

文章编号:1004-9037(2012)02-0189-07

一种新的码片内多径时延估计方法

付龙飞 张水莲 李世凯

(解放军信息工程大学信息工程学院, 郑州, 450002)

摘要:根据信道冲激响应的稀疏特性,提出了一种频域的时延估计压缩感知模型,将时延估计问题转化为基于欠采样数据的稀疏向量估计问题。利用离散傅里叶变换(Discrete Fourier transform, DFT)矩阵的子矩阵所满足的受限等距性(Restricted isometry property, RIP)以及信道冲激响应的稀疏特性充分降低了时延估计所需数据量的要求。分析了本文模型具有码片内多径分辨能力以及良好抗噪性能的原因,并与多信号分类(Multiple signal classification, MUSIC)和旋转不变技术的信号参数估计(Estimation of signal parameters via rotational invariance technique, ESPRIT)算法的时延估计性能进行仿真比较。仿真结果表明,本文提出的方法不需要预知多径的条数,对码片内多径时延具有较高的估计精度,其时延估计性能在特定条件下优于MUSIC和ESPRIT算法。

关键词:压缩感知;稀疏信道;多径时延估计;离散傅里叶变换矩阵;稀疏向量估计

中图分类号:TN911.7

文献标识码:A

New Subchip Multipath Time-Delay Estimation Method

Fu Longfei, Zhang Shuilian, Li Shikai

(Institute of Information Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou, 450002, China)

Abstract: According to the sparsity of the channel response, a multipath time-delay estimation model based on compressed sensing (CS) is proposed in frequency domain. Using the model, the time-delay estimation is converted into sparse vector estimation from undersampled data. The restricted isometry property (RIP) is satisfied by partial discrete Fourier transform (DFT) matrix and the channel response is sparse. According to CS theory, the required amount of data for the estimation is sharply decreased. The reason why the proposed method has subchip multipath estimation ability and excellent anti-noise property is also analyzed. Then, the time-delay estimation performance of the CS method is compared with the multiple signal classification (MUSIC) algorithm and the estimation of signal parameters via rotational invariance technique (ESPRIT) algorithm. Simulation and analysis results show that the proposed method has super-resolution performance in subchip multipath time-delay estimation owing to no prediction of the number of multipath. And it is superior to MUSIC and ESPRIT algorithms under certain conditions.

Key words: compressed sensing (CS); sparse channel; multipath time-delay estimation; discrete Fourier transform (DFT) matrix; sparse vector estimation

引 言

压缩感知^[1-2]是最近几年才兴起的一门信息科

学,对信号处理、编码等领域产生了革命性的影响。压缩感知理论指出,若信号具有稀疏性,则能以低于Nyquist采样率的非线性采样方法充分获得稀疏信号的内在信息,再经过相应的重构方法高精度

地恢复信号。压缩感知模型如下

$$\mathbf{S}_{M \times 1} = \Phi_{M \times N} \theta_{N \times 1} + \mathbf{v}_{M \times 1} \quad (1)$$

式中： $\theta_{N \times 1}$ 是具有稀疏特性的 N 维向量，一般为待估向量； $\Phi_{M \times N}$ 称为观测矩阵，通常为已知矩阵； $\mathbf{v}_{M \times 1}$ 是噪声向量； $\mathbf{S}_{M \times 1}$ 称为观测向量，是由 $\Phi_{M \times N}$ 对 $\theta_{N \times 1}$ 进行观测得到的、并受噪声 $\mathbf{v}_{M \times 1}$ 污染的结果，隐含了稀疏向量 $\theta_{N \times 1}$ 的内在信息，通常为已知向量，且 $N \geq M$ 。在已知 $\mathbf{S}_{M \times 1}$ 、 $\Phi_{M \times N}$ 和 $N \geq M$ 的情况下，估计 $\theta_{N \times 1}$ 等同于在噪声背景下求解欠定方程，通常无法得到唯一解。而由压缩感知理论可知，若向量 $\theta_{N \times 1}$ 具有稀疏特性， $\Phi_{M \times N}$ 满足受限等距性，采用一定的限制条件和重构算法能以高概率完成对 $\theta_{N \times 1}$ 的估计。

码片内多径是由于各路径相对时延小于训练序列码片宽度而形成的多径，采用经典的匹配相关法无法对其进行估计。为估计码片内多径，人们提出了基于最大似然准则和子空间分解的时延估计方法，取得了一定的效果。但利用上述两种方法估计多径时延，通常需要对多径条数进行预判，会增加错误估计的风险。

通常情况下，信道的传播路径数较为有限，因此可以认为一般信道的冲激响应具有稀疏特性^[3]。文献[3-4]利用信道冲激响应的稀疏性在时域实现了对信道冲激响应的超分辨率估计。但是，利用时域的压缩感知方法估计信道冲激响应存在如下缺陷：(1)要求训练序列是服从某些特殊分布的序列，限制了其应用范围；(2)由于只截取部分接收信号进行估计，对接收信号的能量利用不够充分，抗噪性能较差；(3)在文献[4]中，待估计的信道冲激响应长度与训练序列的长度相等。当信道冲激响应的抽头较为集中时会造成较大的计算负担。

针对时域压缩感知方法的缺陷，本文提出了一种基于频域压缩感知的高精度码片内多径时延估计方法。首先通过匹配相关法对接收信号的能量进行积累，再对匹配相关结果进行频域解卷积得到反映多径时延参数的复正弦信号。接下来，利用解卷积数据以及离散傅里叶变换矩阵的子矩阵所满足的受限等距性^[5-7]，建立了一个频域的压缩感知模型，最后通过该模型得到高精度的码片内多径时延估计结果。由于利用匹配相关法进行了信号能量的积累，本文方法的抗噪性能相对于文献[3-4]提出的时域压缩感知方法有了较大的提高，并且使得本文提出的方法不受训练序列类型的限制。利用匹配相关结果对信道冲激响应的抽头进行预判，可减小稀疏向量的维数。

1 数据模型

设信道的冲激响应在离散域表示为

$$h(n) = \sum_{l=1}^L \lambda_l(n) \delta(n - \tau_l) \quad (2)$$

式中： $\delta(\cdot)$ 为狄拉克函数， τ_l 和 $\lambda_l(n)$ 分别为第 l 条路径上的时延和幅度加权值， L 表示该信道的路径数。由于一般信道冲激响应具有稀疏特性， $\{h(n)\}$ 的取值大部分为零。训练序列 $s(n)$ 经过式(2)的信道后，接收信号表示为

$$r(n) = \sum_{l=1}^L \lambda_l(n) s(n - \tau_l) + v(n) \quad (3)$$

式中， $v(n)$ 为任意形式的信道加性噪声。当信道为慢衰落时，信号在信道传输过程中 $\lambda_l(n)$ 可以认为是一个常数。于是，式(3)可以写成

$$r(n) = \sum_{l=1}^L \lambda_l s(n - \tau_l) + v(n) \quad (4)$$

为了进行信号能量的积累，提高后续压缩感知方法的稳健性，将接收信号 $r(n)$ 与本地参考序列 $s(n)$ 作相关可得

$$\begin{aligned} R_{s,r}(\tau) &= \sum_{n=0}^{N-1} s(n - \tau) r^*(n) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n - \tau) \left[\sum_{l=1}^L \lambda_l s(n - \tau_l) + v(n) \right]^* \\ &= \sum_{l=1}^L [\lambda_l^* \sum_{n=0}^{N-1} s(n - \tau) s^*(n - \tau_l)] + \sum_{n=0}^{N-1} s(n - \tau) v^*(n) \\ &= \sum_{l=1}^L [\lambda_l^* R_{s,s}(\tau - \tau_l)] + R_{s,v}(\tau) \end{aligned} \quad (5)$$

式中， $R_{s,s}(\tau - \tau_l) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n - \tau) s^*(n - \tau_l)$ ，

$R_{s,v}(\tau) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n - \tau) v^*(n)$ ， N 表示相关值的数据长度。根据训练序列 $s(n)$ 的自相关特性，选择互

相关值 $R_{s,r}(\tau)$ 中包含了所有相关峰的区间 Ω 的数据，令其为 $R(n)$ 。定义区间 Ω 为主值区间，对于一般的稀疏信道，主值区间 Ω 的长度 Y 通常远小于相关值的数据长度 N ，如图1所示。区间 Ω 应根据训练序列 $s(n)$ 的自相关特性以及各径的相对时延值作自适应的调整以减少噪声干扰对后续多径时延估计的影响。只要主值区间 Ω 选择合理， $R(n)$ 便集中了 $R_{s,r}(\tau)$ 的最主要的能量，也就携带了 $R_{s,r}(\tau)$ 中的绝大部分多径信息。

令训练序列 $s(n)$ 的自相关函数的主值区间数据为 $R_s(n)$ ，其长度同样为 Y ，如图2所示。图1,2中的训练序列 $s(n)$ 为成形滤波后的 m 序列。令互相关

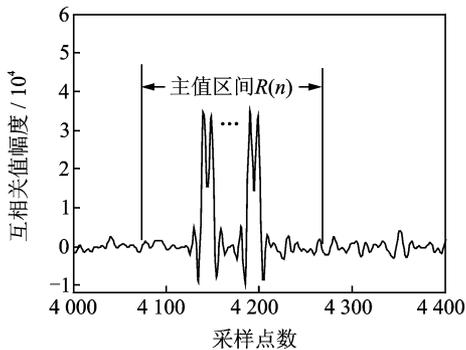


图1 互相关序列 $R_{s,r}(\tau)$ 的主值区间选择

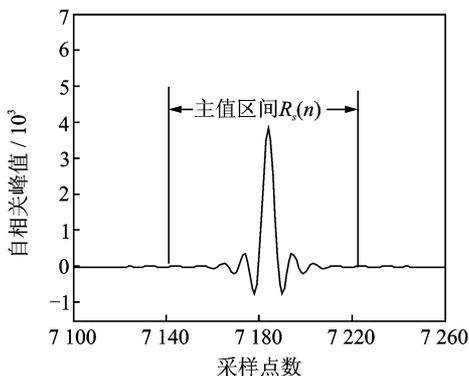


图2 自相关序列 $R_{s,s}(\tau)$ 的主值区间选择

序列 $R_{s,r}(\tau)$ 在区间 Ω 的数据为 $R_v(n)$, 根据式(5)可得

$$R(n) = \sum_{l=1}^L [\lambda_l^* R_s(n - \tau_l)] + R_v(n) \quad (6)$$

需要强调的是,式(6)和式(5)中的 τ_l 已经具有不同的含义。 τ_l 在式(6)中体现的是 $R_s(n)$ 的主峰与 $R(n)$ 的各峰之间的相对时延关系,如图3所示。在式(6)中的模型中,各 τ_l 的相对值并未发生变化,所以在不引起混淆的情况下,仍用该符号。需要说明的是,式(6)只是一个理论推导表达式,自相关序列与互相关序列的相对时延关系需要通过后面的解卷积才能体现出来。

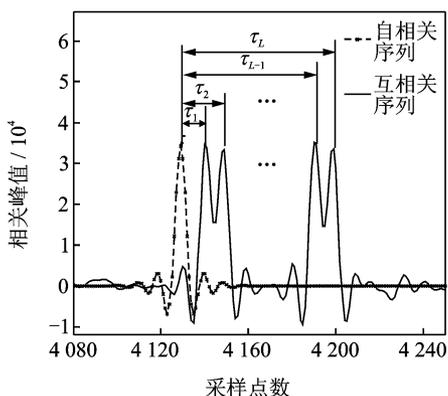


图3 主值区间内各相关峰的相对时延关系

理论上,只要 $R(n)$ 的所有相关峰位于 $R_s(n)$ 主峰的单侧,防止后续的解卷积结果同时出现正负频率即可,对各峰间的相对位移大小不作要求。对式(6)进行 $M(M > Y)$ 点的傅里叶变换可得

$$P(k) = \sum_{l=1}^L \lambda_l^* P_s(k) e^{-j2\pi\tau_l k/M} + P_v(k) \quad (7)$$

式中, $P(k) = \text{DFT}[R(n)]$; $P_v(k) = \text{DFT}[R_v(n)]$; $P_s(k) = \text{DFT}[R_s(n)]$ 。对式(7)进行解卷积可得

$$\chi(k) = \frac{P(k)}{P_s(k)} = \sum_{l=1}^L \lambda_l^* e^{-j2\pi\tau_l k/M} + \frac{P_v(k)}{P_s(k)} \quad (8)$$

通过估计式(8)中的频率分量即得时延估计结果。

2 压缩感知模型

令 $\omega(k) = \frac{P_v(k)}{P_s(k)}$, 将式(8)写为矩阵形式有

$$\chi = X_L \cdot \lambda_L + \omega \quad (9)$$

式中

$$\chi = [\chi(0), \chi(1), \dots, \chi(M-1)]^T \quad (10)$$

$$X_L = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 \\ e^{-j2\pi\tau_1/M} & \dots & e^{-j2\pi\tau_L/M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j2\pi(M-1)\tau_1/M} & \dots & e^{-j2\pi(M-1)\tau_L/M} \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\lambda_L = [\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_L^*]^T \quad (12)$$

$$\omega = [\omega(0), \omega(1), \dots, \omega(M-1)]^T \quad (13)$$

从式(11)可以看到, X_L 相当于离散傅里叶变换矩阵的 L 列,即对应由各相对时延产生的 L 个离散频率分量, λ_L 中的元素均为非零值。在理论推导中,将 X_L 扩展成为一个完整的离散傅里叶变换矩阵 X ,为使式(9)仍然成立, λ_L 将自动补零成为一个 M 维的稀疏向量 λ 。 λ 的稀疏度为信道中多径的条数 L , L 表示 λ 中非零元素的个数,而且一般有 $M \gg L$ 。按照上述步骤对式(9)中的 X_L 进行扩充,可以得到如下表达式

$$\chi = X \cdot \lambda + \omega \quad (14)$$

式中

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{-j2\pi/M} & \dots & e^{-j2\pi(M-1)/M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{-j2\pi(M-1)/M} & \dots & e^{-j2\pi(M-1)(M-1)/M} \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\lambda = [\lambda^{(0)}, \lambda^{(1)}, \dots, \lambda^{(M-1)}]^T \quad (16)$$

通过估计 λ 中非零值的位置,确定 χ 中的离散频率,可得到多径时延的估计结果。至此,对多径相对时延的估计就转变为对稀疏向量 λ 的估计。

令训练序列功率谱 $P_s(k)$ 的主值区间为 Π ,其

他采样点区间为 Π^C 。在实际通信中,由于训练序列的自相关函数一般是低通包络,所以 $P_s(k)$ 的主值区间 Π 通常是其低频部分,如图 4 所示。在区间 Π^C 上,式(7)中互功率谱 $P(k)$ 的信噪比较低,如图 5 所示。加之式(8)中的频域解卷积需要进行除法运算,而 $P_s(k)$ 在区间 Π^C 上的值又非常小,会使解卷积后的噪声产生不可承受的放大。

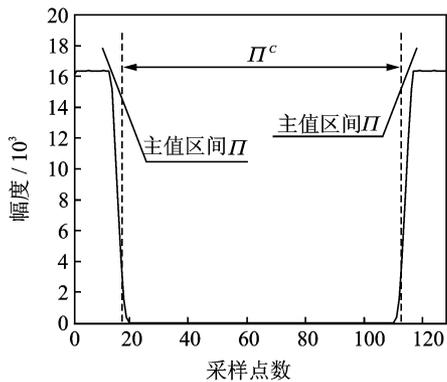


图 4 训练序列功率谱的主值区间选择

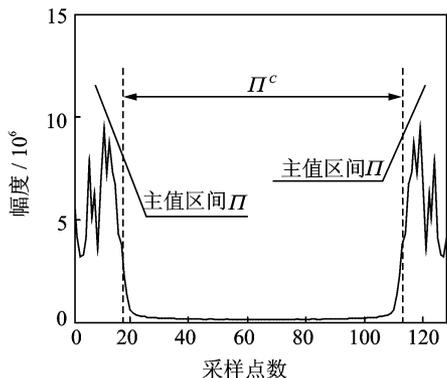


图 5 互功率谱的主值区间选择

于是,只选择在主值区间 Π 内的 χ 的元素作为待估信号,建立如下的模型

$$\chi_{\text{sub}} = \mathbf{X}_{\text{sub}} \cdot \lambda + \omega_{\text{sub}} \quad (17)$$

式中

$$\chi_{\text{sub}} = [\chi(0), \dots, \chi(p-1), \chi(M-p), \dots, \chi(M-1)]^T \quad (18)$$

$$\mathbf{X}_{\text{sub}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & e^{-j2\pi(p-1)/M} & \dots & e^{-j2\pi(M-1)(p-1)/M} \\ 1 & e^{-j2\pi(M-p)/M} & \dots & e^{-j2\pi(M-1)(M-p)/M} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & e^{-j2\pi(M-1)/M} & \dots & e^{-j2\pi(M-1)(M-1)/M} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\omega_{\text{sub}} = [\omega(0), \dots, \omega(p-1), \omega(M-p), \dots, \omega(M-1)]^T \quad (20)$$

p 为信号功率谱 $P_s(k)$ 单边主值区间的长度,即区间 Π 长度的一半。若信号的带宽为 f_c ,采样频率为 $f_s (\geq 2f_c)$,则

$$p = M \frac{f_c}{f_s} \quad (21)$$

变换到式(17)后, χ_{sub} 的信噪比相对于式(4)中的接收信号 $r(n)$ 将有较大的增益。为简便起见,以常用的信道探测训练序列—— m 序列为例作相应的分析。令式(3)中的 $s(n)$ 为 m 序列,接收信号序列 $r(n)$ 的信噪比为 a ,经过式(5)的匹配相关后,相关值的信噪比正比于 $\Gamma a^{[8]}$, Γ 为 m 序列的周期。通过式(17)的处理将信号功率谱能量集中到区间 Π 上, $P(k)$ 在功率谱主值区间 Π 上的信噪比将正比于 $\Gamma a \cdot \frac{f_s}{2f_c}$ 。在 Π 上,由 $P(k)$ 解卷积得到的 χ_{sub} 的信噪比同

样大致正比于 $\Gamma a \frac{f_s}{2f_c}$ 。经上述信号处理,使得待分析数据的信噪比有较大提高,付出的代价是可用数据量减少。在实际信道探测中,为得到更精确的多径时延信息,通常要求 $f_s \gg 2f_c$,会使 p 变得非常小。通过增大式(7)中的 M 可以适度增加待分析数据的长度,但增大 M 会使得各待估频率分量变得越发接近,加大估计难度。欲利用如此短的数据估计由时延产生的频率分量较为困难。但是,由于式(17)中的 λ 具有稀疏性,压缩感知方法可以充分利用这些“欠采样”的数据得到 λ 的估计结果,进而估计出各相对时延。而且,压缩感知方法对噪声类型不敏感^[6],更有利于对解卷积数据进行稀疏向量的估计。

文献[7]指出,若随机选取式(15)中矩阵 \mathbf{X} 的 u 行构成的子矩阵 \mathbf{X}'_{sub} 为观测矩阵,则当 $u \geq C\delta^{-2}L\log^4(M)$ 时,矩阵 $\frac{1}{\sqrt{u}}\mathbf{X}'_{\text{sub}}$ 将以超过 $1 - M^{-\gamma\log^3(M)}$ 的概率满足参数为 δ_L 的 L 阶受限等距性 RIP(δ_L, L)。其中, L 为向量稀疏度, $\delta_L < \delta$, C 和 γ 为任意大于 1 的常数。 C , γ 和 δ_L 存在着相互制约的关系, C 越大,将导致 γ 越大, δ_L 越小,即观测矩阵的行数越多,这个矩阵将以更高的概率满足更佳的受限等距性。受限等距性 RIP(δ_L, L) 的含义是^[5]: 若矩阵 \mathbf{O} 对于任意具有稀疏度 L 的向量 \mathbf{z} ,存在参数 $\delta_L \in (0, 1)$,使得

$$(1 - \delta_L) \|\mathbf{z}\|_2^2 \leq \|\mathbf{O}\mathbf{z}\|_2^2 \leq (1 + \delta_L) \|\mathbf{z}\|_2^2 \quad (22)$$

成立,则称矩阵 \mathbf{O} 满足参数为 δ_L 的 L 阶受限等距性 RIP(δ_L, L),其中, δ_L 称为受限等距常数,是使

式(22)成立的最小正数。受限等距性是为了确保稀疏向量 \mathbf{z} 在 \mathbf{O} 的作用下仍然保持其高维几何性质的一致性,即保证 \mathbf{O} 不会把两个不同的 L 阶稀疏的向量 \mathbf{z} 映射成同样的采样值。

根据前面的分析和推导,结合式(17)可建立如下的压缩感知模型

$$\chi_{cs} = \mathbf{X}_{cs} \cdot \lambda + \omega_{cs} \quad (23)$$

式中, $\chi_{cs} = \frac{1}{\sqrt{2p}}\chi_{sub}$, $\mathbf{X}_{cs} = \frac{1}{\sqrt{2p}}\mathbf{X}_{sub}$, $\omega_{cs} = \frac{1}{\sqrt{2p}}\omega_{sub}$ 。

$\sqrt{2p}$ 是为了方便证明 \mathbf{X}_{cs} 满足受限等距性的列向量归一化因子,对实际的重构性能不产生任何影响。需要强调的是,式(17)中的 \mathbf{X}_{sub} 并不是通过随机选择 \mathbf{X} 的 $2p$ 行构成的,但可以将其看成是随机选择的一次特殊的实现。后面的仿真表明这种假设完全成立。至此,本文已经指出了 λ 所满足的稀疏特性以及 \mathbf{X}_{cs} 所满足的受限等距性,完全符合压缩感知模型估计稀疏向量的要求。

利用压缩感知方法估计稀疏向量对向量只有稀疏度的要求,对其非零值位置没有要求,使得该方法具有超分辨能力。 χ 中的离散频率分量由信道中不同路径的时延产生。所以本文提出的方法总体上基于这样一个估计思路:首先根据式(23)完成对稀疏向量 λ 的估计,确定稀疏向量中非零值对应的频率,最后根据频率估计出多径时延参数。

构建式(23)的压缩感知模型后,就可以采用相应的压缩感知重构算法估计出 λ 。凸优化重构算法对采样数据量的要求较低,并且不需要预知稀疏信号的稀疏度,即在本文模型下不需要预知多径的条数,能够实现对多径条数的盲估计,较为适合式(23)的模型。所以本文采用凸优化算法的一种算法——Dantzig Selector^[9]法进行稀疏信号的重构。

Dantzig Selector 方法为

$$\min_{\lambda \in \mathbb{C}^M} \|\tilde{\lambda}\|_{l_1}$$

服从 $\|(\mathbf{X}_{cs})^H \beta\|_{l_\infty} \leq (1+t^{-1})\sqrt{2\sigma^2 \log M}$ (24)

式中: $\tilde{\lambda}$ 是 λ 的估计值, $(\mathbf{X}_{cs})^H$ 是 \mathbf{X}_{cs} 的共轭转置, $\beta = \chi_{cs} - \mathbf{X}_{cs}\tilde{\lambda}$, t 为用于控制最小 l_1 范数优化范围的常数, $t > 0$, σ^2 为噪声方差。

3 仿真实验

由式(8)得到的解卷积序列同样可以采用 MUSIC 和 ESPRIT 算法高精度地估计出其频率分量,继而得到码片内多径的时延估计结果^[10-11]。仍然选择式(18) χ_{sub} 中的数据做时延参数估计,并且注意到 χ_{sub} 中 $\chi(M-1)$ 和 $\chi(0)$ 的相位保持连续,而

$\chi(p-1)$ 和 $\chi(M-p)$ 的相位不连续。所以,利用 MUSIC 和 ESPRIT 算法估计多径时延,需要将 χ_{sub} 中的前 p 个数数据置于后 p 个数数据之后以使信号相位连续。然后,采用空间平滑的思想构建观测信号的自相关矩阵,估计出解卷积序列中的频率分量,最终得到多径时延估计结果。

本文的仿真条件为:训练序列为 m 序列,周期 1 023;每个码片 8 倍采样,即归一化后的码片宽度 T_c 为 8;仿真的多径条数为 2。

图 6 在同一坐标系内给出了信噪比为 -9 dB、两径相对时延为 5 个采样点 ($5/8T_c$) 情况下的各算法的码片内多径时延估计结果。由图 6 可见,由于两径相对时延小于一个码片宽度 T_c ,采用匹配相关法无法对其进行分辨。而利用本文算法以及 MUSIC 算法均能对码片内多径进行高精度的估计,得到正确的相对时延值——5 个采样点。由 ESPRIT 算法得到的相对时延值为 5.023 个采样点。

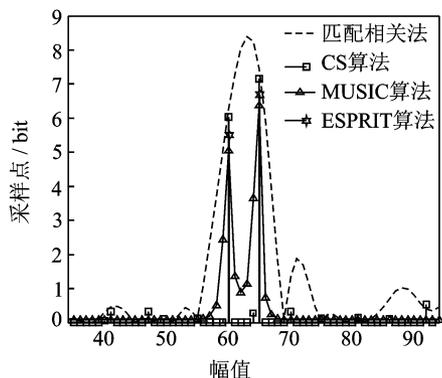


图 6 各多径时延估计算法的仿真结果

由于用于仿真的 m 序列具有良好的自相关特性,经过式(5)的匹配相关,只取互相关序列 $R_{s,r}(\tau)$ 峰值周围 64 ($Y=64$) 点的相关值构成 $R(n)$, 并进行 128 ($M=128$) 点的傅里叶变换,再频域解卷积得到长度为 $32 \left(2p = M \times 2 \frac{f_c}{f_s} = 128 \times 2 \times \frac{1}{8} \right)$ 的序列。基于该主值区间的序列,利用本文算法、MUSIC 算法、ESPRIT 算法对码片内多径时延进行估计,其估计性能如图 7 所示。图 7 中两径的相对时延为 4 个采样点 ($1/2T_c$),每个信噪比的 Monte Carlo 仿真次数为 10 000。可见,该仿真条件下,在 $-15 \sim -12$ dB 的信噪比区间,本文算法的时延估计性能优于 MUSIC 和 ESPRIT 算法;当信噪比大于 -9 dB,本文算法的时延估计最小均方误差 (Mean square error, MSE) 相对 MUSIC 和 ESPRIT 算法有更为迅速的下降趋势;信噪比大于

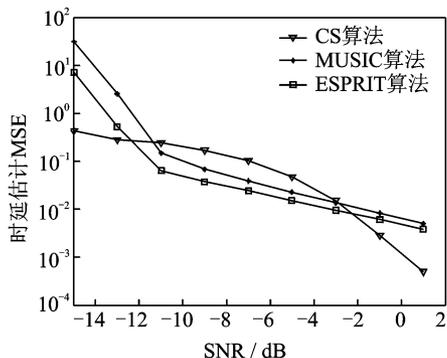


图 7 各码片内多径时延估计算法性能比较

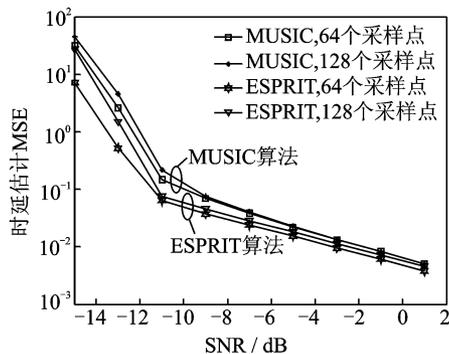


图 9 主值区间长度对 MUSIC 和 ESPRIT 算法时延估计性能的影响

-2 dB后,本文算法的时延估计 MSE 优于 MUSIC 和 ESPRIT 算法。

研究表明,选择 $R_{s,r}(\tau)$ 不同的主值区间构成 $R(n)$ 对码片内多径时延的估计性能也会产生影响,如图 8,9 所示。在进行图 8,9 所示的性能仿真时,分别取相关序列 $R_{s,r}(\tau)$ 峰值周围 64 和 128 点的相关值构成 $R(n)$,均进行 128 点的傅里叶变换并解卷积,其他仿真条件与图 7 相同。每个信噪比的 Monte Carlo 仿真次数为 10 000。由仿真结果可见,在该仿真条件下, $R_{s,r}(\tau)$ 的主值区间长度 Y 为 64 比 128 更为合理。从仿真结果还可以看出,本文算法的估计性能受主值区间长度的影响较为显著,且随着信噪比的提高,这种影响逐渐增大,如图 8 所示。不同的主值区间长度对 MUSIC 和 ESPRIT 算法的影响小于本文算法,而且这种影响不会随着信噪比的提高而增大,如图 9 所示。互相关序列 $R_{s,r}(\tau)$ 主值区间的选择需要充分考虑信号完整性与噪声干扰引入的折中。主值区间长度 Y 越大,信号的完整性越好,由式(8)得到的解卷积信号就更接近于复正弦信号,但同时引入的噪声干扰也越多。所以,在实际的应用中,主值区间的长度 Y 应根据训练序列的自相关特性以及相对时延的大小作自适应的调整,以期达到信号完整性与噪声干扰引入之间的平衡。

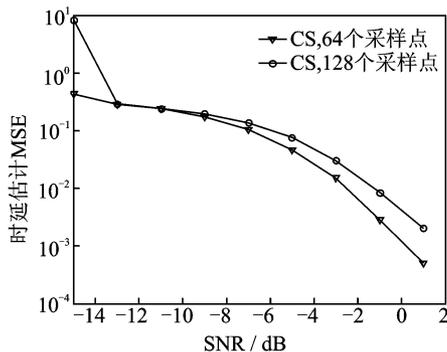


图 8 主值区间长度对 CS 算法时延估计性能的影响

图 10 给出了在 -1 dB 信噪比条件下,本文算法、MUSIC 算法和 ESPRIT 算法的估计性能随两径相对时延的变化情况。 $R_{s,r}(\tau)$ 主值区间的长度取 64。每个相对时延值的 Monte Carlo 仿真次数为 10 000。可见,当两径的相对时延小于等于 $2/8T$ 时, MUSIC 和 ESPRIT 算法几乎不具备估计码片内多径的能力。随着两径相对时延的减小,本文算法的时延估计性能也有所下降,但明显优于 MUSIC 和 ESPRIT 算法。从图 10 的仿真结果还可以看到,当两径的相对时延为 $6/8T$ 时, MUSIC 和 ESPRIT 算法的时延估计 MSE 存在一个下限。而本文算法的码片内多径时延估计性能随相对时延的增大而持续提高。

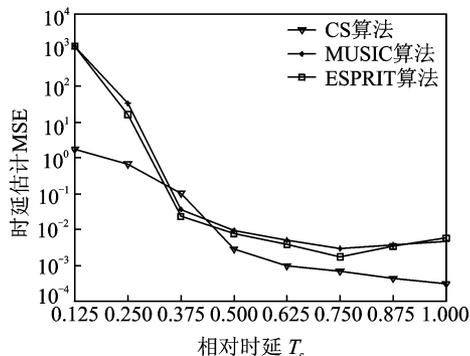


图 10 不同时延条件下的估计性能

压缩感知算法的复杂度主要来源于其稀疏向量的重构。采用 Dantzig Selector 重构算法估计稀疏向量,在本文的仿真条件下,相当于利用 32 ($2p=32$) 个线性方程去优化求解一个维数为 128 ($M=128$) 的向量,复杂度较高。 MUSIC 算法的复杂度主要来源于自相关矩阵的特征值分解以及伪谱极值的搜索。由于在本文的仿真条件下待分析的数据长度仅为 32,采用空间平滑得到的信号自相关矩阵维数较小,因此对其进行特征值分解的复杂度

较低。而且,可采用快速傅里叶变换完成对MUSIC算法伪谱的极值搜索,运算量大幅减小。仿真中采用总体最小二乘 ESPRIT 算法进行码片内多径时延的估计,需要进行2次特征值分解和1次奇异值分解。同样,由于待分析的数据较短,利用ESPRIT算法估计多径时延的复杂度较低。但是,利用MUSIC和ESPRIT算法估计多径时延需要利用AIC,MDL等准则预先估计多径的条数,增加了两种算法的复杂度和风险。而采用本文提出的算法估计多径时延,不需要预知多径的条数,可减小错误估计的概率。

4 结束语

本文根据信道冲激响应的稀疏特性,在频域建立了压缩感知多径时延估计模型,实现了对码片内多径的高精度估计。仿真比较了本文算法、MUSIC算法以及ESPRIT算法的码片内多径时延估计性能。从仿真结果可以看出,本文算法、MUSIC算法以及ESPRIT算法对码片内多径时延均具有超分辨率能力。但在较高信噪比、较小相对时延等条件下,本文算法的时延估计性能优于MUSIC和ESPRIT算法。而且,利用本文算法估计相对多径时延能实现对多径条数的“盲估计”,可减小错误估计的风险。

参考文献:

- [1] Candès E. Compressive sampling [C]//Proceedings of the International Congress of Mathematicians. Madrid, Spain: [s. n.], 2006:1433-1452.
- [2] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006,52(4):1289-1306.
- [3] Bajwa W U, Haupt J, Raz G, et al. Compressed channel sensing [C]//Proceedings of 42nd Annual Conference on Information Sciences and System. Princeton, USA:[s. n.], 2008:1203-1209.

- [4] Haupt J, Bajwa W U, Raz G, et al. Toeplitz compressed sensing matrices with application to sparse channel estimation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010,56(11):5862-5875.
- [5] Candès E, Tao T. Near optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006,52(12):5406-5425.
- [6] Candès E, Romberg J, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics, 2006,59(8):1207-1223.
- [7] Fornasier M, Rauhut M. Handbook of mathematical methods in imaging: compressive sensing[M]. Germany: Springer, 2011:187-228.
- [8] 吴明捷,周小正,马景兰. 扩展频谱通信系统处理增益分析[J]. 石油化工高等学校学报,2001,14(3):65-68.
Wu Mingjie, Zhou Xiaozheng, Ma Jinglan. Analysis of processing gain in spread-spectrum communication system [J]. Journal of Petrochemical Universities, 2001,14(3):65-68.
- [9] Candès E, Romberg J, Tao T. The dantzig selector: statistical estimation when p is much larger than n [J]. Annals of Statistics, 2007,35(6):2313-2351.
- [10] Ge Fengxiang, Shen Dongxu, Peng Yingning, et al. Super-resolution time delay estimation in multipath environments[J]. IEEE Transactions on Circuit and Systems—I, 2007,54(9):1977-1986.
- [11] Saarnisaari H. TLS ESPRIT in time delays estimation [C]//Proceedings of IEEE 47th VTC. Phoenix, USA:[s. n.], 1997:1616-1623.

作者简介:付龙飞(1985-),男,硕士研究生,研究方向:无线信道估计,E-mail:killerg@ee.buaa.edu.cn;张水莲(1954-),女,教授,研究方向:数字信号处理、编码理论;李世凯(1987-),男,硕士研究生,研究方向:数字信号处理。