估计;十字阵;传播算子法

**中图分类号:**TN911. 7      **文献标识码:**A

## Two-Dimensional DOA Estimation Algorithm for Monostatic MIMO Radar Based on Cross Array with Low Complexity

*Wu Hailang, Zhang Xiaofei, Feng Gaopeng, Li Jianfeng*

(College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China)

**Abstract:** The propagator method (PM) is presented for two-dimensional direction of arrival (DOA) estimation with a low computational load based on cross array in monostatic multiple-input multiple-output (MIMO) radar. The proposed algorithm requires no construction of the cross correlation matrix and its eigen-value decomposition, and also avoids peak searching which consumes much time of computation. Therefore, the computational complexity can be considerably reduced. Meanwhile, the azimuth and elevation angles can be automatically paired using the algorithm. The algorithm performance approaches to that of the estimation of signal parameters via rotational invariance techniques (ESPRIT) algorithm in high signal-to-noise ratio (SNR), which has much higher complexity than the proposed algorithm. Moreover, the mean square errors of the azimuth and elevation angle estimation are derived. Simulation results prove the effectiveness and robustness of the proposed algorithm.

**Key words:** multiple-input multiple-output (MIMO) radar; direction of arrival (DOA) estimation; cross array; propagator method (PM)

## 引言

多输入多输出(Multiple-input multiple-output, MIMO)雷达是近年来提出的新体制雷达,它

利用多天线技术进行信号的发射和接收,具有超过传统相控阵的潜在优势<sup>[1-2]</sup>。MIMO 雷达中的角度估计算法的研究见文献<sup>[3-4]</sup>。文献<sup>[5]</sup>研究了借助旋转不变技术估计信号参数(Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques,

**基金项目:**国家自然科学基金(60801052)资助项目;航空科学基金(2009ZC52036)资助项目;南京航空航天大学科研基金(NS2010114)资助项目;南京航空航天大学2010年度第二批研究生创新基地(实验室)开放基金资助项目。

**收稿日期:**2011-04-11;**修订日期:**2011-10-08

ESPRIT)算法,文献[6]中提出了一种实现自动配对的 ESPRIT 算法,其计算复杂度比文献[5]低,但这两种算法的角度估计性能几乎相同。文献[5-6]的算法需要协方差矩阵的构造及其特征值分解,而这些运算的复杂度比较高;文献[7-8]中的 Capon 和多重信号分类(Multiple signal classification, MUSIC)算法需要进行计算量大的谱峰搜索,而传播算子法(Propagator method, PM)避开了这些计算量大的运算,降低了复杂度。传统的 MIMO 雷达中的角度估计算法大多数是基于等距线阵的,它们只需对一维角度进行估计。而在实际中经常要涉及到二维角度的估计,所以等距线阵不再适用。而十字阵则可以估计出二维角度。文献[9-10]采用了 L 型阵列,其阵列结构特点决定了 L 型阵列只对某个方向的角度敏感,而不能像十字阵对任意方向的角度都敏感。

本文提出的是十字阵的单基地 MIMO 雷达中一种用于二维波达方向(Direction of arrival, DOA)估计的低复杂度 PM 算法。该算法不需要协方差矩阵的构造及其特征值分解,同时避免了计算量大的谱峰搜索就能够有效地对单基地 MIMO 雷达中的目标进行二维角度估计,而且能够实现二维角度的自动配对。在高信噪比(Signal-to-noise ratio, SNR)的情况下,本文算法的角度估计性能逼近于相同条件下的 ESPRIT 算法。并且在空间目标相距很近的情况下,本文算法仍具有良好的性能。本文还推导了目标方位角和仰角的均方误差。最后通过计算机仿真验证了该算法的有效性。

## 1 数据模型

考虑到在三维空间中阵元分布在  $x$  轴和  $y$  轴,交点位于原点  $O$ (见图 1),以原点  $O$  处的阵元为参考阵元。这就构成了  $x$  轴和  $y$  轴成中心对称的十字形阵列结构。

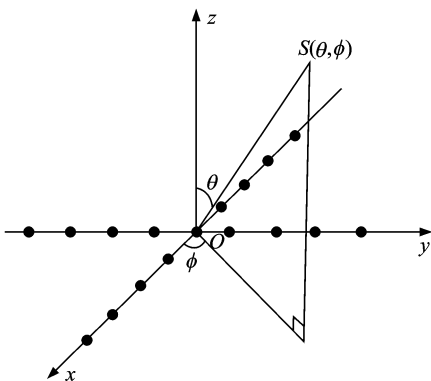


图 1 十字阵列结构

设发射阵列在  $x$  轴和  $y$  轴的各个半轴(加上原点)的阵元数为  $M$ ,  $x$  轴和  $y$  轴上的阵元都是均匀线阵(Uniform linear array, ULA),阵元间隔均为  $d = \lambda/2$ 。接收阵与发射阵相似只是设接收阵列在  $x$  轴和  $y$  轴的各个半轴(加上原点)的阵元数为  $N$ 。假设有  $K$  个目标,在实际的应用场合中,目标的数量是未知数,可采用信息论方法、平滑秩法、矩阵分解法等目标数目估计的方法<sup>[11]</sup>来估计目标的数量。那么接收端匹配滤波器的输出可以表示如下

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) = & [\mathbf{a}_r(\theta_1, \varphi_1) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}_r(\theta_2, \varphi_2) \otimes \\ & \mathbf{a}_t(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}_r(\theta_K, \varphi_K) \otimes \\ & \mathbf{a}_t(\theta_K, \varphi_K)] \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $\theta_k, \varphi_k$  为第  $k$  个目标的仰角和方位角;  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]$ ,  $s_k(t) = \beta_k e^{j2\pi f_k t}$ , 其中相位受到多普勒频移  $f_k$  的影响,幅度受到反射波系数  $\beta_k$  的影响;  $\mathbf{n}(t)$  表示均值为零,协方差矩阵为  $\sigma^2 \mathbf{I}_{(4M-2)(4N-2)}$  噪声矢量;  $\mathbf{a}_r(\theta_k, \varphi_k) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_k, \varphi_k)$  是第  $k$  个目标发射和接收向量的 Kronecker 积。定义  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_r(\theta_1, \varphi_1) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_1, \varphi_1), \dots, \mathbf{a}_r(\theta_K, \varphi_K) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_K, \varphi_K)]$ 。

方向矩阵  $\mathbf{A}$  可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{A} = \mathbf{A}_R \circ \mathbf{A}_T = & \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{Ry} \\ \mathbf{A}_{Rx} \end{bmatrix} \circ \mathbf{A}_T = \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{A}_T D_1(\mathbf{A}_{Ry}) \\ \mathbf{A}_T D_2(\mathbf{A}_{Ry}) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_T D_N(\mathbf{A}_{Ry}) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_T D_{2N-1}(\mathbf{A}_{Ry}) \\ \mathbf{A}_T D_1(\mathbf{A}_{Rx}) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_T D_N(\mathbf{A}_{Rx}) \\ \vdots \\ \mathbf{A}_T D_{2N-1}(\mathbf{A}_{Rx}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_T \Phi_r^{-(N-1)} \\ \mathbf{A}_T \Phi_r^{-(N-2)} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_T \\ \vdots \\ \mathbf{A}_T \Phi_r^{N-1} \\ \mathbf{A}_T \Phi_t^{-(N-1)} \\ \vdots \\ \mathbf{A}_T \\ \vdots \\ \mathbf{A}_T \Phi_t^{N-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $\mathbf{A}_T$  和  $\mathbf{A}_R$  分别是发射和接收方向矩阵;  $\mathbf{A}_{Ry}$  和  $\mathbf{A}_{Rx}$  分别是  $y$  轴和  $x$  轴的接收方向矩阵;  $D_i(\mathbf{A}_{Ry})$  表示取  $\mathbf{A}_{Ry}$  的第  $i$  行重构一个对角阵;  $\mathbf{A}_R \circ \mathbf{A}_T$  是  $\mathbf{A}_R$  与  $\mathbf{A}_T$  的 Khatri-Rao 积;  $\Phi_r = \text{diag}(\exp(-j\pi \sin\theta_1 \sin\varphi_1), \dots, \exp(-j\pi \sin\theta_K \sin\varphi_K))$ ,  $\Phi_t = \text{diag}(\exp(-j\pi \sin\theta_1 \cos\varphi_1), \dots, \exp(-j\pi \sin\theta_K \cos\varphi_K))$ 。定义  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1), \mathbf{x}(2), \dots, \mathbf{x}(L)]$ ,  $L$  为快拍数,则

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{N} \in \mathbb{C}^{(4M-2)(4N-2) \times L}$ ,  $\mathbf{S} \in \mathbb{C}^{K \times L}$ 。

## 2 基于 PM 算法的单基地 MIMO 雷达的角度估计

可将方向矩阵  $A$  分块,有

$$A = [A_1^T, A_2^T]^T \quad (4)$$

式中:  $A_1 \in \mathbf{C}^{K \times K}$ ;  $A_2 \in \mathbf{C}^{((4M-2)(4N-2)-K) \times K}$ 。假设  $A_1$  为非奇异矩阵,即  $A_1$  的  $K$  行互相独立,那么  $A_2$  是  $A_1$  的线性变换,有

$$A_2 = P_c A_1 \quad (5)$$

式中  $P_c \in \mathbf{C}^{((4M-2)(4N-2)-K) \times K}$  为传播算子。

定义矩阵  $P \in \mathbf{C}^{((4M-2)(4N-2)) \times K}$  为

$$P = \begin{bmatrix} I_K \\ P_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中  $I_K$  为  $K \times K$  的单位矩阵。

由式(5-6)可得

$$PA_1 = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = A \quad (7)$$

将矩阵  $P$  按如下形式分块

$$P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_{4N-2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中  $P_n \in \mathbf{C}^{(4M-2) \times K}$ ,  $n=1, \dots, 4N-2$ 。

矩阵  $A$  也可以按下述进行分块

$$A = \begin{bmatrix} A_T \Phi_r^{-(N-1)} \\ A_T \Phi_r^{-(N-2)} \\ \vdots \\ A_T \\ \vdots \\ A_T \Phi_r^{N-1} \\ A_T \Phi_t^{-(N-1)} \\ \vdots \\ A_T \\ \vdots \\ A_T \Phi_t^{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_{4N-2} \end{bmatrix} A_1 \quad (9)$$

根据式(9)的对应关系,得到如下矩阵

$$\begin{bmatrix} P_2 \\ P_3 \\ \vdots \\ P_{2N-1} \end{bmatrix} A_1 = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_{2N-2} \end{bmatrix} A_1 \Phi_r \quad (10)$$

定义

$$P_b = [P_2^T, P_3^T, \dots, P_{2N-1}^T]^T, P_a = [P_1^T, P_2^T, \dots, P_{2N-2}^T]^T$$

则式(10)可以写成

$$P_a^+ P_b = A_1 \Phi_r A_1^{-1}$$

定义  $\Psi_r = P_a^+ P_b$ , 则  $\Psi_r$  和  $\Phi_r$  有相同的特征值  $\lambda$ , 所以  $\Psi_r$  进行特征值分解可得到  $\Phi_r$  的估计值  $\hat{\Phi}_r$ , 同时可通过  $\hat{\Phi}_r$  的特征向量求得  $A_1$  的估计值  $A_1'$ 。在无噪声的情况下,有

$$A_1' = A_1 \Delta \Pi \quad (11)$$

式中:  $\Pi$  为列模糊矩阵;  $\Delta$  为尺度模糊矩阵。

则求得方向矩阵  $A$  的估计值  $A'$ , 有

$$A' = PA_1' = A \Delta \Pi = \begin{bmatrix} A_T \Phi_r^{-(N-1)} \\ A_T \Phi_r^{-(N-2)} \\ \vdots \\ A_T \\ \vdots \\ A_T \Phi_r^{N-1} \\ A_T \Phi_t^{-(N-1)} \\ \vdots \\ A_T \\ \vdots \\ A_T \Phi_t^{N-1} \end{bmatrix} \Delta \Pi \quad (12)$$

再将  $A'$  分块得

$$A' = \begin{bmatrix} A_1' \\ A_2' \\ \vdots \\ A_{4N-2}' \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中  $A_m' \in \mathbf{C}^{(4M-2) \times K}$ ,  $m=1, \dots, 4N-2$ 。

定义  $A_a' = [A_{2N}^T, A_{2N+1}^T, \dots, A_{4N-3}^T]^T$  和  $A_b' = [A_{2N+1}^T, A_{2N+2}^T, \dots, A_{4N-2}^T]^T$ 。在无噪声的条件下,有  $A_b' = A_a' \Phi_t$ , 则  $\Phi_t$  的估计值为  $\hat{\Phi}_t$  为

$$\hat{\Phi}_t = [A_a']^+ A_b' \quad (14)$$

通过  $\hat{\Phi}_t$  和  $\hat{\Phi}_r$  就可以求出其相应的对角线上的元素  $\lambda_r$  和  $\lambda_t$

$$\lambda_r = -\text{angle}(\hat{\Phi}_r)/\pi, \lambda_t = -\text{angle}(\hat{\Phi}_t)/\pi \quad (15)$$

式中  $\text{angle}(\cdot)$  表示取相角。

进而求得方位角  $\hat{\varphi}_k$  和仰角  $\hat{\theta}_k$

$$\hat{\theta}_k = \arcsin \sqrt{\lambda_r^2 + \lambda_t^2}, \hat{\varphi}_k = \arctan(\lambda_r/\lambda_t) \quad (16)$$

在本文中,可以将式(3)的  $X$  分块成  $X = [X_1^T, X_2^T]^T$ , 其中  $X_1 \in \mathbf{C}^{K \times L}$ ,  $X_2 \in \mathbf{C}^{((4M-2)(4N-2)-K) \times L}$ , 进而求得  $P_c$  的估计值  $\hat{P}_c = X_2 X_1^+$ 。

至此,已经给出了单基地 MIMO 雷达中基于传播算子的二维 DOA 角度估计算法,步骤如下:

- (1) 根据接收数据矩阵  $\mathbf{X}$  求得  $\hat{\mathbf{P}}_c$ ;
- (2) 由  $\hat{\mathbf{P}}_c$  构建矩阵  $\hat{\mathbf{P}}$ , 进而得出  $\hat{\mathbf{P}}_a$  和  $\hat{\mathbf{P}}_b$ ;
- (3) 对  $\hat{\mathbf{P}}_a^+ \hat{\mathbf{P}}_b$  进行特征值分解来得到  $\hat{\mathbf{A}}'_1$  和  $\hat{\Phi}_1$ ;
- (4) 由上述的矩阵求得  $\hat{\mathbf{A}}' = \hat{\mathbf{P}} \hat{\mathbf{A}}'_1$ , 进而得到  $\hat{\mathbf{A}}'_a$  和  $\hat{\mathbf{A}}'_b$  来构建  $\hat{\Phi}_1 = [\hat{\mathbf{A}}'_a]^+ \hat{\mathbf{A}}'_b$ ;

(5) 最后再由式(15,16)求得目标的方位角和仰角的估计值  $\hat{\varphi}_k, \hat{\theta}_k$ 。

与 ESPRIT 算法相比, 本文算法无需协方差矩阵的构造及其特征值分解, 所以复杂度比较低。ESPRIT 算法的复杂度为  $O([(4M-2)(4N-2)]^2 L + [(4M-2)(4N-2)]^3 + 3K^3 + K^2(4M-2)(4N-2) + 6K^2(4M-2)(2N-2))$ , 而本文的算法复杂度为  $O(K^2 L + 4K^3 + (KL + K^2)(4M-2)(4N-2) + 6K^2(4M-2)(2N-2))$ 。上面算法的目标数  $K$  为已知的, 如目标数  $K$  未知, 则需要考虑到对目标数  $K$  的计算量, 算法复杂度要增加  $\min\{(4M-3)^2(4N-3)^2 L, L^2(4M-3)(4N-3)\}$ 。

### 3 误差分析

这部分对仰角和方位角的估计误差进行分析。假定  $\bar{\mathbf{P}} = \mathbf{P} + \partial\mathbf{P}$ ,  $\partial\mathbf{P}$  为传播算子误差矩阵。由式(9)知

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 + \partial\mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_b + \partial\mathbf{P}_b \\ \mathbf{P}_{2N} + \partial\mathbf{P}_{2N} \\ \vdots \\ \mathbf{P}_{4N-2} + \partial\mathbf{P}_{4N-2} \end{bmatrix} \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_a + \partial\mathbf{P}_a \\ \mathbf{P}_{2N-1} + \partial\mathbf{P}_{2N-1} \\ \mathbf{P}_{2N} + \partial\mathbf{P}_{2N} \\ \vdots \\ \mathbf{P}_{4N-2} + \partial\mathbf{P}_{4N-2} \end{bmatrix} \mathbf{A}_1 \quad (17)$$

式中:  $\partial\mathbf{P}_a, \partial\mathbf{P}_b \in \mathbf{C}^{(4M-2)(2N-2) \times K}$ ;  $\partial\mathbf{P}_1, \partial\mathbf{P}_{2N-1}, \partial\mathbf{P}_{2N}, \partial\mathbf{P}_{4N-2} \in \mathbf{C}^{(4M-2) \times K}$ ; 且  $\partial\mathbf{P}_1, \partial\mathbf{P}_{2N-1}, \partial\mathbf{P}_{2N}$  和  $\partial\mathbf{P}_{4N-2}$  分别表示  $\partial\mathbf{P}$  的第 1, 2N-1, 2N, 4N-2 组第 4M-2 行。由  $[\mathbf{P}_a + \partial\mathbf{P}_a]^+$  的一阶近似得  $\hat{\Psi}_r^{[12]}$

$$\hat{\Psi}_r = \mathbf{A}_1 (\mathbf{I}_K + \mathbf{P}_a^+ (\partial\mathbf{P}_b - \partial\mathbf{P}_a)) \Phi_1 \mathbf{A}_1^{-1} \quad (18)$$

$\hat{\Psi}_r$  的第  $k$  个特征值  $\hat{\lambda}_k$ , 有  $\hat{\lambda}_k = \lambda_k + \partial\lambda_k$ , 其中  $\partial\lambda_k = \lambda_k \mathbf{e}_k^T \mathbf{P}_a^+ (\partial\mathbf{P}_b - \partial\mathbf{P}_a) \mathbf{e}_k$ ,  $\mathbf{e}_k$  为单位向量(第  $k$  个元素为 1, 其余为零)。

同时得到

$$\bar{\mathbf{A}}'_1 = \mathbf{A}'_1 + \partial\mathbf{A}'_1 \quad (19)$$

式中  $\partial\mathbf{A}'_1$  是  $\mathbf{A}'_1$  的误差矩阵。同时由式(19), 有

$$\bar{\mathbf{A}}' = \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}'_1 = \mathbf{A} \Delta\mathbf{\Pi} + \mathbf{P} \partial\mathbf{A}'_1 \quad (20)$$

定义  $\partial\mathbf{A}' = \mathbf{P} \partial\mathbf{A}'_1$ , 则  $\bar{\mathbf{A}}'$  可表示为

$$\bar{\mathbf{A}}' = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_1 + \partial\mathbf{A}'_1 \\ \vdots \\ \mathbf{A}'_{2N-1} + \partial\mathbf{A}'_{2N-1} \\ \mathbf{A}'_{2N} + \partial\mathbf{A}'_{2N} \\ \mathbf{A}'_b + \partial\mathbf{A}'_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_1 + \partial\mathbf{A}'_1 \\ \vdots \\ \mathbf{A}'_{2N-1} + \partial\mathbf{A}'_{2N-1} \\ \mathbf{A}'_a + \partial\mathbf{A}'_a \\ \mathbf{A}'_{4N-2} + \partial\mathbf{A}'_{4N-2} \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中:  $\partial\mathbf{A}'_a, \partial\mathbf{A}'_b \in \mathbf{C}^{(4M-2)(2N-2) \times K}$ ;  $\partial\mathbf{A}'_1, \partial\mathbf{A}'_{2N-1}, \partial\mathbf{A}'_{2N}, \partial\mathbf{A}'_{4N-2} \in \mathbf{C}^{(4M-2) \times K}$ ;  $\partial\mathbf{A}'_1, \partial\mathbf{A}'_{2N-1}, \partial\mathbf{A}'_{2N}$  和  $\partial\mathbf{A}'_{4N-2}$  分别表示  $\partial\mathbf{A}'$  的第 1, 2N-1, 2N, 4N-2 组第 4M-2 行。对  $[\mathbf{A}'_a + \partial\mathbf{A}'_a]^+$  进行一阶近似展开可得到

$$\hat{\Phi}_1 = \Phi_1 + \mathbf{A}'_a^+ (\partial\mathbf{A}'_b - \partial\mathbf{A}'_a) \Phi_1 \quad (22)$$

定义  $\hat{\rho}_k = \rho_k + \partial\rho_k$ ,  $\rho_k$  和  $\partial\rho_k$  分别是  $\Phi_1$  和  $\mathbf{A}'_a^+ \cdot (\partial\mathbf{A}'_b - \partial\mathbf{A}'_a) \Phi_1$  的第  $k$  个元素。

又因为  $\hat{\lambda}_k = e^{-j\pi \sin \hat{\theta}_k \sin \hat{\varphi}_k}$ ,  $\hat{\rho}_k = e^{-j\pi \sin \hat{\theta}_k \cos \hat{\varphi}_k}$ , 则推得

$$\sin^2 \hat{\theta}_k = \frac{(\ln \hat{\lambda}_k)^2 + (\ln \hat{\rho}_k)^2}{-\pi^2}, \quad \tan \hat{\varphi}_k = \frac{\ln \hat{\lambda}_k}{\ln \hat{\rho}_k} \quad (23)$$

利用一阶 Taylor 级数展开, 经过计算可求得两个角度的估计均方误差:

(1) 仰角的估计均方误差

$$E[\partial\theta_k^2] = \frac{1}{2(\pi^2 \sin \theta_k \cos \theta_k)^2} \{ E(|\partial\lambda_k \ln \lambda_k|^2 + |\partial\rho_k \ln \rho_k|^2 + 2|\partial\lambda_k \ln \lambda_k \cdot \partial\rho_k \ln \rho_k|) + \text{Re}[E(\rho_k^* \partial\rho_k \ln \rho_k + \lambda_k^* \partial\lambda_k \ln \lambda_k)^2] \} \quad (24)$$

(2) 方位角的估计均方误差

$$E[\partial\varphi_k^2] = \frac{\cos^4 \varphi_k}{2 \ln^2 \lambda_k} \left\{ E \left| \frac{\partial\lambda_r}{\lambda_r} - \frac{\partial\lambda_i}{\lambda_i} \tan \varphi_k \right|^2 + \text{Re} \left\{ E \left( \frac{\partial\lambda_r}{\lambda_r} - \frac{\partial\lambda_i}{\lambda_i} \tan \varphi_k \right)^2 \right\} \right\} \quad (25)$$

式中:  $\partial\theta_k$  为  $\theta_k$  的误差估计,  $\partial\varphi_k$  为  $\varphi_k$  的误差估计。

### 4 仿真结果

在以下仿真中, 定义均方根误差 RMSE 对本文的算法进行误差分析, 即

$$\text{RMSE} =$$

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{n=1}^{1000} [(\hat{\varphi}_{k,n} - \varphi_k)^2 + (\hat{\theta}_{k,n} - \theta_k)^2]} \quad (26)$$

式中:  $\hat{\varphi}_{k,n}$  表示第  $n$  次蒙特卡罗仿真中  $\varphi_k$  的估计值;  $\hat{\theta}_{k,n}$  表示第  $n$  次蒙特卡罗仿真中  $\theta_k$  的估计值。下面仿真中  $M, N$  分别表示每个半轴(加上原点)的发

射天线数和接收天线数,  $K$  表示目标数,  $L$  表示快拍数。

**仿真 1** 图 2 显示了本文算法在 SNR 为 15 dB 时的仿真结果, 其中目标位置为  $(10^\circ, 15^\circ)$ ,  $(25^\circ, 30^\circ)$  和  $(40^\circ, 45^\circ)$ , 采用 100 次蒙特卡罗仿真, 其中  $M=4, N=4, K=3$  和  $L=100$ 。可以看出此算法可以有效地估计出单基地 MIMO 雷达中的目标方位角和仰角。

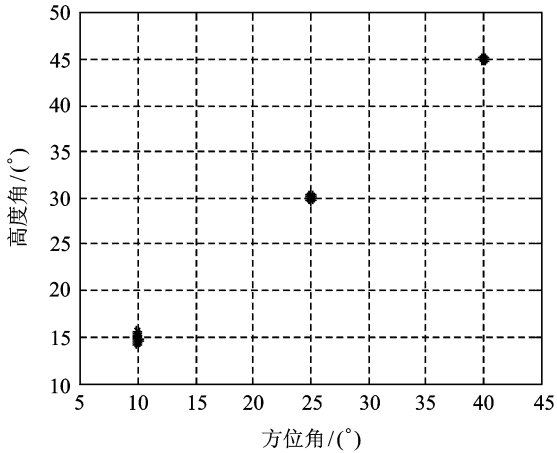


图 2 SNR=15 dB 利用本文算法估计参数的散布图

**仿真 2** 图 3 显示的是本文的算法与 ESPRIT 算法以及 CRB 进行比较。其中  $M=4, N=4, K=3$ 。从图 3 中可以看出在高 SNR 情况下, 本文算法性能逼近 ESPRIT 算法。

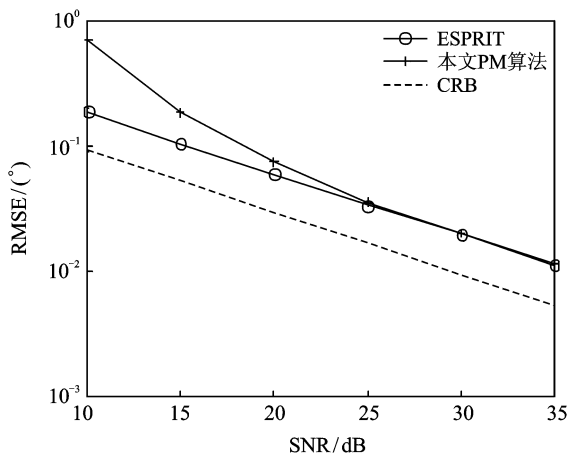


图 3  $M=4, N=4$  和  $L=100$  下的角度估计性能

**仿真 3** 图 4 显示不同快拍数  $L$  情况下的角度估计性能。从图 4 中可以看出, 随着快拍数  $L$  的增加, 角度估计性能变好。

**仿真 4** 图 5, 6 显示  $L=100, K=3$  时不同数目发射天线  $M$  和接收天线  $N$  情况下角度估计的性能。从图 5, 6 中可以看出, 随着天线数的增加, 方

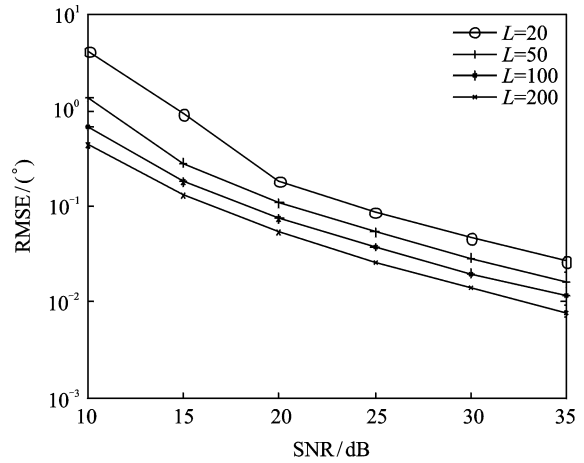


图 4 不同快拍数  $L$  的角度估计性能

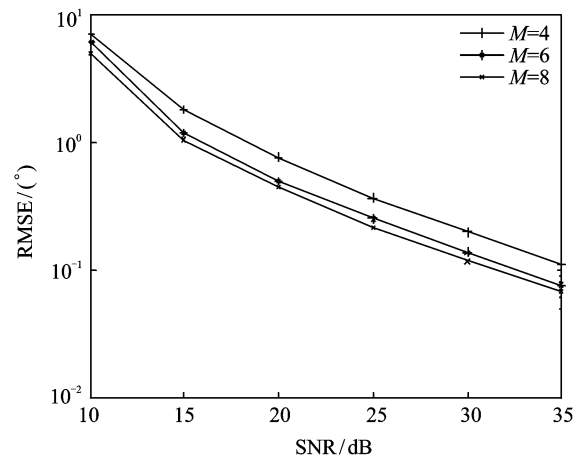


图 5 不同发射天线数  $M$  的角度估计性能

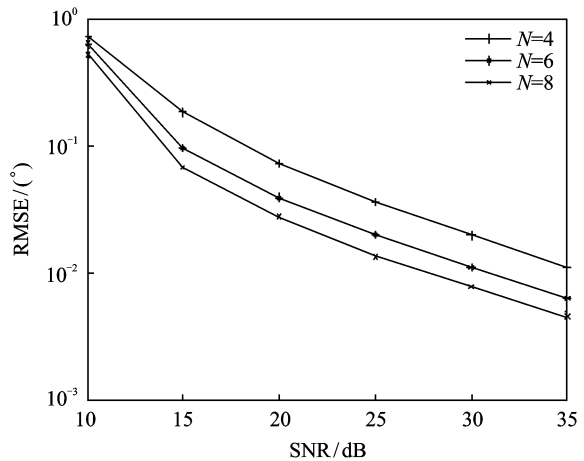


图 6 不同接收天线数  $N$  的角度估计性能

位角和仰角估计的均方根误差越来越小, 角度估计性能变优。

**仿真 5** 图 7 中显示了不同目标数  $K$  情况下的本文的算法的角度估计性能, 其中  $M=4, N=4, L=100$ 。可见在一定数目的发射天线和接收天线情况下, 随着目标数的增加, 角度估计的性能会变差。

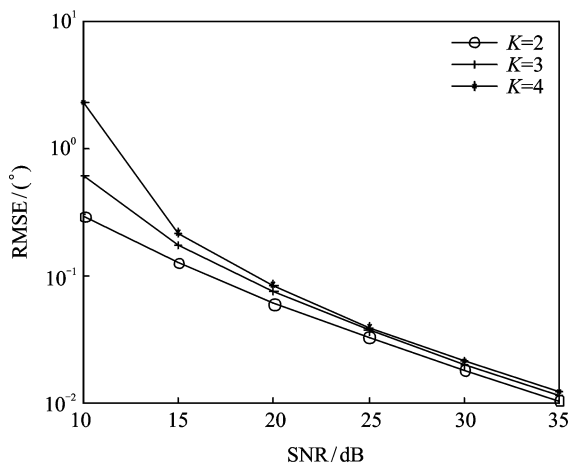


图 7 不同目标数  $K$  的角度估计性能

## 5 结束语

本文提出了基于十字阵的单基地 MIMO 雷达中的一种低复杂度的二维 DOA 估计算法。该算法利用传播算子避免了协方差矩阵的构造及其特征值分解,也无需运算复杂度大的谱峰搜索,降低了运算的复杂度。本文的角度估计性能尤其是在高 SNR 的情况下逼近 ESPRIT 算法,但是大大减少了运算的复杂度;而且利用本文的算法还能够实现二维角度的自动配对。本文还推导了目标方位角和仰角的均方误差。仿真结果证明了该算法的有效性。

### 参考文献:

- [1] Li J, Stoica P. MIMO radar—diversity means superiority [C]//Proceeding of 14th Annu Workshop Adaptive Sensor Array Process (ASAP' 06). [S. l.]: Lincon Lab, 2006:2-6.
- [2] Fishler E, Haimovich A, Blum R S, et al. MIMO radar: an idea whose time has come[C]//Proc IEEE Radar Conf. Philadelphia, PA: [s. n.], 2004: 71-78.
- [3] Li J, Stoica P, Xu L, et al. On parameter identifiability of MIMO radar[J]. IEEE Signal Process Lett, 2007,14(12):968-971.
- [4] Bekkerman I, Tabrikian J. Target detection and localization using MIMO radars and sonars[J]. IEEE

Trans Signal Process, 2006,5(10):3873-3883.

- [5] Duofang C, Baixiao C, Guodong Q. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar [J]. Electron Lett, 2008,44(12):770-771.
- [6] Jinli C, Hong G, Weimin S. Angle estimation using ESPRIT without pairing in MIMO radar [J]. Electron Lett, 2008,44(24):1422-1423.
- [7] Zhang Xiaofei, Xu Dazhuan. Angle estimation in MIMO radar using reduced-dimension capon [J]. IET Electronics Letters, 2010,46(12):860-861.
- [8] Zhang Xiaofei, Xu Dazhuan. Direction of departure (DOD) and direction of arrival (DOA) estimation in MIMO radar with reduced-dimension MUSIC [J]. IEEE Communications Letters, 2010,14(12):1161-1163.
- [9] Gu J F, Wei P, Tai H M. 2-D direction-of-arrival estimation of coherent signals using cross-correlation matrix[J]. Signal Process, 2008,88(1):75-85.
- [10] Hua Y, Sarkar T K, Weiner D D. An L-shaped array for estimation 2-D directions of wave arrival[J]. IEEE Trans Antennas and Propagation, 1991, 39(2):143-146.
- [11] 张小飞,汪飞,徐大专. 阵列信号处理的理论和应用 [M]. 北京:国防工业出版社,2010:28-34.  
Zhang Xiaofei, Wang Fei, Xu Dazhuan. Theory and application of array signal processing [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010:28-34.
- [12] Zhang Xiaofei, Gao Xin, Xu Dazhuan. Multi-invariance ESPRIT-based blind DOA estimation for MC-CDMA with an antenna array [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2009,58(8):4686-4690.

**作者简介:**吴海浪(1987-),男,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理、雷达信号处理、移动通信,E-mail: wave26@sina.com;张小飞(1977-),男,教授,研究方向:阵列信号处理、雷达信号处理、移动通信技术、通信信号处理等;冯高鹏(1987-),男,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理、移动通信;李建峰(1988-),男,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理、雷达信号处理、移动通信。