

基于稀疏贝叶斯学习的混合 mMIMO 系统波达方向估计

慕欣茹^{1,2}, 傅海军², 戴继生^{1,2}

(1. 东华大学信息科学与技术学院, 上海 201620; 2. 江苏大学电气信息工程学院, 镇江 212013)

摘要: 波达方向估计是混合 mMIMO 系统波束成形得以应用的前提, 基于协方差矩阵重构的子空间方法在相干信号和有限快拍数条件下性能损失较大。为了应对上述挑战, 提出了一种基于稀疏贝叶斯学习的混合 mMIMO 系统波达方向估计方法, 主要创新之处在于: 将混合 mMIMO 系统的波达方向估计问题转化为稀疏信号恢复问题, 从而绕过空间协方差矩阵重构, 避免了其带来的性能损失。为了便于进行贝叶斯推断, 进一步利用变分贝叶斯近似思想, 在恢复稀疏信号的同时, 自适应估计出未知参数, 显著改善了对噪声和相干信号的鲁棒性, 提升了有限快拍数情况下的波达方向估计性能。数值模拟结果验证了所提方法的优越性。

关键词: 波达方向估计; 模数混合结构; 大规模多输入多输出系统; 稀疏贝叶斯学习; 变分贝叶斯推断

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

Direction-of-Arrival Estimation for Hybrid mMIMO Systems via Sparse Bayesian Learning

MU Xinru^{1,2}, FU Haijun², DAI Jisheng^{1,2}

(1. College of Information Science and Technology, Donghua University, Shanghai 201620, China; 2. School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: The direction-of-arrival (DOA) estimation is the premise of beamforming for hybrid massive multiple-input multiple-output (mMIMO) systems. The subspace methods based on covariance matrix reconstruction suffer from a large performance loss under the conditions of correlated signals and limited snapshots. To address the above challenges, this paper proposes a DOA estimation method for hybrid mMIMO systems via sparse Bayesian learning (SBL). It can be seen that the problem of DOA estimation for hybrid mMIMO systems is transformed into the issue of sparse signal recovery, bypassing the spatial covariance matrix reconstruction and avoiding the performance loss caused by the subspace methods. By using variational Bayesian inference (VBI), unknown parameters are estimated adaptively, which significantly improves the robustness of noise and correlated signals and enhances the performance of DOA estimation in the case of limited snapshots. Numerical simulation results verify the superiority of the proposed method.

Key words: direction-of-arrival (DOA) estimation; hybrid analog-digital structure; massive multiple-input multiple-output (mMIMO) systems; sparse Bayesian learning (SBL); variational Bayesian inference (VBI)

引言

大规模多输入多输出(Massive multiple-input multiple-output, mMIMO)技术是下一代无线通信系统的关键技术之一^[1-2]。通过大规模部署天线阵列,自适应调整波束成形,可显著降低发射功率、抑制干扰,提升无线信号定向传输能力。波达方向(Direction-of-arrival, DOA)估计是波束成形得以应用的前提,其估计精度直接影响波束成形器的性能^[3-4]。而 DOA 估计的前提是信号捕获或信号检测,现有方法通过压缩感知(Compressive sensing, CS)和正交匹配跟踪(Orthogonal matching pursuit, OMP)算法等方法较好地实现了波束信号感知或检测^[5-6]。因此,如何在复杂的无线传播环境下,实现高精度的 DOA 估计已成为 mMIMO 系统的重要研究问题之一^[7-12]。Wen 和 Wang 等^[7-8]考虑了 mMIMO 系统中的二维 DOA 估计;Zheng 等^[9]进一步研究了非相干分布的 DOA 估计的扩展问题;Liu 等^[10]将部分雷达目标作为通信散射体,分别利用雷达回波信号和通信信号进行 DOA 估计;Huang 等^[11]提出了一种联合 DOA 估计和信道估计方案,旨在利用突发稀疏性和导频波束形成增益来提高检测/估计性能;Zhao 等^[12]研究了具有 mMIMO 系统的无人机网络中的联合信道估计和 DOA 估计问题。

mMIMO 系统中的天线较多(数十甚至数百根天线),在每根天线端都配备昂贵的射频(Radio frequency, RF)链路成本巨大。模数混合结构是一种能显著降低部署成本的可行方案,其主要思想是:在模拟域对所有天线的接收信号进行特定加权组合,然后将组合后的信号通过 RF 链路传输到数字处理器进行处理,从而极大减少了所需的 RF 链路数。模数混合结构可取得性能与成本的折中,因此,在 mMIMO 系统中得到了广泛应用^[13-14]。然而,由于模数混合结构不能直接获取天线处的接收信号,传统 DOA 估计方法所需的空域协方差矩阵(Spatial covariance matrix, SCM)无法计算获得,导致混合 mMIMO 系统下的 DOA 估计面临较大挑战。

最近 Li 等^[15]提出了一种用于重构 SCM 的波束扫描方法,使得在具有单 RF 链路的混合 mMIMO 系统中利用多信号分类(Multiple signal classification, MUSIC)算法进行 DOA 估计成为可能。为了获取足够的信息,该方法需将波束成形加权系数依次切换到若干预定的角度(其数量需要大于等于天线数的平方),且每次加权系数调整后需持续一定的快拍数。Liu 等^[16]将单 RF 链路扩展到多个 RF 链路,通过重构每个 RF 链路对应的子 SCM 来获得完整的 SCM,有效降低了所需的预定角度数,但各个 RF 链路未能充分利用接收的信号能量,不可避免存在性能损失。Zhou 等^[17]对 SCM 的对角元素和非对角元素施加不同的加权系数,并利用子矩阵并行处理实现了多 RF 链路场景下的 SCM 重构。然而,基于 SCM 重构的 DOA 估计性能受限于快拍数和信号相干性^[18-19]。

为了避免 SCM 重构过程带来的性能损失,同时显著降低所需的快拍总数,本文提出了一种基于稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian learning, SBL)的混合 mMIMO 系统 DOA 估计方法,其主要创新点在于:利用 DOA 在角度域的稀疏特性,将混合 mMIMO 系统的 DOA 估计问题,建模成一个稀疏信号恢复问题,从而绕过 SCM 重构,直接通过稀疏问题求解获得 DOA 的估计值。新方法对于噪声和相干源具有较高的鲁棒性,能显著提升有限快拍数情况下的 DOA 估计性能。实验仿真结果验证了本文所提方法的有效性。

1 数据模型与方法回顾

如图 1 所示,混合 mMIMO 系统由具有 M 个阵元的均匀线性阵列(Uniform linear array, ULA)和 N 个 RF 链路组成。考虑 K 个远场窄

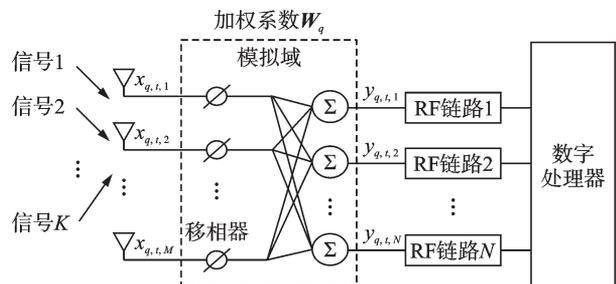


图1 具有多个 RF 链路的混合 mMIMO 结构

Fig.1 Hybrid mMIMO structure with multiple RF chains

带信号,从方向角度 $\theta = \{\theta_k\}_{k=1}^K$ 入射,持续时间为 Q 个帧,每帧包括 T 个快拍。在第 q 帧的第 t 个快拍天线接收到的信号为 $\mathbf{x}_{q,t} = [x_{q,t,1}, x_{q,t,2}, \dots, x_{q,t,M}]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$,数字处理器在第 q 帧的第 t 个快拍接收到的混合信号可以表示为

$$\mathbf{y}_{q,t} = \mathbf{W}_q^H \underbrace{\left(\mathbf{A}(\theta) \mathbf{s}_{q,t} + \mathbf{e}_{q,t} \right)}_{\triangleq \mathbf{x}_{q,t}} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{y}_{q,t} = [y_{q,t,1}, y_{q,t,2}, \dots, y_{q,t,N}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$, $\mathbf{W}_q = [\mathbf{w}_{1,q}, \mathbf{w}_{2,q}, \dots, \mathbf{w}_{N,q}] \in \mathbb{C}^{M \times N}$, $\mathbf{w}_{n,q} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 表示第 n 个 RF 链路在第 q 帧的加权向量, $(\cdot)^H$ 表示共轭转置, 导向矢量矩阵 $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)] \in \mathbb{C}^{M \times K}$, $\mathbf{a}(\theta_k) = [1, e^{-j2\pi d \sin \theta_k / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi d (M-1) \sin \theta_k / \lambda}]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$, d 为相邻天线之间的距离, λ 为波长, $\mathbf{s}_{q,t} = [s_{q,t,1}, s_{q,t,2}, \dots, s_{q,t,K}]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ 表示远场窄带信号, $\mathbf{e}_{q,t} = [e_{q,t,1}, e_{q,t,2}, \dots, e_{q,t,M}]^T \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 表示均值为零方差为 σ_n^2 的复高斯白噪声。

由于在混合 mMIMO 结构中 RF 链路数量小于天线数,加权矩阵 \mathbf{W}_q 的行数将大于列数,无法直接通过式(1)恢复天线处接收到的信号 $\mathbf{x}_{q,t}$,因此传统子空间算法所需 SCM 的重构存在较大挑战。现有方法大多采用多波束扫描方法重构 SCM^[15-17],即在每一帧中,依次采用不同的波束流形作为加权向量,分别计算对应的自相关矩阵,经重新组合后,构造出 SCM。具体而言,计算每帧的自相关矩阵

$$\mathbf{G}_q \triangleq E \left\{ \mathbf{y}_{q,t} \mathbf{y}_{q,t}^H \right\} = \mathbf{W}_q^H \underbrace{E \left\{ \mathbf{x}_{q,t} \mathbf{x}_{q,t}^H \right\}}_{\triangleq \mathbf{R}} \mathbf{W}_q \quad (2)$$

式中: $\mathbf{R} \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 为需重构的 SCM。由于快拍数有限,通常近似计算 $E \left\{ \mathbf{y}_{q,t} \mathbf{y}_{q,t}^H \right\} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{y}_{q,t} \mathbf{y}_{q,t}^H$ 。对式(2)两边进行向量化后,可得

$$\mathbf{g}_q = \left(\mathbf{W}_q^T \otimes \mathbf{W}_q^H \right) \mathbf{r} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{g}_q = \text{vec}(\mathbf{G}_q) \in \mathbb{C}^{N^2 \times 1}$, $\mathbf{W}_q^T \otimes \mathbf{W}_q^H \in \mathbb{C}^{N^2 \times M^2}$, “ \otimes ”表示 Kronecker 积, $\mathbf{r} = \text{vec}(\mathbf{R}) \in \mathbb{C}^{M^2 \times 1}$ 。式(3)按列向量拼接后,有

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 \\ \mathbf{g}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{g}_Q \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{g}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{W}_1^T \otimes \mathbf{W}_1^H \\ \mathbf{W}_2^T \otimes \mathbf{W}_2^H \\ \vdots \\ \mathbf{W}_Q^T \otimes \mathbf{W}_Q^H \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{W}}} \mathbf{r} \quad (4)$$

若 $Q \geq M^2/N^2$,则 \mathbf{r} 的最小二乘(Least-squares, LS)估计为

$$\mathbf{r} = \bar{\mathbf{W}}^\dagger \bar{\mathbf{g}} \quad (5)$$

式中: $\bar{\mathbf{W}}^\dagger = (\bar{\mathbf{W}}^H \bar{\mathbf{W}})^{-1} \bar{\mathbf{W}}^H$ 。然而,LS 估计方法主要有两个缺点:(1)为了保证 $\bar{\mathbf{W}}^\dagger$ 存在,所需的帧数 Q 较大($Q \geq M^2/N^2$);(2)任意非正交的 $\bar{\mathbf{W}}$ 使得 LS 估计性能损失较大^[20]。

值得注意的是:当 $N=1$ 和 $\mathbf{W}_q = \mathbf{a}(\phi_q)$ 时,上述方法退化为文献[15]所提方法,其中 $\{\phi_q\}_{q=1}^Q$ 为预设角度网格,其均匀覆盖整个角度域;当 $N = \frac{M}{\tilde{L}}$ 和 $\mathbf{w}_{n,q} = \mathbf{P}_n \mathbf{a}(\phi_q)$ 时,上述方法退化为文献[16]所提方法,其中 \tilde{L} 为某一整数, \mathbf{P}_n 为一个对角矩阵,其第 $(n-1)\tilde{L}+1$ 个至第 $n\tilde{L}$ 个对角线元素为 1,其余为 0。

利用 P_n 的置零性质, LS 估计中的矩阵求逆可分解为若干个子矩阵求逆, 从而降低了计算复杂度, 但 P_n 的置零性质也使得有用信号能量丢失, 将不可避免地带来性能损失。

现有方法大多采用传统子空间算法进行 DOA 估计, 此算法需要重构 SCM, 且传统子空间算法在有限的快拍数和相干信号的环境中性能损失较大。考虑到 DOA 在角度域的稀疏特性, 本文拟提出一种基于 SBL 的混合 mMIMO 系统 DOA 估计方法, 该方法不需要重构 SCM, 有效降低观测样本数量。在存在噪声和相干信号的情况下, SBL 方法可以准确地估计出真实的信号稀疏表示, 并过滤掉噪声和无关的特征, 可显著提升 DOA 估计性能。

2 基于 SBL 的混合 mMIMO 系统 DOA 估计

本节将阐述混合 mMIMO 结构下的 DOA 估计的稀疏表示, 讨论对应的贝叶斯建模及推断, 通过网络更新解决方向不匹配问题, 并给出所提方法的初始化和复杂度分析。

2.1 稀疏表示

根据式(1)和式(2)中对 $x_{q,t}$ 和 R 的定义, 有

$$R = E \{ x_{q,t} x_{q,t}^H \} = A(\theta) R_s A^H(\theta) + \sigma_n^2 I_M \quad (6)$$

式中: $R_s = E \{ s_{q,t} s_{q,t}^H \} = \text{diag}(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2)$, $I_M \in \mathbb{C}^{M \times M}$ 表示单位矩阵。对式(6)两边进行向量化, 可得

$$r = \bar{A}(\theta) z + \sigma_n^2 I_M + \epsilon \quad (7)$$

式中: $z = [\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_K^2]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$, $\bar{A}(\theta) = A^*(\theta) \odot A(\theta) = [\bar{a}(\theta_1), \bar{a}(\theta_2), \dots, \bar{a}(\theta_K)] \in \mathbb{C}^{M^2 \times K}$, “ \odot ” 表示 Khatri-Rao 积, $\bar{a}(\theta_k) = a^*(\theta_k) \otimes a(\theta_k) \in \mathbb{C}^{M^2 \times 1}$, $I_M = \text{vec}(I_M)$, ϵ 表示近似误差。将式(7)代入式(4), 有

$$\bar{g} = \bar{W} (\bar{A}(\theta) z + \sigma_n^2 I_M + \epsilon) \quad (8)$$

为了将式(8)建模成稀疏表示问题^[21], 定义 L 维均匀采样网格为 $\bar{\theta} = \{\bar{\theta}_l\}_{l=1}^L$, 该网格均匀地覆盖角度域 $[-\pi/2, \pi/2]$, 其中 L 表示网格点个数。若所有真实 DOA 角度落在定义的网格上(离网问题将在 2.3 节详细讨论), 则式(8)可表示为

$$\bar{g} = \bar{W} \Phi \bar{z} + \underbrace{\bar{W} \epsilon}_{\triangleq n} \quad (9)$$

式中: $\Phi = [\bar{A}(\bar{\theta}), I_M] \in \mathbb{C}^{M^2 \times (L+1)}$, $\bar{A}(\bar{\theta}) = [\bar{a}(\bar{\theta}_1), \bar{a}(\bar{\theta}_2), \dots, \bar{a}(\bar{\theta}_L)] \in \mathbb{C}^{M^2 \times L}$, $\bar{z} = [z_0, \sigma_n^2]^T \in \mathbb{C}^{(L+1) \times 1}$, z_0 是一个稀疏向量, 其非零元素位置对应真实角度。由于 σ_n^2 未知, 所以将其作为相关未知信号的一部分^[22]。上述稀疏表示模型具有以下优势:(1)相比现有方法需要重构 SCM 才能采用传统子空间算法估计 DOA, 所提方法无需估计 SCM, 可以直接进行 DOA 估计;(2)利用稀疏特性可显著降低帧数 Q 的要求, 不需要满足 LS 估计所需的较多帧数条件, 大大降低了计算复杂度。

2.2 贝叶斯建模及推断

假设 n 为复高斯噪声情况, 有

$$p(\bar{g} | \bar{z}, \alpha) = \mathcal{CN}(\bar{g} | \bar{W} \Phi \bar{z}, \alpha^{-1} I) \quad (10)$$

式中 α 表示噪声精度。由于 α 未知, 假设它服从伽马分布^[23], 即

$$p(\alpha) = \Gamma(\alpha; a, b) \quad (11)$$

式中 a, b 为趋近于 0 的正数。为了刻画稀疏性, 将 \bar{z} 建模为复高斯分布^[24], 即

$$p(\bar{z} | \delta) = \mathcal{CN}(\bar{z} | \theta, \text{diag}^{-1}(\delta)) \quad (12)$$

式中 $\boldsymbol{\delta} = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_L]^T$ 服从伽马分布, 即

$$p(\boldsymbol{\delta}) = \prod_{l=1}^L \Gamma(\delta_l | a, b) \quad (13)$$

综合上述概率模型(10~13), 联合概率密度函数可以表示为

$$p(\bar{\mathbf{g}}, \boldsymbol{\Theta}) = p(\bar{\mathbf{g}} | \bar{\mathbf{z}}, \alpha) p(\bar{\mathbf{z}} | \boldsymbol{\delta}) p(\boldsymbol{\delta}) p(\alpha) \quad (14)$$

式中 $\boldsymbol{\Theta} \triangleq \{\bar{\mathbf{z}}, \boldsymbol{\delta}, \alpha\}$ 。

直接进行 $\boldsymbol{\Theta}$ 的最大后验(Maximum a posteriori, MAP)估计难度较大, 因此可以采用变分贝叶斯推断(Variational Bayesian inference, VBI)^[22]获得近似的MAP估计。为了达到分离变量 $\bar{\mathbf{z}}$ 、 $\boldsymbol{\delta}$ 和 α 的目的, 假设 $p(\boldsymbol{\Theta} | \bar{\mathbf{g}})$ 的近似形式^[21,25]可表示为

$$q(\boldsymbol{\Theta}) = q(\bar{\mathbf{z}}) q(\boldsymbol{\delta}) q(\alpha) \quad (15)$$

可以通过最小化Kullback-Leibler(KL)散度^[26]获得最优的 $q(\boldsymbol{\Theta})$, 即

$$q^*(\boldsymbol{\Theta}) = \min_{q(\boldsymbol{\Theta})} D_{KL}(q(\boldsymbol{\Theta}) \| p(\boldsymbol{\Theta} | \bar{\mathbf{g}})) \triangleq \min_{q(\boldsymbol{\Theta})} \int q(\boldsymbol{\Theta}) \ln \frac{q(\boldsymbol{\Theta})}{p(\boldsymbol{\Theta} | \bar{\mathbf{g}})} d(\boldsymbol{\Theta}) \quad (16)$$

或等价于

$$\ln q^*(\boldsymbol{\Theta}_i) \propto \left\langle \ln p(\bar{\mathbf{g}}, \boldsymbol{\Theta}) \right\rangle_{\prod_{j \neq i} q^*(\boldsymbol{\Theta}_j)} \quad \forall i \quad (17)$$

式中 \propto 表示等于一个加性常数, $\langle \cdot \rangle_{q(\cdot)}$ 表示关于 $q(\cdot)$ 的期望。由于 $q^*(\boldsymbol{\Theta}_i)$ 与 $q^*(\boldsymbol{\Theta}_j) \Big|_{j \neq i}$ 有关, 无法求得 $q^*(\boldsymbol{\Theta}_i)$ 的闭式解, 因此可以采用交替更新算法迭代获得一个鞍点解。本研究将在下文详细讨论 $q(\bar{\mathbf{z}})$ 、 $q(\boldsymbol{\delta})$ 以及 $q(\alpha)$ 的更新规则。

在更新 $q(\bar{\mathbf{z}})$ 时, 通过忽略与 $\bar{\mathbf{z}}$ 无关的部分, 可得

$$\begin{aligned} \ln q^{\text{new}}(\bar{\mathbf{z}}) &\propto \left\langle \ln p(\bar{\mathbf{g}} | \bar{\mathbf{z}}, \alpha) + \ln p(\bar{\mathbf{z}} | \boldsymbol{\delta}) \right\rangle_{q(\boldsymbol{\delta}) q(\alpha)} \\ &\propto -\hat{\alpha} \left\| \bar{\mathbf{g}} - \bar{\mathbf{W}} \boldsymbol{\Phi} \bar{\mathbf{z}} \right\|_2^2 - \bar{\mathbf{z}}^H \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\delta}}) \bar{\mathbf{z}} \end{aligned} \quad (18)$$

式中 $\hat{\alpha}$ 和 $\hat{\boldsymbol{\delta}}$ 分别代表 α 和 $\boldsymbol{\delta}$ 的期望, $\|\cdot\|_2$ 代表2范数。显然, $q^{\text{new}}(\bar{\mathbf{z}})$ 服从以下复高斯分布

$$q^{\text{new}}(\bar{\mathbf{z}}) = \mathcal{CN}(\bar{\mathbf{z}} | \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad (19)$$

式中

$$\boldsymbol{\mu} = \hat{\alpha} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Phi}^H \bar{\mathbf{W}}^H \bar{\mathbf{g}} \quad (20)$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \left(\hat{\alpha} \boldsymbol{\Phi}^H \bar{\mathbf{W}}^H \bar{\mathbf{W}} \boldsymbol{\Phi} + \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\delta}}) \right)^{-1} \quad (21)$$

可以通过以下方式更新 $q(\boldsymbol{\delta})$, 即

$$\begin{aligned} \ln q^{\text{new}}(\boldsymbol{\delta}) &\propto \left\langle \ln p(\bar{\mathbf{z}} | \boldsymbol{\delta}) + \ln p(\boldsymbol{\delta}) \right\rangle_{q(\bar{\mathbf{z}})} \propto \\ &a \sum_{l=1}^L \ln \delta_l - \sum_{l=1}^L \left(b + \underbrace{[\boldsymbol{\mu} \boldsymbol{\mu}^H + \boldsymbol{\Sigma}]_{l,l}}_{b_{\delta_l}} \right) \delta_l \end{aligned} \quad (22)$$

式中 $[\cdot]_{l,l}$ 表示一个矩阵的第 l 个对角元素。因此, $q^{\text{new}}(\delta_l)$ 服从以下伽马分布

$$q^{\text{new}}(\delta_l) = \Gamma(\delta_l; a + 1, b + b_{\delta_l}) \quad (23)$$

δ_l 的期望为

$$\hat{\delta}_l \triangleq \langle \delta_l \rangle_{q^{\text{new}}(\delta_l)} = \frac{a+1}{b+b_{\delta_l}} \quad \forall l \quad (24)$$

$q(\alpha)$ 的更新规则如下

$$\ln q^{\text{new}}(\alpha) \propto \left\langle \ln p(\bar{\mathbf{g}} | \bar{\mathbf{z}}, \alpha) + \ln p(\alpha) \right\rangle_{q(\bar{\mathbf{z}})} \propto (QN^2 + a - 1) \ln \alpha - \alpha \left(\underbrace{b + \|\bar{\mathbf{g}} - \bar{\mathbf{W}}\Phi\mu\|_2^2 + \text{tr}(\bar{\mathbf{W}}\Phi\Sigma\Phi^H\bar{\mathbf{W}}^H)}_{b_a} \right) \quad (25)$$

因此, $q^{\text{new}}(\alpha)$ 服从以下伽马分布

$$q^{\text{new}}(\alpha) = \Gamma(\alpha | a + QN^2, b + b_a) \quad (26)$$

α 的期望为

$$\hat{\alpha} \triangleq \langle \alpha \rangle_{q^{\text{new}}(\alpha)} = \frac{a + QN^2}{b + b_a} \quad (27)$$

2.3 网格更新

在实际 mMIMO 通信系统中, DOA 角度与网格之间的角度不匹配问题难以避免。因此, 本文将采用文献[21, 25]中提出的离网模型来处理角度不匹配问题。若 $\theta_k \notin \{\bar{\theta}_l\}_{l=1}^L$, 且 $\bar{\theta}_{n_k}, n_k \in \{1, 2, \dots, L\}$ 为距离真实角度 θ_k 最近的网格点, 则 θ_k 和 $\bar{\theta}_{n_k}$ 满足

$$\beta_{n_k} = \begin{cases} \theta_k - \bar{\theta}_{n_k} & k = 1, 2, \dots, K \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (28)$$

式中 β_{n_k} 表示离网间距。由此, 可以根据式(9)获得一个如下的离网信号模型

$$\bar{\mathbf{g}} = \bar{\mathbf{W}}\bar{\Phi}\bar{\mathbf{z}} + \mathbf{n} \quad (29)$$

式中: $\bar{\Phi} = [\bar{\mathbf{A}}(\bar{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\beta}), \mathbf{I}_M]$, $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_L]^T$ 。将网格点作为可调参数, 按照文献[22]中的更新规则更新 $\bar{\boldsymbol{\theta}}$, 即

$$\bar{\boldsymbol{\theta}}^{\text{new}} = \bar{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{\beta} \quad (30)$$

式中

$$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\Xi}^{-1}\mathbf{v} \quad (31)$$

$$\boldsymbol{\Xi} = \text{Re} \left\{ (\bar{\mathbf{W}}\bar{\mathbf{B}})^T (\bar{\mathbf{W}}\bar{\mathbf{B}})^* \circ [\boldsymbol{\mu}_- \boldsymbol{\mu}_-^H + \boldsymbol{\Sigma}_-] \right\} \quad (32)$$

$$\mathbf{v} = \text{Re} \left\{ \begin{array}{l} \text{diag}(\boldsymbol{\mu}_-^*) \bar{\mathbf{B}}^H \bar{\mathbf{W}}^H (\bar{\mathbf{g}} - \bar{\mathbf{W}}\bar{\mathbf{A}}\boldsymbol{\mu}_-) \\ -\text{diag}(\bar{\mathbf{B}}^H \bar{\mathbf{W}}^H \bar{\mathbf{W}}\bar{\mathbf{A}}\boldsymbol{\Sigma}_-) \end{array} \right\} \quad (33)$$

式中: $\bar{\mathbf{B}} = [\bar{\mathbf{b}}(\bar{\theta}_1), \bar{\mathbf{b}}(\bar{\theta}_2), \dots, \bar{\mathbf{b}}(\bar{\theta}_L)]$, $\bar{\mathbf{b}}(\bar{\theta}_l) = \bar{\mathbf{a}}'(\bar{\theta}_l)$, “ \circ ”表示 Hadamard 积, $\text{Re}\{\cdot\}$ 表示取实部, $\boldsymbol{\mu}_-$ 表示 $\boldsymbol{\mu}$ 的前 L 个元素组成的 L 维子向量, $\boldsymbol{\Sigma}_-$ 表示 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的前 L 行和前 L 列组成的 $L \times L$ 维子矩阵。

2.4 算法步骤总结与性能分析

为了能顺利运行所提算法, 需先对以下参数值进行初始化: $a = b = 10^{-10}$, $\alpha = 1$, $\boldsymbol{\delta} = \mathbf{1}$, $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{0}$ 。随后, 所提算法仅需为对式(19, 23, 26, 30)进行反复迭代更新, 直至算法收敛, 从而计算获得近似的后验概率密度函数 $q(\bar{\mathbf{z}})$ 、 $q(\boldsymbol{\delta})$ 和 $q(\alpha)$ 以及细化后的网格 $\bar{\boldsymbol{\theta}}$ 。具体的算法实施步骤归纳如下。

算法 1 基于 VBI 的混合 mMIMO 系统波达方向估计算法**输入:** 接收信号 $y_{q,t}, \forall q, t$;

- (1) 初始化 $a = b = 10^{-10}, \alpha = 1, \delta = 1, \beta = 0$;
- (2) 根据式(19)更新 $q^{\text{new}}(\bar{z})$ 并计算均值 μ 和方差 Σ ;
- (3) 根据式(23)更新 $q^{\text{new}}(\delta_i)$ 并计算 $\hat{\delta}_i$;
- (4) 根据式(26)更新 $q^{\text{new}}(\alpha)$ 并计算 $\hat{\alpha}$;
- (5) 根据式(30)更新 $\bar{\theta}^{\text{new}}$;
- (6) 重复步骤(2)~(5)直至算法收敛;

输出: $\bar{\theta}^{\text{new}}$ 。

所提算法的收敛性可仿照文献[22]中的讨论相应证明,这里不再赘述。算法的主要计算复杂度为:(1)每次迭代更新 μ 和 Σ 的计算复杂度分别为 $\mathcal{O}\left((L+1)^2\right)$ 和 $\mathcal{O}\left(QN^2(L+1)^2\right)$;(2)每次迭代更新 $\hat{\alpha}, \hat{\delta}$ 和 β 的计算复杂度分别为 $\mathcal{O}\left(QN^2(L+1)^2\right)$ 、 $\mathcal{O}(L+1)$ 和 $\mathcal{O}\left(QN^2(L+1)^2\right)$ 。因此,所提算法每次迭代的总计算复杂度为 $\mathcal{O}\left(QN^2(L+1)^2\right)$ 。

3 仿真结果与分析

本节提供了几组仿真结果来验证所提方法的有效性。将所提方法与 l_1 范数方法(l_1 -norm)^[27]和总体最小二乘旋转不变技术估计信号参数算法(Total least squares-estimating signal parameter via rotational invariance techniques, TLS-ESPRIT)^[19]、基于子矩阵乘法的波束扫描算法(Beam sweeping algorithm using the submatrix multiplication, BSASM)^[17]、波束扫描方法(Beam sweeping algorithm, BSA)^[15]和改进波束扫描方法(Improved beam sweeping algorithm, IBSA)^[16]进行比较。考虑一个 $M=60$ 的 ULA,相邻天线距离为 $d=c/(2f_0)$,其中 c 为光速, $f_0=2000$ MHz。RF 链路数 $N=10$ 。假设 ULA 接收到 $K=2$ 个不相干的入射窄带信号,信号 DOA 角度分别从 $[-20^\circ, -15^\circ]$ 和 $[10^\circ, 15^\circ]$ 范围随机生成。而扫描波束对应的预定角度 ϕ_q 从 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 范围随机生成。现有方法一般只考虑 \mathbf{W}_q 为正交矩阵,为了不失算法的一般性,将增加 \mathbf{W}_q 为高斯随机矩阵的仿真实验。采用均方根误差(Root mean square error, RMSE)来衡量这些方法的性能,表达式为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{KM_c} \sum_{m=1}^{M_c} \sum_{k=1}^K (\hat{\theta}_{m,k} - \theta_k)^2} \quad (34)$$

式中 $\hat{\theta}_{m,k}$ 为 θ_k 在第 m 次 Monte Carlo 实验的估计值, $M_c=200$ 表示 Monte Carlo 实验的总次数。

实验 1 研究了所提方法在不同信噪比(Signal-to-noise ratio, SNR)条件下的收敛性。所提方法对应的帧数为 $Q=50$,每帧包含快拍数为 $T=60$ 。图 2(a)和(b)分别描绘了 \mathbf{W}_q 为高斯随机矩阵和正交矩阵情况下所提方法在不同 SNR 条件随迭代次数变化的归一化 MSE(normalized MSE, NMSE)性能曲线。如图 1 所示,所提方法均在迭代次数为 150 左右达到收敛状态,表现出稳定的收敛性。为了保证公平性,在随后的 Monte Carlo 实验中将所有方法的迭代次数设置为 200。

实验 2 研究了在混合 mMIMO 系统中 SNR 对于 DOA 估计性能的影响。BSA 和 IBSA 方法对应的帧数为 $Q=100$,为了保证对比公平性,各个方法中每帧包含快拍数均为 $T=60$,其他实验条件与实验 1 相同。图 3(a)和图 3(b)分别给出了 \mathbf{W}_q 为高斯随机矩阵和正交矩阵情况下不同算法的 RMSE 随 SNR 变化的曲线,其中横坐标表示 SNR,纵坐标表示 RMSE。根据仿真结果可知:(1)所有方法的 RMSE 都

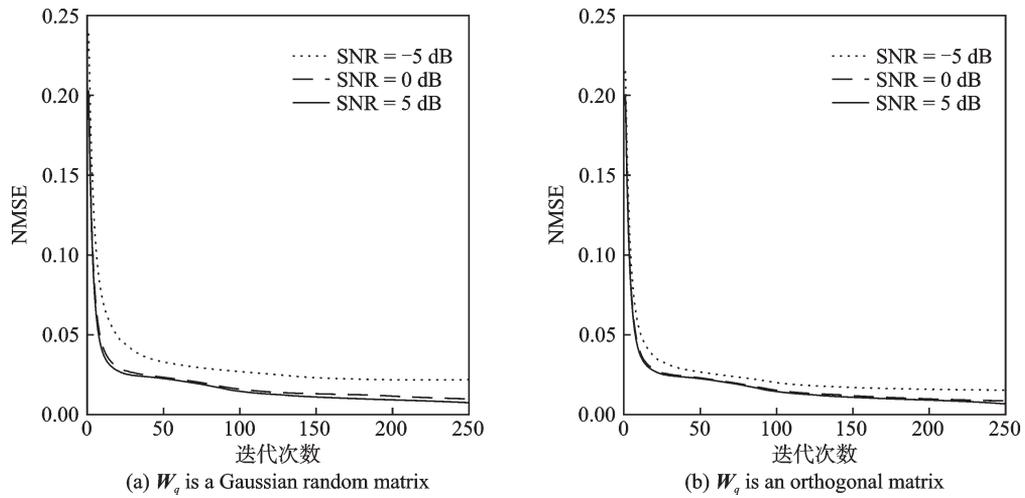


图2 所提算法的 NMSE 随迭代次数变化的曲线

Fig.2 NMSE versus the number of iterations for the proposed method

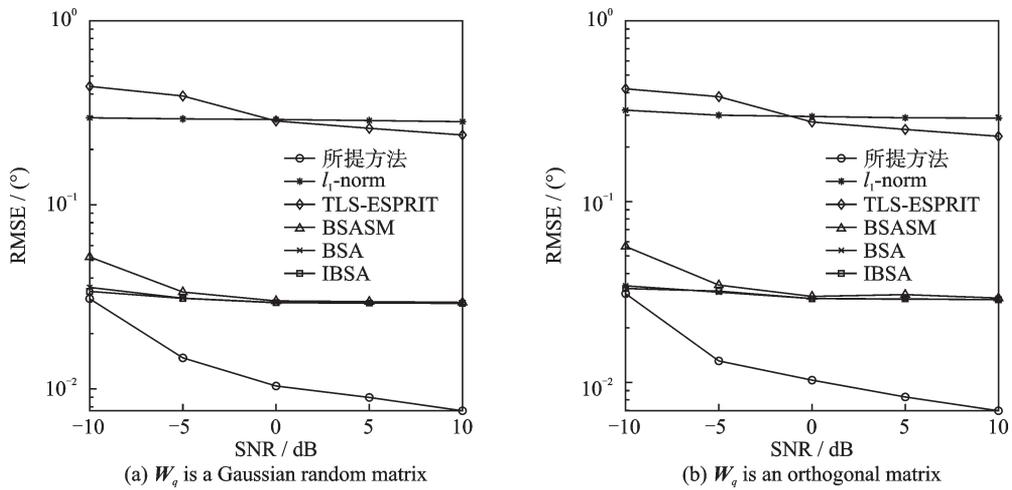


图3 不同算法的 RMSE 随 SNR 变化的曲线

Fig.3 RMSE versus SNR for different methods

随着 SNR 的增加而减小,其中 BSASM 方法性能最差,因为 BSASM 方法需要将输入数据划分为多个子矩阵,划分过程会带来额外的功耗,导致性能较差;(2)BSA 方法与 IBSA 方法性能相似,因为这两种方法都是通过重构 SCM 进行 DOA 估计,IBSA 方法相较 BSA 方法在计算复杂度和运算速度上有所提升,但是随着 SNR 增加 RMSE 性能提升不明显;(3)随着 SNR 的增加,传统经典方法(l_1 -norm 和 TLS-ESPRIT)的 RMSE 数值接近 0.3,波束扫描类算法(BSASM、BSA 和 IBSA)的 RMSE 数值最终达到 0.03 左右,而所提方法的 RMSE 数值小于 0.008,所提算法在高 SNR 时具有更大的优势;(4)无论 W_q 为高斯随机矩阵还是正交矩阵,所提方法的性能总是远远优于其他方法,因为随着 SNR 的增加,所提方法利用信号 DOA 在角度域的稀疏特性,能够更准确地识别并估计信号 DOA。

在实验 3 中,设置实验条件 SNR = 0 dB,其他所有的实验条件与实验 2 相同。图 4(a)和图 4(b)分别给出了 W_q 为高斯随机矩阵和正交矩阵情况下不同算法的 RMSE 随着每帧包含的快拍数 T 变化的曲

线,其中横坐标表示 T ,纵坐标表示 RMSE。根据仿真结果可知:(1)所有方法的 RMSE 性能都随着 T 的增加而提升;(2)BSA 方法和 IBSA 方法性能对 T 不敏感,因为波束扫描过程可能受到硬件或系统限制导致无法获得更多的有效信息,从而限制了这两种方法性能提升;(3)当快拍数量 $T=55$ 时,所提算法的 RMSE 数值已经接近 0.01,可以观察到所提算法在准确估计 DOA 方面体现出较大优势;(4)与其他方法相比,无论 W_q 为高斯随机矩阵还是正交矩阵,所提方法可以通过较少的 T 实现更好的 DOA 估计性能,并且随着 T 增加,所提方法的 RMSE 大幅度减小,因为更多的 T 可以为所提方法提供更多的有用信息,从而得到更准确的 DOA 估计结果。

在实验 4 中,设置实验条件:SNR = -5 dB、 $T=40$ 、BSA 和 IBSA 方法对应的帧数为 $Q=160$ 、所提方法对应的帧数为 $Q=80$,除此之外,其他的实验条件与实验 2 相同。图 5(a)和 5(b)分别给出了 W_q 为高斯随机矩阵和正交矩阵情况下不同算法的 RMSE 随用户天线数 M 变化的曲线,其中横坐标为 M ,纵坐标为 RMSE。根据仿真结果可知:(1)随着 M 从 40 增加到 50,BSASM 方法性能获得较大的提升,因

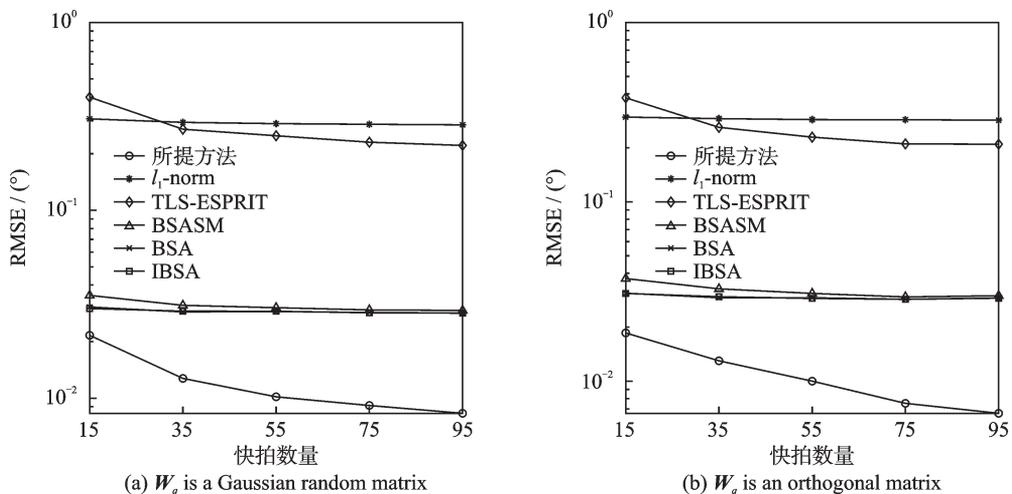


图 4 不同算法的 RMSE 随快拍数量变化的曲线

Fig.4 RMSE versus snapshots T for different methods

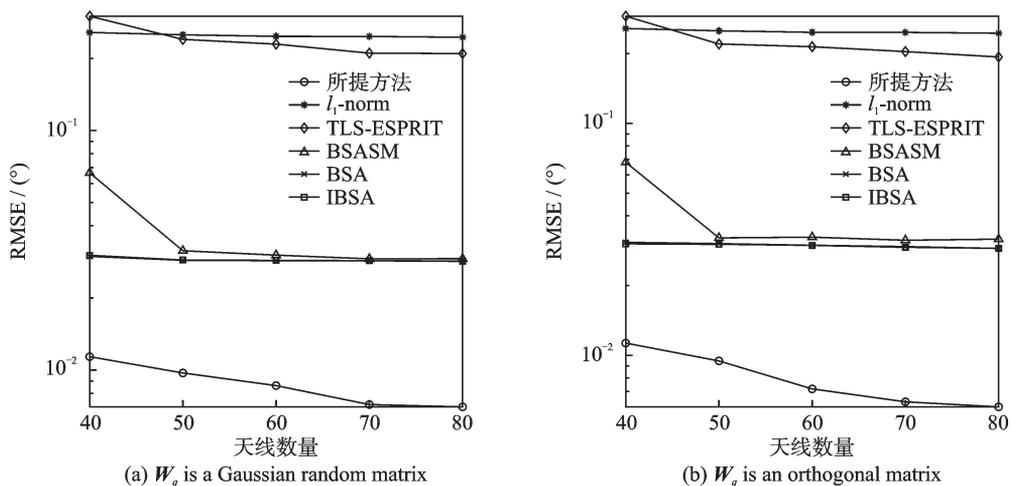


图 5 不同算法的 RMSE 随天线数量变化的曲线

Fig.5 RMSE versus antennas M for different methods

为该方法能够发挥更好的并行计算优势,提高数据重用效益以及空间复杂度优化;(2)随着 M 的增加,与其他方法的 RMSE 性能差距逐渐增加,因为大规模天线可以获得更多的观测信息,有助于更准确的信号稀疏表示,从而增强了信号恢复和 DOA 估计的准确性;(3)当 $M=50$ 时,所提方法的 RMSE 数值小于 0.01,当 M 增加至 80 时,所提算法的 RMSE 数值达到 0.007 左右,与其他方法相比较,即使天线数量较小时,所提算法仍可以表现出更好的性能;(4) W_q 为正交矩阵时所提方法的性能比 W_q 为高斯随机矩阵性能有所提升,因为正交矩阵能够减少不同输入信号之间的干扰,从而提高所提方法在 DOA 估计中的性能。

4 结束语

本文提出了一种基于 SBL 方法的混合 mMIMO 系统的 DOA 估计方法。在传统子空间方法中重构 SCM 时,利用 LS 估计方法需要对帧数 Q 有一定的限制,所提方法通过利用 DOA 在角度域的稀疏特性避免了重构 SCM 带来的性能损失,同时有效降低了观测样本数量。此外,本文采用变分贝叶斯推断通过自适应估计参数恢复稀疏信号。仿真结果验证了所提方法的有效性。

参考文献:

- [1] 史传胜,冯皎,司闯,等. 大规模 MIMO 通信中基于 Jacobi 预迭代的改进 Gauss-Seide 算法[J]. 数据采集与处理, 2021, 36(6): 1167-1175.
SHI Chuansheng, FENG Jiao, SI Chuang, et al. Improved Gauss-Seide algorithm based on Jacobi pre-iteration in massive MIMO communication[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2021, 36(6): 1167-1175.
- [2] 戴继生,尚河坤. 一种基于实值变分贝叶斯推断的大规模 MIMO 系统下行信道估计方法[J]. 数据采集与处理, 2021, 36(6): 1094-1103.
DAI Jisheng, SHANG Hekun. Downlink channel estimation for massive MIMO system based on real-valued variational Bayesian inference[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2021, 36(6): 1094-1103.
- [3] 朱小双,傅友华. STAR-RIS 辅助通信感知一体化系统联合波束成形设计[J]. 数据采集与处理, 2024, 39(1): 140-153.
ZHU Xiaoshuang, FU Youhua. Joint beamforming design for STAR-RIS assisted integrated sensing and communication system [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2024, 39(1): 140-153.
- [4] YUAN W, LIU F, MASOUIROS C, et al. Bayesian predictive beamforming for vehicular networks: A low-overhead joint radar-communication approach[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(3): 1442-1456.
- [5] PAZOS S, HURTADO M, MURAVCHIK C. DOA estimation using random linear arrays via compressive sensing[J]. IEEE Latin America Transactions, 2014, 12(5): 859-863.
- [6] AGHABABAIYAN K, SHAH-MANSOURI V, MAHAM B. High-precision OMP-based direction of arrival estimation scheme for hybrid non-uniform array[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(2): 354-357.
- [7] WEN F, LIANG C. Improved tensor-mode based direction-of-arrival estimation for massive MIMO systems[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(13): 2182-2185.
- [8] WANG T, AI B, HE R. Two-dimension direction-of-arrival estimation for massive MIMO systems[J]. IEEE Access, 2015, 3: 2122-2128.
- [9] ZHENG Z, WANG W Q, MENG H, et al. Efficient beamspace-based algorithm for two-dimensional DOA estimation of incoherently distributed sources in massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions Vehicular Technology, 2018, 67(12): 11776-11789.
- [10] LIU F, MASOUIROS C, PETROPULU A P, et al. Joint radar and communication design: Applications, state-of-the-art, and the road ahead[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(6): 3834-3862.
- [11] HUANG Z, WANG K, LIU A, et al. Joint pilot optimization, target detection and channel estimation for integrated sensing and communication systems[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022, 21(12): 10351-10365.
- [12] ZHAO J, GAO F, JIA W, et al. Integrated sensing and communications for UAV communications with jittering effect[J].

- IEEE Wireless Communication Letters, 2023, 12(4): 758-762.
- [13] LIANG L, XU W, DONG X. Low-complexity hybrid precoding in massive multiuser MIMO systems[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2014, 3(6): 653-656.
- [14] PARK S, HEATH R W. Spatial channel covariance estimation for the hybrid MIMO architecture: A compressive sensing-based approach[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(12): 8047-8062.
- [15] LI S, LIU Y, YOU L, et al. Covariance matrix reconstruction for DOA estimation in hybrid massive MIMO systems[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2020, 9(8): 1196-1200.
- [16] LIU Y, YAN Y, YOU L, et al. Spatial covariance matrix reconstruction for DOA estimation in hybrid massive MIMO systems with multiple radio frequency chains[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(11): 12185-12190.
- [17] ZHOU Y, DANG B, LI Y, et al. An efficient spatial covariance matrix reconstruction algorithm in the hybrid analog-digital structure[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(7): 7930-7935.
- [18] KHAN Z I, KAMAL M M, HAMZAH N, et al. Analysis of performance for multiple signal classification (MUSIC) in estimating direction of arrival[C]//Proceedings of 2008 IEEE International RF and Microwave Conference. Malaysia: IEEE, 2008: 524-529.
- [19] KHAN Z I, AWANG R A, SULAIMAN A A, et al. Performance analysis for estimation of signal parameters via rotational invariance technique (ESPRIT) in estimating direction of arrival for linear array antenna[C]//Proceedings of 2008 IEEE International RF and Microwave Conference (RFM). Malaysia: IEEE, 2008: 530-533.
- [20] WANG S, ZHOU L, XU W, et al. Hybrid message passing approach for uplink massive MIMO channel estimation[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2022, 11(5): 987-991.
- [21] YANG Z, XIE L, ZHANG C. Off-grid direction of arrival estimation using sparse Bayesian inference[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(1): 38-43.
- [22] DAI J, SO H C. Real-valued sparse Bayesian learning for DOA estimation with arbitrary linear arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2021, 69: 4977-4990.
- [23] TIPPING M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine[J]. Journal of Machine Learning Research, 2001, 1: 211-244.
- [24] GOODMAN N. Statistical analysis based on a certain multivariate complex Gaussian distribution (an introduction)[J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1963, 34(1): 152-177.
- [25] DAI J, LIU A, LAU V K. FDD massive MIMO channel estimation with arbitrary 2D-array geometry[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(10): 2584-2599.
- [26] TZIKAS D G, LIKAS A C, GALATSANOS N P. The variational approximation for Bayesian inference[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(6): 131-146.
- [27] DONOHO D L, TSAIG Y. Fast solution of ℓ_1 -norm minimization problems when the solution may be sparse[J]. IEEE Transactions Information Theory, 2008, 54(11): 4789-4812.

作者简介:



慕欣茹(1999-),女,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理,E-mail: 2222107067@stmail.ujs.edu.cn。



傅海军(1976-),男,教授,研究方向:阵列信号处理、稀疏信号处理,E-mail: fuhaijun21@ujs.edu.cn。



戴继生(1982-),通信作者,男,教授,研究方向:信道估计、阵列信号处理、稀疏信号处理,E-mail: jsdai@dhu.edu.cn。

(编辑:王静)