

瑞利信道的感知通信概率融合系统性能分析

许欢, 徐大专, 鞠美玉

(南京航空航天大学电子信息工程学院, 南京 211106)

摘要: 本文给出了瑞利衰落信道感知通信一体化(Integrated sensing and communication, ISAC)系统模型, 提出感知通信一体化概率融合(Probability fusion after integrated sensing and communication, PF-ISAC)方法, 推导出PF-ISAC信道模型。从理论上证明, 当感知信噪比(Signal to noise ratio, SNR)趋于无穷时, ISAC模型将退化为理想信道状态信息(Channel state information, CSI)的场景; 当感知SNR趋于零时, ISAC模型将退化为CSI未知的场景。给出了PF-ISAC系统的互信息与SNR的变化关系, 随着SNR的增加, 互信息从CSI未知时的信道容量逐渐逼近于理想CSI的容量。本文提出最大后验概率融合(Probability fusion after maximum a posteriori, PF-MAP)检测方法、最大似然概率融合(Probability fusion after maximum likelihood, PF-ML)检测方法, 并与最小均方误差(Minimum mean square error, MMSE)估计-MMSE检测(MMSE-MMSE)方法进行比较, 结果表明PF-MAP在中低SNR时与MMSE-MMSE性能相当, 而在高SNR时, PF-MAP优于MMSE-MMSE; 用熵误差(Entropy error, EE)评价PF-ISAC系统的误差性能, 结果表明MMSE-MMSE、PF-MAP、PF-ML与理论性能极限EE均有较大差距。最后, 给出感知和通信两阶段功率分配方案, 当总功率给定时, 感知和通信两阶段等功率分配, 性能接近最佳。

关键词: 瑞利衰落信道; 概率融合; 互信息; 信道估计; 功率分配

中图分类号: TN911

文献标志码: A

Performance Analysis of Sensing and Communication Probability Fusion System for Rayleigh Channels

XU Huan, XU Dazhuan, JU Meiyu

(College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: This article presents a Rayleigh fading channel model of integrated sensing and communication (ISAC), proposes a method of probability fusion after integrated sensing and communication (PF-ISAC), and derives the PF-ISAC channel model. It is theoretically proved that when the sensing signal to noise ratio (SNR) approaches infinity, the ISAC model degenerates into an ideal channel state information (CSI) scenario, and when the sensing SNR approaches zero, the ISAC model degenerates into a scenario where CSI is unknown. The relationship between mutual information and SNR of the PF-ISAC system is given. As the SNR increases, the channel capacity of the mutual information gradually approaches the capacity of the ideal CSI when the CSI is unknown. This article proposes a probability

基金项目: 国家自然科学基金(62271254)。

收稿日期: 2024-01-12; **修订日期:** 2024-12-07

fusion after maximum a posterior (PF-MAP) detection method and a probability fusion after maximum likelihood (PF-ML) detection method, and compares them with the minimum mean square error(MMSE) estimation-MMSE detection method(MMSE-MMSE). The results show that PF-MAP performs similarly to MMSE-MMSE at low to medium SNRs, while PF-MAP outperforms MMSE-MMSE at high SNRs. We evaluate the error performance of the PF-ISAC system using entropy error (EE). Results show that MMSE-MMSE, PF-MAP, PF-ML have significant gaps from the theoretical optimal performance EE. Finally, a scheme for power allocation in ISAC system is proposed. When the total power is given, the performance of two-stage equal power allocation in ISAC system is close to optimal.

Key words: Rayleigh fading channel; probability fusion; mutual information; channel estimation; power allocation

引言

移动通信技术正从5G时代迈向6G时代。国际电信联盟最近发布的框架建议书已将感知通信一体化(Integrated sensing and communication, ISAC)确定为6G的典型应用场景。ISAC能够提供广域的多维感知,获取关于未知物体、连接设备以及周围环境的空间信息。ISAC对传统的感知系统和通信系统赋能,使得传统系统在完成通信功能的同时,兼具感知功能。

近年来,ISAC一直是研究热点。文献[1]从信息论的角度出发,分析了ISAC的多个方面以及由此带来的机遇与挑战,讨论了ISAC的波形设计和接收信号处理,进一步提出了在感知网络框架内更深层次的感知与通信整合的愿景。针对ISAC波形设计问题,文献[2,3]根据香农-费舍尔信息提出了一种实现Cramér-Rao-rate区域边界的可达方法,使用相同的ISAC波形进行目标感知以及数据通信。针对资源分配问题,文献[4]提出了感知服务质量的概念,给出了在有限功率和有限带宽下的资源分配方案。文献[5]设计了多输入多输出(Multiple-input multiple-output, MIMO)-正交频分复用(Orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)系统以测试感知性能以及通信性能,该系统在良好的通信功能基础之上,兼具真实的感知功能。文献[6]提出了一种基于OFDM技术的动态环境下用户位置跟踪方案,能够提高信道估计的准确性并显著提高ISAC通信速率。

尽管ISAC在多个领域取得了重要进展,信道感知与通信的融合依然面临着挑战。传统的方法是先采用最小均方误差(Minimum mean square error, MMSE)方法或最小二乘(Least squares, LS)方法估计信道状态信息(Channel state information, CSI),然后将CSI用于后续通信信号的检测,而感知与通信并未有效融合。本文提出一种感知通信一体化概率融合(Probability fusion after integrated sensing and communication, PF-ISAC)方法,通过概率融合的方式,允许感知和通信系统共享信息并协同工作,实现感知和通信的紧密融合,从而优化整体系统性能。该方法通过对瑞利衰落信道建模,推导出感知通信一体化信道模型,从理论上证明,当感知信噪比(Signal to noise ratio, SNR)趋于无穷时,感知通信一体化模型将退化为理想CSI的场景^[7];当感知SNR趋于零时,感知通信一体化模型将退化为CSI未知^[8]的场景。本文给出了PF-ISAC系统的互信息与SNR的变化关系,随着SNR的增加,互信息从CSI未知时的信道容量逐渐逼近于理想CSI的容量。本文提出最大后验概率融合(Probability fusion after maximum a posteriori, PF-MAP)检测方法、最大似然概率融合(Probability fusion after maximum likelihood, PF-ML)检测方法,并与MMSE估计-MMSE检测(MMSE-MMSE)方法进行比较,结果表明PF-MAP在中低SNR时与MMSE-MMSE性能相当,而在高SNR时,PF-MAP优于MMSE-MMSE。用熵误差(Entropy error, EE)^[9-12]评价PF-ISAC系统的误差性能,结果表明MMSE-MMSE、PF-MAP、PF-ML与理论性能极限EE均有较大差距;最后,给出感知和通信两阶段功率分配方案,当总功率给定时,感知和通信两阶段等功率分配,性能接近最佳。

1 系统模型

针对瑞利衰落信道的建模,分为感知模型和通信模型。感知模型负责对信道系数进行感知,通信模型则根据感知模型提供信道系数,进行传输通信。假设感知阶段分配的功率为 P_s ,通信分配的功率为 P_c 。瑞利衰落信道可以建模为

$$\mathbf{y}_s = \mathbf{h}\mathbf{x}_s + \mathbf{w}_s \quad (1a)$$

$$\mathbf{y}_c = \mathbf{h}\mathbf{x}_c + \mathbf{w}_c \quad (1b)$$

式中: $\mathbf{y}_s$ 和 $\mathbf{y}_c$ 分别为感知阶段接收到的复数信号和通信阶段接收到的复数信号; $\mathbf{x}_s$ 为感知阶段已知的复数信号(满足 $|\mathbf{x}_s|^2 = P_s$), $\mathbf{x}_c$ 为通信阶段发送的复数信号(满足 $E[|\mathbf{x}_c|^2] = P_c$);信道散射系数 $\mathbf{h} = h_R + jh_I$ (h_R 和 h_I 分别表示实部和虚部)满足均值为0,方差为1的复高斯分布; $\mathbf{w}_s$ 和 $\mathbf{w}_c$ 皆为均值为0、方差为 N_0 的复高斯白噪声。

2 瑞利信道的感知

由式(1),可以得到在给定 $\mathbf{h}$ 的条件下, $\mathbf{y}_s$ 的概率密度函数(Probability density functions, PDF)为

$$p(\mathbf{y}_s|\mathbf{h}) = \frac{1}{\pi N_0} \exp\left\{-\frac{1}{N_0}|\mathbf{w}_s|^2\right\} = \frac{1}{\pi N_0} \exp\left\{-\frac{1}{N_0}|\mathbf{y}_s - \mathbf{h}\mathbf{x}_s|^2\right\} \quad (2)$$

又因为 $\mathbf{h}$ 的先验分布 $p(\mathbf{h})$ 满足

$$p(\mathbf{h}) = \frac{1}{\pi} \exp\left\{-|\mathbf{h}|^2\right\} \quad (3)$$

根据复数域共轭先验分布的性质,由式(2,3),可以得到感知阶段的后验PDF(详细推导见附录1)。

$$p(\mathbf{h}|\mathbf{y}_s) = \frac{1}{\pi/(\rho_s^2 + 1)} \exp\left\{-\frac{1}{1/(\rho_s^2 + 1)}\left|\mathbf{h} - \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1}\frac{\mathbf{y}_s}{\mathbf{x}_s}\right|^2\right\} \quad (4)$$

式中 $\rho_s^2 = P_s/N_0$ 为感知SNR。不难发现 $p(\mathbf{h}|\mathbf{y}_s)$ 满足方差为 $1/(\rho_s^2 + 1)$ 的复高斯分布,因此对应的后验熵为

$$h(\mathbf{h}|\mathbf{y}_s) = \frac{1}{2} \log_2 \left[(2\pi e)^2 \frac{1}{\rho_s^2 + 1} \right] \quad (5)$$

根据EE的定义,可以得到感知阶段的EE为

$$\sigma_{S-EE}^2 = \frac{2^{2h(\mathbf{h}|\mathbf{y}_s)}}{(2\pi e)^2} = \frac{1}{\rho_s^2 + 1} \quad (6)$$

可以观察到,EE的性能与感知SNR ρ_s^2 成反相关,这意味着感知功率越高,估计精度越高。

根据最大后验(Maximum a posteriori, MAP)准则,由式(4)可以得到 $\hat{\mathbf{h}}_{\text{MAP}} = \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} \frac{\mathbf{y}_s}{\mathbf{x}_s}$ 。假设一次

快拍为 $\mathbf{y}_{s0} = \mathbf{h}_0 \mathbf{x}_{s0} + \mathbf{w}_{s0}$,那么有

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{MAP}} = \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} \frac{1}{\mathbf{x}_s} (\mathbf{h}_0 \mathbf{x}_s + \mathbf{w}_{s0}) = \mathbf{h}_0 - \frac{1}{\rho_s^2 + 1} \mathbf{h}_0 + \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} \frac{\mathbf{w}_{s0}}{\mathbf{x}_s} \quad (7)$$

因此感知阶段对 $\mathbf{h}_0$ 的均方误差为

$$E\left[\left|\hat{\mathbf{h}}_{\text{MAP}} - \mathbf{h}_0\right|^2\right] = \left(\frac{1}{\rho_s^2 + 1}\right)^2 E[h_0^2] + \left(\frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1}\right)^2 \frac{E[\mathbf{w}_{s0}^2]}{\mathbf{x}_s^2} = \frac{1}{1 + \rho_s^2} \quad (8)$$

即 $\hat{\mathbf{h}}$ 的误差与感知SNR ρ_s^2 成反相关,与EE的结论一致。

根据MMSE准则,假设一次快拍为 $\mathbf{y}_{s0} = \mathbf{h}_0 \mathbf{x}_{s0} + \mathbf{w}_{s0}$,那么有

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{MMSE}} = \frac{\sigma_h^2 \mathbf{x}_s^H \mathbf{y}_s}{\mathbf{x}_s \sigma_h^2 \mathbf{x}_s^H + N_0} = \frac{\mathbf{x}_s^H \mathbf{y}_s}{P_s + N_0} \quad (9)$$

式中 σ_h^2 为 $\mathbf{h}$ 的方差。由于 $|\mathbf{x}_s|^2 = P_s$, 式(9)可进一步写为

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{MMSE}} = \frac{\mathbf{x}_s^H \mathbf{y}_s}{P_s + N_0} = \frac{\frac{\mathbf{x}_s^H}{N_0} \mathbf{y}_s}{\frac{P_s}{N_0} + 1} = \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} \frac{\mathbf{y}_s}{\mathbf{x}_s} = \hat{\mathbf{h}}_{\text{MAP}} \quad (10)$$

因此 MMSE 与 MAP 对 $\mathbf{h}$ 的估计是等价的。同理,可以得到

$$E\left[\left|\hat{\mathbf{h}}_{\text{MMSE}} - \mathbf{h}_0\right|^2\right] = \frac{1}{1 + \rho_s^2} \quad (11)$$

从以上推导中可以发现, MAP 和 MMSE 在感知阶段的性能是相同的, 因此 EE 作为理论性能极限是可达的。

3 感知通信概率融合方法

感知通信融合, 可以划分为传统的 MMSE 融合和概率融合两种方式。传统的 MMSE 融合思路, 通过感知阶段得到信道衰落系数估值 $\hat{\mathbf{h}}$, 在通信阶段利用 $\hat{\mathbf{h}}$ 进行通信, 得到通信信号的估值 $\hat{\mathbf{x}}_c$; 概率融合的思路是通过感知阶段得到后验 PDF $p(\mathbf{h}|\mathbf{y}_s)$, 利用通信阶段的条件概率 $p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{h})$, 进行概率融合, 最终得到关于 $\mathbf{x}_c$ 的后验分布 $p(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_c, \mathbf{y}_s)$ 。

考虑到发射功率 P_c 越大, $\mathbf{x}_c$ 的不确定性也越大, 因此假定 $\mathbf{x}_c$ 服从

$$p(\mathbf{x}_c) = \frac{1}{\pi P_c} \exp\left\{-\frac{1}{P_c} |\mathbf{x}_c|^2\right\} \quad (12)$$

3.1 概率融合

由式(1(b))可知, 在通信阶段给定 $\mathbf{x}_c$ 和 $\mathbf{h}$ 的条件下, $\mathbf{y}_c$ 的 PDF 为

$$p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{h}) = \frac{1}{\pi N_0} \exp\left\{-\frac{1}{N_0} |\mathbf{w}_c|^2\right\} = \frac{1}{\pi N_0} \exp\left\{-\frac{1}{N_0} |\mathbf{y}_c - \mathbf{h} \mathbf{x}_c|^2\right\} \quad (13)$$

由式(4, 13), 利用 $p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{h})$ 和 $p(\mathbf{h}|\mathbf{y}_s)$ 可以得到 $p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_s)$

$$p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_s) = \int_{\mathbf{h}} p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{h}) \cdot p(\mathbf{h}|\mathbf{y}_s) d\mathbf{h} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{h}) p(\mathbf{h}|\mathbf{y}_s) d\mathbf{h}_R d\mathbf{h}_I \quad (14)$$

经过对变量 $\mathbf{h}$ 的积分, 再对 $\mathbf{y}_c$ 配平, 则式(14)可整理为(详细推导见附录2)。

$$p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_s) = \frac{\rho_s^2 + 1}{\pi \left(|\mathbf{x}_c|^2 + N_0(\rho_s^2 + 1) \right)} \exp\left\{-\frac{\rho_s^2 + 1}{|\mathbf{x}_c|^2 + N_0(\rho_s^2 + 1)} \left| \mathbf{y}_c - \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} \frac{\mathbf{y}_s}{\mathbf{x}_s} \mathbf{x}_c \right|^2\right\} =$$

$$\frac{1}{\pi \left(\frac{|\mathbf{x}_c|^2}{\rho_s^2 + 1} + N_0 \right)} \exp\left\{-\frac{1}{\frac{|\mathbf{x}_c|^2}{\rho_s^2 + 1} + N_0} \left| \mathbf{y}_c - \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} \frac{\mathbf{y}_s}{\mathbf{x}_s} \mathbf{x}_c \right|^2\right\} \quad (15)$$

至此, 完成了感知阶段与通信阶段的概率融合。分析式(15)可知, 当感知 $\text{SNR} \rho_s^2$ 趋于无穷大时, 式(15)将退化为

$$p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_s) = \frac{1}{\pi N_0} \exp\left\{-\frac{1}{N_0} |\mathbf{y}_c - \mathbf{h}_0 \mathbf{x}_c|^2\right\} \quad (16)$$

式(16)即为CSI已知^[7]情况下的理想信道模型。可见当感知SNR趋于无穷大,感知通信概率融合模型将退化为CSI已知的信道模型。

当感知SNR ρ_s^2 趋近于0时,式(15)将退化为

$$p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_s) = \frac{1}{\pi(|\mathbf{x}_c|^2 + N_0)} \exp\left\{-\frac{|\mathbf{y}_c|^2}{|\mathbf{x}_c|^2 + N_0}\right\} \quad (17)$$

式(17)即为CSI未知^[8]情况下的信道模型。可见当感知SNR趋于0,感知通信概率融合模型将退化为CSI未知的信道模型。

有了感知通信概率融合模型 $p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_s)$,根据贝叶斯公式,可以得到后验PDF $p(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_c, \mathbf{y}_s)$

$$p(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_c, \mathbf{y}_s) = \frac{p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_s) p(\mathbf{x}_c)}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_s) p(\mathbf{x}_c) d\mathbf{x}_{cR} d\mathbf{x}_{cI}} \quad (18)$$

式中 $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\cdot) d\mathbf{x}_{cR} d\mathbf{x}_{cI}$ 表示对复数变量 $\mathbf{x}_c$ 的积分, $\mathbf{x}_{cR}$ 和 $\mathbf{x}_{cI}$ 分别表示实部和虚部。

3.1.1 互信息

根据互信息的定义,互信息 $I(\mathbf{y}_c; \mathbf{x}_c|\mathbf{y}_s)$ 可写为先验熵减去条件熵的形式,即

$$I(\mathbf{y}_c; \mathbf{x}_c|\mathbf{y}_s) = h(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_s) - h(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_c, \mathbf{y}_s) \quad (19)$$

式中 $h(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_s)$ 为 $\mathbf{x}_c$ 在给定 $\mathbf{y}_s$ 条件下的先验熵,由于 $\mathbf{x}_c$ 与 $\mathbf{y}_s$ 相互独立,因此 $h(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_s) = h(\mathbf{x}_c)$ ($h(\mathbf{x}_c)$ 可由 $p(\mathbf{x}_c)$ 计算得到)。根据熵的定义,条件熵 $h(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_c, \mathbf{y}_s)$ 可写为

$$h(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_c, \mathbf{y}_s) = -\int_{\mathbf{x}_c} p(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_c, \mathbf{y}_s) \log_2 p(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_c, \mathbf{y}_s) d\mathbf{x}_c \quad (20)$$

3.1.2 熵误差

根据EE的定义,有

$$\sigma_{c-EE}^2 = \frac{2^{2h(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_c, \mathbf{y}_s)}}{(2\pi e)^2} \quad (21)$$

其归一化形式为

$$\sigma_{c-EE}^2 = \frac{2^{2h(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_c, \mathbf{y}_s)}}{2^{2h(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_s)}} = 2^{-2I(\mathbf{x}_c; \mathbf{y}_c, \mathbf{y}_s)} \quad (22)$$

可见,归一化EE与互信息 $I(\mathbf{x}_c; \mathbf{y}_c, \mathbf{y}_s)$ 是一致的,都能够反映估计性能的优劣。

3.1.3 感知通信概率融合后的MAP

根据MAP的定义,有

$$\hat{\mathbf{x}}_{c-MAP} = \arg \max \{p(\mathbf{x}_c|\mathbf{y}_c, \mathbf{y}_s)\} \quad (23)$$

其归一化MSE为

$$\sigma_{c-MAP}^2 = \frac{E[|\hat{\mathbf{x}}_{c-MAP} - \mathbf{x}_{c_0}|^2]}{P_c} \quad (24)$$

式(24)的解释说明如下:评价估值 $\hat{\theta}$ 与真值 θ 的距离平方的函数为 $MSE(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - \theta)^2$,因此可以得到式(24)等号右边分式的分子部分;而分母 P_c ,可以进行归一化处理,方便式(24)在不同 P_c 下比较误差。式(26)、(28)的解释参考式(24)。

3.1.4 感知通信概率融合后的 ML

根据 ML 的定义,有

$$\hat{x}_{c-ML} = \arg \max_{x_c} \{p(\mathbf{y}_c | x_c, \mathbf{y}_s)\} \quad (25)$$

其归一化均方误差 (Mean-square error, MSE) 为

$$\sigma_{c-ML}^2 = \frac{E[|\hat{x}_{c-ML} - x_{c_0}|^2]}{P_c} \quad (26)$$

3.2 MMSE 融合

由感知阶段通过 MMSE 方法进行信道估计,得到了 $\hat{\mathbf{h}}$ 。再次利用 MMSE 方法进行信号检测,可以得到通信阶段的信号估值

$$\hat{x}_{c-MMSE} = \frac{\sigma_{x_c}^2 \hat{\mathbf{h}} \mathbf{y}_c}{|\hat{\mathbf{h}}|^2 \sigma_{x_c}^2 + N_0} = \frac{P_c \hat{\mathbf{h}} \mathbf{y}_c}{|\hat{\mathbf{h}}|^2 P_c + N_0} = \frac{\rho_c^2 \hat{\mathbf{h}} \mathbf{y}_c}{|\hat{\mathbf{h}}|^2 \rho_c^2 + 1} \quad (27)$$

式中 $\sigma_{x_c}^2$ 为通信信号 x_c 的方差, $\rho_c^2 = P_c/N_0$ 为通信阶段 SNR。那么通信信号归一化 MMSE 为

$$\sigma_{c-MMSE}^2 = \frac{E[|\hat{x}_{c-MMSE} - x_{c_0}|^2]}{P_c} \quad (28)$$

4 仿真结果

4.1 PF-ISAC 后的互信息与误差性能

如图 1 所示,可以看到同一通信 SNR 下,随着感知阶段 SNR 的不断增大,互信息逐渐增大。当感知 SNR 趋于无穷大时, $\hat{\mathbf{h}}$ 将逼近于真实值 $\mathbf{h}_0$, 此时信道模型趋近于 CSI 已知的情况,互信息也将逼近于 CSI 已知时的信道容量。

图 2 为感知 SNR 等于 10 dB 条件下通信信号的估计性能图。可以看到 EE 作为理论性能极限,估计通信信号 x_c 的性能是最优的, PF-MAP、PF-ML、MMSE-MMSE 的性能与 EE 有较大差距。在通信 SNR 很大时, PF-MAP 略优于 PF-ML, 性能差距很小。MMSE-MMSE 在中低通信 SNR 下与 PF-MAP 性能相当,在高通信 SNR 下, PF-MAP 性能优于 MMSE-MMSE。但当通信 SNR 大于感知 SNR,也就是 $P_c > P_s$ 时, MMSE-MMSE 的性能曲线存在上翘现象,意味着 MMSE-MMSE 在通信 SNR 大于感知 SNR 时,性能将恶化,这一点将在功率分配小节中解释。

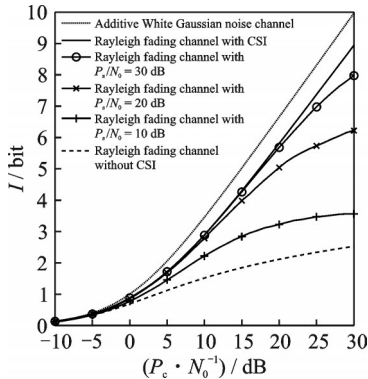


图 1 PF-ISAC 后的互信息

Fig.1 Mutual information after PF-ISAC

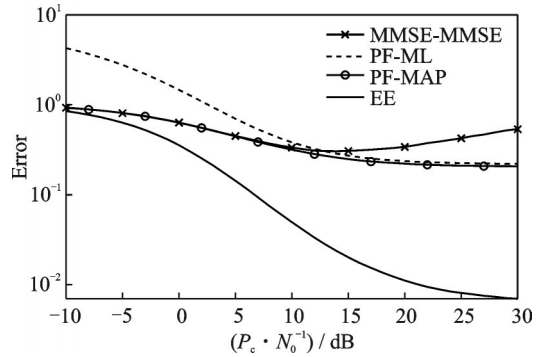


图 2 通信信号的归一化估计误差

Fig.2 Normalized estimation error of communication signal

4.2 感知通信的功率分配

当总功率 P 给定时,感知阶段所分配的功率 P_s 与通信阶段所分配的功率 P_c 之和固定。即

$$P_s + P_c = P \quad (29)$$

如图3所示,当总功率给定,如 $P = 40$ dB时,无论是EE还是MAP、ML、MMSE,都是在 P_s 与 P_c 接近相等时,对通信信号的估计误差最小,此时的通信性能最佳。同时,仿真表明,当 P_c 明显大于 P_s 时,通信性能将随着 P_c 增加而不断恶化,这一点对MMSE的影响尤为显著。在 P_c 小于 P_s 时,MMSE与MAP几乎等价,一旦 P_c 明显大于 P_s ,MMSE的估计性能将急剧恶化。这也解释了图2中MMSE的曲线上翘现象。因此建议,当总功率给定情况下,两阶段等功率分配时,最终获得的通信质量接近于最佳。

5 结束语

本文构建了一个ISAC系统模型,并提出了一种PF-ISAC方法。在此基础上,详细推导了PF-ISAC信道模型,并分析了该系统互信息与SNR之间的变化关系。此外,本文还提出了PF-MAP检测方法和PF-ML检测方法,并将其与MMSE-MMSE方法进行了对比。研究结果表明,在中低SNR条件下,PF-MAP的性能与MMSE-MMSE相当;而在高SNR条件下,PF-MAP的性能优于MMSE-MMSE。同时,本文以EE为指标对PF-ISAC系统进行了评估,结果发现MMSE-MMSE、PF-MAP和PF-ML方法与理论性能极限EE均存在较大差距。最后,本文提出了一种感知与通信两阶段的功率分配方案。在总功率固定的情况下,将功率平均分配到感知和通信两个阶段,能够使系统性能接近最优。本文所使用的感知和通信阶段的信号是不同的,可以展望,当感知阶段接收信号和通信阶段接收信号为同一信号时,感知与通信的性能将得到进一步提升,但也需要在系统设计时进行优化,确保感知和通信信号能够高效地共享信息而不产生负面影响,下一步工作将在此展开。

附录 1

由于式(1(a))中, x_s 被设定为已知,因此可将式(1)两边同时除以 x_s , 调整为

$$\frac{y_s}{x_s} = h + \frac{w_s}{x_s} \quad (1-1)$$

记 $y'_s = \frac{y_s}{x_s}$, $w'_s = \frac{w_s}{x_s}$, 式(1-1)可写为

$$y'_s = h + w'_s \quad (1-2)$$

式中 $w'_s \sim CN\left(0, \frac{N_0}{P_s}\right)$ 。

为方便复数域共轭先验推导,对式(1-2)实数域部分进行分析,其实数域部分写为

$$y'_{sR} = h_R + w'_{sR} \quad (1-3)$$

其中 $w'_{sR} \sim CN\left(0, \frac{N_0}{2P_s}\right)$ 。

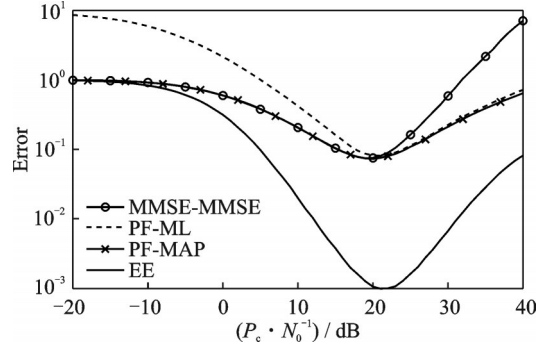


图3 感知与通信两阶段的功率分配对估计误差的影响
Fig.3 Impact of power allocation between perception and communication stages on estimation error

当给定 h_R 时, y_{sR}' 的条件 PDF 为

$$p(y_{sR}'|h_R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \frac{N_0}{2P_s}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2 \frac{N_0}{2P_s}} (y_{sR}' - h_R)^2 \right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \frac{1}{2\rho_s^2}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2\rho_s^2}} (y_{sR}' - h_R)^2 \right\} \quad (1-4)$$

由于 h_R 的先验分布满足

$$p(h_R) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp \{ -h^2 \} \quad (1-5)$$

根据实数域共轭先验分布的性质,由式(1-4,1-5),可以得到

$$p(h_R|y_{sR}') = \frac{1}{\sqrt{\pi/(\rho_s^2 + 1)}} \exp \left\{ -\frac{1}{1/(\rho_s^2 + 1)} \left(h_R - \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} y_{sR}' \right)^2 \right\} \quad (1-6)$$

同理

$$p(h_I|y_{sI}') = \frac{1}{\sqrt{\pi/(\rho_s^2 + 1)}} \exp \left\{ -\frac{1}{1/(\rho_s^2 + 1)} \left(h_I - \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} y_{sI}' \right)^2 \right\} \quad (1-7)$$

则复数域共轭先验分布为

$$p(\mathbf{h}|\mathbf{y}_s') = \frac{1}{\pi/(\rho_s^2 + 1)} \exp \left\{ -\frac{1}{1/(\rho_s^2 + 1)} \left| \mathbf{h} - \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} \mathbf{y}_s' \right|^2 \right\} \quad (1-8)$$

即

$$p(\mathbf{h}|\mathbf{y}_s) = \frac{1}{\pi/(\rho_s^2 + 1)} \exp \left\{ -\frac{1}{1/(\rho_s^2 + 1)} \left| \mathbf{h} - \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} \frac{\mathbf{y}_s}{\mathbf{x}_s} \right|^2 \right\} \quad (1-9)$$

附录 2

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_s) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{h}) p(\mathbf{h}|\mathbf{y}_s) d\mathbf{h}_R d\mathbf{h}_I = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi N_0} \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} |\mathbf{y}_c - \mathbf{h} \mathbf{x}_c|^2 \right\} \cdot \frac{1}{\pi/(\rho_s^2 + 1)} \exp \left\{ -\frac{1}{1/(\rho_s^2 + 1)} \left| \mathbf{h} - \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} \frac{\mathbf{y}_s}{\mathbf{x}_s} \right|^2 \right\} d\mathbf{h}_R d\mathbf{h}_I \end{aligned} \quad (2-1)$$

记 $A = \frac{1}{N_0}, B = \frac{1}{1/(\rho_s^2 + 1)}, \mathbf{y} = \mathbf{y}_c, \mathbf{x} = \mathbf{x}_c, \mathbf{m} = \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} \frac{\mathbf{y}_s}{\mathbf{x}_s}$, 需要注意的是, $\mathbf{y}, \mathbf{h}, \mathbf{x}, \mathbf{m}$ 都为复数, 则式(2-1)可写为

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}_c|\mathbf{x}_c, \mathbf{y}_s) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi N_0} \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} |\mathbf{y}_c - \mathbf{h} \mathbf{x}_c|^2 \right\} \cdot \frac{1}{\pi/(\rho_s^2 + 1)} \exp \left\{ -\frac{1}{1/(\rho_s^2 + 1)} \left| \mathbf{h} - \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} \frac{\mathbf{y}_s}{\mathbf{x}_s} \right|^2 \right\} d\mathbf{h}_R d\mathbf{h}_I = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{A}{\pi} \exp \left\{ -A |\mathbf{y} - \mathbf{h} \mathbf{x}|^2 \right\} \cdot \frac{B}{\pi} \exp \left\{ -B |\mathbf{h} - \mathbf{m}|^2 \right\} d\mathbf{h}_R d\mathbf{h}_I = \\ &= \frac{AB}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ -A |\mathbf{y} - \mathbf{h} \mathbf{x}|^2 - B |\mathbf{h} - \mathbf{m}|^2 \right\} d\mathbf{h}_R d\mathbf{h}_I \end{aligned} \quad (2-2)$$

记 $I = -A |\mathbf{y} - \mathbf{h} \mathbf{x}|^2 - B |\mathbf{h} - \mathbf{m}|^2$ 。因为

$$|\mathbf{y} - \mathbf{h} \mathbf{x}|^2 = |y_R + j y_I - (h_R + j h_I)(x_R + j x_I)|^2 = (y_R - h_R x_R + h_I x_I)^2 + (y_I - h_R x_I - h_I x_R)^2 \quad (2-3)$$

$$|\mathbf{h} - \mathbf{m}|^2 = (h_R - m_R)^2 + (h_I - m_I)^2 \quad (2-4)$$

所以对 I 做展开, 并做二次项配平, 则有

$$\begin{aligned}
I &= -A \left[(y_r - h_r x_r + h_i x_i)^2 + (y_i - h_r x_i - h_i x_r)^2 \right] - B \left[(h_r - m_r)^2 + (h_i - m_i)^2 \right] = \\
&= -A \left(y_r^2 + h_r^2 x_r^2 + h_i^2 x_i^2 - 2y_r h_r x_r + 2y_i h_i x_i - 2h_r x_r h_i x_i \right) - B \left(h_r^2 + m_r^2 - 2h_r m_r + \right. \\
&= h_r^2 (-A x_r^2 - A x_i^2 - B) + h_r (2A y_r x_r + 2A y_i x_i + 2B m_r) + h_i^2 (-A x_i^2 - A x_r^2 - B) + \\
&= h_i (-2A y_r x_i + 2A y_i x_r + 2B m_i) + A (-y_r^2 - y_i^2) + B (-m_r^2 - m_i^2) = \\
&= -\left(A |x|^2 + B \right) \left[h_r - \frac{A y_r x_r + A y_i x_i + B m_r}{A |x|^2 + B} \right]^2 - \left(A |x|^2 + B \right) \left[h_i - \frac{-A y_r x_i + A y_i x_r + B m_i}{A |x|^2 + B} \right]^2 - \\
&= \frac{AB}{A |x|^2 + B} |y - xm|^2
\end{aligned} \tag{2-5}$$

记

$$I_1 = -\left(A |x|^2 + B \right) \left[h_r - \frac{A y_r x_r + A y_i x_i + B m_r}{A |x|^2 + B} \right]^2 \tag{2-6}$$

$$I_2 = -\left(A |x|^2 + B \right) \left[h_i - \frac{-A y_r x_i + A y_i x_r + B m_i}{A |x|^2 + B} \right]^2 \tag{2-7}$$

$$I_3 = -\frac{AB}{A |x|^2 + B} |y - xm|^2 \tag{2-8}$$

代入式(2-2),对 h_r 和 h_i 分别积分后,则有

$$\rho(y_c | x_c, y_s) = \frac{AB}{\pi^2} \exp(I_3) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{I_1\} dh_r \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp(I_2) dh_i = \frac{AB}{\pi(A |x|^2 + B)} \exp\left\{ \frac{-AB}{A |x|^2 + B} |y - xm|^2 \right\} \tag{2-9}$$

由于 $A = \frac{1}{N_0}$, $B = \frac{1}{1/(\rho_s^2 + 1)}$, $y = y_c$, $x = x_c$, $m = \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} \frac{y_s}{x_s}$, 所以

$$\begin{aligned}
\rho(y_c | x_c, y_s) &= \frac{\rho_s^2 + 1}{\pi(|x_c|^2 + N_0(\rho_s^2 + 1))} \exp\left\{ -\frac{\rho_s^2 + 1}{|x_c|^2 + N_0(\rho_s^2 + 1)} \left| y_c - \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} \frac{y_s}{x_s} x_c \right|^2 \right\} = \\
&= \frac{1}{\pi\left(\frac{|x_c|^2}{\rho_s^2 + 1} + N_0\right)} \exp\left\{ -\frac{1}{\frac{|x_c|^2}{\rho_s^2 + 1} + N_0} \left| y_c - \frac{\rho_s^2}{\rho_s^2 + 1} \frac{y_s}{x_s} x_c \right|^2 \right\}
\end{aligned} \tag{2-10}$$

参考文献:

- [1] LIU F, CUI Y, MASOUIROS C, et al. Integrated sensing and communications: Toward dual-functional wireless networks for 6G and beyond[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2022, 40(6): 1728-1767.
- [2] XIONG Y, LIU F, CUI Y, et al. Flowing the information from Shannon to Fisher: Towards the fundamental tradeoff in ISAC [C]//Proceedings of 2022 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM 2022). [S.L.]: IEEE, 2022: 5601-5606.
- [3] XIONG Y, LIU F, CUI Y, et al. On the fundamental tradeoff of integrated sensing and communications under Gaussian channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2023, 69(9): 5723-5751.
- [4] DONG F, LIU F, CUI Y, et al. Sensing as a service in 6G perceptive networks: A unified framework for ISAC resource allocation[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022, 22(5): 3522-3536.
- [5] XU T, LIU F, MASOUIROS C, et al. An experimental proof of concept for integrated sensing and communications waveform design[J]. IEEE Open Journal of the Communications Society, 2022, 3: 1643-1655.

- [6] PEDRAZA F, KOBAYASHI M, CAIRE G. Beam refinement and user state acquisition via integrated sensing and communication with OFDM[C]//Proceedings of 2021 IEEE 22nd International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC). [S.l.]: IEEE, 2021: 476-480.
- [7] PROAKIS J G, SALEHI M. Digital communications[M]. [S.l.]: McGraw-hill, 2008.
- [8] TARICCO G, ELIA M. Capacity of fading channel with no side information[J]. Electronics Letters, 1997, 33(16): 1368-1370.
- [9] XU D, SHI C, ZHOU Y, et al. Spatial information in phased-array radar[J]. IET Communications, 2020, 14(13): 2141-2150.
- [10] XU D, TU W, LUO H, et al. Closed expression of source signal' s DOA information in sensor array[J]. IET Communications, 2020, 14(14): 2303-2308.
- [11] ZHANG H, XU D. Joint range-Doppler resolution limit for multi-pulse radar based on scattering information[J]. Signal Processing, 2022, 201: 108724.
- [12] ZHANG H, XU D, WANG N. Explicit joint resolution limit for range and direction-of-arrival estimation in MIMO radar[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2023, 59(5): 5422-5432.

作者简介:



许欢(1998-),男,硕士研究生,研究方向:空间信息论,E-mail:xu_huan@nuaa.edu.cn。



徐大专(1963-),通信作者,男,教授,博士生导师,研究方向:空间信息论、信息与编码理论、宽带无线通信,E-mail: xudazhuan@nuaa.edu.cn。



鞠美玉(1999-),女,硕士研究生,研究方向:空间信息论,E-mail:jumeiyu@nuaa.edu.cn。

(编辑:陈珺)