

有限码长卢比变换码的动态耦合截断度分布

孙伟柏¹, 倪淑燕¹, 宋鑫², 雷拓峰¹, 陈权¹

(1. 航天工程大学智能化航天测运控教育部重点实验室, 北京 101416; 2. 军事科学院国防科技创新研究院, 北京 100071)

摘要: 卢比变换(Luby transform, LT)码作为无速率编码的重要实现方式,其性能高度依赖于度分布设计。传统鲁棒孤波分布(Robust soliton distribution, RSD)在二进制删除信道(Binary erasure channel, BEC)中表现优异,但在高斯信道下因噪声累积与复杂度冗余导致译码效率下降。为解决上述问题,本文提出一种动态耦合截断分布(Dynamic coupled truncated distribution, DCTD)。该分布通过对RSD实施截断操作以抑制高度数冗余符号的生成,同时引入预优化固定分布以稀疏化中高度数段的概率密度,并基于KL(Kullback-Leibler)散度动态调整分布切换点,从而实现双分布非线性混合的平滑过渡。仿真结果表明,在码长为1 000时,DCTD相较于RSD能够降低21.5%的译码开销,同时保持相同的译码成功率。

关键词: 度分布; 卢比变换码; 高斯信道; KL散度

中图分类号: TN911.22 **文献标志码:** A

引用格式: 孙伟柏,倪淑燕,宋鑫,等.有限码长卢比变换码的动态耦合截断度分布[J].数据采集与处理,2026,41(4):1078-1088. SUN Weibai, NI Shuyan, SONG Xin, et al. Dynamic coupled truncated distribution design for finite-length LT codes[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2026, 41(4):1078-1088.

引言

卢比变换(Luby transform, LT)码^[1]作为由Michael Luby于2002年提出的首类实用喷泉码,凭借其无固定码率特性与低编译码复杂度,在二进制删除信道(Binary erasure channel, BEC)的无反馈可靠传输中展现出独特优势。译码器通过置信传播(Belief propagation, BP)算法,仅需使用比原始消息长度稍多的编码符号即可恢复所有数据包,有效地规避了传统分组码固有的反馈风暴问题^[2-3]。作为无速率编码的核心载体,LT码的性能高度依赖度分布设计,因此正整数集上的概率质量函数决定了编码符号的度数生成规则,直接影响了BP译码迭代过程中度1节点的再生效率与可译集的稳定性^[4-5]。

随着应用场景从理想BEC拓展至高斯噪声信道(Additive white Gaussian noise, AWGN),度分布设计面临全新挑战。与BEC中符号存在与否决定解码成功不同,编码符号的似然比传递特性取代了删除信道中的简单存在性判断,译码成功与否不仅依赖分组覆盖完整性,更与符号间的软信息迭代效率密切相关^[6]。Luby最初提出的理想孤波分布(Ideal soliton distribution, ISD)虽在BEC下实现了渐进最优,但在高斯信道中因缺乏对噪声容限的考量,存在显著的误码平台问题^[1];改进的鲁棒孤波分布(Robust soliton distribution, RSD)通过引入调节参数常数 c 和译码失败概率 δ 提升了可译集的鲁棒性,但在高斯信道中,其高度数符号的随机生成导致似然比传递效率低下,译码开销随信噪比下降呈非线性

增长^[7-8]。

针对RSD在高斯信道中高度数符号的噪声累积与覆盖效率失衡问题,研究者从静态优化角度对度分布展开精细化设计,尝试通过调整度数生成规则提升译码鲁棒性。Seidinovic等^[9]基于密度演化理论建立线性规划模型,以最小化译码开销为目标优化边分布函数,然而该模型依赖于理想信道假设,难以适应高斯噪声的非对称特性。Etesami等^[10]进一步将该模型拓展至AWGN信道,结合外信息转移(Extrinsic information transfer, EXIT)图方法优化度分布的似然比传递特性,有效降低了错误平台,但参数优化复杂度随码长增加呈指数增长。文献[11]则聚焦二进制输入高斯白噪声信道(Binary input AWGN, BIAWGN),通过迭代译码中的软信息更新规则建立优化模型,证明了度1与度2符号在噪声环境下的关键作用:度1符号作为译码起点提供初始可靠性,而度2符号通过稳定的边信息传递维持迭代收敛。然而,此类方法本质上仍受限于RSD的静态分布框架,其固定参数机制难以有效协调高度数符号的覆盖效率与噪声累积之间的矛盾^[12-13]。为突破RSD的静态参数限制,姚渭箐等^[14-15]提出了一系列基于仿生算法与分布混合的优化方法。其中,文献[14]将泊松分布与RSD结合,利用泊松分布低度数高概率的特性改善译码启动效率,并采用人工鱼群算法(Artificial fish swarm algorithm, AFSA)对不同码长下的参数 c 和 δ 进行寻优,在二进制删除信道中使译码开销降低;文献[15]则基于度分布的关键统计特性,直接利用AFSA对RSD中度1、度2及峰的比值比例进行优化,在维持低复杂度的前提下,使误码率在中低信噪比区域下降30%。然而,这类启发式搜索方法可能陷入局部最优,且优化效果受限于单一分布框架,难以同时兼顾译码开销、复杂度与成功率的多目标平衡。Yen等^[16]提出改进的鲁棒孤波分布(Modified RSD, MRSD),通过序列二次规划算法动态调整关键度数比例,构建可译集均值-方差优化模型,在保持低复杂度的同时将译码成功率提升,但复杂度随码长增加呈指数增长。尽管这些方法通过动态参数调整提升了RSD的适应性,但受限于单一分布框架的约束,其优化效果仍存在理论边界。

为突破静态分布的局限性,研究者逐步转向“截断策略”与“动态混合分布”的设计范式。在截断策略方面,Nguyen等^[17]提出了一种截断度分布(Truncated degree distribution, TDD),通过对度数截断显著降低噪声敏感性,然而TDD分布仍非最优分布。周琳凯等^[18]提出截短鲁棒孤波(Chopped robust soliton, CRS)分布,通过限制最大度数并重新分配概率密度,减少低概率大度数符号对噪声的敏感性,使译码开销较RSD降低。在混合分布设计方面,研究者致力于通过融合多种分布的统计特性来实现综合性能优化。文献[19]进一步提出联合泊松鲁棒孤波分布(Combined Poisson RSD, CPRSD),通过黄金分割算法优化泊松分布(Poisson distribution, PD)与RSD之间的权重参数,利用泊松分布的小度数高概率特性加速译码初始化,同时保留RSD的鲁棒覆盖能力,使得译码开销较RSD降低。文献[20]则提出截短RSD与固定度分布(Stationary distribution, SD)的混合方案。仿真结果表明,与RSD、SD相比,该混合分布的性能改善明显。值得关注的是,动态混合策略通过时序维度上的分布切换实现了性能跃升,如文献[21]设计的开关度分布和文献[22]提出的可译集优化算法,但此类方法在动态适配机制和分布切换准则的设计方面仍存在改进空间。综上所述,尽管上述研究在高斯信道下取得进展,但仍存在两个关键问题:(1)现有结合方法多采用固定权重,无法根据码长动态调整小度数与大度数符号的生成比例;(2)截断策略中最大度数的经验设定可能破坏符号覆盖的均衡性,导致译码后期因关键连接缺失而陷入停滞。

针对高斯信道下有限码长LT码的译码效率与复杂度平衡问题,本文提出一种动态耦合截断分布(Dynamic coupled truncated distribution, DCTD),通过截断RSD抑制高复杂度大度数符号生成,保留关键中度数以维持原始分组覆盖完整性;同时引入优化的固定分布,利用其稀疏的高度数符号生成概率。将截断RSD与固定优化分布通过KL(Kullback-Leibler)散度动态耦合,设计基于统计差异度量的自适应

应交叉点选择算法,实现双分布平滑过渡与权重实时优化。该方法继承多分布融合思想,通过动态耦合解决传统RSD在高斯信道下的复杂度冗余与固定分布的可拓展性不足问题,实现译码开销、复杂度与成功率的协同提升,为噪声受限场景提供更优的度分布设计方案。

1 LT码

1.1 编码原理

LT码的编码过程本质上是一种基于稀疏二部图的随机线性编码方法,如图1所示,其编码步骤如下:

(1)对每一个待生成的编码符号 $c_j(1 \leq j \leq n)$,从预先设计好的度分布函数 $\Omega(x)$ 中随机选取一个度数 d_j ,该度数决定了此编码符号由多少个原始信息符号异或生成。

(2)在确定度数 d_j 后,编码器从 k 个原始信息符号 $v_i(1 \leq i \leq k)$ 中均匀且随机地选取 d_j 个不同的符号作为其邻居节点,记作 $v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_{d_j}}$ 。

(3)将选中的 d_j 个原始信息符号通过异或操作生成编码符号: $c_j = v_{i_1} \oplus v_{i_2} \oplus \dots \oplus v_{i_{d_j}}$ 。

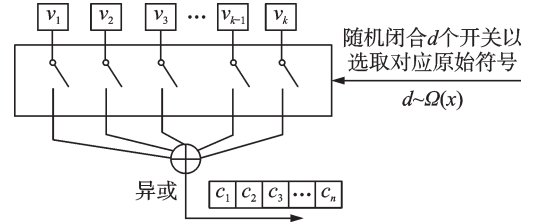


图1 LT码编码方式

Fig.1 Encoding method of LT codes

1.2 度分布

度分布是影响LT码性能的关键因素,其设计准则需紧密结合BP译码算法的特性需求。在BP译码框架下,译码进程的初始化依赖于度数为1的编码符号所构成的可译集。因此,传统度分布设计的首要目标是确保在译码过程中持续生成足够规模的可译集。具体而言,适当提升低度数(如 $d=1$)符号的生成概率能有效扩大可译集基数,从而加速译码启动阶段的符号激活效率。然而,过度倾向低度数符号将导致编码符号的覆盖冗余度增加,需通过更高的译码开销才能确保全部原始信息符号参与编码。因此,理想的度分布设计需在低度数符号的快速激活能力与中高度数符号的高效覆盖特性之间建立动态平衡。

在理想孤波分布ISD中,可译集大小的期望始终为1,具体而言,译码过程每次迭代均从度为1的编码符号开始,成功恢复一个信源符号后,另一个编码符号的度会被更新为1。其度分布函数定义为

$$\rho(d) = \begin{cases} \frac{1}{k} & d=1 \\ \frac{1}{d(d-1)} & 2 \leq d \leq k \end{cases} \quad (1)$$

式中: k 为输入符号的数量, d 为度数值。

尽管ISD在理论层面能够实现译码开销的最小化,但是由于度为1的编码符号数量不足,导致译码操作的失败概率较高,这使得ISD在实际场景中很少被采用^[23]。鉴于此,Luby在ISD的基础上提出了RSD,通过提升低度数的出现概率扩大可译集的规模。同时在 $i=k/R$ 处引入峰值,提升了所有信源符号参与编码的概率,从而提高了对抗信道擦除的能力,增强了鲁棒性。RSD中预期的可译集大小为 $R = c \ln(k/\delta) \sqrt{k}$,其中, c 为正常数; δ 为允许的译码失败概率。其度分布函数 $\mu(d)$ 表达式为

$$\mu(d) = \frac{\rho(d) + \tau(d)}{\sum (\rho(d) + \tau(d))} \quad (2)$$

$$\tau(d)=\begin{cases} \frac{R}{kd} & 1\leq d\leq \frac{k}{R}-1 \\ \frac{R}{k}\ln\frac{R}{\delta} & d=\frac{k}{R} \\ 0 & d\geq \frac{k}{R}+1 \end{cases} \quad (3)$$

2 截断 RSD 和固定优化度分布的动态耦合设计

本节围绕 LT 码度分布设计展开,依次分析了截断 RSD、泊松分布及固定优化度分布的特性及局限,进而提出一种动态耦合截断分布以优化高斯信道下的译码性能。

2.1 截断 RSD

传统 RSD 分布虽通过 $\tau(d)$ 项提升鲁棒性,但其固定参数策略在 k 较小时导致高度数节点冗余。通过根据分组大小 k 自适应调整 RSD 截断点,对 RSD 进行动态截断,将最大度数限制为 $d_{\max}=2\sqrt{k}$,避免高度数节点带来的冗余计算,经归一化后得到所需的截断度分布。该截断分布具有较低的最大度数,在性能上较 RSD 略有优势。然而,当译码开销增大至一定程度时,对于特定分组规模,截断 RSD 的译码成功率会低于 RSD,这表明其在高译码开销下针对部分分组大小的适应性存在一定局限性。

2.2 泊松分布与固定优化度分布

泊松分布作为一类经典概率模型,其数学形式可表示为

$$P(d)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^{d-1}}{(d-1)!} \quad d\geq 1 \quad (4)$$

式中 λ 为泊松分布的期望参数。该分布通过指数衰减特性实现了对度数概率的渐进式控制。

Luby 在原始 LT 码构造中指出^[1],当输入符号规模趋于无穷时,泊松分布能够渐进满足覆盖所有编码符号的数学期望。然而,实际有限长度场景下,该分布存在两个显著缺陷:(1)低度数(如 $d=1,2$)的概率密度不足,导致译码初期信息传递效率低下;(2)高度数符号的生成概率呈现超指数衰减,导致编码包对消息包的覆盖不充分,增加了 BP 译码中迭代搜索的复杂度,易导致译码停滞或需要更多冗余包才能完成恢复。

为克服上述缺陷,工程实践中衍生出固定度分布设计范式——通过预定义优化的度数概率分配,使平均度数在目标码长下保持最优,避免泊松分布的“自然衰减”缺陷^[24]。这类分布不再依赖泊松公式的参数化生成,而是针对有限码长的覆盖需求和译码复杂度,通过启发式调整和仿真优化定制度数概率。表 1 中的度分布为针对各信息长度 k 值预先设计的固定优化度分布^[25]。

固定优化度分布通过预定义度数分配策略,在有限码长场景下显著降低了译码复杂度,但其设计依赖于特定码长和译码开销的预配置参数,难以动态适应分组规模或信道条件的变化^[26],导致广义可扩展性不足。这些局限性表明,单一固

表 1 不同 k 取值对应的度分布

Table 1 Degree distributions for various values of k

k	32	64	128	256	512	1 024
Ω_1	0.110	0.110	0.060	0.040	0.025	0.015
Ω_2	0.500	0.500	0.500	0.495	0.495	0.495
Ω_3	0.130	0.110	0.160	0.167	0.167	0.167
Ω_4		0.080	0.080	0.080	0.082	0.082
Ω_5	0.260	0.042	0.050	0.070	0.071	0.071
Ω_8			0.037	0.039	0.050	0.049
Ω_9		0.045	0.020	0.025	0.044	0.048
Ω_{11}		0.060				
Ω_{13}		0.063				
Ω_{16}			0.040			
Ω_{19}			0.058	0.035	0.043	0.050
Ω_{25}				0.049		
Ω_{66}					0.023	0.023

定优化分布难以兼顾动态信道下的鲁棒性与效率需求。

2.3 耦合分布优化

为平衡覆盖完整性、鲁棒性与译码复杂度,本文提出一种动态耦合截断分布。该分布的核心思想是通过量化截断RSD与表1所示的固定优化分布之间的统计差异,动态调整二者的混合权重,从而实现低度数鲁棒性与高度数低复杂度的自适应动态平衡。

为实现两种分布的智能耦合,需要选取一种能够量化其统计特性差异的信息论度量工具。KL散度是衡量两个概率分布差异的经典方法,其对分布尾部差异具有较高敏感性^[27],适于作为分布切换的判断依据。在高斯信道下,度分布设计本质上影响BP译码过程中软信息的传递效率。KL散度在此场景下的物理意义在于,它度量了固定优化分布相对于截断RSD在信息论意义上的“意外”程度。较大的累积KL散度值表明两种分布在度数行为上存在显著分歧,这种差异将直接影响译码器对符号可靠性的估计。

基于此,以KL散度作为动态切换的判据,当分布差异累积超过设定阈值时,系统将主动切换至更符合当前信道状态的度数生成规则,从而在统计意义上引导译码过程更高效地进行。KL散度定义为

$$D_{\text{KL}}(P // Q) = \sum_{i=1}^d P(i) \ln \frac{P(i)}{Q(i)} \quad (5)$$

式中 $P(i)$ 和 $Q(i)$ 分别代表固定优化分布和截断RSD在度数 i 处的概率值。

基于上述原理,本文设计了自适应交叉点选择算法,其核心流程如算法1所示。该算法通过顺序计算两种分布的累积统计差异,动态定位到特性发生显著偏离的切换点,为后续分布融合提供精确的切换依据。

算法1 自适应交叉点选择算法

输入: $P(i), Q(i)$, 最大度数 D_{max} , 阈值 $\epsilon = 0.1$

输出: 动态切换点 d_c

初始化: $s = D_{\text{max}}$

for $d = 1$ to D_{max}

计算当前度数 $1 \sim d$ 的KL散度贡献: $\text{KL}_d = P(d) \ln \frac{P(d)}{Q(d)}$

计算从度数 $1 \sim d$ 的累积KL散度: $D_{\text{KL}} = \sum_{i=1}^d \text{KL}_i$

if $D_{\text{KL}} > \epsilon$ then

$s = d$

break

end if

end for

return s

为直观呈现该机制在不同码长下的自适应特性,图2绘制了随着输入符号数 k 增大,固定优化分布与截断RSD之间的KL散度累积曲线及由此确定的动态交叉点。

如图2所示,随着输入符号数 k 的增大,固定优化分布与截断RSD的交叉点呈现递减趋势。该动态交叉机制通

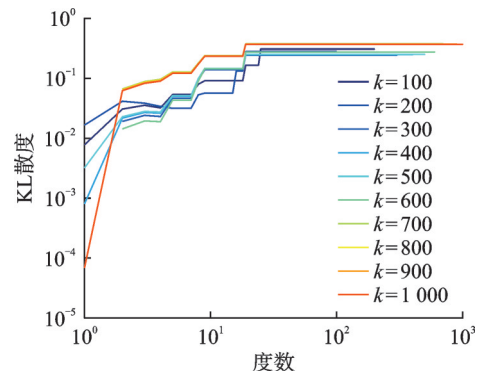


图2 k 取不同值时的KL散度

Fig.2 KL divergence for different values of k

过自适应调整分布混合权重,实现了小 k 场景下依赖RSD低度数鲁棒性与大 k 时偏向固定优化分布中高度数效率优势的平衡,为LT码的广义可扩展性提供了理论支撑。

3 基于非线性混合策略的度分布优化

尽管基于KL散度的动态耦合机制能够自适应地确定截断RSD与固定优化分布的切换点,初步实现了低度数鲁棒性与高度数效率的平衡,然而,这种在单一交叉点的硬切换策略,仍可能导致度分布在切换点附近出现概率密度的突变,不利于译码过程中信息传递的稳定性。为实现两种分布特性更平滑、更高效的融合,并进一步优化关键度数区间的概率分配,有必要在动态耦合的基础上引入更精细的概率调节机制。为此,本节提出一种非线性混合策略,通过在切换点邻域进行平滑过渡,并对低、高度数段分别进行概率增强与稀疏化,以最终形成性能更优的度分布方案。

在低度数段($d \leq d_c$),引入正弦调制项调整截断RSD的权重

$$Q(d) \cdot \left[1 - 0.2 \sin \frac{\pi d}{d_c} \right] \quad (6)$$

式中正弦项系数0.2经蒙特卡洛实验进行多轮参数寻优确定,通过周期性调整概率密度,增强低度数节点的稳定性,进而缓解译码初期的启动停滞问题。

在高度数段($d > d_c$),采用指数修正项抑制冗余连接

$$P(d) \cdot \left[1 + 0.4 \exp \left(-\frac{d}{\bar{d}_q} \right) \right] \quad (7)$$

式中 $\bar{d}_q$ 是固定优化分布的平均度数。指数修正项利用指数函数迅速衰减的特性,使高度数符号的生成概率得以稀疏化。具体而言,随着度数 d 增加,高度数区域的连接概率降低,从而有效削减冗余连接。这种设计能显著降低译码过程中因高度数连接过多引发的数据冲突风险,提升译码过程的稳定性与效率,确保高度数段分布的合理性。

最后生成动态耦合截断分布,其具体形式为

$$\Omega_{\text{DCTD}}(d) = \begin{cases} \alpha \cdot Q(d) \cdot \left[1 - 0.2 \sin \frac{\pi d}{d_c} \right] & d \leq d_c \\ \beta \cdot P(d) \cdot \left[1 + 0.4 \exp \left(-\frac{d}{\bar{d}_q} \right) \right] & d > d_c \end{cases} \quad (8)$$

式中 α 和 β 为归一化系数。

该机制通过量化分布差异,动态确定切换时机,使低度数段($d \leq d_c$)以截断RSD为主导,增强抗突发错误能力;高度数段($d > d_c$)以固定优化分布为主导,保留高覆盖特性。

相较于传统线性加权方法(如文献[19]提出的CPRSD采用固定比例混合分布),DCTD通过KL散度动态确定非线性切换阈值,避免了固定切换点设定在适应性上的局限,实现了更贴合实际分布特性的灵活调整。与文献[18,19]的显式切换逻辑不同,该策略依赖分布的特性自适应调整,无需引入额外的控制模块,从而降低了系统实现复杂度,实现了分布随码长的自适应调整。

图3展示了 $k=500$ 时DCTD、RSD、截断RSD、固定优化分布与文献[18]中基于线性加权框架的混合度分布CPRSD在参数 $c=0.1, \delta=0.05$ 下的概率分布对比。需说明的是,CPRSD的实现沿用其截断RSD与固定优化分布的线性混合机制。可以观察到,与其他分布相比,DCTD在度数 $d=1$ 时的概率最高,解码初期能快速激活信息节点,避免因低度数符号不足导致的启动停滞;同时通过参数优化显著抑制了高度数冗余,并将概率密度集中分配至 $d=2 \sim 15$ 的关键度数区间。这种分布特性既继承

了截断RSD在低度数区域的鲁棒性优势,又通过增强中度数覆盖提高了编码符号的信息融合效率。确保编码符号既能覆盖足够的信息块,又避免低度数不足导致的解码停滞。

4 仿真结果

为验证所提方法的有效性,本研究在AWGN信道环境下开展系统性仿真实验。采用统一参数配置: $c=0.1$, $\delta=0.05$,对本文提出的DCTD、RSD、截断RSD、CPRSD以及固定优化分布进行对比分析。所有方案均采用对数域BP译码算法,迭代次数为30次,固定信噪比设置为 $E_s/N_0=2$ dB,通过2 000次蒙特卡洛仿真获取统计结果。

图4呈现了不同码长 k 下截断RSD、RSD、CPRSD、固定优化分布和DCTD的译码成功率与译码开销的关系。可以清晰观察到,随着接收到的编码符号的增加,DCTD的译码成功率迅速提升。与其他分布相比,在译码器接收到的编码符号较少的情况下,采用DCTD对输入符号进行编码可以使译码成功率提高8%~15%。

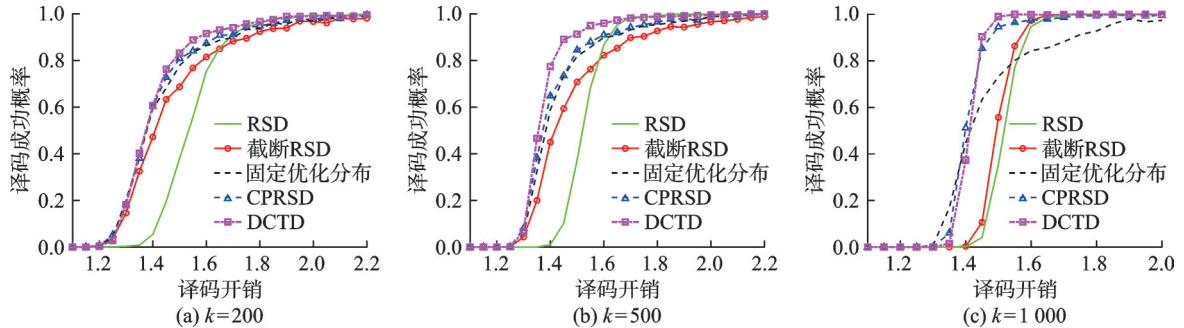


图4 不同度分布译码开销下的译码成功率

Fig.4 Successful decoding rate against overhead under different degree distributions

表2列出了DCTD和RSD两种度分布在不同码长 k 下的平均译码开销和平均度数。可以看出DCTD的平均译码开销较RSD降低了9.3%~21.5%,平均度数降低了29.90%~46.49%。表3进一步展示了当 $k=1000$ 时,DCTD、截断RSD、CPRSD及固定优化度分布4种分布的平均译码开销和平均度数。可以看出,尽管DCTD的平均度数较CPRSD和固定优化分布有所提升,但其较截断RSD降低了约14.33%,且平均译码开销在所有分布中为最小值。

为了进一步评估DCTD在译码收敛速度上的优势,图5给出了在固定译码开销为2条件下,不同度分布对应的误码率随译码迭代次数的变化曲线。

由图5可以观察到,随着迭代次数的增加,所

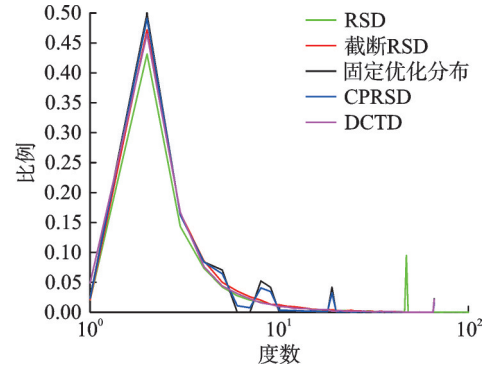


图3 不同度分布函数概率分布情况

Fig.3 Probability distributions of different degrees

表2 DCTD和RSD解码 k 个输入符号所需的平均开销和每个编码符号的平均度数

Table 2 Average overhead for decoding k input symbols and average degree per output symbol for DCTD and RSD

k	平均译码开销/%		平均度数	
	DCTD	RSD	DCTD	RSD
200	95.2	104.5	4.80	8.97
500	75.3	85.4	5.98	10.81
1 000	55.6	77.1	8.79	12.54

有度分布的误码率均呈现整体下降趋势,但各方案之间在收敛速度和最终误码率水平上存在显著差异。DCTD 仅需 12 次迭代便趋于稳定,误码率迅速降至 10^{-5} 以下,而截断 RSD、RSD、CPRSD 以及固定优化分布需要约 20 次迭代才能达到各自的平稳水平。在最终收敛阶段,DCTD 的误码率显著低于 RSD 的 10^{-3} ,也明显优于截断 RSD、固定优化分布和 CPRSD 所达到的 10^{-4} 水平。

上述结果表明,DCTD 通过动态耦合截断与非线性的混合策略,有效加速了置信传播译码过程中软信息的迭代收敛。尤其是在译码初期,DCTD 能够快速生成足够的可译集并维持稳定的信息传递,从而在有限迭代次数下实现更低的误码率。这一收敛速度优势在实际系统中对低延迟、低功耗有严格要求的场景具有实际意义。

5 结束语

针对 RSD 度分布在有限码长场景下译码复杂度偏高、开销较大的问题,本文提出了动态耦合截断分布。该方法首先对 RSD 进行动态截断以抑制冗余高度数符号,继而引入 KL 散度作为分布差异的定量度量工具,设计自适应交叉点选择算法,实现截断 RSD 与固定优化分布之间的非线性耦合与归一化融合。通过理论推导和仿真分析,可得出以下结论。

(1)相较于 RSD 与截断 RSD,DCTD 在相同译码开销下译码成功率提升 8%~15%,平均度数降低 29.90%~46.49%。此外,DCTD 能够在更少的迭代次数内收敛至更低的误码率,译码收敛速度显著优于所有对比分布方案。

(2)DCTD 的性能增益随码长增大而愈发显著,表现出优越的可扩展性。未来可进一步探索该分布在复杂信道环境中的自适应优化及与新型编码技术的融合应用。

参考文献:

[1] LUBY M. LT codes[C]//Proceedings of the 43rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science. [S.l.]: IEEE Computer Society, 2002: 271-280.

[2] SHOKROLLAHI A. Raptor codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(6): 2551-2567.

[3] MACKAY D J C. Fountain codes[J]. IEE Proceedings Communications, 2005, 152(6): 1062.

[4] QIN Z J, FEI Z S, HUANG J X, et al. Optimizing distribution and feedback for short LT codes with reinforcement learning[J]. IEEE Transactions on Communications, 2025, 73(2): 1169-1185.

[5] XU S K, XU D Z. Improved optimization design of degree distributions in fountain codes[C]//Proceedings of 2020 IEEE International Conference on Artificial Intelligence and Information Systems (ICAIS). [S.l.]: IEEE, 2020: 806-809.

[6] WIBERG N. Codes and decoding on general graphs[D]. Linköping: Linköping University, 1996.

[7] CHEN Z Q, ZHOU Q. Implementation of LT codes with a revised robust soliton distribution by using kent chaotic map[C]//Proceedings of 2010 International Workshop on Chaos-Fractal Theories and Applications. Kunming, China: IEEE, 2010:

表 3 解码 1 000 个输入符号所需的平均开销和每个编码符号的平均度数

Table 3 Average overhead for decoding all 1 000 input symbols and average degree per output symbol

参数	DCTD	截断 RSD	CPRSD	固定优化分布
平均译码开销/%	55.6	70.4	75.1	90.2
平均度数	8.79	10.26	6.92	5.50

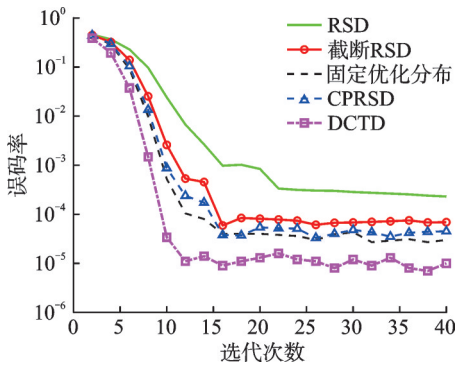


图 5 不同度分布的误码率随译码迭代次数的变化

Fig.5 Bit error rate versus decoding iteration number for different degree distributions

- 149-153.
- [8] XU S K, XU D Z. Optimization design and asymptotic analysis of systematic Luby transform codes over BIAWGN channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2016, 64(8): 3160-3168.
 - [9] SEIDINOVIC D, PIECHOCKI R J, DOUFEXI A. AND-OR tree analysis of distributed LT codes[C]//*Proceedings of 2009 IEEE Information Theory Workshop on Networking and Information Theory*. Piscataway, USA: IEEE Press, 2009: 261-265.
 - [10] ETESAMI O, SHOKROLLAHI A. Raptor codes on binary memoryless symmetric channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(5): 2033-2051.
 - [11] VENKAH A, POULLIAT C, DECLERCQ D. Jointly decoded raptor codes: Analysis and design for the BIAWGN channel[J]. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2009, 2009(1): 1-11.
 - [12] 刘亚琛, 汪鹏程, 田德红, 等. LT码的度分布优化研究[J]. *西北工业大学学报*, 2020, 38(3): 627-633.
LIU Yachen, WANG Pengcheng, TIAN Dehong, et al. Research on degree distribution optimization of LT codes[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2020, 38(3): 627-633.
 - [13] 姚渭箐, 胡凡. 基于IBED和仿生算法的LT码度分布设计[J]. *电子学报*, 2019, 47(2): 428-433.
YAO Weiqing, HU Fan. The design of degree distribution for LT codes based on IBED and bionic algorithm[J]. *Journal of Electronics*, 2019, 47(2): 428-433.
 - [14] YAO W Q, YI B, HUANG T, et al. Poisson robust soliton distribution for LT codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2016, 20(8): 1499-1502.
 - [15] 姚渭箐, 胡凡. 一种LT码度分布优化方法[J]. *数据采集与处理*, 2019, 34(5): 901-907.
YAO Weiqing, HU Fan. An optimization of degree distribution for LT codes[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2019, 34(5): 901-907.
 - [16] YEN K K, LIAO Y C, CHEN C L, et al. Modified robust soliton distribution (MRSD) with improved ripple size for LT codes[J]. *IEEE Communications Letters*, 2013, 17(5): 976-979.
 - [17] NGUYEN T D, YANG L L, HANZO L. Systematic Luby transform codes and their soft decoding[C]//*Proceedings of IEEE Workshop on Signal Processing Systems*. Shanghai, China: IEEE, 2007, 67-72.
 - [18] 周琳凯, 刁鸣. LT码截短度分布对译码性能影响的研究[J]. *应用科技*, 2013, 40(2): 15-17, 21.
ZHOU Linkai, DIAO Ming. Influence of the chopped degree distribution on the decoding performance in LT codes[J]. *Applied Science and Technology*, 2013, 40(2): 15-17, 21.
 - [19] YAO W Q, YI B, LI W, et al. CPRSD for LT codes[J]. *IET Communications*, 2016, 10(12): 1411-1415.
 - [20] 魏德宾, 李金明, 潘成胜. 一种基于LT码的度分布优化算法[J]. *计算机工程*, 2018, 44(9): 83-88.
WEI Debin, LI Jinming, PAN Chengsheng. A degree distribution optimization algorithm based on LT codes[J]. *Computer Engineering*, 2018, 44(9): 83-88.
 - [21] 雷维嘉, 刘慧锋, 谢显中. 开关度分布: 一种改进的LT数字喷泉编码度分布[J]. *重庆邮电大学学报(自然科学版)*, 2012, 24(1): 34-38.
LEI Weijia, LIU Huifeng, XIE Xianzhong. Switch degree distribution: An improved degree distribution for LT digital fountain code[J]. *Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition)*, 2012, 24(1): 34-38.
 - [22] 戴新颖, 王建萍. 基于输出可译集的LT码联合度分布优化[J]. *系统工程与电子技术*, 2020, 42(3): 727-732.
DAI Xinying, WANG Jianping. Optimization of combined degree distribution of LT codes based on output ripple size[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2020, 42(3): 727-732.
 - [23] 黄靖轩, 费泽松, 李欢. 无速率编码及其应用综述[J]. *无线电通信技术*, 2020, 46(1): 44-54.
HUANG Jingxuan, FEI Zesong, LI Huan. Overview of rateless codes and their applications[J]. *Radio Communications Technology*, 2020, 46(1): 44-54.
 - [24] 乔越, 伏玉笋, 原牧云, 等. 无速率编码中度分布的研究和发展[J]. *电信科学*, 2022, 38(10): 1-19.
QIAO Yue, FU Yusun, YUAN Muyun, et al. Research and development of degree distribution in the rateless code[J]. *Telecommunication Science*, 2022, 38(10): 1-19.
 - [25] ZHANG W, HRANILOVIC S, SHI C. Soft-switching hybrid FSO/RF links using short-length raptor codes: Design and implementation[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2009, 27(9): 1698-1708.

[26] PALANKI R, YEDIDIA J S. Rateless codes on noisy channels[C]//Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory. Chicago, USA: IEEE, 2004: 271-280.

[27] ZOU L Q, WU H L, LIU R, et al. A new method for LDPC blind recognition over a candidate set using Kullback-Leibler divergence[J]. IEEE Communications Letters, 2024, 28(5): 964-968.

作者简介:



孙伟柏(2001-),男,博士研究生,研究方向:信道编码、信号处理,E-mail: swb_edc3000@hgd.edu.cn。



倪淑燕(1981-),通信作者,女,博士,教授,研究方向:阵列信号处理、正交频分复用技术,E-mail: danini-ni@163.com。



宋鑫(1995-),男,博士,助理研究员,研究方向:信道编码、信道均衡、稀疏码分多址技术。



雷拓峰(1998-),男,博士,讲师,研究方向:通感一体化、信道编码。



陈权(1996-),男,硕士研究生,研究方向:嵌入式设计、信道编码。

(编辑:陈琚)

Dynamic Coupled Truncated Distribution Design for Finite-Length LT Codes

SUN Weibai¹, NI Shuyan^{1*}, SONG Xin², LEI Tuofeng¹, CHEN Quan¹

(1. Key Laboratory of Intelligent Space Telemetry, Tracing, Control and Observation, Ministry of Education, Space Engineering University, Beijing 101416, China; 2. Defense Innovation Institute, Academy of Military Sciences, Beijing 100071, China)

Abstract: To address the performance degradation of Luby transform (LT) codes under Gaussian channels, where traditional robust soliton distribution (RSD) suffers from high decoding complexity and excessive overhead due to noise accumulation and redundancy in high-degree symbols, this paper proposes a dynamic coupled truncated distribution (DCTD). The proposed distribution first dynamically truncates the RSD to suppress redundant high-degree symbols, thereby reducing computational complexity. It then introduces a pre-optimized fixed distribution to further sparsify the probability density in the medium-to-high degree region. To achieve an adaptive and smooth fusion of the two distributions, the Kullback-Leibler (KL) divergence is employed to quantitatively measure the statistical difference between the truncated RSD and the fixed distribution, based on which an adaptive switching point selection algorithm is designed. Furthermore, a nonlinear mixing strategy is developed, incorporating a sinusoidal modulation term to enhance the robustness of low-degree symbols and an exponential correction term to suppress redundant high-degree connections, ensuring a smooth transition and improved probability allocation across critical degree ranges. Simulation results demonstrate that at a code length of 1 000, DCTD reduces the average decoding overhead by 21.5% compared to RSD while maintaining the same decoding success rate. Additionally, the average degree is reduced by 29.90% to 46.49% across various code lengths, indicating a significant reduction in decoding complexity. These results confirm that DCTD achieves a better trade-off between decoding overhead, complexity and success rate, providing an effective degree distribution solution for LT codes in noise-limited scenarios.

Highlights:

1. A DCTD is proposed to balance decoding efficiency and complexity for LT codes under Gaussian channels by combining a truncated RSD with a pre-optimized fixed distribution.
2. The KL divergence is introduced to quantitatively measure the statistical difference between the two distributions, enabling an adaptive switching point selection algorithm for dynamic and smooth fusion.
3. A nonlinear mixing strategy is developed, incorporating sinusoidal modulation to enhance low-degree robustness and exponential correction to suppress redundant high-degree connections, achieving a smooth transition in degree distribution.
4. Simulation results show that DCTD reduces decoding overhead by up to 21.5% and lowers the average degree by 29.90% to 46.49% compared to RSD, while maintaining the same decoding success rate.

Key words: degree distribution; Luby transform (LT) codes; Gaussian channel; Kullback-Leibler (KL) divergence

Foundation item: National Key Laboratory of Space Target Awareness Fund Project(No.STA2024ZCA0304).

Received: 2025-12-19; **Revised:** 2026-03-19

***Corresponding author, E-mail:** daninini@163.com.