

基于变步长多邻域搜索的异构车辆路由方法

郑继媛^{1,2}, 张少博³, 王鑫⁴, 王小波¹

(1. 南京晓庄学院商学院, 南京 211171; 2. 南京大学商学院, 南京 210023; 3. 南京财经大学粮食和物资学院, 南京 210023; 4. 内蒙古工业大学机械工程学院, 呼和浩特 050051)

摘要: 车辆路径规划问题是一类经典的、被证明为 NP-hard 的组合优化问题, 其常被应用于交通物流与智能制造领域当中。然而, 这类问题通常假设车辆具有同质性, 难以刻画实际场景中车辆对不同商品种类运输能力的差异。为此, 本文提出一种新的异构车辆路由问题 (Heterogeneous vehicle routing problem, HVRP), 通过引入商品种类属性与车辆运输能力约束, 构建了描述车辆-订单匹配关系的整数规划模型, 目标为最小化总运输距离。通过车辆类型对于商品种类的运输能力实现了车辆对客户可服务关系的形式化描述。为实现 HVRP 的高效求解, 提出了变步长多邻域搜索 (Variable step multi-neighborhood search, VSMNS) 算法, 并设计了路径编码与链表结合的解表示方法。最后, 将 VSMNS 与遗传算法、混合遗传算法与人工蜂群算法在 15 个测试案例上进行对比实验。实验结果表明, VSMNS 不仅在解质量上取得了优异的表现, 且随问题规模的增大, 算法性能优势更加显著。消融实验进一步验证了算法中的各个组件的作用, 显示了所设计的局部算子的先进性。

关键词: 异构车辆路由问题; 整数规划; 邻域搜索; 启发式

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A

Heterogeneous Vehicle Routing Method Based on Variable Step Multi-neighborhood Search

ZHENG Jiyuan^{1,2}, ZHANG Shaobo³, WANG Xin⁴, WANG Xiaobo¹

(1. School of Business, Nanjing Xiaozhuang University, Nanjing 211171, China; 2. School of Business, Nanjing University, Nanjing 210023, China; 3. School of Food and Material, Nanjing University of Finance and Economics, Nanjing 210023, China; 4. School of Mechanical Engineering, Inner Mongolia University of Technology, Hohhot 050051, China)

Abstract: The vehicle routing problem is a classic combinatorial optimization problem that has been proven to be NP-hard. It is widely applied to the fields of transportation logistics and intelligent manufacturing. However, such problems usually assume the homogeneity of vehicles, making it difficult to characterize the differences in vehicles transportation capabilities for different types of commodities in practical scenarios. To address it, a new heterogeneous vehicle routing problem (HVRP) is proposed. By introducing commodity type attributes and vehicle transportation capability constraints, an integer programming model describing the vehicle-order matching relationship is constructed, with the objective of minimizing the total transportation distance. The service relationship between vehicles and customers is formally described by modeling the transport capability of different vehicle types for various product

基金项目: 江苏省社会科学基金 (22GLB026)。

收稿日期: 2025-08-08; **修订日期:** 2025-10-06

categories. To achieve efficient optimization of the HVRP, a variable step multi-neighborhood search (VSMNS) algorithm is proposed, along with a solution representation method that combines path encoding with linked-list structures. Finally, comparative experiments are conducted among VSMNS with genetic algorithms, hybrid genetic algorithms and artificial bee colony algorithms on 15 test cases. Experimental results show that not only the VSMNS achieves excellent performance in solution quality, but also its performance advantages become more significant as the problem scale increases. Ablation experiments further verify the contribution of each component in the algorithm, demonstrating the effectiveness and superiority of the designed local operators.

Key words: heterogeneous vehicle routing problem (HVRP); integer programming; neighborhood search; heuristics

引言

车辆路由、调度或是路径规划问题是交通、物流与供应链等领域中一大经久不衰的经典组合优化问题^[1],其旨在根据给定的一系列订单或者货物,对一组车辆的运输路径进行合理的编排已达到成本最小、时间最短的目的。目前,为提升现有的交通系统或降低运输成本,已有大量学者致力于研究车辆路由问题的建模与优化方法。车辆路径规划问题(Vehicle routing problem, VRP)与多旅行商问题(Multi traveling salesman problem, MTSP)是建模车辆路由问题的有效手段^[2]。通过将实体车辆与商人对,将订单或者货物与城市对应,可将实际工程中的车辆路由问题映射为VRP或是MTSP。然而,经典的VRP与MTSP模型往往假定每个车辆或者商人是相同的,它们无法描述异构实体对运输路径的限制关系。为增强VRP的描述能力,学者们开始聚焦于车辆属性互异下的VRP,其中最常见的是将车辆的容量差异化^[3-4]。刘子兴等^[5]为解决异构环境下通信与计算资源的协同优化问题,提出一种面向超可靠低延迟通信的异构车辆边缘计算资源分配方案。马天明等^[6]从危险品运输场景中提炼出了一种考虑碳排放的异构车辆问题,他们考虑了车辆的实际物理参数。郑明杰等^[7]以最小化路径长度为目标,提出一种新型的深度强化学习模型,用于求解具有不同容量约束的异构带容量车辆路径问题。Subramanyam等^[8]研究了一种含容量约束的异构车辆路径问题,其车辆的行驶成本与其类型相关。在实际物流运输场景中,冷藏品与危险品等特殊商品需要由特殊的车辆运送。现有的异构VRP(Heterogeneous VRP, HVRP)及其变种仅关注了车辆属性的不同,并未考虑车辆运送能力的异构性。对此,本文提出了一种新的异构车辆路由问题,其通过引入商品种类描述车辆与订单可运输性差异性。

车辆路由问题的求解方法主要分为精确求解方法与启发式求解算法两种,其NP-hard特性使得数学规划类方法的计算开销随着问题的规模呈指数上升^[9-11]。启发式算法是求解其的有效手段,可分为种群式与轨迹搜索式两类。种群式算法主要有遗传算法(Genetic algorithm, GA)、人工蜂群(Artificial bee colony, ABC)与粒子群优化等方法^[12-15]。轨迹搜索启发式算法则是依靠所设计的算子对问题的解空间进行探索。多邻域搜索算法(Multi-neighborhood search, MNS)是一种常用的轨迹启发式算法,其能够迭代式地探索多个邻域结构,增强了算法的搜索空间的丰富度^[16-18]。谢聪^[19]则是将邻域搜索与种群算法结合,提出了一种集合2-opt的蝴蝶优化算法,实现了旅行商问题的高质量求解。Xu等^[20]则考虑算子之间的组合方式,设计了一种变邻域搜索算法用于求解VRP。现有的研究大多聚焦于算法框架的选择或迭代流程的优化,却忽略了算子本身对算法的影响。基础的插入、交换与反转等基础算子的搜索空间有限,难以有效覆盖问题的解空间。

本文提出了一种新的连续交换算子,并进一步设计了变步长多邻域搜索(Variable step multi-neighborhood search, VSMNS)算法,其贡献如下:

(1)提出了一种新的异构车辆路由问题,并建立了其整数规划数学模型。通过赋予订单商品属性与车辆运输能力,描述了车辆对订单的可运送性。

(2)提出了一种变步长多邻域搜索算法,实现了异构车辆路由问题的求解。基于标准数据集设计了15个异构车辆路由问题案例。通过与GA、混合GA(Hybrid GA, HGA)与ABC算法的对比实验,验证了变步长多邻域搜索算法的有效性。

1 数学模型

在物流运输、外卖配送及打车服务中,需要先将订单分配给对应的货车司机或外卖员,司机或外卖员再依次对这些订单进行配送。然而,实际场景中,一些货物具备特殊性质,它们对车辆提出了一定的要求。例如,生鲜类产品、重物 and 易碎物品需要专用的车辆进行运输。外卖员往往具有负责区域,该特性对订单的分配提出了挑战。为描述这类差异化运输特性,本文提出了一种异构车辆路由问题。对于一个有 n 个订单、 K 辆车的异构车辆路由问题实例, $N=\{1,2,\dots,n\}$ 为订单集合, $V=\{1,2,\dots,K\}$ 为车辆集合。此外,每个订单都归属于一种商品种类,即 $t_i \in T=\{1,2,\dots,c\}$,其中 c 为所有商品种类的数量。车辆具备各自的运输能力,即 $d_k \subseteq T$,表示车辆 k 所能派送的商品种类。异构车辆路由问题可被建模为

$$f = \min \sum_k \sum_i \sum_j w_{ij} x_{ijk} \quad \forall k \in V, \forall i, j \in N \quad (1)$$

$$\sum_j x_{ijk} = \sum_l x_{lik} \quad \forall i \in N, \forall k \in V \quad (2)$$

$$\sum_k \sum_j x_{ijk} = \sum_k \sum_j x_{jik} = 1 \quad \forall i \in N \quad (3)$$

$$\sum_j x_{ijk} = \sum_j x_{jik} = 0 \quad \forall i \in N, \forall k \notin V(t_i) \quad (4)$$

$$u_{ik} - u_{jk} + n \times x_{lik} \leq n - 1 \quad \forall i \neq j \in V, \forall k \in S \quad (5)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad (6)$$

式(1)为目标函数,表示最小化所有车辆的总运输距离;式(2)表示订单流量平衡,如果车辆 k 抵达了订单 i ,则必须从其离开;式(3)表示每个订单必须且仅能被运输一次;式(4)表示车辆 k 仅能运输给定的商品种类的订单;式(5)表示车辆访问的路径中不能存在回路。表1给出了各种符号的描述与取值范围。

表1 V符号表

Table 1 Symbols table

符号	描述	取值
n	订单数量	正整数
K	车辆数量	正整数
N	订单集合	$\{1, 2, \dots, n\}$
V	车辆集合	$\{1, 2, \dots, K\}$
T	商品种类集合	$\{1, 2, \dots, c\}$
c	所有商品种类数量	正实数
t_i	订单 i 的商品种类集合	$t_i \in T$
d_k	车辆 k 所能运输的商品种类集合	$d_k \subseteq T$
w_{ij}	订单 i 与订单 j 之间的距离	正实数
$V(t_i)$	商品种类 t_i 所能运输的车辆集合	$V(t_i) \subseteq V$
x_{ijk}	决策变量,车辆 k 是否在服务完订单 i 之后立即服务订单 j	$\{0, 1\}$
u_{ik}	决策变量商人 k 服务订单 i 的次序	$\{1, 2, \dots, n\}$

定理 1 一个异构车辆路由问题有解等价于各个车辆的总运输范围能够覆盖所有种类商品,即 $\bigcup_{k \in V} d_k = T$ 。

证明:若所有车辆的运输能力覆盖所有商品种类,那么任意订单总能被分配给一个可行车辆,即有解(充分性);若所有车辆的运输能力无法覆盖所有商品种类,那么对于带有不被覆盖的商品种类的订单,其无法被任何车辆配送,此时问题无可行解(必要性)。

定理 2 车辆路径规划问题是异构车辆路由问题的一种特例。

证明:当 $d_k = T$ 时,各个车辆可以无差异地配送所有订单,此时问题转化为 VRP,这也说明了 HVRP 是 NP-hard 的。

图 1 给出了一个 14 个订单、3 辆车的异构车辆路由问题的示例,其中,具有 3 种商品:订单 1~6 属于第 1 类商品,其能够被任意车辆运送;订单 7~10 属于第 2 类商品,它们仅能被第 2 辆车运输;其他的属于第 3 类商品,仅能被第 3 辆车运输。

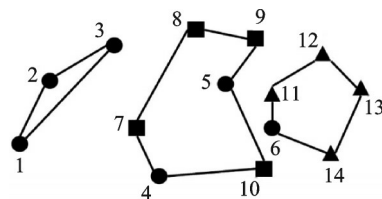


图 1 HVRP 示例

Fig.1 HVRP instance

2 变步长多邻域搜索算法

2.1 解的多段路径编码与链表表示方法

与 VRP 类似, HVRP 的解有多种编码方式, 例如基因编码、双染色体编码、路径编码等。基因编码通过一段 $N+K$ 长的有序序列表示 HVRP 的 1 个解。各个车辆的路径依次排列, 并通过 -1 进行截断。双染色体编码则是通过两段长度为 N 的序列分别表示订单配送次序与车辆的分配。双染色体编码对解的表达效率比较低。对于图 1 所示的 HVRP 的解, 其基因编码与路径编码是唯一的, 而双染色体编码有多种表示方法。例如, $\{(1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 5, 10, 6, 11, 12, 13, 14), (1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3)\}$ 为图 1 所示的解的双染色体编码解。将其中的第 3 和第 4 位交换得到的新的双染色体编码与原编码表示的解一致, 这意味着双染色体编码的解空间存在冗余。相比于基因编码, 路径编码方式的表示更直观, 更便于实现基础算子, 因此, 本文采用路径编码方式。

数据结构是 HVRP 解编码在计算机上的实现。数组与链表常被用于有序序列的表示。数组是通过一段连续的内存空间存储序列。对数组实现的序列执行交换操作仅需要 $O(1)$ 的时间复杂度。插入操作涉及整段连续存储空间后移, 其耗时为线性, 即 $O(n)$ 。链表则通过前向与后向指针连接相邻的订单, 构成车辆的运输路径。插入与交换操作仅需要重定向固定的指针, 它们的计算复杂度均为常数。考虑到算子的执行效率, 本文将路径编码与链表数据结构结合对 HVRP 的解进行表示。

2.2 算法框架

图 2 所示的变步长多邻域搜索算法采用邻域搜索算法架构, 通过局部搜索与序列搜索的方式对插入邻域与交换邻域进行组织, 实现多邻域交替搜索, 以扩大算法的搜索空间。此外, 在序列搜索过程中, 本文还采取了模拟退火机制, 使得算法能够按照一定概率接受较差的解, 增强解的多样性。此外, 当算法陷入局部最优时, 基因变异会随机定位部分订单, 进而达到扰动算法的搜索进程, 使得算法能够跳出局部最优。

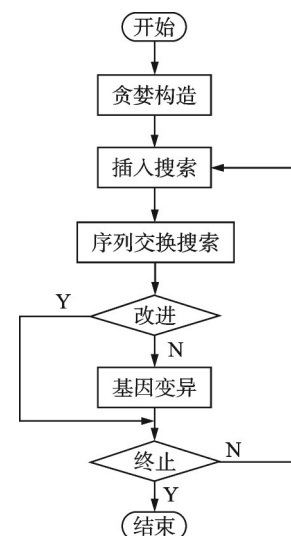


图 2 变步长多邻域搜索流程

Fig.2 Flow chart of VSMNS

2.3 贪婪构造

贪婪构造是以最小插入代价为目标将各个订单逐步地插入到当前解中,以构建一个较优的初始解。具体地,对于一个不完全的解 s ,贪婪构造首先会统计所有未出现在 s 中的订单;其次,计算各个未出现订单插入到解当中的最小代价以及相应位置;最后,将插入代价最小的未出现订单插入到对应位置。以上过程迭代执行,直到所有订单全部插入到解 s 当中,进而构建出一个完整解。

2.4 插入搜索

插入搜索采用路径内插入算子,对各个车辆的配送次序进行优化。具体地,插入搜索对整条路径进行遍历,尝试将各个城市插入到路径中的所有位置以对路径进行改进。插入搜索采取立即更新机制。当找到能够改进解的插入位置时,当前搜索进程停止,并对解进行更新。

2.5 序列交换搜索

序列交换搜索采用的是一种新颖的连续交换算子,交换算子仅对解中的两个订单进行交换,其连续交换操作过程如图3所示。采用交换算子的局部搜索无法找到图3(d)中的解。因为,单独交换订单7和5无法对解进行改进。算法自然无法执行该步交换。算法应在交换完订单7和5后,继而交换5和8,从而得到图3(d)中的改进解。考虑到这一点,本文提出了序列交换搜索,其伪代码如算法1所示。

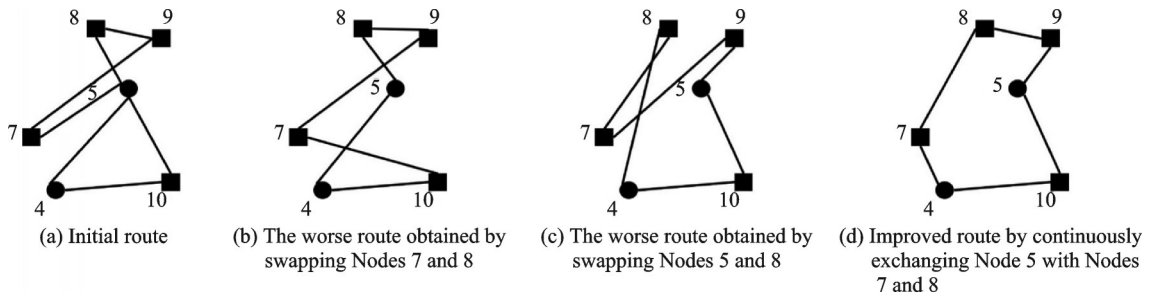


图3 连续交换操作过程

Fig.3 Continuous exchange operation process

算法1 序列交换搜索

输入: 当前解 S

- (1) For $p \in S$ do
- (2) $S' \leftarrow S$; Improved \leftarrow False; $f_{\min} \leftarrow \emptyset$;
- (3) For step=1, 2, 3, 4, 5 do
- (4) $S_b \leftarrow \emptyset$;
- (5) For $i \in S$ do
- (6) $S' \leftarrow \text{Insert}(S', i, p)$; //将订单 i 插入 p 位置之后
- (7) If $f(S') < f(S)$ then
- (8) $S \leftarrow S'$;
- (9) Improved \leftarrow True;
- (10) Break;
- (11) End If
- (12) If $f(S') < f_{\min}$ or $f_{\min} = \emptyset$ then


```

(13)       $S_{\text{tmp}} \leftarrow S'; f_{\text{min}} \leftarrow f(S');$ 
(14)      End If
(15)      End For
(16)      If Improved then
(17)        Break;
(18)      End If
(19)       $S' \leftarrow S_{\text{tmp}};$ 
(20)      if  $f(S') < f(S_b)$  or  $S_b = \emptyset$  then
(21)         $S_b \leftarrow S';$ 
(22)      End If
(23)      End For
(24)       $Pt \leftarrow \text{Rand}(0, 1);$ 
(25)      If  $\text{Pr}(S, S_b, T) \geq Pt$  then
(26)         $S \leftarrow S_b;$ 
(27)      End If
(28) End For

```

序列交换搜索会尝试对解中的每个位置进行多步的连续交换操作。给定一个交换位置 p ,连续交换操作会对解中其他订单进行遍历,计算交换后的解质量变化量。如果该步交换能够改进当前解,则终止多步连续操作,否则保留成本增长最小的交换操作,并进行下一步交换操作。该过程执行 L 次。在 L 次连续操作中,若能找到改进解,则接受改进解,否则按照模拟退火的策略以式(7)表示的概率接受较差的解。

$$\text{Pr}(S, S', T) = e^{(f(S) - f(S'))/T} \quad (7)$$

对一个位置的连续交换操作的步数并不固定。若在第(3)步找到了改进解,则交换流程结束,此时连续交换操作的步数为3。

2.6 基因变异

当算法陷入局部最优时,基因变异模块会对算法进行扰动。基因变异首先会检查当前解未改进的迭代次数。当前解为改进10次时,基因变异会随机抽取出10%个订单,并且随机插入到解的各个位置中,进而破坏解的结构,使得跳至未探索过的邻域。

3 算法复杂度分析

在VSMNS中,贪婪构造仅执行1次,而插入搜索、序列交换搜索与基因变异会迭代地执行。因此,本文对它们的计算复杂度分开讨论。

在贪婪构造中,每次插入一个订单时,需要计算所有未构建订单插入到当前部分解中的所有位置的成本,因此,单个订单插入的时间复杂度为 $O(k(n-k))$ 。整个贪婪构造过程所需耗时为 $O(n^3)$ 。

主循环部分由插入搜索、序列交换搜索与基因变异构成。插入搜索操作具有两层循环。在最坏情况下,即插入搜索需要完整的搜索所有的可行插入,其时间复杂度为 $O(n^2)$ 。序列交换搜索是对 n 个位置执行 L 步的连续交换操作,因此其计算复杂度为 $O(n^L)$ 。基因变异则是重新定位0.1 n 个订单,其计算复杂度为 $O(n)$ 。综上,主循环的渐进时间复杂度为 $O(n^L)$ 。

4 实验分析

4.1 实验设置

本文使用C++编程语言对VSMNS算法进行实现,并在搭载Intel(R) Core i5-10300H CPU与16 GB内存的Windows平台上开展实验验证。为确定VSMNS中的最大交换步长 L ,用Irace软件^[21]对其进行了范围从1到10的自动调参。随机生成35个训练案例,并将实际测试案例用验证。无论是在训练还是验证过程中,每次执行算法时的随机数种子均不同。在调参过程中,取验证案例上的5次测试的平均值作为评价指标。最终,最大交换步长 L 确定为5。

基于TSPLIB数据集设计了15个不同规模的HVRP案例。HVRP案例中订单的位置坐标沿用TSPLIB中的坐标,订单的商品属性则是随机分配,并保证商品种类的总数量满足所设定的数值。车辆所能运送的商品种类也随机分配,且保证每类商品均能被运送。表2为15个HVRP案例所包含的订单数量、商品种类数量、车辆数量以及算法执行时间。15个案例可以分为小、中、大3种规模。

表2 HVRP案例

Table 2 HVRP cases

序号	案例名	订单数量	商品种数	车辆数	规模	算法执行时间/s
1	Eil101	101	3	3	小	15
2	Eil101	101	3	5	小	15
3	Eil101	101	5	3	小	15
4	Eil101	101	5	5	小	15
5	Eil101	101	7	9	小	15
6	Rat575	575	3	3	中	30
7	Rat575	575	3	5	中	30
8	Rat575	575	5	3	中	30
9	Rat575	575	5	5	中	30
10	Rat575	575	7	9	中	30
11	Pr1002	1 002	3	3	大	60
12	Pr1002	1 002	3	5	大	60
13	Pr1002	1 002	5	3	大	60
14	Pr1002	1 002	5	5	大	60
15	Pr1002	1 002	7	9	大	60

4.2 对比实验

为验证VSMNS的性能,本文在同平台上实现了GA、ABC与多邻域搜索3种对比算法。然而,传统的GA算法的性能不具优势。这类种群式算法的主流的增强方法是将其与邻域搜索方法结合^[19-20,22-23]。根据该策略,额外对比了一种混合GA。HGA会在每次种群迭代后,选取种群中最优的个体采用结合模拟退火的2-opt算法对各个车辆的路径进行优化。HGA与ABC中的种群规模与变异概率均经过Irace软件整定。多邻域搜索算法是将VSMNS中的序列交换搜索替换为交换搜索得到的版本。4种算法在15个HVRP案例上以相同的测试时间执行10次。表3中统计了各个算法在10次测试中的最优值与平均值。从表中可以看出,本文提出的VSMNS算法在15个案例上均超过了所有对比算法,取得了最好的表现。此外,随着案例规模的增大,VSMNS的性能优势逐渐增长。VSMNS与MNS的测试数据直接说明了本文提出的连续交换邻域能够囊括更多的优质解。为支撑所得到的结论,将VSMNS与对比算法所求得的结果进行了Wilcoxon秩和检验,检验结果见表3的最后一行。当 p -value远小于0.05时,可以接受VSMNS的性能优于对比算法。因此,上述结论具备统计学上的鲁棒性。

图4给出了4种算法在不同规模案例上的收敛曲线。从图中可以看出,VSMNS能够在给定的计算时间内快速收敛到一个较好的局部最优,且随着迭代的进行解能够得到进一步的改进。从收敛曲线的起点可以看出,相比于GA、ABC与HGA算法,VSMNS的贪婪构造能够得到高质量的初始解。

4.3 消融实验

为验证VSMNS算法中关键组件的有效性,针对序列交换机制与贪婪初始化模块进行了消融实验。实验选取前7个典型算例作为测试对象,其中VSMNS-R表示将贪婪初始化替换为随机初始化所得的

表3 VSMNS与对比算法的解质量
Table 3 Solution quality of VSMNS and comparison algorithms

案例	VSMNS		ABC		GA		HGA	
	Min	Avg	Min	Avg	Min	Avg	Min	Avg
1	963	963	993	997	1 013	1 028	979	982
2	991	1 004	1 219	1 298	1 139	1 341	1 124	1 175
3	864	870	887	911	944	1 059	901	959
4	1 112	1 130	1 334	1 423	1 459	1 468	1 181	1 204
5	1 378	1 406	1 471	1 493	1 591	1 629	1 439	1 463
6	10 536	10 571	10 981	11 069	11 029	11 048	10 873	10 897
7	10 859	10 906	11 376	11 481	11 376	11 521	11 165	11 204
8	10 064	10 122	10 904	10 989	11 021	11 107	10 933	11 007
9	11 274	11 348	12 166	12 349	12 451	12 686	11 916	11 996
10	11 498	11 519	12 779	12 861	12 934	13 075	12 370	12 521
11	419 672	422 335	431 004	435 246	428 004	434 585	428 243	434 398
12	422 030	425 477	443 699	444 542	430 135	435 252	431 654	436 213
13	402 139	413 891	419 791	423 237	421 876	425 374	422 367	425 926
14	440 994	444 248	459 828	464 553	469 766	473 992	471 212	474 375
15	445 974	450 143	465 134	471 242	466 219	477 912	467 359	475 725
<i>p</i> -value	—	—	6.1×10^{-5}	6.1×10^{-5}	6.5×10^{-4}	6.5×10^{-4}	6.1×10^{-5}	6.1×10^{-5}

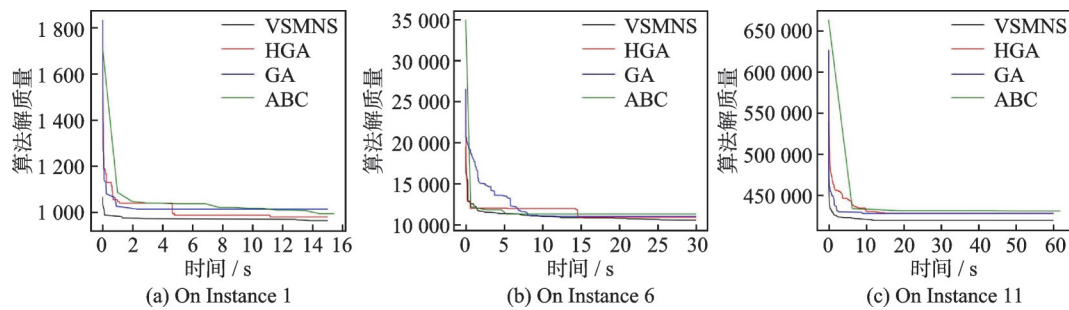


图4 收敛曲线

Fig.4 Convergence curves

变体,用以评估初始化策略对算法性能的影响;而将序列交换算子替换为基础交换算子,则形成了对比算法 MNS,用于分析序列交换机制的作用。由于步长参数 L 已通过 Irace 自动整定获得最优区间,因此无需再进行等距参数扫描来确定最优值。为分析算法性能对 L 变化的敏感性,选取代表性取值 $L = 3$ 与 $L = 10$,从小步长与大步长两端观察性能变化规律。表4汇总了各组实验结果,可见不同组件与步长配置对算法性能均具有显著影响。

采用了随机初始化的 VSMNS-R 在迭代的起点就输于 VSMNS,表3的最后两列数据也说明了贪婪初始化能够有效增强算法的性能。表4中的第3、4列数据说明基础的交换算子对解空间的开采能力

表 4 VSMNS 与消融算法的解质量

Table 4 Solution quality of VSMNS and ablation algorithms

案例	VSMNS		MNS		VSMNS-3		VSMNS-10		VSMNS-R	
	Min	Avg	Min	Avg	Min	Avg	Min	Avg	Min	Avg
1	963	963	970	973	963	973	963	967	1 032	1 109
2	991	1 004	1 059	1 088	986	997	982	991	1 224	1 289
3	864	870	861	882	867	870	864	883	1 062	1 132
4	1 112	1 130	1 248	1 274	1 179	1 208	1 125	1 166	1 405	1 451
5	1 378	1 406	1 439	1 502	1 407	1 456	1 389	1 411	1 592	1 678
6	10 536	10 571	11 065	11 122	10 496	10 521	10 759	10 825	12 246	13 619
7	10 859	10 906	12 457	12 501	10 923	10 974	11 451	11 562	12 058	13 337
Win	—	—	6	7	4	4	4	6	7	7
Tie	—	—	1	0	1	1	2	0	0	0
Loss	—	—	0	0	2	2	1	1	0	0

注:Win 表示 VSMNS 超过当前算法的案例数量;Tie 表示 VSMNS 与当前算法平局的案例数量;Loss 表示 VSMNS 劣于当前算法的案例数量。

有限,序列交换算子能够发现更深层次的优质解。此外,本文还探究了序列插入的长度对性能的影响。较短的序列长度会导致算法的搜索能力不足,较大的序列交换次数会使得算法复杂度过高。表中数据说明,序列长度取 5 能够有效地平衡解空间的开采能力与算法计算效率。

5 结束语

本文提出了一种新颖的异构车辆路由问题,并设计了一种变步长多邻域搜索算法对其进行求解。VSMNS 在超过 1 000 个节点的测试案例上有着优秀的表现。所提出的模型与算法适用于复杂的多品类快递运输与外卖配送等物流场景,此外还能够用于异构机器人协同作业调度当中。

然而,本文所提出的模型与算法主要针对静态运输场景,对于具备动态性与实时性的即时物流场景缺乏有效的描述工具与求解手段。未来的工作将对 HVRP 进行泛化,以应对动态距离或时效性任务的动态运输场景。此外,还将进一步研究问题简约方法,结合深度学习方法对搜索空间进行剪枝,提高算法的计算效率,以满足实时调度的需求。

参考文献:

[1] BRAEKERS K, RAMAEKERS K, VAN NIEUWENHUYSE I. The vehicle routing problem: State of the art classification and review[J]. Computers & Industrial Engineering, 2016, 99: 300-313.

[2] KOC C, BEKTAS T, JABALI O, et al. Thirty years of heterogeneous vehicle routing[J]. European Journal of Operational Research, 2016, 249(1): 1-21.

[3] FITZEK D, GHANDRIZ T, LAINE L, et al. Applying quantum approximate optimization to the heterogeneous vehicle routing problem[J]. Scientific Reports, 2024, 14(1): 25415.

[4] LIU J, SMITH A E, QIAN D. The vehicle loading problem with a heterogeneous transport fleet[J]. Computers & Industrial Engineering, 2016, 97: 137-145.

[5] 刘子兴,唐宏,燕星芮,等.面向超可靠低延迟通信的异构车辆边缘计算资源分配方案[J].计算机应用研究,2025(11):

3430-3437.

LIU Zixing, TANG Hong, YAN Xingrui, et al. Resource allocation scheme for heterogeneous vehicle edge computing oriented to ultra-reliable and low-latency communication[J]. *Application Research of Computers*, 2025(11): 3430-3437.

- [6] 马天明, 黄楚原, 陈先锋. 考虑碳排放的危险品运输异构车辆路径问题研究[J]. *中国安全科学学报*, 2024, 34(1): 193-199.
MA Tianming, HUANG Chuyuan, CHEN Xianfeng. Heterogeneous vehicle routing problem of hazardous materials transportation considering carbon emissions[J]. *China Safety Science Journal*, 2024, 34(1): 193-199.
- [7] 郑明杰, 曹霏懋. 求解异构带容量车辆路径问题的带有注意力协作机制的分层解码器模型[J]. *计算机工程与科学*, 2025, 47(9): 1669-1678.
ZHENG Mingjie, CAO Zhanmao. A hierarchical decoder model with attention collaboration mechanism for solving the heterogeneous capacitated vehicle routing problem[J]. *Computer Engineering & Science*, 2025, 47(9): 1669-1678.
- [8] SUBRAMANYAM A, COKYASAR T, LARSON J, et al. Joint routing of conventional and range-extended electric vehicles in a large metropolitan network[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2022, 144: 103830.
- [9] NEPOMUCENO N, SABOIA R, COELHO A. A MILP-based very large-scale neighborhood search for the heterogeneous vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery[C]//*Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference*. Lisbon, Portugal: ACM, 2023: 330-338.
- [10] PUSTILNIK M, BORRELLI F. Clustering heuristics for robust energy capacitated vehicle routing problem (ECVRP)[EB/OL]. (2024-03-20). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2403.13906>.
- [11] YUAN Z, WANG T, TIAN J, et al. Mitigate the range anxiety: Two-stage optimization for the electric vehicle routing problem with time windows and battery status uncertainty[J]. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 2026, 205: 104510.
- [12] GU Z, ZHU Y, WANG Y, et al. Applying artificial bee colony algorithm to the multidepot vehicle routing problem[J]. *Software: Practice and Experience*, 2022, 52(3): 756-771.
- [13] KANCHAN R, KUSUM D. Uncovering structural bias in population-based optimization algorithms: A theoretical and simulation-based analysis of the generalized signature test[J]. *Expert Systems with Applications*, 2024, 240(15): 122332.
- [14] BORGES L T M, DA SILVA F B, SOLER E M, et al. A directed genetic algorithm for economic dispatch and network-constrained economic dispatch: Convergence proof[J]. *Applied Soft Computing*, 2025, 186: 114123.
- [15] ALAIA E B, HARBAOUI I, BORNE P, et al. A comparative study of the PSO and GA for the m-MDPDPTW[J]. *International Journal of Computers Communications & Control*, 2018, 13(1): 8-23.
- [16] DONG H, TAKADA Y, WU W, et al. A heuristic algorithm for the periodic vehicle routing problem with flexible delivery dates[J]. *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, 2020, 14(5): 19-00644.
- [17] 殷旅江, 张驰, 王彦兆, 等. 时变路网车辆路径问题研究综述[J/OL]. *计算机工程与应用*, 1-22(2025-08-26). <https://link.cnki.net/urlid/11.2127.TP.20250826.1405.004>.
YIN Lüjiang, ZHANG Chi, WANG Yanzhao, et al. Review of time-dependent vehicle routing problem research[J]. *Computer Engineering and Applications*, 1-22(2025-08-26). <https://link.cnki.net/urlid/11.2127.TP.20250826.1405.004>.
- [18] TADAROS M, SIFALERAS A, MIGDALAS A. A variable neighborhood search approach for solving a real-world hierarchical multi-echelon vehicle routing problem involving HCT vehicles[J]. *Computers & Operations Research*, 2024, 165: 106594.
- [19] 谢聪. 求解 TSP 问题的改进离散蝴蝶优化算法[J]. *数学的实践与认识*, 2020, 50(1): 173-182.
XIE Cong. An improved discrete butterfly optimization algorithm for solving TSP problem[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2020, 50(1): 173-182.
- [20] XU Zefeng, CAI Yanguang. Variable neighborhood search for consistent vehicle routing problem[J]. *Expert Systems with Applications*, 2018, 113(15): 66-76.
- [21] LÓPEZ-IBÁÑEZ M, DUBOIS-LACOSTE J, PÉREZ CÁCERES L, et al. The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration[J]. *Operations Research Perspectives*, 2016, 3: 43-58.

- [22] 李阳, 范厚明, 张晓楠, 等. 随机需求车辆路径问题及混合变邻域分散搜索算法求解[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(12): 1594-1604.
- LI Yang, FAN Houming, ZHANG Xiaonan, et al. Two-phase variable neighborhood scatter search for the capacitated vehicle routing problem with stochastic demand[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(12): 1594-1604.
- [23] WANG L, HU K, CAI J, et al. A hybrid genetic tabu search algorithm based on a multi-operation joint movement neighborhood structure for job shop scheduling problems[J]. Complex Intelligent Systems, 2025, 11: 408.

作者简介:



郑继媛(1986-),女,讲师,
研究方向:物流系统优化、
运输网络规划,E-mail:
zhengjiyuan@njxzc.edu.cn。



张少博(1994-),男,博士研
究生,研究方向:动态路径
优化、随机图论,E-mail:
schaub@qq.com。



王鑫(1994-),通信作者,男,
副研究员,研究方向:机械
臂、机器人运动规划控制,
E-mail: xin1994@imut.edu.
cn。



王小波(1977-),女,副教
授,研究方向:物流系统优
化、供应链管理,E-mail:
wxb@njxzc.edu.cn。

(编辑:王静)