ISSN 1004-9037,CODEN SCYCE4
Journal of Data Acquisition and Processing Vol. 39,No. 6,Nov. 2024,pp. 1399－1409
DOI:10. 16337/j. 1004-9037. 2024. 06. 009
http://sjcj. nuaa. edu. cn
E-mail:sjcj@nuaa. edu. cn
Tel/Fax: +86-025-84892742

面向二维波达方向估计的无孔洞互质面阵设计

刘　军[1]，张华乐[1]，冯　宝[2]，卞宇翔[2]，韩盛欣来[3]，张小飞[3]

(1. 国网安徽省电力有限公司信息通信分公司,合肥 230061;2. 南瑞信息通信科技有限公司,南京 210003;3. 南京航空航天大学电子信息工程学院,南京 211106)

摘　要：针对传统互质平面阵列(Coprime planar array, CPA)结构在使用其差分共阵(Difference coarray,DCA)进行二维波达方向(Direction of arrival,DOA)估计时存在孔洞,因此损失可用连续自由度的问题,本文提出了一种无孔洞互质面阵(Hole-free coprime planar array,HFCPA)结构。这种面阵由无孔洞互质线阵分别沿x轴和y轴扩展得到,其DCA为无孔洞的矩形阵。此外,本文还给出了最佳HFCPA结构,以充分放大可用的连续自由度。仿真结果表明,与现有互质面阵结构相比,所提面阵结构在连续自由度数量、虚拟化效率和二维DOA估计性能方面具有优越性。

关键词：互质面阵;阵列设计;二维波达角;无孔洞差分共阵

中图分类号：TN911.7　　　**文献标志码**：A

Hole-Free Coprime Planar Array Design for Two-Dimensional DOA Estimation

LIU Jun[1], ZHANG Huale[1], FENG Bao[2], BIAN Yuxiang[2], HAN Shengxinlai[3], ZHANG Xiaofei[3]

(1. State Grid Anhui Electric Power Co. Ltd., Information and Communication Branch, Hefei 230061, China; 2. NARI Information and Communication Technology Co. Ltd., Nanjing 210003, China; 3. College of Electric and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: In response to the problem of holes in traditional coprime planar array (CPA) structures when using difference coarray (DCA) for two-dimensional direction of arrival (DOA) estimation, this paper proposes a hole-free coprime planar array (HFCPA) structure. The array is obtained by extending hole-free coprime linear arrays along the x and y axes, and its DCA is a hole-free rectangular array. Furthermore, this paper presents the optimal HFCPA structure to maximize the available continuous degrees of freedom. Simulation results demonstrate the superiority of the proposed array structure over existing coprime planar array structures in terms of the number of continuous degrees of freedom, virtualization efficiency, and two-dimensional DOA estimation performance.

Key words: coprime planar array(CPA); array design; two-dimensional direction of arrival (DOA); hole-free difference coarray

引　言

波达方向(Direction of arrival, DOA)估计已被广泛应用于雷达、声纳和无线通信等领域[1-3]。传统的均匀阵列结构可用于DOA估计,但由于它的阵元间距通常小于半波长,阵元的紧密排列会导致严重

收稿日期:2024-02-28;**修订日期**:2024-04-29

的相互耦合[4-5]。近年来，互质阵和嵌套阵[6]这两类稀疏阵列引起了人们的极大关注。在相同物理阵元的情况下，它们可以获得比均匀线阵更高的自由度。而与嵌套阵列相比，互质阵列结构可以在更大程度上减少互耦效应[7-8]。

传统的稀疏线阵[9-11]只能对一维DOA进行估计[12]，而实际中，常常需要进行二维测向。传统的均匀矩形阵列（Uniform rectangular arrays, URA）[13]可用于二维DOA估计[14]，但为了获得更大的连续自由度（Degree of freedom, DOF），往往需要大量的阵元，这带来了很高的硬件成本。近年来有学者受互质线阵的启发，提出了用于二维DOA估计的互质平面阵列（Coprime planar array, CPA）结构[15-16]。该结构能在减少阵元数的情况下获得与URA相同的连续DOF。虽然该结构在连续DOF有一定的提升，但是该结构只是简单地将两个均匀平面子阵列进行组合，简化了系统模型，造成了显著的DOF损失。后来，有学者通过使用两个矩形均匀平面子阵设计了广义CPA结构[17]，与传统CPA相比，阵列布局更加灵活。然而，这种阵列结构仍然损失了大量的连续自由度。为了解决这一问题，文献[18]设计了一种称为补充CPA（Complemented coprime planar arrays, CCPA）的孔洞填充阵列，它在常规的CPA中增加两个额外的阵元来填充差分共阵（Difference coarray, DCA）中的最关键孔洞，从而实现更多的连续延迟和更多的自由度。为了进一步提高稀疏面阵的连续DOF，除了上述的填补孔洞类方法，近年来还有学者提出可以把性能较好的线阵扩展成二维面阵来实现。这种面阵的x轴方向和y轴方向的每一行（列）的阵列都是性能较好的线阵，例如对称矩形增广互质阵列（Symmetry-imposed rectangular coprime arrays, SIRCA）[19]，每一行（列）的阵列都是一个增广互质线阵，这样的结构设计使得DCA的连续DOF进一步放大。

然而，上述这些阵列结构的DCA都存在孔洞，使得可实现连续自由度减小。为此，本文设计了一种新的无孔洞互质面阵（Hole-free coprime planar array, HFCPA），其主要贡献总结如下：

（1）对文献[9]中的稀疏线阵结构扩展优化，设计了HFCPA结构，可得到无孔洞矩形DCA，极大地提升了连续自由度。

（2）推导并给出了HFCPA结构的最佳配置、连续自由度等相关数学表达式。

（3）给出了HFCPA结构与传统面阵对比的虚拟化效率、连续DOF数量以及二维DOA估计性能，仿真验证了所提HFCPA结构的优越性。

1 互质平面阵列模型

文献[16]提出的互质平面阵结构由两个阵元数分别为$M_1\times M_1$和$M_2\times M_2$的方形稀疏子面阵构成（$M_1>M_2$），分别记为子阵1和子阵2，其中，M_i为第i个子阵在x方向和y方向上的阵元数（$i=1,2$），对应的阵元间距为$d_i=M_jd$，M_1和M_2为互质整数，$d=\lambda/2$，$j=1,2$且$j\neq i$，λ为工作频率的波长，图1给出了互质平面阵结构图。由于两个互质子阵在原点处有一个阵元重合，该互质平面阵总阵元数为$T_{\mathrm{CPA}}=M_1M_1+M_2M_2-1$，阵元位置集合记为

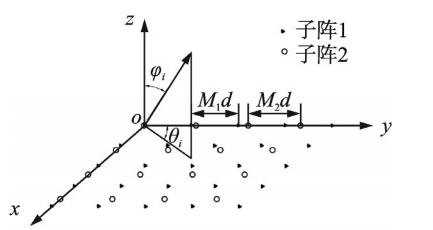


图1 互质平面阵结构图

Fig.1 Structure diagram of coprime planar array

$$\begin{aligned}L_{\mathrm{CPA}}=L_{\mathrm{CPA}}^{(1)}\cup L_{\mathrm{CPA}}^{(2)}=\{(m_1M_2d,m_1'M_2d),m_1,m_1'\in[0,M_1-1]\}\cup\\ \{(m_2M_1d,m_2'M_1d),m_2,m_2'\in[0,M_2-1]\}\end{aligned}\tag{1}$$

定义其DCA为

$$\begin{aligned}D_{\mathrm{CPA}}=&\left\{\boldsymbol{n}_{\mathrm{CPA}}^{(1)}-\boldsymbol{n}_{\mathrm{CPA}}^{(2)}|\boldsymbol{n}_{\mathrm{CPA}}^{(1)},\boldsymbol{n}_{\mathrm{CPA}}^{(2)}\in L_{\mathrm{CPA}}\right\}=\\ &\left\{(m_1M_2d-m_2M_1d,m_1'M_2d-m_2'M_1d)|m_1,m_1'\in[0,M_1-1],m_2,m_2'\in[0,M_2-1]\right\}\end{aligned}\tag{2}$$

假设DOA为(θ,ϕ)的远场窄带信号$s(t)$入射到一个CPA所得，其中θ和ϕ分别为信号的仰角和方位角，那么子面阵1中位于$\boldsymbol{n}_{\mathrm{CPA}}^{(1)}$的阵元接收到的信号为

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{CPA}}^{(1)}(t)=s(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{n}_{\mathrm{CPA}}^{(1)}[\sin\theta\cos\varphi,\sin\theta\sin\varphi]^{\mathrm{T}}} \tag{3}$$

假设信号功率为σ_s^2，有

$$E\left\{\boldsymbol{x}_{\mathrm{CPA}}^{(1)}(t)\left(\boldsymbol{x}_{\mathrm{CPA}}^{(2)}(t)\right)^*\right\}=\sigma_s^2\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}(\boldsymbol{n}_{\mathrm{CPA}}^{(1)}-\boldsymbol{n}_{\mathrm{CPA}}^{(2)})[\sin\theta\cos\varphi,\sin\theta\sin\varphi]^{\mathrm{T}}} \tag{4}$$

显然，式(4)的指数项中含有D_{CPA}中的元素，也即DCA中的虚拟阵元（滞后）提供了额外的信息，根据该性质，DOF获得提升。然而，该DCA不是连续的，并且有效的DOF受限于孔洞的数量。根据文献[20]，D_{CPA}中第1象限和第2象限孔洞的位置分别表示为

$$H_1=H_{11}\cup H_{12}\cup H_{13}\cup H_{14} \tag{5}$$

$$H_2=H_{21}\cup H_{22} \tag{6}$$

式中

$$\begin{cases}H_{11}=\{(x,y)\,|\,x=aM_2+bM_1,a\geqslant1,b\geqslant1,0\leqslant x,y\leqslant(M_1-1)M_2\}\\H_{12}=\{(x,y)\,|\,x=aM_1,y=bM_2,a\geqslant1,b\geqslant1,0\leqslant x,y\leqslant(M_1-1)M_2\}\\H_{13}=\{(x,y)\,|\,x=aM_2,y=bM_1,a\geqslant1,b\geqslant1,0\leqslant x,y\leqslant(M_1-1)M_2\}\\H_{14}=\{(x,y)\,|\,y=aM_2+bM_1,a\geqslant1,b\geqslant1,0\leqslant x,y\leqslant(M_1-1)M_2\}\\H_{21}=\{(x,y)\,|\,x=aM_2+bM_1,a\leqslant-1,b\leqslant-1,-(M_1-1)M_2\leqslant x\leqslant0,0\leqslant y\leqslant(M_1-1)M_2\}\\H_{22}=\{(x,y)\,|\,y=aM_2+bM_1,a\geqslant1,b\geqslant1,-(M_1-1)M_2\leqslant x\leqslant0,0\leqslant y\leqslant(M_1-1)M_2\}\end{cases} \tag{7}$$

第3、4象限中的孔位置与第1、2象限中的位置中心对称，并且理论上阵元总数为$T_{\mathrm{CPA}}=M_1M_1+M_2M_2-1$的CPA结构的DCA能够获得的最大连续自由度为$\mathrm{DOF}_{\mathrm{CPA}}=(2M_1-1)^2$。图2给出了一个由两个阵元数分别为5×5和3×3的方形稀疏子面阵构成的CPA，其DCA如图3所示。显然该CPA的DCA中存在诸多孔洞，造成了连续DOF的损失。为了解决上述问题，本文设计了一种HFCPA结构，能够得到无孔洞的DCA，极大地提升了可用连续DOF，详细方案在第2节中给出。

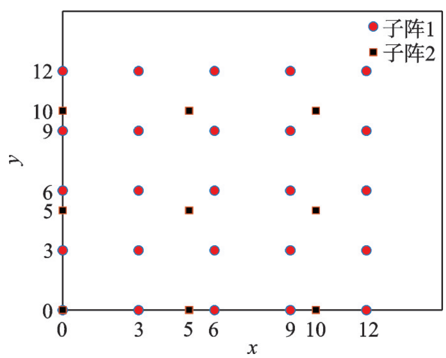


图2 $M_1=5$, $M_2=3$的CPA

Fig.2 CPA with $M_1=5$ and $M_2=3$

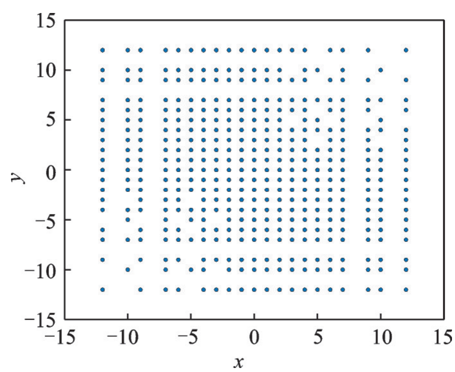


图3 $M_1=5$, $M_2=3$时CPA的差阵

Fig.3 Difference coarray of CPA with $M_1=5$ and $M_2=3$

2 所提阵列设计

2.1 无孔洞互质阵

在给定阵元总数T的情况下，首先考虑组装移位子阵列的互质阵列（Coprime array with displaced subarrays, CADiS)的两个子阵,令 $L_1 = T - N - M - \lfloor M/2 \rfloor - 1 \geqslant 1$($\lfloor\cdot\rfloor$表示不超过该数的最大整数),则CADiS阵列结构表达式为[20]

$$\begin{cases} T_1 = \{ nM \mid 0 \leqslant n \leqslant N-1 \} \\ T_2 = \{ (N-1)M + (2M+N) + mN \mid 0 \leqslant m \leqslant L_1 \} \end{cases} \tag{8}$$

其虚拟化后得到DCA的孔位置为[9]

$$\begin{cases} X_1 = \{ x_1 \mid x_1 = MN - \alpha M - \beta N \} \cap [1, MN - N - M] \\ X_2 = \{ x_2 \mid x_2 = L_2 - (MN - \alpha M - \beta N) \} \\ X_3 = \{ x_3 \mid x_3 = m_4 N + M \} \\ X_4 = \{ x_4 \mid x_4 = m_5 N \} \end{cases} \tag{9}$$

式中:$L_2 = M + N(T - \lfloor M/2 \rfloor - N)$,$\alpha \in [1, N-2]$,$\beta \in [1, M-1]$, $m_4 \in [1, M]$。当 $1 \leqslant L_1 \leqslant M-1$ 时 $m_5 \in [L_1+1, M]$,当 $L_1 \geqslant M$ 时 $m_5 = 0$。由于孔的位置是对称的,如图4所示,所以下面只考虑正轴上的孔。

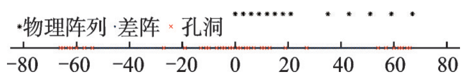


图4 具有互质整数3和8的CADiS

Fig.4 CADiS with coprime integers of 3 and 8

对于 X_1,令 $\beta_1 \in [1, \lfloor M/2 \rfloor] \in \beta$,则得到 $x_1 = MN - \alpha M - \beta_1 N = MN - \beta_1 N - M - M(\alpha-1)$,其中 $M(\alpha-1) \in [0, N-3]M \in T_1$。对于 $\beta_2 = M - \beta_1 \in [M - \lfloor M/2 \rfloor, M-1] \in \beta$,重写 x_1 则可以得到 $x_1 = MN - \alpha M - \beta_2 N = M(N-\alpha-1) - (MN - \beta_1 N - M)$,其中 $M(N-\alpha-1) \in [1, N-2]M \in T_1$。为了填补孔 X_1,增加阵元

$$T_3 = T_{31} \cup T_{32} = \{ MN - m_1 N \mid 1 \leqslant m_1 \leqslant \lfloor M/2 \rfloor - 1 \} \cup \{ MN - \lfloor M/2 \rfloor N - M \} \tag{10}$$

此时,孔洞 X_1 可以被完全填补。此外,孔洞 X_2 可以表示为 $x_2 = [(2M+N) + L_1 N + (N-1)M + (\alpha-1)M] - (MN - \beta N - M)$。

当 $\alpha = 1$ 时,$(2M+N) + L_1 N + (N-1)M \in T_2$ 是最右边阵元的位置,也即孔 X_2 中满足 $\alpha = 1$ 的部分孔洞已经被填满,那么 X_2 剩余的孔洞从 $L_1 N + 3M + 2N$ 开始。再次增加阵元

$$T_4 = \{ L_2 + (M+N) + m_2 \mid 0 \leqslant m_2 \leqslant M-1 \} \tag{11}$$

式中 $L_2 = L_1 N + MN + M + N$。

定义差阵集合

$$\mathrm{diff}(S_1, S_2) = \{ n_1 - n_2 \mid n_1 \in S_1, n_2 \in S_2 \} \tag{12}$$

由于 T_4 与 T_1 的差阵集合为 $\mathrm{diff}(T_4, T_1) = \{ L_1 N + MN + 2M + 2N + m_2 - nM \}$,其中 $m_2 \in [0, M-1]$,$n \in [0, N-1]$,所以 $\mathrm{diff}(T_4, T_1)$ 包括 $[L_1 N + 3M + 2N, L_1 N + MN + 3M + 2N - 1]$ 区间中的全部连续点。这里包含了 X_2 中剩余的孔洞,也即孔 X_2 被填满。

T_{31} 与 T_{32} 的差阵集合为 $\mathrm{diff}(T_{31}, T_{32}) = \{ MN - m_1 N - (MN - \lfloor M/2 \rfloor N - M) \} = \{ (\lfloor M/2 \rfloor - m_1)N + M \}$,$(\lfloor M/2 \rfloor - m_1) \in [1, \lfloor M/2 \rfloor - 1]$ $\mathrm{diff}(T_2, T_{31}) = \{ M(N-1) + (2M+N) + mN - (MN - m_1 N) \} = \{ (m + m_1 + 1)N + M \}$,其中 $(m + m_1 + 1) \in [2, L_1 + \lfloor M/2 \rfloor]$。在 $L_1 \geqslant M - \lfloor M/2 \rfloor$ 的情况下,孔 X_3 中的点全部包含在 $\mathrm{diff}(T_{31}, T_{32})$ 和 $\mathrm{diff}(T_{31}, T_2)$ 中,也即孔 X_3 被填满。

T_4 与 T_2 的差阵集合为 $\mathrm{diff}(T_4, T_2) = \{ (L_1 + 1 - m)N + (M + m_2) \}$,其中 $(L_1 + 1 - m) \in [1, L_1 + 1]$,$(M + m_2) \in [M, 2M-1]$。在满足 $N \leqslant 2M-1$ 和 $L_1 \geqslant M-2$ 时,$[1, L_1+2]N \subseteq \mathrm{diff}(T_4, T_2)$。而当 $N > 2M-1$,孔 X_4 被包含在 T_2 与自己的差阵集合 $\mathrm{diff}(T_2, T_2)$ 中,也即孔 X_4 被填满。

综上,根据式(8,10,11),可以得到无孔洞互质线阵(Hole-free coprime array, HFCA)的表达式为

$$T=\begin{cases}T_1=\{nM\mid 0\leqslant n\leqslant N-1\}\\ T_2=\{(N-1)M+(2M+N)+mN\mid 0\leqslant m\leqslant L_1\}\\ T_3=T_{31}\cup T_{32}=\{MN-m_1N\mid 1\leqslant m_1\leqslant\lfloor M/2\rfloor-1\}\cup\{MN-\lfloor M/2\rfloor N-M\}\\ T_4=\{L_2+(M+N)+m_2\mid 0\leqslant m_2\leqslant M-1\}\end{cases}\tag{13}$$

式中:M、N、T需满足:当$N\leqslant 2M-1$时,$T\geqslant 2M+N-1+\lfloor M/2\rfloor$;当$N>2M-1$时,$T\geqslant 2M+N+1+\lfloor M/2\rfloor$。图5展示了HFCA的物理结构与其DCA,可以看出,HFCA的DCA不存在孔洞,极大地提升了可实现连续DOF的可能。

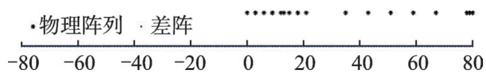


图5 $M=3,N=8,T=17$的HFCA

Fig.5 HFCA with $M=3,N=8,T=17$

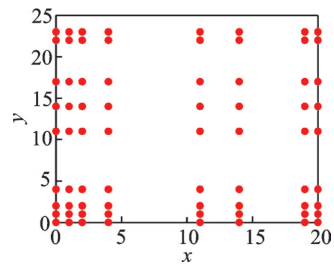


图6 无孔洞互质面阵结构示意图

Fig.6 Structure diagram of HFCPA

2.2 无孔洞互质面阵

2.1节给出了无孔洞互质线阵结构,但其局限于一维的DOA估计,将其扩展成HFCPA,可用于二维DOA估计,如图6所示。

定义所提HFCPA结构中阵元位置集为

$$Q_{\mathrm{HFCPA}}=\{(t_x,t_y)\mid 0\leqslant x\leqslant T_x-1,0\leqslant y\leqslant T_y-1\}\tag{14}$$

式中:T_x和T_y分别为每行和每列的阵元总数,$t_x\in T_x$,$t_y\in T_y$。T_x满足

$$T_x=\begin{cases}T_{x_1}=\{nM_x\mid 0\leqslant n\leqslant N_x-1\}\\ T_{x_2}=\{(N_x-1)M_x+(2M_x+N_x)+mN_x\mid 0\leqslant m\leqslant L_{x_1}\}\\ T_{x_3}=T_{x_{31}}\cup T_{x_{32}}=\{M_xN_x-m_1N_x\mid 1\leqslant m_1\leqslant\lfloor M_x/2\rfloor-1\}\cup\{M_xN_x-\lfloor M_x/2\rfloor N_x-M_x\}\\ T_{x_4}=\{L_{x_2}+(M_x+N_x)+m_2\mid 0\leqslant m_2\leqslant M_x-1\}\end{cases}\tag{15}$$

式中:$L_{x_1}=T_x-N_x-M_x-\lfloor M_x/2\rfloor-1\geqslant 1$,$L_{x_2}=L_{x_1}N_x+M_xN_x+M_x+N_x$,$M_x$和$N_x$为HFCPA阵列中任意一行的子阵阵元数。$T_y$满足

$$T_y=\begin{cases}T_{y_1}=\{nM_y\mid 0\leqslant n\leqslant N_y-1\}\\ T_{y_2}=\{(N_y-1)M_y+(2M_y+N_y)+mN_y\mid 0\leqslant m\leqslant L_{y_1}\}\\ T_{y_3}=T_{y_{31}}\cup T_{y_{32}}=\{M_yN_y-m_1N_y\mid 1\leqslant m_1\leqslant\lfloor M_y/2\rfloor-1\}\cup\{M_yN_y-\lfloor M_y/2\rfloor N_y-M_y\}\\ T_{y_4}=\{L_{y_2}+(M_y+N_y)+m_2\mid 0\leqslant m_2\leqslant M_y-1\}\end{cases}\tag{16}$$

式中:$L_{y_1}=T_y-N_y-M_y-\lfloor M_y/2\rfloor-1\geqslant 1$,$L_{y_2}=L_{y_1}N_y+M_yN_y+M_y+N_y$,$M_y$和$N_y$为HFCPA阵列中任意一列的子阵阵元数。此外,需满足:当$N_x\leqslant 2M_x-1$时,$T_x\geqslant 2M_x+N_x-1+\lfloor M_x/2\rfloor$;当$N_x>2M_x-1$时$T_x\geqslant 2M_x+N_x+1+\lfloor M_x/2\rfloor$,当$N_y\leqslant 2M_y-1$时,$T_y\geqslant 2M_y+N_y-1+\lfloor M_y/2\rfloor$;当$N_y>2M_y-1$时$T_y\geqslant 2M_y+N_y+1+\lfloor M_y/2\rfloor$。则HFCPA的DCA可以表示为

$$D_{\mathrm{HFCPA}}=\left\{\boldsymbol{n}_{\mathrm{HFCPA}}^{(1)}-\boldsymbol{n}_{\mathrm{HFCPA}}^{(2)}\mid \boldsymbol{n}_{\mathrm{HFCPA}}^{(1)},\boldsymbol{n}_{\mathrm{HFCPA}}^{(2)}\in Q_{\mathrm{HFCPA}}\right\}=\left\{(v_x,v_y)\mid v_x\in\mathrm{diff}(T_x,T_x),v_y\in\mathrm{diff}(T_y,T_y)\right\}=$$
$$\left\{(v_x,v_y)\,\middle|\, v_x\in\left[-3M_x-N_x(T_x+1-N_x-\lfloor M_x/2\rfloor)+1,3M_x+N_x(T_x+1-N_x-\lfloor M_x/2\rfloor)-1\right]\right.$$
$$\left.v_y\in\left[-3M_y-N_y\left(T_y+1-N_y-\lfloor M_y/2\rfloor\right)+1,3M_y+N_y\left(T_y+1-N_y-\lfloor M_y/2\rfloor\right)-1\right]\right\}\tag{17}$$

由式(17)可知，D_{HFCPA}是无孔洞的，图6中HFCPA的差阵如图7所示，验证了该结论。

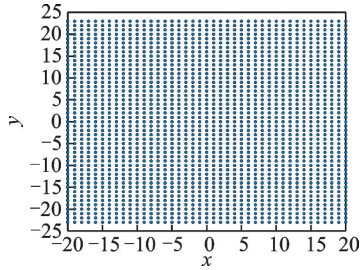


图7　无孔洞互质面阵的差阵

Fig.7　Difference coarray of HFCPA

2.3　最佳无孔洞互质面阵结构

在给定T_x和T_y的情况下，可以通过计算M_x和N_x的最优取值来获得最大的可实现连续DOF。由于所提HFCPA中T_x和T_y的结构相同，下面仅对T_x进行分析。对于一个给定的T_x，D_{HFCPA}中每一行的可实现连续DOF，由式(18)给出

$$\mathrm{DOF}_{\mathrm{HFCPA}x}=2(T_x+1-N_x-\lfloor M_x/2\rfloor)N_x+6M_x-1=$$
$$-2\left(N_x-\frac{1}{2}(T_x+1-\lfloor M_x/2\rfloor)\right)^2+\frac{1}{2}(T_x+1-\lfloor M_x/2\rfloor)^2+6M_x-1 \tag{18}$$

则当$N_x=(T_x+1-\lfloor M_x/2\rfloor)/2$时，可以取得式(18)的最大值。

当M_x为奇数时，其最优值可通过解决式(19)的优化问题得到

$$\begin{cases}\max\frac{1}{2}(T_x-(M_x-1)/2+1)^2+6M_x-1=\left((M_x-(2T_x-21))^2+96T_x-440\right)/8\\ \text{subject to}\quad 3\leqslant M_x<N_x\end{cases} \tag{19}$$

当$4<4T_x-45<T_x$时，$12<T_x<15$。当$T_x=13$和$T_x=14$时，可以分别得到$M_x=4T_x-45=7$和$M_x=4T_x-45=11$。根据式(15)，$L_{x_1}=T_x-N_x-M_x-\lfloor M_x/2\rfloor-1\geqslant 1$，可以得到$N_x\leqslant 1$和$N_x\leqslant -4$，这与$3\leqslant M_x<N_x$矛盾。因此若$M_x$为奇数，则其最优值为3。类似地，若$M_y$为奇数，则其最优值为3。

当M_x为偶数时，其最优值可通过解决式(20)的优化问题得到

$$\begin{cases}\max\frac{1}{2}(T_x+1-M_x/2+1)^2+6M_x-1=\left((M_x-(2T_x-22))^2+96T_x-488\right)/8\\ \text{subject to}\quad 4\leqslant M_x<N_x\end{cases} \tag{20}$$

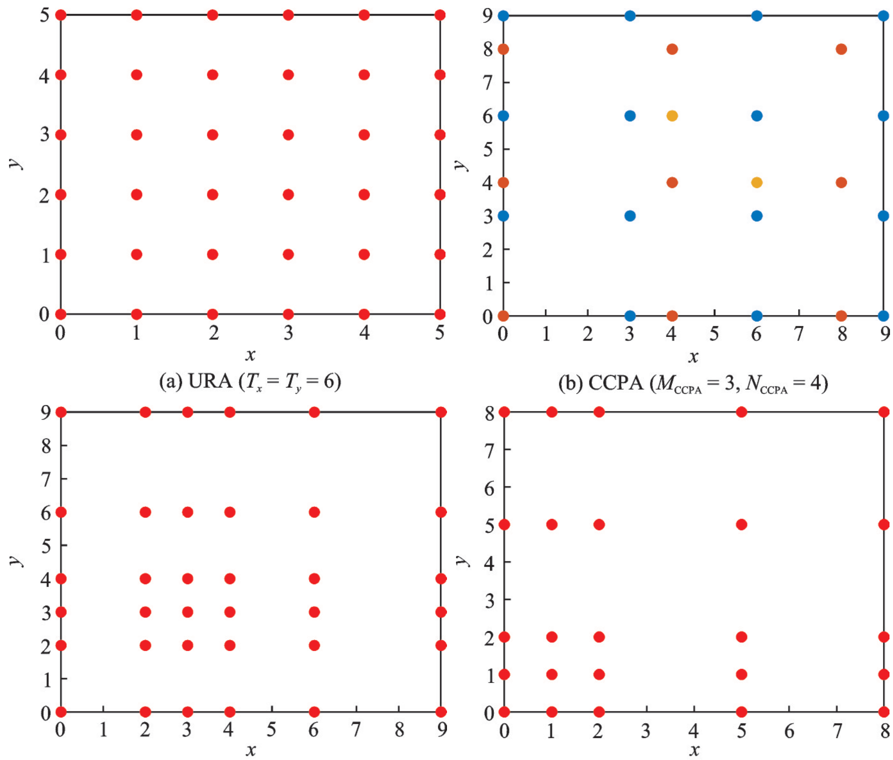
当$4<4T_x-48<T_x$时，$13<T_x<16$。当$T_x=14$和$T_x=15$时，可以分别得到$M_x=4T_x-48=8$和$M_x=4T_x-48=12$。根据式(15)，$L_{x_1}=T_x-N_x-M_x-\lfloor M_x/2\rfloor-1\geqslant 1$，可以得到$N_x\leqslant 1$和$N_x\leqslant -5$，这与$4\leqslant M_x<N_x$矛盾。因此若$M_x$为偶数，则其最优值为4。类似地，若$M_y$为偶数，则其最优值为4。

3　性能分析与仿真结果

本节选取URA[13](图8(a))，CCPA[18](图8(b))，SIRCA[19](图8(c))，嵌套面阵(Nested planar array，NPA)(图8(d))和本文所提的HFCPA进行性能比较，以验证所提HFCPA结构的优越性。

3.1　自由度

本文提出的阵列HFCPA的虚拟化之后DCA的连续范围是$(2U_x+1)\times(2U_y+1)$，其中$U_x=3M_x+N_x(T_x+1-N_x-\lfloor M_x/2\rfloor)-1$，$U_y=3M_y+N_y(T_y+1-N_y-\lfloor M_y/2\rfloor)-1$。URA在虚拟化之后DCA的连续范围[13]是$(2T_x-1)\times(2T_y-1)$；CPA(子阵阵元数满足$M_{\mathrm{CPA}}<N_{\mathrm{CPA}}$)在虚拟化之后DCA的连续范围[9]是$(2N_{\mathrm{CPA}}-1)^2$；CCPA在常规的CPA中增加两个额外的阵元$(N_{\mathrm{CPA}},KM_{\mathrm{CPA}})$和$(KM_{\mathrm{CPA}},N_{\mathrm{CPA}})$来填充差阵中的关键孔洞，其中$K=\lfloor N_{\mathrm{CPA}}/M_{\mathrm{CPA}}\rfloor+1$，在虚拟化之后DCA的连续范围[18]是$(2U_{\mathrm{CCPA}}+1)\times(2U_{\mathrm{CCPA}}+1)$，其中$U_{\mathrm{CCPA}}=N_{\mathrm{CPA}}+M_{\mathrm{CPA}}-1$；阵列SIRCA在虚拟化之后DCA



(a) URA ($T_x = T_y = 6$)　(b) CCPA ($M_{\mathrm{CCPA}} = 3, N_{\mathrm{CCPA}} = 4$)

(c) SIRCA ($M_x = 2, N_x = 3$)　(d) NPA ($N_1 = 2, N_2 = 3$)

图8　4种面阵的结构示例

Fig.8　Examples of four types of array structures

的连续范围[19]是$(2U_{\mathrm{SIRCA}}+1)\times(2U_{\mathrm{SIRCA}}+1)$,其中$U_{\mathrm{SIRCA}}=M_xN_x+M_x-1$;嵌套面阵NPA在虚拟化之后DCA的连续范围是$(2U_{\mathrm{NPA}}+1)\times(2U_{\mathrm{NPA}}+1)$,其中$U_{\mathrm{NPA}}=N_1N_2+N_2-1$,表1给出了不同阵列可实现连续DOF的对比,由表1可知,所提HFCPA结构极大提高了DCA的连续DOF。

表1　不同阵列可实现的连续自由度

Table 1　Achievable uniform DOF of different arrays

阵列	阵元配置Ⅰ	连续DOF	阵元配置Ⅱ	连续DOF
HFCPA	$T=289, M_x=M_y=3$ $N_x=N_y=8, T_x=T_y=17$	161×161	$T=169, M_x=M_y=3$ $N_x=N_y=5, T_x=T_y=13$	97×97
URA	$T=289, T_x=17, T_y=17$	33×33	$T=169, T_x=13, T_y=13$	25×25
CCPA	$T=291, M_{\mathrm{CCPA}}=8, N_{\mathrm{CCPA}}=15$	45×45	$T=171, M_{\mathrm{CCPA}}=5, N_{\mathrm{CCPA}}=12$	33×33
CPA	$T=289, M_{\mathrm{CPA}}=8, N_{\mathrm{CPA}}=15$	29×29	$T=169, M_{\mathrm{CPA}}=5, N_{\mathrm{CPA}}=12$	23×23
SIRCA	$T=289, M_x=3, N_x=14$	89×89	$T=169, M_x=3, N_x=10$	65×65
NPA	$T=289, N_1=7, N_2=10$	159×159	$T=169, N_1=4, N_2=9$	89×89

3.2　虚拟化效率

定义阵列的虚拟化效率为

$$E_{\mathrm{v}}=u_{\mathrm{DOF}}/T \tag{21}$$

式中:u_{DOF}为阵列DCA中的可实现连续自由度,T为DCA中虚拟阵元总数。图9为不同阵列的虚拟化效率对比图,可以看出,物理阵元相同时,本文提出的HFCPA结构可以获得最高的虚拟化效率。

3.3 二维 DOA 估计有效性

对 HFCPA 使用空间平滑的基于旋转不变性技术的参数估计方法(Estimating signal parameter via rotational invariance techniques, ESPRIT)算法[21]估计二维 DOA。仿真中的 HFCPA 参数设置满足($M_x=3, N_x=4, T_x=12$)和($M_y=3, N_y=4, T_y=14$)。假设有 $K=8$ 个信源分别从$(\theta_1,\phi_1)=(5^\circ,10^\circ)$,$(\theta_2,\phi_2)=(10^\circ,15^\circ)$,$(\theta_3,\phi_3)=(15^\circ,20^\circ)$,$(\theta_4,\phi_4)=(20^\circ,25^\circ)$,$(\theta_5,\phi_5)=(25^\circ,30^\circ)$,$(\theta_6,\phi_6)=(30^\circ,35^\circ)$,$(\theta_7,\phi_7)=(35^\circ,40^\circ)$,$(\theta_8,\phi_8)=(40^\circ,45^\circ)$入射到面阵上,SNR=10 dB,快拍数为 100,仿真 200 次。由图 10 可知该阵列的二维 DOA 估计结果集中在设置的信源方向附近,可以估计出正确结果。

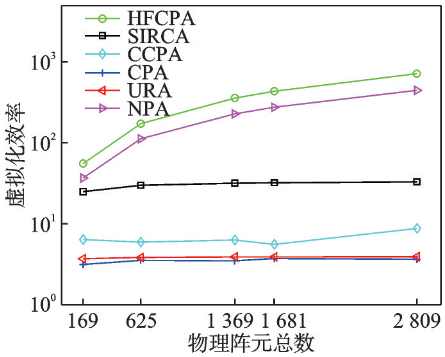


图 9 虚拟化效率对比

Fig.9 Comparison of virtualization efficiency

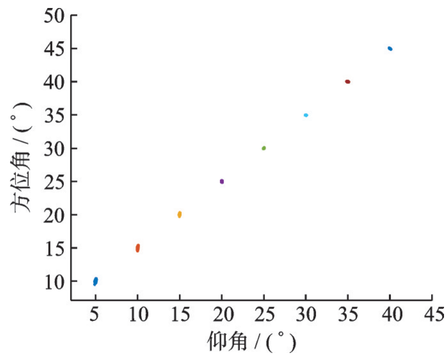


图 10 HFCPA 二维 DOA 估计

Fig.10 2D DOA estimation under HFCPA

3.4 互耦抑制性

为了量化表示阵列的互耦抑制性,定义权重函数为

$$\omega(\boldsymbol{m})=\left|\{(\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2)\in S^2 | \boldsymbol{n}_1-\boldsymbol{n}_2=\boldsymbol{m}\}\right| \tag{22}$$

式中:S 表示二维阵列的阵元位置集合,它的差阵表示为 D,权重函数 $\omega(\boldsymbol{m})$表示间隔为 $\boldsymbol{m}$ 的阵元组的数量,其中 $\boldsymbol{m}=[m_x, m_y]\in D$,在较小的阵元距离时有更小的权重函数的阵列可以显著降低相互耦合的影响[22]。

表 2 给出了不同阵列互耦抑制性。从表 2 可以看出,提出的阵列 HFCPA 的互耦抑制性高于 URA 和 NPA 阵列,但比 SIRCA 和 CCPA 阵列要差。这是因为为了达到无孔洞差阵的目标,在填补空洞时,最后增加了连续的密集阵元,这大大降低了互耦抑制的性能。

表 2 不同阵列互耦抑制性

Table 2 Mutual coupling of different arrays

阵列	阵元数	连续	$\omega(0,1)$	$\omega(1,0)$	$\omega(1,1)$	$\omega(1,-1)$
HFCPA	$T=289, M_x=M_y=3$ $N_x=N_y=8, T_x=T_y=17$	161×161	51	51	9	9
URA	$T=289, T_x=17, T_y=17$	33×33	272	272	256	256
NPA	$T=289, N_1=7, N_2=10$	159×159	119	119	49	49
SIRCA	$T=289, M_x=3, N_x=14$	89×89	38	38	4	4
CCPA	$T=291, M_{\mathrm{CCPA}}=8, N_{\mathrm{CCPA}}=15$	45×45	4	4	2	3

3.5 RMSE 对比

为了验证提出阵列在各种条件下的性能,定义均方根误差(Root mean square error, RMSE)[23]为 $\mathrm{RMSE}=\sum_{k=1}^{K}\left(\left(\sum_{i=1}^{C}\left((\hat{\phi}_{k,i}-\phi_k)^2+(\hat{\theta}_{k,i}-\theta_k)^2\right)\right)/C\right)^{0.5}/K$,其中 C 为试验模拟次数,$\hat{\phi}_{k,i}$ 为第 i 次试验中对

第k个入射方位角ϕ_k的估计值,$\hat{\theta}_{k,i}$为第i次试验中对第k个入射仰角θ_k的估计值,取$C=500$。为了公平起见,比较本文提出的HFCPA与SIRCA,URA以及CCPA的DOA估计性能时都采用空间平滑ESPRIT算法[21],其中采用的URA、SIRCA和HFCPA的物理阵元总数相同,均为144,由于没有参数使CCPA总阵元数为144,则考虑其使用146个物理阵元。HFCPA的参数为$M_x=3, N_x=4, T_x=12; M_y=3, N_y=4, T_y=12$;SIRCA的参数为$M_x=4, N_x=5$。URA的参数为$T_x=T_y=12$。CCPA的参数为$M_{\mathrm{CPA}}=8, N_{\mathrm{CPA}}=9$。

图11展示了所提HFCPA与URA、SIRCA及CCPA随着信噪比(Signal-to-noise ratio, SNR)变化的RMSE对比。如图11所示,在保持快拍数100的情况下,随着信噪比的增加,所有阵列都获得了更好的估计结果,所有的均方根误差都迅速下降,并在信噪比0 dB之后达到平稳水平。此外,在较宽的信噪比范围内,HFCPA结构比其他阵列实现了更小的RMSE。这表明同等条件下HFCPA结构的二维DOA估计性能优于URA、SIRCA及CCPA。

图12展示了所提HFCPA与URA、SIRCA及CCPA随着快拍数变化的RMSE对比。如图12所示,保持信噪比SNR=−5 dB,随着快拍数的增大,所有阵列都获得了更好的估计结果,所有的均方根误差都下降较快,直到快拍数达到200左右。此外,在较宽的快拍数范围内,HFCPA比其他阵列表现出更好的性能。

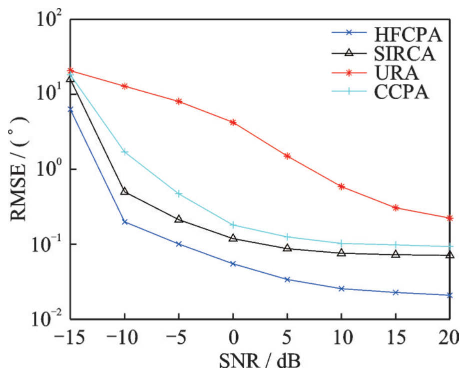


图11 随信噪比变化的RMSE对比

Fig.11 Comparison of RMSE versus SNR

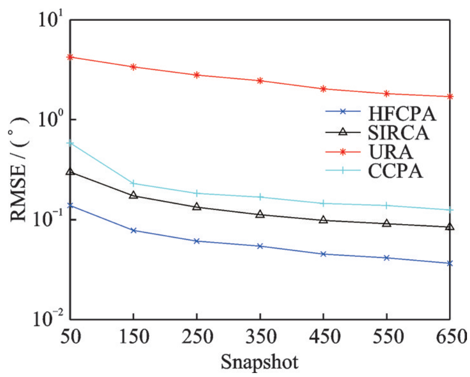


图12 随快拍数变化的RMSE对比

Fig.12 Comparison of RMSE versus snapshots

4 结束语

本文提出了一种HFCPA结构,它在虚拟化之后可以得到无孔洞的差阵。首先对传统互质线阵的两个子阵位移形成CADiS,然后重新组装并填充一些阵元,使得线阵能在虚拟化后形成一个HFCA,最后使水平(垂直)方向的阵列都满足上述HFCA,这样得到的面阵HFCPA就可以形成无孔洞的差阵DCA。此外,对于给定阵元数的情况,给出了可以获得最大连续DOF的最佳HFCPA结构。尽管HFCPA结构在自由度的性能上有很大的提升,但是为了达到无孔洞的目的,必须在边缘构造的连续物理阵元影响了互耦抑制性,今后会继续在此方面研究,进一步改进其互耦抑制性。最后仿真验证了HFCPA在连续自由度、虚拟化效率和二维DOA估计等方面优于传统的URA、CCPA、SIRCA。

参考文献:

[1] 殷冰洁,徐友根,刘志文.基于COLD阵列的联合稀疏重构信号DOA估计方法[J].数据采集与处理,2018,33(1):89-92.
YIN Bingjie, XU Yougen, LIU Zhiwen. DOA estimation with COLD array using joint sparse reconstruction[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2018, 33(1): 89-92.

[2] 陈未央, 徐乐, 张小飞. 基于快速平行因子分解的声矢量传感器阵二维 DOA 估计[J]. 南京航空航天大学学报, 2021,53(1): 130-135.
CHEN Weiyang, XU Le, ZHANG Xiaofei. Two-dimensional DOA estimation algorithm for acoustic vector-sensor array via fast PARAFAC decomposition method[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2021, 53(1): 130-135.

[3] 周博,马欣怡,况婷妍,等. 电磁频谱空间态势认知新范式:频谱语义和频谱行为[J]. 数据采集与处理,2022,37(6): 1198-1207.
ZHOU Bo, MA Xinyi, KUANG Tingyan, et al. New paradigm of electromagnetic spectrum space situation cognition: Spectrum semantic and spectrum behavior[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2022, 37(6): 1198-1207.

[4] FRIEDLANDER B, WEISS A J. Direction finding in the presence of mutual coupling[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1991, 39(3): 273-284.

[5] 张宇乐, 胡国平, 周豪, 等. 高自由度低互耦的广义二阶嵌套 MIMO 雷达 DOA 估计[J]. 系统工程与电子技术, 2021, 43(10): 2819-2827.
ZHANG Yule, HU Guoping, ZHOU Hao, et al. DOA estimation of generalized two-level nested MIMO radar with high degree of freedom and low mutual coupling[J]. Systems Engineering and Electronics, 2021, 43(10): 2819-2827.

[6] PAL P, VAIDYANATHAN P P. Nested arrays in two dimensions, part I: Geometrical considerations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(9): 4694-4705.

[7] ZHENG Z, WANG W Q, KONG Y, et al. MISC array: A new sparse array design achieving increased degrees of freedom and reduced mutual coupling effect[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(7): 1728-1741.

[8] ZHENG Z, FU M, WANG W Q, et al. Localization of mixed near-field and far-field sources using symmetric double-nested arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2019, 67(11): 7059-7070.

[9] MA P, LI J, XU F, et al. Hole-free coprime array for DOA estimation: Augmented uniform coarray[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2020, 28: 36-40.

[10] ZHENG W, ZHANG X, WANG Y, et al. Padded coprime arrays for improved DOA estimation: Exploiting hole representation and filling strategies[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68: 4597-4611.

[11] MOGHADAM G S, SHIRAZI A B. Direction of arrival (DOA) estimation with extended optimum coprime sensor array (EOCSA)[J]. Multidimensional Systems and Signal Processing, 2022, 33(1): 17-37.

[12] LIU S, MAO Z, ZHANG Y D, et al. Rank minimization-based toeplitz reconstruction for DOA estimation using coprime array [J]. IEEE Communications Letters, 2021, 25(7): 2265-2269.

[13] HEIDENREICH P, ZOUBIR A M, RUBSAMEN M. Joint 2-D DOA estimation and phase calibration for uniform rectangular arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(9): 4683-4693.

[14] HE Z, LIU S, LIU X, et al. Two-dimensional adaptive beamforming based on atomic-norm minimization[C]//Proceedings of IEEE International Symposium on Phased Array Systems & Technology (PAST). Waltham: IEEE, 2022: 1-5.

[15] WU Q, SUN F, LAN P, et al. Two-dimensional direction of arrival estimation for co-prime planar arrays: A partial spectral search approach[J]. IEEE Sensors Journal, 2016, 16(14): 5660-5670.

[16] ZHANG D, ZHANG Y, ZHENG G, et al. Two-dimensional direction of arrival estimation for coprime planar arrays via polynomial root finding technique[J]. IEEE Access, 2018, 6: 19540-19549.

[17] ZHENG W, ZHANG X, ZHAI H. Generalized coprime planar array geometry for 2-D DOA estimation[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(5): 1075-1078.

[18] YANG X, WANG Y, CHARGÉ P. Hole locations and a filling method for coprime planar arrays for DOA estimation[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 25(1): 157-160.

[19] ADHIKARI K, DROZDENKO B. Symmetry-imposed rectangular coprime and nested arrays for direction of arrival estimation with multiple signal classification[J]. IEEE Access, 2019, 7: 153217-153229.

[20] QIN S, ZHANG Y D, AMIN M G. Generalized coprime array configurations for direction-of-arrival estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(6): 1377-1390.

[21] ROY R, KAILATH T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1989, 37(7): 984-995.

[22] LIU C L, VAIDYANATHAN P P. Super nested arrays: Linear sparse arrays with reduced mutual coupling—Part I:

Fundamentals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(15): 3997-4012.

[23] XU K, NIE W, FENG D, et al. A multi-direction virtual array transformation algorithm for 2D DOA estimation[J]. Signal Processing, 2016, 125: 122-133.

作者简介:

刘军(1978-),男,高级工程师,研究方向:信息系统、电力系统通信、无线通信,E-mail: wen_che@sohu.com。

张华乐(1991-),男,工程师,研究方向:信息系统、电力系统通信、无线通信。

冯宝(1984-),男,高级工程师,研究方向:电力系统通信、量子保密通信、无线通信。

卞宇翔(1990-),男,工程师,研究方向:电力系统通信、量子保密通信。

韩盛欣来(1999-),**通信作者**,女,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理,E-mail: hanshengxinlai@nuaa.edu.cn。

张小飞(1977-),男,教授,博士生导师,研究方向:阵列信号处理,移动通信技术。

(编辑:陈珺)