

面向非平稳海杂波的信号处理方法研究进展

傅彬, 柏业超

(南京大学电子科学与工程学院, 南京 210023)

摘要: 在海杂波背景的信号检测问题中, 由于海杂波具有明显的非平稳特性, 其统计特性随时间改变, 传统的统计信号处理方法无法取得最优效果。现有的非平稳信号处理方法主要包括基于统计模型的方法和基于时间序列分析的方法。从统计模型的角度出发, 目前最常用的是使用复合高斯 (Compound Gaussian, CG) 分布对海杂波进行建模。从时间序列分析的角度出发, 目前有使用时变自回归 (Time-varying autoregressive, TVAR) 模型、广义自回归条件异方差 (Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity, GARCH) 模型、随机波动 (Stochastic volatility, SV) 模型等对非平稳信号进行建模的方法。本文对上述非平稳信号处理方法进行对比研究, 并通过仿真实验验证其运用在海杂波背景下信号检测问题中的可行性。上述方法均可以一定程度上准确描述海杂波的部分特性, 但是难以通过这些方法设计易于实现的检测器, 还需进一步研究面向海杂波背景下检测问题的非平稳信号建模表征方法。

关键词: 海杂波; 非平稳信号; 复合高斯分布; 基于时间序列分析的方法

中图分类号: TN911 **文献标志码:** A

Research Progress of Signal Processing Methods for Nonstationary Sea Clutter

FU Bin, BAI Yechao

(School of Electronic Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210023, China)

Abstract: With regard to signal detection problems in sea clutter background, traditional methods can not achieve optimal performance due to that sea clutter is an example of nonstationary signal and its statistical characteristics vary over time. The existing nonstationary signal processing methods mainly include two categories: methods based on statistical models and methods based on time series analysis. From a statistical point of view, the most commonly used method is modeling sea clutter by compound Gaussian (CG) distribution. From the perspective of time series analysis, there are many models to describe nonstationary signals including time-varying autoregressive (TVAR) model, generalized autoregressive conditional heteroskedasticity (GARCH) model and stochastic volatility (SV) model. We make comparisons of these methods mentioned above and evaluate if they could be applied to detection in sea clutter background. All of the methods can accurately describe part of the characteristics of a nonstationary sea clutter signal to some extent. However, there exist difficulties if we try to design easy-to-implement detectors. Further research about modeling the characteristics of nonstationary signals is needed for signal detection in sea clutter background.

Key words: sea clutter; nonstationary signal; compound gaussian (CG) distribution; methods of time series analysis

引 言

海杂波是一种常见的非平稳信号,在传统的低分辨率雷达系统中,分辨单元内的散射体数量巨大,根据中心极限定理,可以将海杂波建模为复高斯模型,其幅度服从瑞利分布;但是现代雷达系统距离分辨率不断提高,并且在低掠射角下,单个分辨单元内不再有大量的散射体,不再适用中心极限定理,海杂波呈现出明显的非高斯性,其幅度呈现出重拖尾的特征,统计特性偏离瑞利分布^[1]。

在信号检测问题中,通常假设背景噪声是平稳的。在假设检验理论中,对应每种假设的概率密度函数(Probability density function, PDF)均是完全已知时,称其为简单假设,而更为复杂的假设的PDF具有未知参数。简单假设检验的基本方法大多是基于奈曼皮尔逊(Neyman-Pearson, NP)准则的经典方法和基于使贝叶斯风险最小的贝叶斯方法,具体使用过程中需要根据先验知识来进行合理的选择。声呐和雷达系统中多用NP准则,而通信和模式识别中多用贝叶斯风险最小准则。

给定虚警概率,使检测概率最大的检测器是由NP准则得到的似然比检验(Likelihood ratio test, LRT)器,其检测门限由虚警概率约束得到。指定假设出现的先验概率,作为贝叶斯检测器的一种特例,可以推出最小错误概率检测器,当两个假设的先验概率相等时,该检测器倾向于选择具有更大条件似然的假设,也就是最大似然(Maximum likelihood, ML)检测器,更为一般的,使错误概率最小的检测器成为最大后验概率(Maximum a posteriori probability, MAP)检测器,最小错误概率准则也是贝叶斯风险的推广。

对于高斯噪声中的确定信号检测问题,匹配滤波器是该情况下的最优检测器。对于随机信号的检测问题,一个很好的方法是假定其是一个协方差结构已知的随机过程。对于高斯白噪声(White Gaussian noise, WGN)中的零均值高斯信号,NP检测器是能量检测器;推广到允许任意协方差矩阵结构时,NP检测器将接受到的数据与信号的估计值进行相关运算,因此又称估计器-相关器;当随机信号有更多其他先验时,以估计器-相关器为基础能够得到一系列更好的检测器。

在简单假设情况下,应用NP准则可以设计出最佳检测器,但是在实际应用场景中,假设PDF通常是不完全已知的,一般可以对PDF的形式做出比较符合实际的假设,但是其参数未知。在单边检验中,一致最大势(Uniformly most powerful, UMP)检验有最大的检测概率。但是UMP很少存在。UMP不存在时,如果对未知参数指定先验,应用贝叶斯方法可以得到贝叶斯检测器,此时需要计算多重积分;用最大似然估计(Maximum likelihood estimation, MLE)取代未知参数,可以得到广义似然比(Generalized likelihood ratio test, GLRT)检测器。其他例如Wald检验和Rao检验,其渐近统计特性均与GLRT相同^[2]。

以上的信号检测问题均基于假设检验理论,对于信号的PDF以及参数的先验需要做出前提假设,基于前提假设提出检测器,这要求信号至少是广义平稳的,有不变的均值和协方差结构。但是实际应用中,许多场景下的信号是非平稳的,以上提到的经典检测器中若直接使用会产生很大的性能损失。

面对雷达信号受杂波干扰的问题,张金玉等^[3]提出了一种气象雷达地杂波仿真方法,但是与地杂波相比海杂波具有强烈的非平稳性,无法直接进行算法迁移。和洁等^[4]提出一种机载雷达杂波抑制的级联降维空时自适应算法,沈明威等^[5]针对机载雷达近程杂波抑制提出了一种高效俯仰向空域自适应处理算法,但是由于海杂波的非平稳性,直接应用这些算法会有很大的性能损失。虽然海杂波长时间看是非平稳的,但是短时间内变化不大,可以近似看作是平稳的,根据其形成的物理机制可以重新设计合

适的PDF描述它,可以通过使用几种常用PDF重新构造复合分布来实现。依据海杂波的形成机制,可以将其描述为空间上变化的大量散射体组合成的海浪结构构成的纹理分量以及每个距离单元内大量微小散射体构成的散斑分量的乘积。其中,散斑分量可以认为是一个零均值复高斯随机变量,纹理分量可以认为是一个非负随机变量,该乘积分布称为复合高斯(Compound Gaussian, CG)分布。

在时间序列分析中,使用最多的是自回归移动平均(Autoregressive moving average, ARMA)模型,在海杂波中,雷达信号普遍都是零均值的,可以抛弃移动平均项,仅仅考虑自回归(Autoregressive, AR)模型。一个AR模型能被均值、自回归系数和噪声方差3个参数完全描述,进而可以推出,AR模型有稳定的渐近分布,该分布是由其3个参数唯一确定的一个高斯分布。显然,AR模型能很好地描述信号的时间序列关系,但其本质上是一个平稳过程。如果要使AR过程能够描述非平稳特性,一个实现方法是使其参数也随时间变化,建立一种时变自回归(Time-varying autoregressive, TVAR)模型^[6],这样一个时间序列的二阶矩会随着AR系数的变化而变化,从而可以用此描述非平稳过程。如果对AR系数施加某种约束,将其转写为状态转移方程形式,就可以使用卡尔曼滤波器(Kalman filter, KF)对其进行参数估计。

考虑到非平稳信号的二阶矩随时间改变,有许多描述时变方差的建模方法被提出^[7],例如自回归条件异方差(Autoregressive conditional heteroskedasticity, ARCH)模型、广义自回归条件异方差(Generalized ARCH, GARCH)模型、随机波动(Stochastic volatility, SV)模型等,它们将时变方差建模为依赖滞后变量的条件方差模型。ARCH模型将条件方差建模为依赖数据新息的AR模型,用新息滞后项的线性组合描述当前时刻的条件方差。GARCH模型是ARCH模型的一种重要推广,类似于从AR模型到ARMA模型的推广,GARCH模型将条件方差建模为依赖数据新息和自身的ARMA模型,用新息滞后项和自身滞后项的线性组合来表示当前时刻的条件方差,而BEKK(Baba, Engle, Kraft, and Kroner)模型和修正动态条件相关(Corrected dynamic conditional correlation, cDCC)模型^[8]是GARCH模型在多变量下的两种重要推广。在GARCH模型中,只有观测数据有新息的加入,而对条件方差本身,也可以假定其有新息的加入,于是可以得到SV模型^[9],由于SV模型相比GARCH模型多一项新息,模型的自由度得到了很大提高,但是模型的参数估计也变得更加困难。

此外,近年来还有很多学者从许多角度提出了对非平稳信号的处理方法。Bailey等^[10]尝试在对数欧几里得黎曼流形上使用小波变换去噪的方法对时变协方差矩阵进行建模。Zhao等^[11]提出了一种堆叠卷积序列自回归编码网络,并尝试用其提取时间序列的时变方差特征。Fermanian等^[12]就时变协方差矩阵估计问题比较了几种基于模型的方法和基于数据的方法,并分别分析了各种方法优劣。Zheng等^[13]基于Cholesky分解提出了一种得分驱动的大尺度时变协方差矩阵建模方法。

非平稳信号的处理方法大致有基于统计模型的方法和基于时间序列分析的方法。基于统计的方法主要假设非平稳信号在短时期内统计特性变化不大,将其近似为平稳信号进行处理,但是试图用确定的概率分布描述非平稳信号的方法会丢失时间序列的前后相关性。基于时间序列分析的方法主要是对变化的二阶矩进行建模,有许多建模方法被提出,各类模型均互有优劣,但是往往难以在模型自由度和模型参数估计难度方面进行权衡。

1 基于统计模型的方法

对于非平稳信号处理问题,尽管其统计特性随时间改变,但是在较短的时间内,可以认为其统计特性变化不大,近似地将其作为平稳信号处理,并尝试描述其短时统计特性。

传统非相参雷达主要基于回波的幅度或者功率进行目标检测。Zhou等^[14]结合单元平均恒虚警检测、最大选择恒虚警检测和序贯统计恒虚警检测方法的优点,提出了一种加权幅度迭代恒虚警检测方法。相参雷达往往能获得比非相参雷达更好的检测性能,但是需要根据具体的统计模型设计对应的检

测器。Tao等^[15]对比研究了几种基于不同统计模型的海杂波协方差矩阵估计方法,并分别评估了其估计精度和计算效率。Orlando等^[16]对未知协方差噪声中的多维子空间信号检测问题,提出了有关自适应子空间检测问题的统一理论。Wu等^[17]基于NP准则的优化问题,设计了一种局部度量张量,提出了一种自适应矩阵信息几何检测器。Lu等^[18]基于随机矩阵理论提出了一种两步检验方法。同样基于随机矩阵理论,Gao等^[19]提出了一种少快照数低信噪比情况下的改进加权子空间拟合方法。Guo等^[20]基于K近邻算法设计了一种基于异常的海面小目标检测方法。Yan等^[21]提出了一种基于非线性预处理系统的海面微弱移动目标的相干检测方法。Yang等^[22]基于厄米特正定矩阵黎曼流形降维方法设计了一种增强矩阵恒虚警检测器,他们在后续研究中又提出了一种基于流形投影的子代矩阵信息几何检测方法^[23]。以上方法往往需要对非平稳海杂波的统计特性做出先验假设,因此对海杂波的统计特性的准确建模是一个重要的研究内容。

复合高斯分布模型是最常用来描述高分辨率雷达在低掠射角下海杂波统计特性的模型,它同时描述了杂波的幅度分布和脉间相关性。复合高斯分布模型可表示为空间上变化的大量散射体组合成的海浪结构构成的纹理分量 $\tau(n)$ 与每个距离单元内大量微小散射体构成的散斑分量 $\mathbf{u}(n)$ 的乘积,即

$$\mathbf{c}(n) = \sqrt{\tau(n)} \mathbf{u}(n) \quad (1)$$

在雷达的一个相干处理时间(Coherent processing interval, CPI)内,该复合高斯模型可以简化为球不变随机向量(Spherically invariant random vector, SIRV)模型^[24],此时的纹理分量 $\tau(n)$ 可以简化为一个非负的随机变量 τ ,复合高斯分布简化为

$$\mathbf{c}(n) = \sqrt{\tau} \mathbf{u}(n) \quad (2)$$

式中: \mathbf{u} 为零均值复高斯随机向量, τ 为非负随机变量,其PDF表示为 $p_\tau(\tau)$ 。

用 $\mathbf{M} = E(\mathbf{u}\mathbf{u}^H)$ 表示 \mathbf{u} 的协方差矩阵,给定 τ 时, \mathbf{c} 的条件PDF为

$$p_{c|\tau}(\mathbf{c}|\tau) = \frac{1}{(\pi\tau)^N |\mathbf{M}|} \exp\left(-\frac{\mathbf{c}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}}{\tau}\right) \quad (3)$$

式(3)对 τ 求期望就可以得到 \mathbf{c} 的PDF为

$$p_c(\mathbf{c}) = E_\tau[p_{c|\tau}(\mathbf{c}|\tau)] = \int_0^\infty \frac{1}{(\pi\tau)^N |\mathbf{M}|} \exp\left(-\frac{\mathbf{c}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}}{\tau}\right) p_\tau(\tau) d\tau \quad (4)$$

对其进行形式变换可得

$$p_c(\mathbf{c}) \equiv C_{N,g} |\mathbf{M}|^{-1} g(\mathbf{c}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{c}) \quad (5)$$

式中: $C_{N,g}$ 为归一化常数, $g(x)$ 为概率密度生成器,形式为

$$g(x) = \int_0^\infty \tau^{-N} \exp\left(-\frac{x}{\tau}\right) p_\tau(\tau) d\tau \quad (6)$$

复合高斯分布的一个重要特性是渐近一致性,即 \mathbf{c} 中某一元素的边缘PDF是具有相同纹理分量的复合高斯分布。简单起见,假设预处理时进行了归一化,那么杂波的幅度 r 的PDF为

$$p_r(r) = C_{1,g} \cdot 2\pi r \cdot g_1(r^2) \quad (7)$$

对于高分辨率雷达低掠射角下的海杂波统计特性建模,其纹理分量的选取主要有伽马分布^[25]、逆伽马分布^[26]和逆高斯分布^[27]等。

当纹理分量服从形状参数为 ν 的伽马分布时,其PDF为

$$p_\tau(\tau; \nu) = \text{Gamma}(\nu, \nu) = \frac{\nu^\nu}{\Gamma(\nu)} \tau^{\nu-1} e^{-\nu\tau} \quad (8)$$

杂波幅度此时服从 K 分布

$$p_r(r) = \frac{2\sqrt{\nu} r}{2^{\nu-1}\Gamma(\nu)} (2\sqrt{\nu} r)^{\nu} K_{\nu-1}(2\sqrt{\nu} r) \quad (9)$$

当纹理分量服从形状参数为 ν 的逆伽马分布时,其PDF为

$$p_r(\tau; \nu) = \text{Inv-Gamma}\left(\frac{\nu}{2}, \frac{\nu-2}{2}\right) = \frac{1}{\left(\frac{2}{\nu-2}\right)^{\frac{\nu}{2}} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \tau^{-\frac{\nu+2}{2}} e^{-\frac{\nu-2}{2\tau}} \quad (10)$$

杂波的幅度服从广义帕累托分布

$$p_r(r) = \frac{2\nu r}{\nu-2} \left(1 + \frac{2r^2}{\nu-2}\right)^{-\frac{\nu+2}{2}} \quad (11)$$

当纹理分量服从形状参数为 λ 的逆高斯分布时,其PDF为

$$p_r(\tau; \lambda) = \text{IG}(1, \lambda) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}} \tau^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{\lambda(\tau-1)^2}{2\tau}} \quad (12)$$

杂波幅度服从的分布为

$$p_r(r) = 2^{\frac{3}{2}} \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\pi}} e^{\lambda r} \left(\sqrt{1 + \frac{2r^2}{\lambda}}\right)^{-\frac{3}{2}} K_{\frac{3}{2}}\left(\lambda \sqrt{1 + \frac{2r^2}{\lambda}}\right) \quad (13)$$

但是使用复合高斯分布对海杂波进行建模在进一步设计检测器时会遇到困难。可以验证逆高斯纹理分量的复合高斯分布能够最准确地描述海杂波的概率密度,但是观测其表达式可以发现其形式过于复杂,涉及第2类贝塞尔函数的计算,难以设计快速的工程实现方法。

2 基于时间序列分析的方法

对时间序列的建模方法,主要有线性模型(如ARMA模型)、含周期变化的季节模型、长记忆模型、波动率模型(如GARCH模型、SV模型)等,这些建模方法也都有相应的多元推广形式。对于非平稳海杂波信号,一个很重要的问题是对其变化的方差或者协方差结构进行建模。

Kadir^[28]从贝叶斯推理的角度对AR模型进行了详细的论述。Songsiri等^[29]对AR模型给出了图模型表示方法,在条件独立约束下使用高斯自回归模型拟合时间序列。Dendramis等^[30]基于稀疏大协方差矩阵正则化技术提出了一种大样本时变协方差矩阵估计方法。Kang等^[31]考虑了一种阶数平均Cholesky对数GARCH模型,基于改进Cholesky分解的向量正交变换提出了一种时变协方差矩阵估计方法。Wiesel等^[32]基于ARMA模型的带状协方差结构,提出了一种小样本情况下的大协方差矩阵估计方法。Caporin等^[33]详细分析了基于多维GARCH模型的BEKK模型和DCC模型之间的差异并对模型的选取问题给出了一些结论性意见。Chib等^[34]对高维多元SV模型进行了分析,包括估计、滤波和模型选择问题。Pitt等^[35]基于标准SV模型提出了一种因子模型,在大数据量情况下时变协方差矩阵的演化给出了简约表示方法。Chan等^[36]基于贝叶斯原理对VAR模型和SV模型进行了比较,并提出了相应的抽样算法。Abanto-Valle^[37]基于SV模型对重拖尾分布提出了一种最大似然估计方法。上述方法均意在从时间序列分析的角度建模非平稳过程。

2.1 TVAR模型

由于海杂波的非平稳性,直接使用AR模型对其进行建模并不合适。由于海杂波可以视为时变协方差结构的时间序列,考虑使用一种系数随时间改变的AR模型,即TVAR模型来建模该时间序列,该

模型需要对 AR 系数施加光滑约束,简单来讲,AR 系数不应跳变。

光滑先验起源于 Whittaker^[38]在 1922 年提出的光滑问题。Shiller^[39]于 1973 年在计量经济学数据的脉冲响应和分布滞后建模中首先提出了光滑先验。Akaike^[40]在其工作上继续进行研究,最终解决了 Whittaker 提出的问题。

考虑以下公式

$$y(n) = f(n) + \varepsilon(n) \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (14)$$

式中: $\varepsilon(n)$ 为独立同分布 (Independent identically distribution, i.i.d.) 的、服从未知方差的零均值高斯分布, $f(n)$ 为一个未知的光滑函数。光滑问题的目标就是估计 $f(n)$ 。Whittaker 提出这一问题需要在观测数据和估计目标的一个差分约束下寻求平衡。对于 k 阶差分约束,有如下的优化问题

$$\min_{f(n)} \left\{ \sum_{n=1}^N [y(n) - f(n)]^2 + \lambda^2 \sum_{n=1}^N [\nabla^k f(n)]^2 \right\} \quad (15)$$

式中:第 1 项意在使估计目标贴近观测数据;第 2 项为光滑约束,由 λ 决定光滑程度,显然,当 $\lambda = 0$ 时, $f(n) = y(n)$ 。对于已经确定的 k 和 λ ,这个优化问题可以归类到以下最小二乘问题

$$\min_f \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \lambda \mathbf{D}_k \end{bmatrix} \mathbf{f} \right\|^2 \quad (16)$$

式中 \mathbf{D}_k 是与差分约束对应的 $N \times N$ 矩阵。这一问题的解是

$$\mathbf{f} = (\mathbf{I} + \lambda^2 \mathbf{D}_k^T \mathbf{D}_k)^{-1} \mathbf{y} \quad (17)$$

同时残差平方和 (Sum of squares due to error, SSE) 为

$$\begin{aligned} \text{SSE}(\lambda, k) &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{f}^T (\mathbf{I} + \lambda^2 \mathbf{D}_k^T \mathbf{D}_k)^{-1} \mathbf{y} \\ \sigma^2 &= \frac{\text{SSE}(\lambda, k)}{N} \end{aligned} \quad (18)$$

Shiller^[39]和 Akaike^[40]在此基础上继续进行了研究。考虑

$$\pi(\mathbf{f} | \mathbf{y}, \lambda, \sigma^2) \propto p(\mathbf{y} | \mathbf{f}, \sigma^2) \pi(\mathbf{f} | \lambda, \sigma^2) = \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N [y(n) - f(n)]^2 \right\} \cdot \exp \left\{ -\frac{\lambda^2}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N [\nabla^k f(n)]^2 \right\} \quad (19)$$

这是 \mathbf{f} 的条件后验概率, $p(\mathbf{y} | \mathbf{f}, \sigma^2)$ 是 \mathbf{y} 的条件 PDF, $\pi(\mathbf{f} | \lambda, \sigma^2)$ 是 \mathbf{f} 的先验。其似然函数为

$$L(\lambda, \sigma^2, k) = \int p(\mathbf{y} | \mathbf{f}, \sigma^2) \pi(\mathbf{f} | \lambda, \sigma^2) d\mathbf{f} \quad (20)$$

更进一步有

$$-2 \ln L(\lambda, k) = N \ln \frac{1}{N} \text{SSE}(\lambda, k) + \ln |\mathbf{I} + \lambda^2 \mathbf{D}_k^T \mathbf{D}_k| - \ln |\lambda^2 \mathbf{D}_k^T \mathbf{D}_k| \quad (21)$$

对于式 (21),需要对 λ 和 k 两个参数求最小化。

前面光滑先验求解的复杂度为 $O(N^3)$ 。通过将光滑先验的差分约束转换为状态空间信号模型,可以使用卡尔曼滤波方法求解,从而得到复杂度为 $O(N)$ 的解法。以二阶差分约束为例,状态空间转移方程为

$$\begin{cases} \mathbf{x}(n) = \mathbf{F}\mathbf{x}(n-1) + \mathbf{G}\mathbf{w}(n) \\ \mathbf{y}(n) = \mathbf{H}\mathbf{x}(n) + \varepsilon(n) \end{cases} \quad (22)$$

其中

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}(n) = \begin{bmatrix} f(n) \\ f(n-1) \end{bmatrix} \\ F = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ H = [1 \quad 0] \end{array} \right. \quad (23)$$

式中: $\mathbf{w}(n)$ 和 $\epsilon(n)$ 被认为均是 i.i.d. 的零均值高斯噪声, 协方差分别为 $\text{diag}(\tau^2)$ 和 σ^2 。对于此形式的状态空间转移方程, 可以直接利用卡尔曼滤波器求解, 复杂度为 $O(N)$ 。

接下来考虑一个系数时变的 AR 过程 TVAR(m)

$$z(n) = \sum_{i=1}^m a(i, n) z(n-i) + \epsilon(n) \quad (24)$$

其 AR 系数 $a(i, n)$ 被认为是缓慢变化的。一个比较自然的约束是差分约束, 意在使其不会跳变, 这也符合实际, 于是有

$$\nabla^k a(i, n) = \eta(i, n) \quad (25)$$

式中: $\eta(i, n)$ 是零均值高斯噪声序列, 方差为 $\tau_{i,n}^2 = \tau^2$ 。在 $k=1, 2, 3$ 时, 分别有

$$\left\{ \begin{array}{ll} a(i, n) = a(i, n-1) + \delta(i, n) & k=1 \\ a(i, n) = 2a(i, n-1) - a(i, n-2) + \delta(i, n) & k=2 \\ a(i, n) = 3a(i, n-1) - 3a(i, n-2) + a(i, n-3) + \delta(i, n) & k=3 \end{array} \right. \quad (26)$$

现在的目标是估计该 TVAR(m) 过程的系数 $a(i, n)$ 。使用状态转移方差来描述该 TVAR(m) 过程, 以 $k=2$ 举例, 有

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}(n) = [a(1, n), a(2, n), \dots, a(m, n), a(1, n-1), a(2, n-1), \dots, a(1, n-1), \dots, a(m, n-k+1)]^T \\ F = \begin{bmatrix} 2I_m & -I_m \\ I_m & 0 \end{bmatrix} \\ G = \begin{bmatrix} I_m \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{w}(n) = [\delta(1, n), \delta(2, n), \dots, \delta(m, n)]^T \sim N(0, \text{diag}(\tau^2)) \\ H(n) = [z(n), z(n-1), \dots, z(n-m), 0, \dots, 0] \\ \epsilon(n) \sim N(0, \sigma^2) \end{array} \right. \quad (27)$$

如此, 就可以将该 TVAR(m) 模型变换为状态空间转移方程的形式, 使用卡尔曼滤波器就可以求解其时变系数。

使用 TVAR 模型可以估计出一个非平稳信号的时变 AR 系数序列。但是涉及到非平稳海杂波背景下的信号检测问题时, 需要进一步考虑如何使用时变 AR 系数序列设计检测器, 该问题仍需进一步研究。

2.2 GARCH 模型

对于非平稳海杂波信号, 一个重要特征是其协方差结构随时间变化, 需要考虑对其时变协方差结

构进行建模的方法。考虑一个时间序列 $\{r_t\}$, 并假设其严平稳遍历, 令

$$\begin{cases} F_t = \sigma(\{r_s; s < t\}) \\ \mu_t = E(r_t|F_{t-1}) \\ a_t = r_t - E(r_t|F_{t-1}) = r_t - \mu_t \end{cases} \quad (28)$$

式中 $\{a_t\}$ 是 $\{r_t\}$ 的新息序列。显然有

$$\begin{cases} E(a_t|F_{t-1}) = 0 \\ \text{Var}(r_t|F_{t-1}) = \text{Var}(a_t|F_{t-1}) \end{cases} \quad (29)$$

对于概率密度函数 $p(r_t|F_{t-1})$, 其均值可以用 ARMA 模型建模, 另外也需要对其方差进行建模。

Engle^[41] 首先提出了 ARCH 模型, 他将条件标准差称为波动率, 并对波动率提出了理论模型。若满足如式 (30) 关系, 称时间序列 $\{a_t\}$ 满足 ARCH(m) 模型。

$$\begin{cases} a_t = \sigma_t e_t \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 \end{cases} \quad (30)$$

式中 $\{e_t\}$ 是零均值单位方差的 i.i.d. 噪声, $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^m \alpha_i < 1$ 。

在 ARCH 模型的右侧, 只有新息序列滞后项的线性组合没有新增随机扰动, 所以称其为确定性的波动率模型, 这意味着可以用过去的时间序列唯一确定下一时刻的条件方差。

Bollerslev^[42] 提出了 ARCH 模型的一种重要推广, 称为 GARCH 模型。若满足如式 (31) 关系, 称时间序列 $\{a_t\}$ 满足 GARCH(m, s) 模型。

$$\begin{cases} a_t = \sigma_t e_t \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^s \beta_i \sigma_{t-i}^2 \end{cases} \quad (31)$$

式中 $\{e_t\}$ 是零均值单位方差的 i.i.d. 噪声, $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j \geq 0, \sum_{i=1}^m \alpha_i + \sum_{j=1}^s \beta_j < 1$ 。

在 ARCH 和 GARCH 模型中, 可以认为 a_t 的瞬时方差是 σ_t^2 , 在保证模型收敛的情况下, 对 σ_t^2 的变化进行了描述与建模, 即描述了非平稳过程的二阶矩的变化。

对于 GARCH 模型, 有许多改进的变种模型被提出, 两种使用广泛的模型是 BEKK 模型^[43] 和 DCC/cDCC 模型^[44-45], 它们是 GARCH 模型在多维变量下的推广。通过 BEKK 模型和 cDCC 模型, 可以对多维时变协方差矩阵进行建模。

BEKK 模型的主要思想是当前时刻的瞬时协方差矩阵受到前一时刻的瞬时协方差矩阵和当前时刻输入数据的共同影响。令 z_t 是一个服从标准多维高斯分布的随机向量, 且令 $y_t = H_t^{1/2} z_t$, 显然有 $\text{cov}(y_t) = H_t$ 。BEKK 模型常见的一阶滞后版本是

$$H_t = C + A y_{t-1} y_{t-1}^T A^T + B H_{t-1} B^T \quad (32)$$

式中 $y_t \in R^M$ 表示当前时刻的观测数据, H_t 是条件协方差矩阵, C 是一个对称正定矩阵, A 和 B 是模型的参数矩阵。增加该模型的滞后项是可行的, 区别只在于模型的复杂度上。

令 $\Gamma = E(y_t y_t^T)$, 易得 $\Gamma = C + A \Gamma A^T + B \Gamma B^T$, BEKK 模型可以变换为

$$H_t = \Gamma - A \Gamma A^T - B \Gamma B^T + A y_{t-1} y_{t-1}^T A^T + B H_{t-1} B^T \quad (33)$$

通过这样的变换, 可以对模型的参数进行顺序估计。首先用整体协方差矩阵估计 Γ , 之后再使用最大似

然方法估计 A 和 B 。

BEKK 模型还可以进一步简化为标量版本,此时用标量参数 α 和 β 分别取代参数矩阵 A 和 B ,有

$$H_t = \Gamma(1 - \alpha - \beta) + \alpha y_{t-1} y_{t-1}^T + \beta H_{t-1} \quad (34)$$

另一种 DCC 模型则为表征时变协方差的动态特性提供了额外的灵活性,一个近年提出的新版本是 cDCC 模型。令

$$H_t = D_t^{\frac{1}{2}} R_t D_t^{\frac{1}{2}} \quad (35)$$

式中: D_t 是一个 $M \times M$ 的对角矩阵,其对角元素为 $h_{i,t} = \text{var}(r_{i,t}|F_{i,t-1})$,可以由单变量的波动率模型给出,如 GARCH 模型; R_t 是时变相关矩阵, $\epsilon_t = D_t^{-\frac{1}{2}} y_t$ 为去波动量,有 $R_t = \text{cov}(\epsilon_t|F_{t-1})$ 。那么对于 R_t , 可以建模如下

$$\begin{cases} R_t = Q_t^{*- \frac{1}{2}} Q_t Q_t^{*- \frac{1}{2}} \\ Q_t = (1 - \alpha - \beta) S + \alpha Q_{t-1}^{* \frac{1}{2}} \epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}^T Q_{t-1}^{* \frac{1}{2}} + \beta Q_{t-1} \end{cases} \quad (36)$$

式中: Q_t^* 是由 Q_t 的对角元素组成的对角矩阵。整个模型的待定参数是 $\{S, \alpha, \beta\}$ 。

cDCC 模型的优点在于,令 $\epsilon_t^* = Q_t^{* \frac{1}{2}} \epsilon_t$,就有 $\text{cov}(\epsilon_t^*|F_{t-1}) = Q_t^{* \frac{1}{2}} R_t Q_t^{* \frac{1}{2}} = Q_t$,从而有 $\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \epsilon_t^* \epsilon_t^{*T} \rightarrow S$,继而可以用最大似然方法对模型参数进行联合矩估计。

对于 BEKK 模型和 cDCC 模型的参数估计问题,可以使用最大似然方法进行求解。但是,由于其模型中时变协方差的计算均涉及时间序列的递归运算,没有显式的快速求解算法,受限于模型求解的计算复杂度,目前很难将其运用到海杂波背景的信号检测问题中。

2.3 SV 模型

在 GARCH 模型中,瞬时方差 σ_t^2 被前面时刻的方差序列 $\{\sigma_{t-i}^2\}$ 和数据的新息序列 $\{a_{t-i}\}$ 完全决定。实测海杂波信号的非平稳性可能具有更大的随机性,使用 GARCH 模型无法对其进行准确描述,需要进一步引入随机量。SV 模型假设方差序列本身也会有新息加入,模型可以表示为

$$\begin{cases} a_t = \sigma_t \epsilon_t \\ \left(1 - \sum_{p=1}^m \alpha_p B^p\right) \ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + v_t \end{cases} \quad (37)$$

令 $\xi_t = \ln \sigma_t^2$,可以看出 $\{\xi_t\}$ 是一个 AR(m) 序列。

Jacquier 等^[46]和 Kim 等^[47]认为,可以用 AR(1) 过程来对方差的对数进行建模。假设有观测数据 $\{y_t|t=1, 2, \dots, T\}$,那么 SV 模型就表示为

$$\begin{cases} y_t = \exp\left(\frac{h_t}{2}\right) \epsilon_t \\ h_t = \mu + \phi(h_{t-1} - \mu) + \sigma \eta_t \end{cases} \quad (38)$$

式中: ϵ_t 和 η_t 都是 i.i.d. 的标准正态分布噪声。观测数据的瞬时方差被描述为 $\exp(h_t)$,其对数 $\{h_t\}$ 被建模为一个隐 AR(1) 过程。

Kastner 等^[9]提出可以使用马尔可夫蒙特卡洛(Markov chain Monte Carlo, MCMC)方法来对此种 SV 模型进行参数估计。需要估计的参数是隐 AR(1) 过程的均值、自回归系数和噪声方差,即 $\{\mu, \phi, \sigma^2\}$ 。

对此SV模型,对其进行形式变换,将其两边同时平方之后取对数,有

$$\tilde{y}_t = \ln(y_t^2) = h_t + \ln(\epsilon_t^2) \quad (39)$$

很容易可以对原始观测数据进行此种变换,需要注意的是在预处理时需要去除均值,并且为了防止取对数时遇到零值,可以考虑对平方后的数据整体增加一个极小量。此时的噪声变为了标准正态分布的平方对数,这样一个噪声处理起来比较棘手。Omori^[48]提出可以使用一种十分量的高斯混合模型来近似这个噪声,有 $\ln(\epsilon_t^2)|r_t \sim N(m_{r_t}, s_{r_t}^2)$,其中 $r_t \in \{1, 2, \dots, 10\}$ 指示其属于哪一个混合分量, $\{m_{r_t}, s_{r_t}^2\}$ 表示属于 r_t 分量的高斯分布的均值和方差。于是有

$$\tilde{y}_t = h_t + m_{r_t} + s_{r_t} \epsilon_t \quad (40)$$

需要额外估计一个表示混合高斯分布噪声分量的隐变量 r_t 。

使用MCMC方法对模型进行估计需要进行贝叶斯推理,首先需要指定待估参数的先验。混合高斯分布噪声每一分量的出现概率 $p(r_t = k)$ 已经由文献[48]给出。对于隐AR(1)的参数,其先验为 $p(\mu, \phi, \sigma^2)$,可以认为其是独立的,有 $p(\mu, \phi, \sigma^2) = p(\mu)p(\phi)p(\sigma^2)$ 。对于 $\mu \in \mathbf{R}$,对其施加简单的高斯先验,即 $\mu \sim N(b_\mu, B_\mu)$ 。对于 $\phi \in (-1, 1)$,选择 $\frac{\phi + 1}{2} \sim B(a_0, b_0)$ 作为其先验。对于 σ^2 ,认为 $\pm\sqrt{\sigma^2} \sim N(0, B_\sigma)$,于是选择 $\sigma^2 \sim B_\sigma \cdot \chi_1^2 = G\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2B_\sigma}\right)$ 作为其先验。

AR(1)也可以表示为 $h_t = \gamma + \phi h_{t-1} + \sigma \eta_t$,其中, $\gamma = (1 - \phi)\mu$,并且有 $p(\gamma|\phi) = N\left(b_\mu(1 - \phi), B_\mu(1 - \phi)^2\right)$,对 $\{\gamma, \phi, \sigma^2\}$ 进行采样等价于对 $\{\mu, \phi, \sigma^2\}$ 进行采样。

该MCMC采样可以通过以下步骤实现,重复以下步骤直至收敛:

- (1)关于 $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_T]^T$ 对于 $\mathbf{h}_{[-0]} = [h_1, h_2, \dots, h_T]^T$,采样 $p(\mathbf{h}_{[-0]}|\mathbf{y}, \mathbf{r}, \mu, \phi, \sigma^2)$ 。对于初始值 h_0 ,采样 $p(h_0|h_1, \mu, \phi, \sigma^2)$ 。
- (2)关于 $\{\gamma, \phi, \sigma^2\}$ 对于 γ ,采样 $p(\gamma|\mathbf{y}, \phi, \sigma^2)$;对于 ϕ ,采样 $p(\phi|\mathbf{y}, \gamma, \sigma^2)$ 。对于 σ^2 ,采样 $p(\sigma^2|\mathbf{y}, \gamma, \phi)$ 。
- (3)关于 $\mathbf{r} = [r_1, r_2, \dots, r_T]$ 对于 r_t ,采样 $p(r_t = k|\mathbf{y}, \mathbf{h})$ 。

Kastner等^[49]在后续研究中将一维SV模型推广到多维,这样推广的本质是通过一些变换方法将多维SV模型分解为多个一维SV模型的线性组合来分别求解。此外,利用分层先验方法,在多维SV模型的基础上能够额外增强模型的稀疏性,从而可以使估计效果更加准确^[50]。但是对于复杂模型的MCMC采样算法有很大的计算开销,若想进一步将其运用到海杂波背景下的信号检测问题,还需设计快速采样方法。

3 仿真实验

3.1 复合高斯分布模型在实测海杂波数据集上测试实验

直接考虑使用复合高斯分布模型对实测海杂波数据进行概率密度拟合。分别使用伽马纹理、逆伽马纹理和逆高斯纹理对实测IPIX-Grimsby数据集下File1数据中的海杂波数据进行PDF拟合。图1显示了该数据集场景下的雷达时间-距离回波强度图像。图2是其中的一个噪声距离门的幅值图像。图3为该距离门幅值的直方图统计结果。图4显示了该距离门下纯海杂波幅值的真实PDF与分别使用伽马纹理、逆伽马纹理和逆高斯纹理进行复合高斯分布拟合的结果,可以看出,逆高斯纹理下具有最好的拟合效果,逆高斯纹理的拟合结果为 $\lambda = 0.2919$,伽马纹理的拟合结果为 $\nu = 0.7525$,逆伽马纹理的拟

合结果为 $\nu = 2.8677$ 。但是使用复合分布的方法来处理非平稳海杂波仍存在问题,以拟合效果最好的逆高斯(Inverse Gaussian, IG)-CG为例,使用最优拟合参数生成仿真数据,如图5所示,可以看出在概率分布上拟合很好的结果会丢失时间序列的前后相关性,进而丢失一些非平稳特征。

3.2 基于卡尔曼滤波器的TVAR模型参数估计方法及实测海杂波数据集上测试实验

对于TVAR模型,首先考虑使用仿真数据验证模型的有效性。然后使用该模型应用到实测海杂波中进行参数估计。考虑一个简单的TVAR(2)模型,其时变AR系数的变化如图6所示。使用该模型生成的波形如图7所示,可以看出其在后半部分有一个很明显的不稳定抖动。对该仿真数据进行参数估

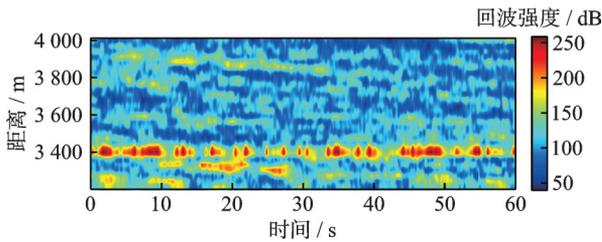


图1 IPIX-Grimsby数据集 File1数据的时间-距离回波强度图像

Fig.1 Time-distance echo intensity image of File1 in IPIX-Grimsby dataset

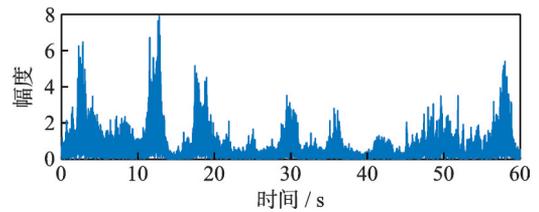


图2 噪声距离门海杂波幅值图像

Fig.2 Amplitude of sea clutter in noise range gate

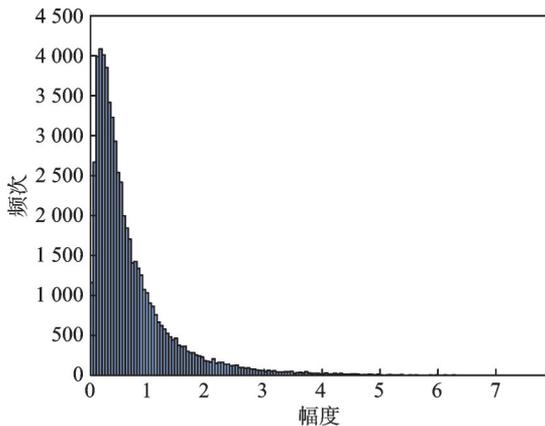


图3 噪声距离门海杂波幅值的直方图

Fig.3 Histogram of amplitude of sea clutter in noise range gate

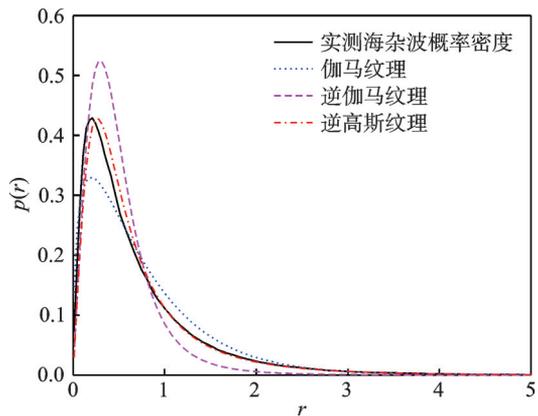


图4 不同纹理分量下的CG分布对实测海杂波数据的拟合效果

Fig.4 Result of fitting measured sea clutter data by CG distribution with different texture

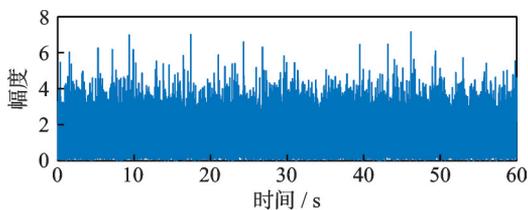


图5 使用IG-CG分布生成的仿真数据

Fig.5 Simulation data generated by IG-CG distribution

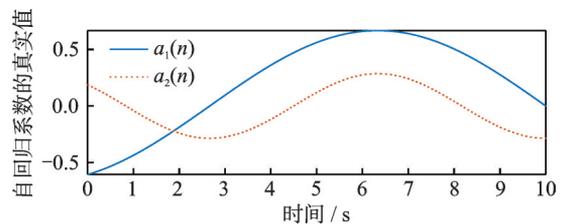


图6 TVAR(2)过程的时变系数

Fig.6 Time-varying AR coefficient of a TVAR(2)

计,估计结果如图8所示,可以看出估计结果大致准确,但是有些微抖动,这可以通过使用一些平滑算法来进一步处理从而得到较光滑的估计结果。为了避免使用复数数据所需的额外处理步骤,仅考虑一个纯噪声海杂波的实部数据,其波形如图9所示。考虑到海杂波的非平稳性,使用TVAR(5)对其进行参数估计,结果如图10所示,可以看出,随着系数的阶数越高,系数的绝对值越小,5阶系数的绝对值与前面的低阶系数相比已经很小,可以认为该模型具有相对准确的拟合效果,但是时变AR数据的变化看上去仍比较杂乱无章,对于海杂波背景下的信号检测问题,如果使用该模型仍需要进一步的研究。

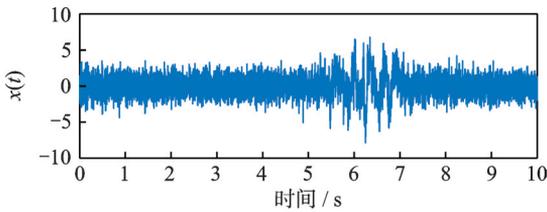


图7 TVAR(2)过程的波形图
Fig.7 Waveform of a TVAR(2)

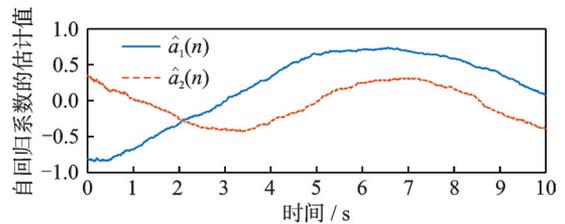


图8 TVAR(2)过程的参数估计结果
Fig.8 Parameter estimation result of a TVAR(2)

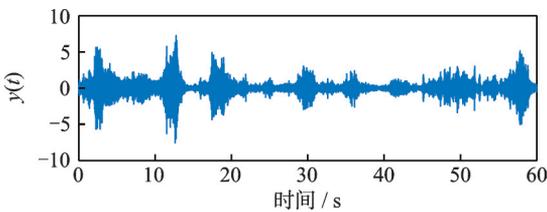


图9 实测海杂波数据的实部
Fig.9 Real part of measured sea clutter data

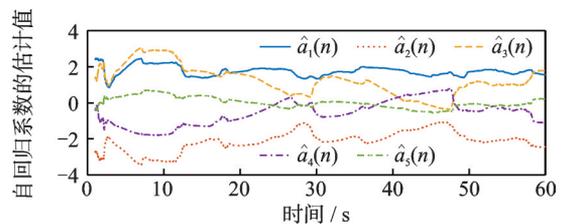


图10 对实测海杂波数据进行TVAR(5)估计的结果
Fig.10 TVAR(5) estimation of measured sea clutter data

3.3 一维BEKK模型仿真实验

对于GARCH模型,考虑一个简单的标量版本 $\sigma^2(t) = \gamma(1 - \alpha - \beta) + \alpha y^2(t-1) + \beta \sigma^2(t-1)$,即一维BEKK模型,那么其对数似然比(Log likelihood ratio, LLR)为 $LLR(\alpha, \beta) = -\sum_t (\ln \sigma^2(t) + y^2(t-1)/\sigma^2(t))$ 。使用仿真参数 $\gamma = 3, \alpha = 0.3, \beta = 0.6$ 来生成仿真数据,图11显示了仿真的波形与对应的条件方差分布。使用一维BEKK模型来计算该波形的-LLR,其图像如图12所示

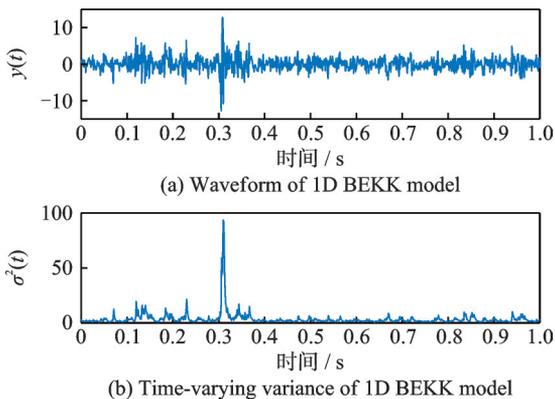


图11 一维BEKK模型仿真图像
Fig.11 Simulation of 1D BEKK model

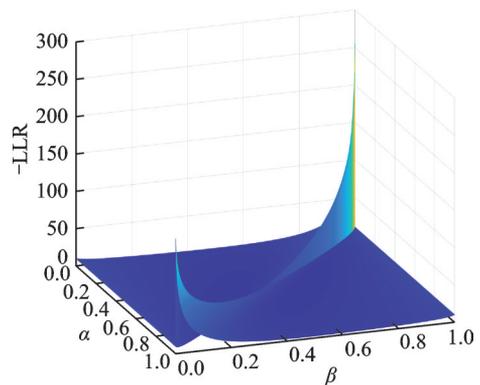


图12 一维BEKK模型的负LLR图像
Fig.12 Negative LLR image of 1D BEKK model

示,对于该图像需要找其最小值。使得负对数似然最小的模型估计结果为 $\hat{\gamma} = 2.8708, \hat{\alpha} = 0.2703, \hat{\beta} = 0.6286$, 结果具有很好的准确性。但是一维BEKK模型似然函数涉及到时间序列的递归运算,无法对其进行显示计算,暂时没有好的快速估计方法,难以运用到海杂波背景下的目标检测问题中。

3.4 SV模型MCMC采样方法及性能分析

对于SV模型,首先考虑对其进行仿真实验。使用参数 $\gamma = 1.1, \Phi = 0.5, \sigma^2 = 2.2$ 进行仿真,产生的仿真波形如图13所示,包括仿真波形和对其平方对数预处理后的波形。对该仿真数据进行MCMC采样,采样结果如图14,15所示,分别表示了对隐AR过程的AR参数的采样结果和对该AR过程波形的估计结果,其中AR参数的估计值分别为 $\hat{\gamma} = 0.9474, \hat{\Phi} = 0.6026, \hat{\sigma}^2 = 1.8424$ 。该MCMC算法的时间复杂度图像如图16所示,该图像表示了随波形点数的增加,采样所需的时间对应增加的关系,时间复杂度

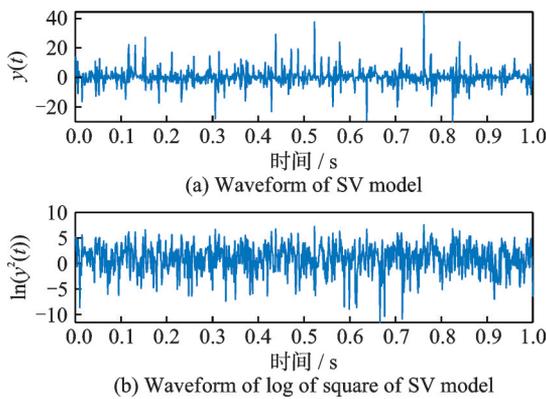


图13 SV模型仿真图像
Fig.13 Simulation of SV model

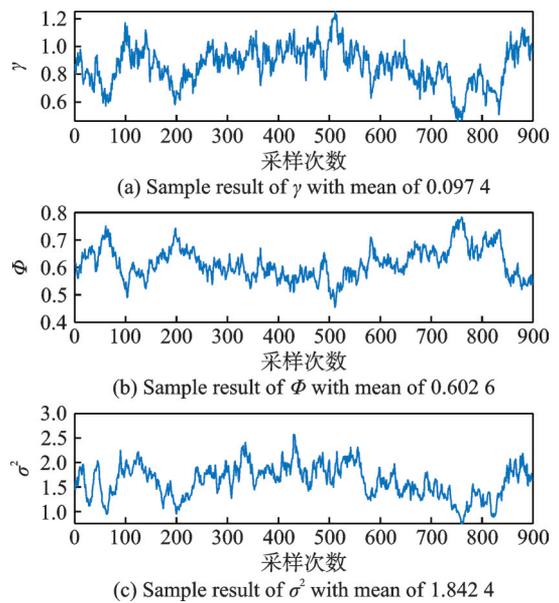


图14 对SV模型中的隐AR过程参数的采样结果
Fig.14 Sample result of latent AR process in SV model

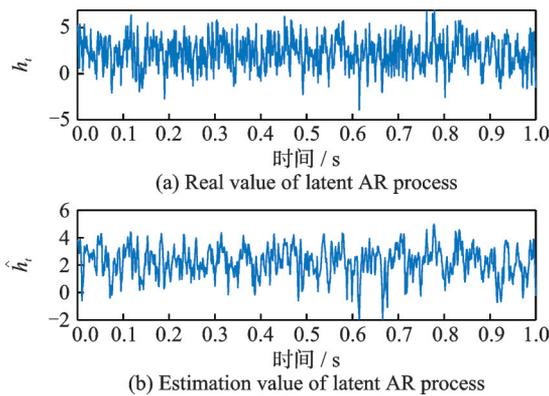


图15 对SV模型的隐AR过程的估计结果
Fig.15 Estimation result of latent AR process in SV model

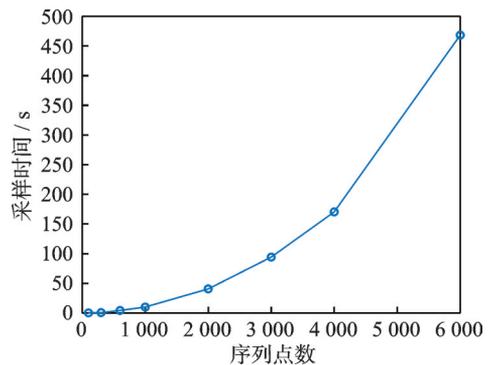


图16 SV模型序列点数与所需采样时间的关系
Fig.16 Relationship between the number of SV model sequence points and required sampling time

大致是 $O(n^2)$,随着点数的增加,所需时间也会极大增加。在实际的雷达信号处理问题中,所需计算开销很大,难以运用到实测海杂波数据中,仍需进一步优化SV模型的估计算法。

4 结束语

本文总结了诸如复合高斯分布模型、TVAR模型、GARCH模型和SV模型等一些针对非平稳海杂波的建模方法。这些方法都可以从某些角度较好地拟合非平稳海杂波。对于复合高斯分布方法,该统计建模方法是根据海杂波形成的物理机制合理分析得到的;但是由该方法得出的海杂波PDF形式较为复杂,难以获得易于实现的工程应用方法。对于TVAR模型,由于AR模型的系数是时变的,模型的自由度得到了很大提高,能很好地对海杂波进行拟合;但是得到时变AR系数后,如何根据其设计出快速有效的检测器仍有待进一步研究。对于GARCH模型,其多维推广有BEKK模型和cDCC模型等;该类模型的参数空间往往维数较低,且新息很少,模型的自由度不高,并且在模型的参数估计问题中暂时没有显式的快速估计方法。对于SV模型,其在GARCH类模型上额外增加了关于时变协方差结构的新息,提高了模型的自由度,但是模型的参数估计变得更加困难;使用MCMC方法进行采样估计是一种解决思路,但是MCMC采样方法仍有很大的计算开销,无法直接应用到实际的雷达检测系统中。现有的非平稳信号处理方法难以兼顾模型精度和计算复杂度,仍需进一步研究非平稳信号的表征建模方法和面向非平稳海杂波背景下检测问题的信号处理方法。

参考文献:

- [1] 严雨佳.海杂波背景下的弱目标检测方法[D].北京:中国电子科技集团公司电子科学研究院,2022.
YAN Yujia. Research on weak target detection methods in sea clutter[D]. Beijing: Institute of Electronic Science and Technology of China Electronics Technology Group Corporation, 2022.
- [2] KAY S M. 统计信号处理基础[M].北京:电子工业出版社,2014.
KAY S M. Fundamentals of statistical signal processing[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2014.
- [3] 张金玉,秦娟,卢晓光,等.利用QAR和DEM的机载气象雷达地杂波仿真方法[J].数据采集与处理,2017,32(4):785-791.
ZHANG Jinyu, QIN Juan, LU Xiaoguang, et al. Airborne weather radar clutter simulation using QAR and DEM[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2017, 32(4): 785-791.
- [4] 和洁,冯大政,孟超,等.机载雷达级联降维空时自适应杂波抑制方法[J].数据采集与处理,2015,30(2):417-423.
HE Jie, FENG Dazheng, MENG Chao, et al. Two-stage dimension-reduced space-time adaptive clutter suppression algorithm for airborne radar[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2015, 30(2): 417-423.
- [5] 沈明威,孟祥东,朱岱寅.机载雷达近程杂波高效自适应抑制算法[J].南京航空航天大学学报,2013,45(1):88-93.
SHEN Mingwei, MENG Xiangdong, ZHU Daiyin. Efficient adaptive algorithm for short-range clutter suppression of airborne radar[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2013, 45(1): 88-93.
- [6] KITAGAWA G, GERSCH W. A smoothness priors time-varying AR coefficient modeling of nonstationary covariance time series[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1985, 30(1): 48-56.
- [7] TSAY R S. 金融数据分析导论:基于R语言[M].北京:机械工业出版社,2014.
TSAY R S. An introduction to analysis of financial data with R[M]. Beijing: Publishing House of Mechanical Industry, 2014.
- [8] PAKEL C, SHEPHARD N, SHEPPARD K, et al. Fitting vast dimensional time-varying covariance models[J]. Journal of Business & Economic Statistics, 2021, 39(3): 652-668.
- [9] KASTNER G, FRÜHWIRTH-SCHNATTER S. Ancillarity-sufficiency interweaving strategy (ASIS) for boosting MCMC estimation of stochastic volatility models[J]. Computational Statistics & Data Analysis, 2014, 76: 408-423.
- [10] BAILLY G, VON SACHS R. Time-varying covariance matrices estimation by nonlinear wavelet thresholding in a log-euclidean riemannian manifold[R]. LIDAM Discussion Papers ISBA 2024004, 2024.
- [11] ZHAO S, KONG M, LI R, et al. SCARNet: Using convolution neural network to predict time series with time-varying

- variance[EB/OL]. (2024-05-13). <https://doi.org/10.1007/s11042-024-19322-5>.
- [12] FERMANIAN J D, POIGNARD B, XIDONAS P. Model-based vs. agnostic methods for the prediction of time-varying covariance matrices[J]. *Annals of Operations Research*, 2024: 1-38.
- [13] ZHENG T, YE S. Cholesky GAS models for large time-varying covariance matrices[J]. *Journal of Management Science and Engineering*, 2024, 9(1): 115-142.
- [14] ZHOU W, XIE J, LI G, et al. Robust CFAR detector with weighted amplitude iteration in nonhomogeneous sea clutter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 53(3): 1520-1535.
- [15] TAO D, ANFINSEN S N, BREKKE C. A comparative study of sea clutter covariance matrix estimators[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2013, 11(5): 1010-1014.
- [16] ORLANDO D, RICCI G, SCHARF L L. A unified theory of adaptive subspace detection Part I: Detector designs[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, 70: 4925-4938.
- [17] WU H, CHENG Y, CHEN X, et al. Adaptive matrix information geometry detector with local metric tensor[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, 70: 3758-3773.
- [18] LU Z, ZOUBIR A M. Source enumeration in array processing using a two-step test[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(10): 2718-2727.
- [19] GAO Y, LI J, BAI Y, et al. An improved subspace weighting method using random matrix theory[J]. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2020, 21(9): 1302-1307.
- [20] GUO Z X, SHUI P L. Anomaly based sea-surface small target detection using K-nearest neighbor classification[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2020, 56(6): 4947-4964.
- [21] YAN Y, WANG R, HU C, et al. Coherent detection of weak moving targets in compound-Gaussian clutter using nonlinear pre-processing system: Performance measure and implementation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(6): 8598-8613.
- [22] YANG Z, CHENG Y, WU H, et al. Enhanced matrix CFAR detection with dimensionality reduction of Riemannian manifold [J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2020, 27: 2084-2088.
- [23] YANG Z, CHENG Y, WU H, et al. Manifold projection based subband matrix information geometry detection for radar targets in sea clutter[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2023, 61: 5110415.
- [24] CONTE E, LONGO M. Characterisation of radar clutter as a spherically invariant random process[J]. *IEE Proceedings F (Communications, Radar and Signal Processing)*, 1987, 134(2): 191-197.
- [25] WATTS S. Radar detection prediction in K-distributed sea clutter and thermal noise[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1987 (1): 40-45.
- [26] BALLERI A, NEHORAI A, WANG J. Maximum likelihood estimation for compound-Gaussian clutter with inverse gamma texture[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(2): 775-779.
- [27] OLLILA E, TYLER D E, KOIVUNEN V, et al. Compound-Gaussian clutter modeling with an inverse Gaussian texture distribution[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2012, 19(12): 876-879.
- [28] KADIR D. Bayesian inference of autoregressive models[D]. Sheffield: University of Sheffield, 2018.
- [29] SONGSIRI J, DAHL J, VANDENBERGHE L. Graphical models of autoregressive [EB/OL].(2011-02-23). <https://doi.org/10.1017/CBO9780511804458.004>.
- [30] DENDRAMIS Y, GIRAITIS L, KAPETANIOS G. Estimation of time-varying covariance matrices for large datasets[J]. *Econometric Theory*, 2021, 37(6): 1100-1134.
- [31] KANG X, DENG X, TSUI K W, et al. On variable ordination of modified Cholesky decomposition for estimating time-varying covariance matrices[J]. *International Statistical Review*, 2020, 88(3): 616-641.
- [32] WIESEL A, BIBI O, GLOBERSON A. Time varying autoregressive moving average models for covariance estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(11): 2791-2801.
- [33] CAPORIN M, MCALEER M. Do we really need both BEKK and DCC? A tale of two multivariate GARCH models[J]. *Journal of Economic Surveys*, 2012, 26(4): 736-751.
- [34] CHIB S, NARDARI F, SHEPHARD N. Analysis of high dimensional multivariate stochastic volatility models[J]. *Journal of*

- Econometrics, 2006, 134(2): 341-371.
- [35] PITT M K, SHEPHARD N. Time varying covariances: A factor stochastic volatility approach[J]. Bayesian Statistics, 1999, 6: 547-570.
- [36] CHAN J C C, EISENSTAT E. Bayesian model comparison for time-varying parameter VARs with stochastic volatility[J]. Journal of Applied Econometrics, 2018, 33(4): 509-532.
- [37] ABANTO-VALLE C A, LANGROCK R, CHEN M H, et al. Maximum likelihood estimation for stochastic volatility in mean models with heavy-tailed distributions[J]. Applied Stochastic Models in Business and Industry, 2017, 33(4): 394-408.
- [38] WHITTAKER E T. On a new method of graduation[J]. Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society, 1922, 41: 63-75.
- [39] SHILLER R J. A distributed lag estimator derived from smoothness priors[J]. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 1973, 41(4): 775-788.
- [40] AKAIKE H. Likelihood and the Bayes procedure[M]. New York: Springer, 1998.
- [41] ENGLE R F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation[J]. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 1982, 50(4): 987-1007.
- [42] BOLLERSLEV T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. Journal of Econometrics, 1986, 31(3): 307-327.
- [43] ENGLE R F, KRONER K F. Multivariate simultaneous generalized ARCH[J]. Econometric Theory, 1995, 11(1): 122-150.
- [44] ENGLE R. Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate generalized autoregressive conditional heteroskedasticity models[J]. Journal of Business & Economic Statistics, 2002, 20(3): 339-350.
- [45] AIELLI G P. Dynamic conditional correlation: On properties and estimation[J]. Journal of Business & Economic Statistics, 2013, 31(3): 282-299.
- [46] JACQUIER E, POLSON N G, ROSSI P E. Bayesian analysis of stochastic volatility models[J]. Journal of Business & Economic Statistics, 2002, 20(1): 69-87.
- [47] KIM S, SHEPHARD N, CHIB S. Stochastic volatility: Likelihood inference and comparison with ARCH models[J]. The Review of Economic Studies, 1998, 65(3): 361-393.
- [48] OMORI Y, CHIB S, SHEPHARD N, et al. Stochastic volatility with leverage: Fast and efficient likelihood inference[J]. Journal of Econometrics, 2007, 140(2): 425-449.
- [49] KASTNER G, FRÜHWIRTH-SCHNATTER S, LOPES H F. Efficient Bayesian inference for multivariate factor stochastic volatility models[J]. Journal of Computational and Graphical Statistics, 2017, 26(4): 905-917.
- [50] KASTNER G. Sparse Bayesian time-varying covariance estimation in many dimensions[J]. Journal of Econometrics, 2019, 210(1): 98-115.

作者简介:



傅彬(2000-),男,博士研究生,研究方向:海杂波背景信号检测,E-mail:602023230083@smail.nju.edu.cn。



柏业超(1984-),男,教授,博士生导师,研究方向:目标检测与参数估计、阵列信号处理,E-mail:yichbai@nju.edu.cn。

(编辑:陈璐)