

# 基于全局图振幅排列熵的 EEG 心算分类研究

王盛淋<sup>1</sup>, 邱祥凯<sup>1</sup>, 王汝清<sup>1</sup>, 黄丽亚<sup>1,2</sup>

(1. 南京邮电大学电子与光学工程学院、柔性电子(未来技术)学院, 南京 210023; 2. 南京邮电大学射频集成与微组装技术国家地方联合工程实验室, 南京 210023)

**摘要:** 心算是生活中常使用到的技能, 涉及到多种引起大脑活动变化认知加工环节, 对于心算的脑电 (Electroencephalogram, EEG) 研究有助于提高对认知任务的研究水平。本文提出了一种全局图振幅排列熵 (Amplitude permutation entropy for global graph, APEGG) 应用于脑电心算研究, 以弥补传统图排列熵 (Permutation entropy for graph, PEG) 无法全面反映脑网络节点周边邻居节点变化的缺陷, 克服了脑电信号幅值不敏感的问题。首先采用相位锁定值构建了 EEG 脑网络, 分析多导联脑电信号之间的同步性和相关性, 然后计算了不同频段下脑网络的全局图振幅排列熵, 最后运用支持向量机 (Support vector machine, SVM) 进行分类。使用脑电心算公开数据集进行仿真, 分析了不同频段的心算状态与静息状态的熵值散点图, 两种状态的熵值散点图表现出较大差异。心算状态与静息状态分类结果与其他算法比较表现出更好的效果。

**关键词:** 心算分类; 熵; 脑网络; 支持向量机; 相位锁定值

**中图分类号:** TP391 **文献标志码:** A

## Research on EEG Mental Arithmetic Classification Based on Amplitude Permutation Entropy for Global Graph

WANG Shenglin<sup>1</sup>, QIU Xiangkai<sup>1</sup>, WANG Ruqing<sup>1</sup>, HUANG Liya<sup>1,2</sup>

(1. College of Electronic and Optical Engineering & College of Flexible Electronics (Future Technology), Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China; 2. National Joint Engineering Laboratory of RF Integration and Microassembly Technology, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** Mental arithmetic is a skill commonly used in daily life. It involves various cognitive processing processes that cause changes in brain activity, so research on its electroencephalogram (EEG) can help improve the level of research on cognitive tasks. Amplitude permutation entropy for global graph (APEGG) is proposed to apply to the study of EEG mental arithmetic, to make up that the traditional permutation entropy for graph (PEG) can not fully reflect changes of the neighboring nodes around brain network nodes, and overcome the problem of insensitive EEG signal amplitude. At first, the EEG brain network is constructed using the phase locking value (PLV), the synchronization and correlation between multi-lead EEG signals are analyzed, and then the amplitude permutation entropy for global graph of the brain network at different frequency bands is calculated. Finally, support vector machine (SVM) is used for classification. EEG in public data sets is used for simulation, and the mental state of different frequency

**基金项目:** 国家自然科学基金 (61977039); 中国教育技术协会新基建+高校信息化研究项目 (202205007)。

**收稿日期:** 2023-03-13; **修订日期:** 2023-05-17

bands and resting state entropy scatterplot are analyzed, showing a larger difference. The classification results show better results compared with other algorithms.

**Key words:** classification of mental arithmetic; entropy; brain network; support vector machine (SVM); phase locking value (PLV)

## 引 言

脑机接口(Brain computer interface, BCI)是在人脑与外部设备之间创建直接交流通路的交互系统,它实现了人脑与外部设备之间的信息传输与指令操作<sup>[1]</sup>,被广泛应用于现代医学<sup>[2-3]</sup>及教育领域<sup>[4-5]</sup>等方面。长期以来,心算任务作为心理学研究领域的热点,对数学焦虑<sup>[6-7]</sup>与抑郁症<sup>[8]</sup>患者的诊断具有重要意义。基于心算脑电信号(Electroencephalogram, EEG)的状态识别具有实时性、客观性等优点,是目前BCI的主要研究方向之一。

由于脑电信号具有高复杂性和非线性特性,因此从脑电信号中精准提取与心算任务相关的特征是获得较好识别性能的关键。相较于传统的时域<sup>[9]</sup>、频域<sup>[10]</sup>和空域<sup>[11]</sup>的特征提取方法,熵作为描绘大脑活动的规律性以及衡量脑电信号复杂度的常用工具,在EEG心算任务中表现出优异的性能。李云川等<sup>[12]</sup>使用近似熵对不同难度心算任务进行分类,发现高难度心算任务下的各脑区近似熵显著高于低难度心算任务。Ramanand等<sup>[13]</sup>利用样本熵分析了3种心算状况下脑电信号复杂度的变化。然而,近似熵存在着相对一致性较差的问题<sup>[14]</sup>,样本熵又耗时太多,且受时间序列的非平稳性和异常值的影响。排列熵<sup>[15]</sup>是一种新型的随机性和动力学突变检测方法,其原理基于相邻数据之间的对比,而非具体数值。该方法具有较低的计算复杂度和强大的抗噪能力,可以在较短的序列获取稳定的特征信息,从而节省了计算时间。排列熵在肌电信号处理<sup>[16]</sup>、心率信号处理<sup>[17]</sup>等方面都取得了良好的效果。

排列熵对单导联特征提取发挥着重要的作用,在序列复杂度分析与非线性分析<sup>[18]</sup>中表现出较高的鲁棒性,具有快速简洁的特点,但是心算任务作为高级认知过程,需要多个脑区相互协作完成,单导联的特征提取往往不能满足研究需要。通过相关系数和相位锁定值(Phase locking value, PLV)<sup>[19]</sup>等统计关系构建脑网络<sup>[20]</sup>来表示脑区间的复杂连接关系,可以更好地挖掘心算状态下的大脑机理特征。Fabila及其团队<sup>[21]</sup>改进了排列熵,提出了一种图排列熵(Permutation entropy for graph, PEG),挖掘复杂网络节点之间的交互关系,用以衡量网络的复杂程度,并将其有效地应用于气象数据和心电数据分析中。图排列熵可灵活地考虑各种类型网络节点间关系的特点,使其具备深度解析复杂网络的潜力。

本文在将图排列熵应用于心算脑电信号的识别时,对图排列熵进行了如下的改进:(1)图排列熵在计算网络节点之间关系时,仅仅考虑了从节点出发到固定尺度下节点之间的关系,由于尺度固定,未考虑其他尺度下网络节点之间关系的影响。而大脑状态的变化往往带动多个脑区的相应变化,仅仅考虑固定尺度下脑网络节点间关系的图排列熵无法全面反映脑网络节点之间关系。针对此问题,本文使用变尺度方法代替原本的固定尺度方法,从各个尺度衡量网络节点之间关系,使结果更具全局性和可信度。(2)图排列熵重点考虑序列顺序之间的相似程度,而忽略了序列的幅度信息,而节点幅值的大小往往体现心算任务信息,因此本文在改进熵的同时,考虑振幅均值及振幅之间的偏差,改进排列熵中的计数规则,从而提高幅值敏感度。通过这两方面改进,本文提出一种全局图振幅排列熵(Amplitude permutation entropy for global graph, APEGG),将其应用于脑电心算任务的研究。

## 1 全局图振幅排列熵

排列熵<sup>[15]</sup>是由Bandt提出的度量序列不规则程度的方法。在此基础上,Fabila-Carrasco等<sup>[21]</sup>提出

了图排列熵,将其用以衡量网络的不规则程度。但图排列熵存在着无法全面反映节点间关系、忽略幅度信息问题,基于这些问题,本文提出全局图振幅排列熵对图排列熵进行改进。

### 1.1 排列熵

考虑长度为  $N$  的序列  $X = \{x(s)\}, s = 1, 2, \dots, N$ 。计算排列熵的方法如下

首先,对  $X = \{x(s)\}$  相空间重构

$$H = \begin{bmatrix} x(1) & x(1+t) & \cdots & x(1+(m-1)t) \\ x(2) & x(2+t) & \cdots & x(2+(m-1)t) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x(Z) & x(Z+t) & \cdots & x(Z+(m-1)t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $m$  为嵌入维数,  $t$  为延迟时间,  $Z = N - (m-1)t$ , 每一行表示一个重构分量。将各重构分量按照升序排列, 记为

$$H_i = \{x(i+(j_1-1)t) \leq x(i+(j_2-1)t) \leq \cdots \leq x(i+(j_m-1)t)\} \quad (2)$$

式中  $j$  为排列前的位置序号。如果存在  $x(i+(j_{i1}-1)t) = x(i+(j_{i2}-1)t)$ , 则按照  $j$  值的大小进行排序, 即当  $j_{i1} \leq j_{i2}$  时, 有  $x(i+(j_{i1}-1)t) \leq x(i+(j_{i2}-1)t)$ 。各元素在矩阵  $H$  中的列索引组成符号序列  $S(g) = \{j_1, j_2, \dots, j_m\}, g = 1, 2, \dots, w$ , 其中  $w$  表示符号序列不同排列组合的个数。对于嵌入维数为  $m$  的符号序列, 共有  $m!$  种排列方式且  $w \leq m!$ 。将第  $g$  种排列顺序记为  $\pi_g$ , 则任意一个排列顺序  $\pi_g$  出现的概率  $p_g$  可表示为

$$p_g = \frac{f(\pi_g)}{N - m + 1} \quad (3)$$

式中  $f(\pi_g)$  表示排列顺序  $\pi_g$  出现的次数。综上, 序列  $X = \{x(s)\}$  的排列熵可以用香农熵的形式定义为

$$PE(m, t) = - \sum_{g=1}^w p_g \ln p_g \quad (4)$$

考虑到  $0 \leq PE(m, t) \leq \ln(m!)$ , 将排列熵进行归一化, 即

$$0 \leq \frac{PE(m, t)}{\ln(m!)} \leq 1 \quad (5)$$

排列熵能够衡量序列的复杂程度与规则程度, 排列熵值越小, 序列的复杂度越低, 序列越规则; 反之, 排列熵值越大, 序列的复杂度越高, 序列越混乱。

### 1.2 图排列熵

定义无向图  $G = (\nu, \epsilon)$ , 其中  $\nu = \{1, 2, \dots, N\}$  表示有限的顶点集,  $\epsilon \subset \{(i, j): i, j \in \nu\}$  表示边集。定义  $A$  为  $G$  的邻接矩阵, 如果  $(i, j) \in \epsilon$ , 则  $A_{ij} = A_{ji} = 1$ , 否则为 0。序列  $X$  定义为无向图  $G$  各个节点在某一时刻下的值构成的序列, 序列长度为  $N$ ,  $N$  代表节点个数。计算图排列熵的方法如下:

首先, 结合序列  $X$  与邻接矩阵  $A$  进行重构, 构建重构矩阵  $Y$ , 重构矩阵参数  $y_i^{K \times L}$  表示从  $i$  节点到距离为  $K \times L$  的所有节点序列的平均值, 即

$$y_i^{K \times L} = \frac{1}{|N_{K \times L}(i)|} \sum_{j \in N_{K \times L}(i)} x(j) = \frac{1}{|N_{K \times L}(i)|} (A^{K \times L} X)_i \quad (6)$$

其中

$$N_{K \times L}(i) = \{j \in \nu | i \text{ 到 } j \text{ 距离为 } K \times L\} \quad (7)$$

表示从节点  $i$  出发经过  $K \times L$  条边后可以到达的所有节点,  $L$  为转移步数,  $K = 0, 1, \dots, m-1$ ,  $m$  为嵌入维数, 则重构矩阵  $Y$  的第  $i$  行分量  $Y_i^{m, L}$  表示为

$$Y_i^{m,L} = (y_i^{K \times L})_{K=0}^{m-1} = (y_i^0, y_i^L, \dots, y_i^{(m-1) \times L}) \quad (8)$$

对  $Y_i^{m,L}$  进行排序处理,并记录此时各元素位置列索引组成符号序列。根据式(3)计算每种符号序列出现的概率  $p_g, g = 1, 2, \dots, \omega$ 。最后,将  $p_g$  代入式(4)中,并使用式(5)进行归一化,得到图排列熵。

图排列熵依旧存在两方面的问题:(1) 由于  $L$  转移步数是固定的,这就导致在考虑网络节点间关系时,仅仅考虑了步长等于转移步数下能够到达节点之间的关系,一些步长小于转移步数的节点并没有被考虑。例如,在图1所示网络中,  $K=1, L=3$ , 节点1在计算重构矩阵参数  $y_i^{K \times L}$  时,距离节点1,转移步数为3的点为2、5、6节点。因此,在计算此重构参数时仅仅考虑了2、5、6节点上的信息,对于3、4号节点上的信息,在计算中并未考虑,这就导致熵在计算网络节点间关系出现片面的情况,不能将网络全局信息纳入考虑。(2) 图排列熵使用的计算概率  $p_g$  的方法与排列熵一致,但这种计数规则只考虑了排列次序,而忽略了序列中元素的幅值信息。例如,  $\{1, 14, 3\}$  和  $\{1, 4, 3\}$  具有相似的大小次序,导致了相同的符号序列,这是由于算法没有考虑顺序样本之间的差异程度。另一个例子是,  $\{1, 30, 2\}$  与  $\{12, 14, 13\}$ , 也具有相同的符号序列,但是算法没有体现两个序列样本均值存在较大差异的特点。针对上述两方面问题,本文提出了全局图振幅排列熵。

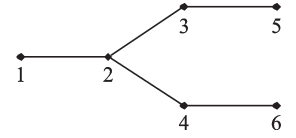


图1 典型网络示例  
Fig.1 Typical network example

### 1.3 APEGG 算法

针对以上第一个问题,为了克服图排列熵丢失部分节点信息的问题,引入变尺度思想,考虑从某一节点到固定距离之间所有的距离能够到达的点,计算不同距离下的重构矩阵参数并计算全部距离下重构矩阵参数的平均值,从各个尺度衡量网络节点间关系,改进的计算过程如下。

$y_i^{K \times L}$  重新定义为

$$y_i^{K \times L} = \frac{1}{K \times L} \sum_{v=1}^{K \times L} \frac{1}{N_v(i)} \sum_{j \in N_v(i)} x(j) = \frac{1}{K \times L} \sum_{v=1}^{K \times L} \frac{1}{N_v(i)} (A^v X)_i \quad (9)$$

将式(9)代入式(8)构建重构分量  $Y_i^{m,L}$ ,再求取符号序列出现的概率  $P_g$ 。

针对以上第2个问题,为了克服熵对于幅值敏感度较低的问题,具体包括原本熵只考虑排列次序,而忽略了序列幅值信息,并且没有考虑样本均值的影响,因此,改进熵在计算概率时将同时考虑序列振幅的均值及振幅之间的偏差,具体方法如下:

重构矩阵  $Y$  是一个  $N \times m$  维的矩阵,为了能够满足排列熵中构建重构矩阵的形式,将重构矩阵展开,将每一列向量进行拼接并转置,得到为长度为  $N \times m$  的一维向量  $U, m$  为嵌入维数。当延迟时间  $t = N$  时,如式(1)方法构建重构矩阵  $H$ ,此时可以发现矩阵  $H$  与矩阵  $Y$  完全相同。 $i$  表示重构矩阵  $H$  的第  $i$  行,  $i = 1, 2, \dots, N$ 。定义  $p_g^{m,t}$  为  $\pi_g$  出现的概率,设初始值  $p_g^{m,t}$  为0,每遇到相同种类的符号序列,便对  $p_g^{m,t}$  按式(10)进行更新,更新后的概率可表示为

$$(p_g^{m,t})_u = p_g^{m,t} + \left( \frac{a}{m} \sum_{h=1}^m |H_i^{(h-1)t}| + \frac{1-a}{m-1} \sum_{h=2}^m |H_i^{(h-1)t} - H_i^{(h-2)t}| \right) \quad (10)$$

式中  $a$  为调整系数,用于调节振幅均值及振幅之间偏差的权重,一般取  $a = 0.5$ 。因此,针对整个序列,表示某一个排序的符号序列出现的概率为

$$p_g^{m,t} = \frac{(p_g^{m,t})_u}{\sum_{i=1}^{(N-1) \times m + 1} \left( \frac{a}{m} \sum_{h=1}^m |H_i^{(h-1)t}| + \frac{1-a}{m-1} \sum_{h=2}^m |H_i^{(h-1)t} - H_i^{(h-2)t}| \right)} \quad (11)$$

最后,将改进的 $p_g^{m,t}$ 代入香农熵公式(4)中,并将式(9)结果代入式(5)中进行归一化,得到全局图振幅排列熵的熵值。

本文提出的APEGG引入变尺度的思想,使其能够反映节点的全局特性,并且将均值与振幅之间的偏差纳入考虑,使用更全面的概率计算方法,解决了计算熵过程中仅考虑序列的序数结构未兼顾实际幅值差异所产生的问题。

## 2 基于全局图振幅排列熵的脑电分类算法

基于以上全局图振幅排列熵,本文提出基于全局图振幅排列熵的心算脑电分类算法,具体流程如图2所示。首先对采集的脑电数据进行预处理,去除脑电数据中的噪声,并为降低计算冗余度,对数据分段。然后,为分析大脑机理,构建脑网络,考虑到PLV作为连接边权重能够充分表征心算状态下各脑区之间的信息流协作关系,对两两导联的分段EEG数据计算相位锁定值,获得脑网络的边。为了获得二值邻接矩阵,算法设置了阈值,用以获得具有高度同步性的导联对,从而构建脑网络。将脑网络与脑电信号数据代入全局图振幅排列熵中得到熵值。最后,使用分类器支持向量机(Support vector machine, SVM)对熵值进行分类。

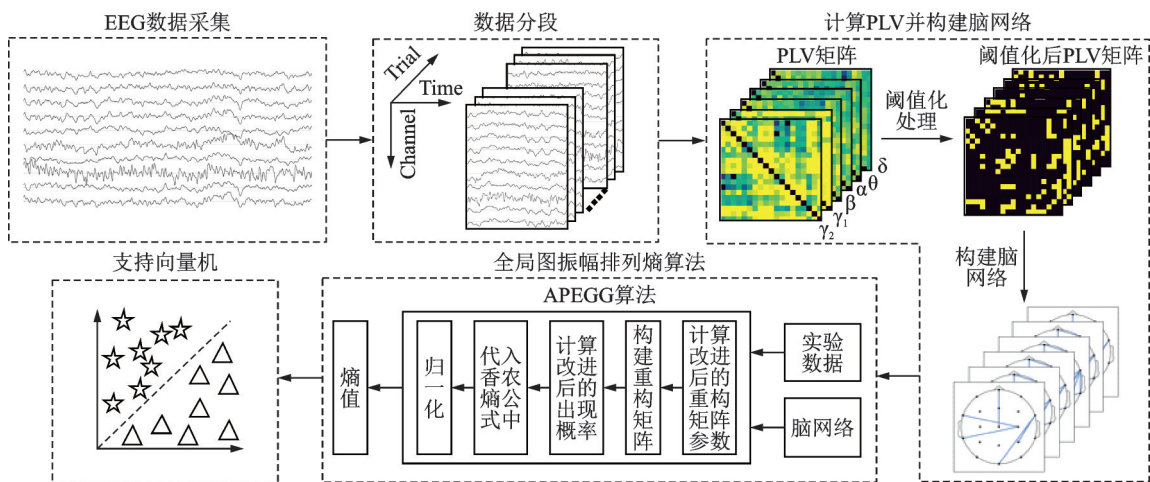


图2 基于全局图振幅排列熵的脑电分类算法流程图

Fig.2 Flow chart of EEG classification algorithm based on APEGG

### 2.1 EEG数据采集

采用Zyma及其团队<sup>[22]</sup>设计并采集的脑电心算公开数据集。数据集使用Neurocom脑电23通道系统(乌克兰, XAI-MEDICA)采集信号,采样频率500 Hz,根据国际10-20标准连接电极,将氯化银电极放置在头皮的对称前额叶(FP1、FP2)、额叶(F3、F4、FZ、F7、F8)、中央(C3、C4、CZ)、顶叶(P3、P4、PZ)、枕叶(O1、O2)和颞叶(T3、T4、T5、T6)记录部位。电极阻抗均小于5 K $\Omega$ ,分别使用截止频率为0.5 Hz和45 Hz的高通滤波器和低通滤波器进行预处理。

实验对象为基辅塔拉斯舍甫琴科国立大学学生,年龄在18至26岁之间,共有36位被试(包括27位右利手女士和9位右利手男士),被试没有任何视觉、智力及学习障碍。

在实验过程中,每位被试先经历180 s的适应阶段,开始采集数据,采集180 s的静息状态脑电数据。然后进行连续240 s的心算任务,采用数字做连续减法(4位被减数和2位减数),实验期间引发大量大脑

的认知活动,实验总长 600 s。为消除精神疲劳的影响,选择心算任务前的 180 s 静息状态数据和心算任务的前 60 s 脑电数据作为分析数据。实验采集时间如图 3 所示。被试在没有说话或手指动作的情况下完成整个实验。所有受试者的数据采集在两次试验中进行:实验 1 为记录 180 s 静息状态脑电数据,实验 2 记录为 60 s 心算状态脑电数据。

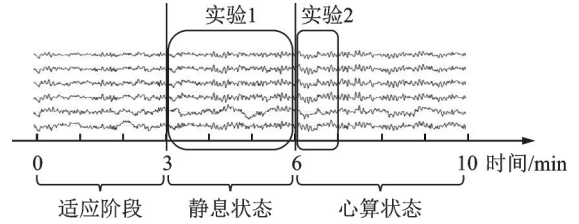


图3 实验数据采集示意图

Fig.3 Schematic diagram of experimental data collection

如果参与者报告的结果与正确值相差不超过

20%,则认为他们成功地参与了任务。完成实验任务后,为了分析心算过程中不同心算能力下大脑的变化状况,根据每分钟成功完成的计算任务数量将参与任务的被试划分为两组:B组和G组。B组为心算能力较弱组,包括 12 名被试,平均计算次数为 7 次;G组为心算能力较强组,包括 24 名被试,平均计算次数为 21 次。

## 2.2 数据分段

实验记录了 180 s 的静息状态和 60 s 的心算状态下的 EEG 数据,为了匹配心算数据的长度,本文取静息状态的前 60 s 进行对比研究。为了方便数据分析,根据文献[23],将数据分为 4 s 一段较为合适,本文也选取相同方法,每位被试包含 30 段 EEG 数据段。

## 2.3 PLV 矩阵计算及脑网络构建

### 2.3.1 PLV 矩阵计算

相位锁定值描述导联对间的相位同步性。导联信号通过小波分解进行时频映射,得到该导联在时频坐标下的瞬时相位值,记为  $\Phi(s, f)$ 。PLV 定义为

$$PLV_{y_1, y_2}(s, f) = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=1}^N \exp(j\{\Delta\Phi_n(s, f)\}) \right| \quad (12)$$

式中: $N$ 为总样本数, $y_1$ 与 $y_2$ 为一个导联对,记第 $n$ 个样本当前导联对的瞬时相位差为

$$\Delta\Phi_n(s, f) = \Phi_{y_1}(s, f) - \Phi_{y_2}(s, f) \quad (13)$$

记时频映射中频率点数目为 $E$ ,则

$$PLV_{y_1, y_2}(s) = \frac{1}{N \times E} \left| \sum_{n=1}^N \exp(j\{\Delta\Phi_n(s, f)\}) \right| \quad (14)$$

通过式(12~14)计算每个数据段不同频段的 PLV。为反映不同频段下每个通道之间的关系,将数据分为 6 个频段,分别为  $\delta$  (1~3 Hz)、 $\theta$  (5~7 Hz)、 $\alpha$  (8~12 Hz)、 $\beta$  (15~29 Hz)、 $\gamma_1$  (30~39 Hz) 和  $\gamma_2$  (40~45 Hz)。分别计算每个频段数据的 PLV,每个 PLV 反映 4 s 内此频段下两个通道相位一致性关系,然后构建包括 6 个频段的 PLV 矩阵。

### 2.3.2 脑网络构建

此实验中共有 23 个导联数据,其中 4 个导联为参考电极,用于消除心电机电等伪迹,因此本实验只考虑 19 个导联数据。为构建脑网络,需要定义网络的节点集和边集,本文中每个导联代表一个脑网络节点,采用 PLV 构建导联与导联之间边的关系。根据式(12~14)计算 PLV,PLV 用于量化两个信号之间的相位同步关系,取值范围为 0 到 1,数值越大表示导联之间的相位同步性关系越强,反之,导联间的相位同步性较弱,可以忽略。为了有效地表征脑网络中高度同步的导联对,需要对 PLV 矩阵进行阈值处理,滤除同步性较低的导联对信息,构建具有较高同步性关系的阈值化邻接矩阵  $A$ 。为了保留具有较

高同步性的导联对信息<sup>[24]</sup>,对同步性较低的导联对进行了过滤。本文心算实验在设定阈值为0.7时表现出最好的效果,因此,本文设定阈值为0.7,超过阈值将PLV矩阵参数设置为1,反之则为0,构建无向脑网络。构建脑网络过程如图2(c)所示。

## 2.4 基于APEG的脑电分类算法

输入序列 $X$ 采用一个时刻的19个导联的数据,导联的顺序为:FP1、FP2、F3、F4、FZ、F7、F8、C3、C4、CZ、P3、P4、PZ、O1、O2、T3、T4、T5和T6。输入脑网络为不同导联间相位锁定值构成的阈值化邻接矩阵 $A$ 。将脑网络与输入信号代入全局图振幅排列熵中,对每个频段计算脑网络熵值,前文将数据截为4 s一段,采样频率为500 Hz,包括2 000个时间点,分别计算它们的熵值并取平均和中位值,得到6个频段下12个维度的熵值,并将熵值代入支持向量机中进行训练,并对静息状态及心算状态进行分类。支持向量机通过寻找一个最佳的分离超平面,使得训练集上正负样本间隔最大,是经典的分类算法。SVM在处理小样本数据时表现优异,可以更好地处理较少的数据,对于噪声数据和异常值的鲁棒性较强,并且SVM具有较低的计算复杂度,相较于其他分类器节省了时间。在以下仿真分析中,为方便分析展示实验结果,只使用熵值平均值进行分析展示,分类依旧使用12个维度的熵值。

## 3 仿真结果分析

### 3.1 脑网络同步性分析

基于PLV得到心算状态与静息状态下不同频段的平均相位锁定阈值化矩阵,对比不同频段,分析发现在 $\alpha$ 频段和 $\beta$ 频段下心算状态与静息状态平均相位锁定阈值化矩阵有着较大差别。如图4所示,在心算状态与静息状态比较中,可以清晰看出从静息状态和心算状态表现出明显差异,静息状态构建的脑网络同步性连接明显强于心算状态。在静息状态下,额叶区域与右侧枕叶区域的脑网络同步性明显强于心算状态。而随着静息状态到心算状态认知活动的增加,会通过相位同步的方式表现出不同的特性,静息状态会表现出较高的同步性,这与本文结论一致,并且对额叶区域与右侧枕叶区域进行显著性分析,发现额叶区(FP1、FP2、F3、F4)与周边导联对在静息状态与心算状态表现出显著性差异( $p < 0.05$ ),右侧枕叶区域(T4、T6)也表现出显著性差异( $p < 0.05$ )。此结论也与以往研究得出的结论类似:心算任务往往与 $\alpha$ 频段和 $\beta$ 频段有着密切联系。如Garakh等<sup>[25]</sup>在研究发现心算状态 $\alpha$ 频段在抑郁症、精神分裂症等疾病时表现出巨大差异。Birbaumer等<sup>[26]</sup>发现在心算任务中困难计算比简单计算更能激发 $\beta$ 频段。在Harmony等<sup>[27]</sup>对于大脑额叶区域的分析当中,心算状态与静息状态表现出明显差异。

### 3.2 脑网络复杂度分析

在全局图振幅排列熵的计算中需要考虑和设定3个参数,分别是嵌入维数 $m$ ,转移步数 $L$ 以及延迟时间 $t$ ,其中延迟时间本文设定 $t = 19$ 。本文只使用19个导联数据,数据长度较短,转移步数的设定也应较小,否则会模糊导联周边情况,本文设定 $L = 3$ 。Bandt等<sup>[15]</sup>在考虑嵌入维度时建议 $m$ 取3~7,因为当

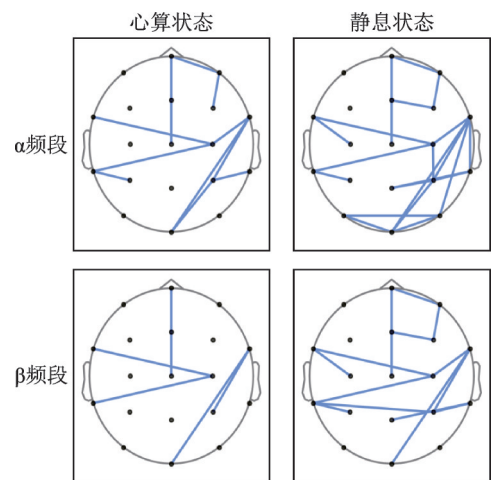


图4  $\alpha$ 、 $\beta$ 频段下静息状态和心算状态的平均相位锁定值脑网络

Fig.4 Average PLV brain networks of resting and mental arithmetic states in  $\alpha$  and  $\beta$  frequency bands

$m$ 取1~2时对应的符号序列包含状态数量太少,而当 $m$ 过于大时,计算所需时间较长,并且无法捕捉到序列中微小的变化。当 $L=3$ 时不同嵌入维数 $m$ 下的被试内心算任务分类准确率以及平均耗时如表1所示。综合考虑准确率与耗时,当 $m=4$ 时,具有较好表现,因此,本文中选取 $m=4$ ,对脑电心算数据集计算熵值。

分别提取 $\alpha$ 频段和 $\beta$ 频段基于全局图振幅排列熵计算出的熵值,图5为数据集标记的前9位被

试熵值散点图。熵值能有效地区分静息状态与心算状态,在 $\alpha$ 频段和 $\beta$ 频段心算状态熵值普遍较低,表现出较低的复杂度和较低的脑网络同步性,这与先前脑网络同步性分析结果一致。为验证心算任务与 $\alpha$ 频段、 $\beta$ 频段有着密切联系,使用 $t$ 检验对 $\alpha$ 频段、 $\beta$ 频段熵值进行显著性分析。有31位被试心算状态与静息状态的熵值在 $\beta$ 频段具有显著性差异( $p<0.05$ ),有27位被试心算状态与静息状态的熵值在 $\alpha$ 频段具有显著性差异( $p<0.05$ ),该实验结果与前人研究结论<sup>[25-27]</sup>类似。

表1 不同嵌入维数 $m$ 下心算任务分类准确率和平均耗时

Table 1 Classification accuracy and average time cost on the mental arithmetic task at different embedding dimensions  $m$

$m$	3	4	5
分类准确率/%	83.39	90.55	91.63
平均耗时/s	0.24	2.86	14.73

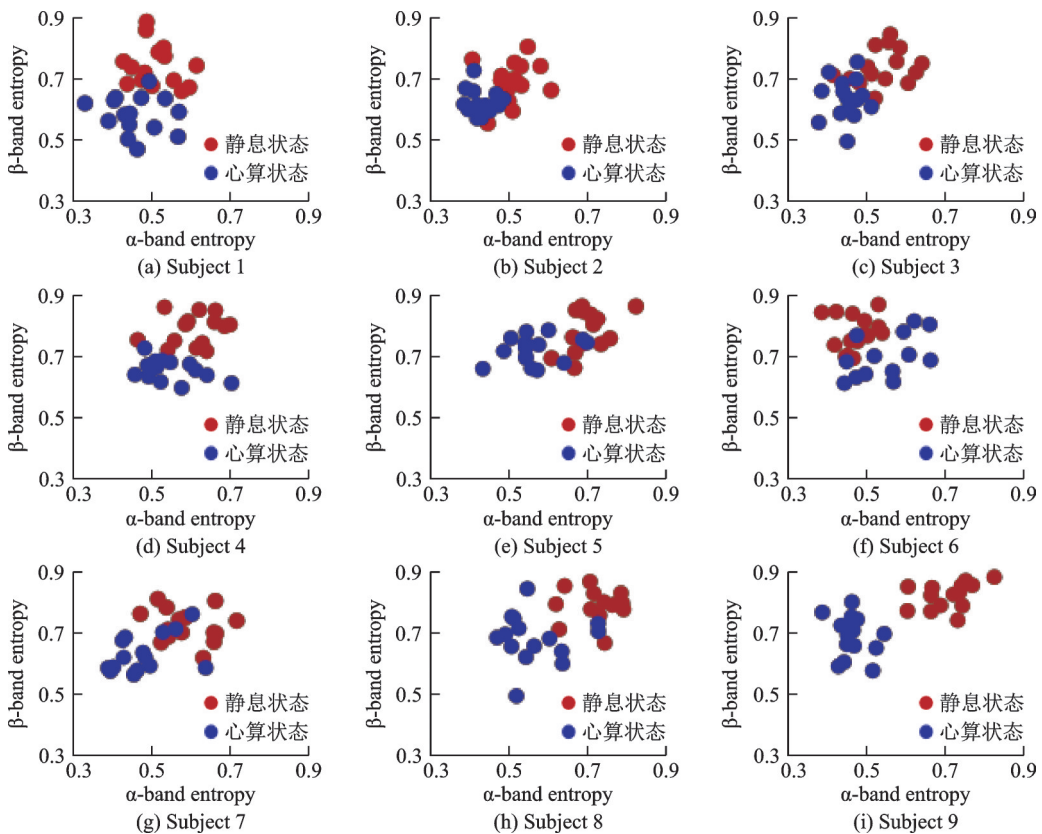


图5 前9位被试 $\alpha$ 频段与 $\beta$ 频段心算状态与静息状态的熵值散点图

Fig.5 Scatterplot of entropy values for the first nine subjects in  $\alpha$ - and  $\beta$ -bands for mental arithmetic and resting states

### 3.3 心算任务识别结果

将全局图振幅排列熵求出的熵值使用SVM<sup>[28-29]</sup>对每位被试内部分段的静息状态与心算状态数据



进行分类,使用十折交叉验证方法,并与图排列熵进行分类准确率比较,结果如图6所示。从图6可以看出,全局图振幅排列熵的分类效果明显优于图排列熵,并对分类准确率取平均,前者分类准确率为90.55%,而后者仅为77.79%。其他文献中的算法与本文算法比较结果如表2所示。

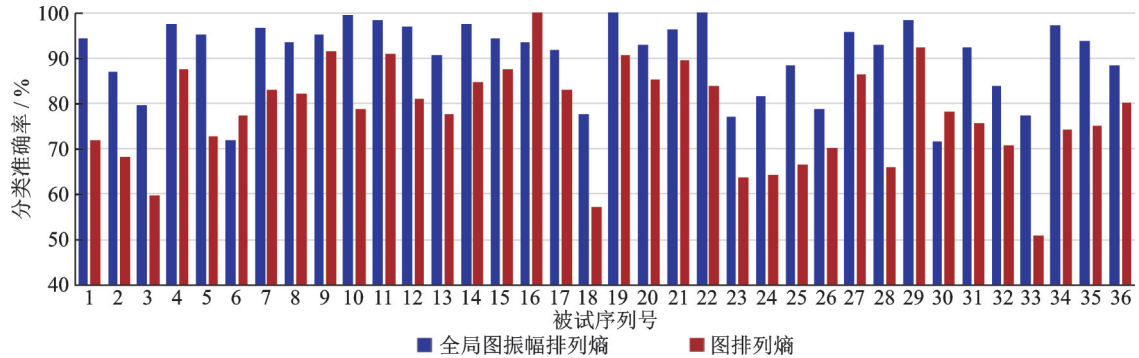


图6 全局图振幅排列熵和图排列熵的分类准确率对比图

Fig.6 Comparison of classification accuracy for APEGG and PEG

表2 本文算法与其他文献中提出的算法分类准确率比较

Table 2 Comparison of classification accuracy of the proposed algorithm and those in other literatures

来源	特征提取方法	分类方法	分类准确率/%
文献[15]	排列熵 <sup>[15]</sup>	SVM	74.8
文献[30]	近似熵 <sup>[30]</sup>	SVM	72.3
文献[31]	样本熵 <sup>[31]</sup>	SVM	66.9
文献[32]	ARCF <sup>[33]</sup>	AdaBoost	89.0
文献[32]	SHEN <sup>[34]</sup>	AdaBoost	76.0
文献[32]	Burg-PSD <sup>[35]</sup>	AdaBoost	81.0
文献[36]	CSP <sup>[36]</sup>	DecisionTreeClassifier	77.53
文献[36]	Overlap aware learning CSP <sup>[36]</sup>	DecisionTreeClassifier	78.12
文献[37]	ELM <sup>[37]</sup>	SVM	51.2
文献[21]	PEG <sup>[21]</sup>	SVM	77.79
本文	APEGG	SVM	90.55

求取被试间的分类准确率,采取十折交叉验证的方法循环200次,最终被试间分类准确率为200次分类准确率的平均值,使用全局图振幅排列熵的分类准确率为84.4%,相比于使用图排列熵的分类准确率(71.9%),更具优势。

#### 4 结束语

本文对图排列熵进行了改进。首先基于全局思想,引入变尺度的思想,考虑可变距离下节点周围全局情况;其次将振幅均值与振幅之间的偏差纳入考虑,使用更全面的概率计算方法,解决了原本熵对幅值不敏感的问题,提出了全局图振幅排列熵的概念。基于以上改进熵,提出了基于全局图振幅排列熵的脑电分类算法,并代入真实脑电数据中进行验证。先进行脑网络同步性分析,发现静息状态与心算状态脑网络在 $\alpha$ 频段与 $\beta$ 频段有着一定差异,心算状态表现出更低的复杂度, $\alpha$ 频段相较于 $\beta$ 频段具有较高复杂度。用散点图以及 $t$ 检验对算法的熵值中 $\alpha$ 频段与 $\beta$ 频段进行分析,发现这两个频段中存在着

十分显著的差异,可以清晰分辨心算状态与静息状态,并且心算状态表现出较低熵值,与脑网络同步性分析中结果一致,实验结果与前人研究结果相符合。在被试内心算状态以及静息状态使用全局图振幅排列熵分类,分类准确率为90.55%;在被试间心算状态以及静息状态使用全局图振幅排列熵分类,分类准确率为84.4%,分类准确率都优于图排列熵,将算法与多篇论文中提到的心算分类算法进行比较,表现出较好效果。

在未来的研究中,将进一步改进分类算法,引入卷积神经网络、图神经网络等方法提高分类准确率,同时对不同难度的心算任务进行研究,构建不同的脑网络,如格兰杰因果脑网络,从有向脑网络中挖掘两者产生机理的特征,进一步探究心算引起数学焦虑的脑网络特征,并且期望本文提出的算法能够扩展到更多领域。

### 参考文献:

- [1] SINGH S P, MISHRA S, GUPTA S, et al. Functional mapping of the brain for brain computer interfacing: A review[J]. *Electronics*, 2023, 12(3): 604-626.
- [2] LISGARAS C P, OLIVA A, MCKENZIE S, et al. Hippocampal area CA2 controls seizure dynamics, interictal EEG abnormalities and social comorbidity in mouse models of temporal lobe epilepsy[J]. *BioRxiv*, 2023, 01. DOI: 10.1101/2023.01.15.524149.
- [3] AL-QAZAZ N K, ALDOORI A A. The role of EEG as neuro markers for patients with depression: A systematic review[J]. *Advances in Non-Invasive Biomedical Signal Sensing and Processing with Machine Learning*, 2023. DOI: 10.1007/978-3-031-23239-83.
- [4] STEINER H, MARTYNOVA O. Task related and resting state EEG correlates of mathematical skills[C]//*Proceedings of 2022 Fourth International Conference Neurotechnologies and Neurointerfaces (CNN)*. [S.l.]: IEEE, 2022: 190-193.
- [5] NASRAWI R, BOETTCHER S E P, VAN E F. Flexible early prospection of potential behavior in working memory[J]. *bioRxiv*, 2023. DOI:10.1101/2023.03.01.530584.
- [6] HUNT T E, BHARDWA J, SHEFFIELD D. Mental arithmetic performance, physiological reactivity and mathematics anxiety amongst UK primary school children[J]. *Learning and Individual Differences*, 2017, 57: 129-132.
- [7] PFURTSCHELLER G, KAMINSKI M J, BLINOWSKA K, et al. Respiration-entrained brain oscillations in healthy fMRI participants with high anxiety[J]. *Scientific Reports*, 2023, 13(1): 2380.
- [8] HUGDAHL K, RUND B R, LUND A. Brain activation measured with fMRI during a mental arithmetic task in schizophrenia and major depression[J]. *American Journal of Psychiatry*, 2004, 161(2): 286-293.
- [9] ISLAM M, SULAIMAN N, RASHID M. Investigation of time domain and frequency domain based features to classify the EEG auditory evoked potentials (AEPs) responses[M]//*Recent Trends in Mechatronics Towards Industry 4.0*. Singapore: Springer, 2022: 497-508.
- [10] 蓝文威, 陈晨, 张金, 等. 联合脑电信号与虚拟技术的大脑情绪状态的半球不对称性研究[J]. *中国生物医学工程学报*, 2021, 40(3): 266-271.  
LAN Wenwei, CHEN Chen, ZHANG Jin, et al. Asymmetry of brain emotional state based on EEG and VR techniques[J]. *Chinese Journal of Biomedical Engineering*, 2021, 40(3): 266-271.
- [11] 周蚌艳, 吴小培, 吕钊, 等. 基于共空间模式方法的多类运动想象脑电的导联选择[J]. *生物医学工程学报*, 2015, 32(3): 520-525.  
ZHOU Bangyan, WU Xiaopei, LV Zhao, et al. Channel selection for multi-class motor imaginary based on common space pattern[J]. *Journal of Biomedical Engineering*, 2015, 32(3): 520-525.
- [12] 李川云, 严进, 殷学平, 等. 不同难度心算时脑电信号近似熵研究[J]. *第二军医大学学报*, 2003, 24(10): 1152-1154.  
LI Chuanyun, YAN Jin, YIN Xueping, et al. Research on approximate entropy of electronic encephalograph signal under different mental arithmetic tasks[J]. *Journal of the Second Military Medical University*, 2003, 24(10): 1152-1154.
- [13] RAMANAND P, NAMPOORI V P N, SREENIVASAN R. Complexity quantification of dense array EEG using sample

- entropy analysis[J]. *Journal of Integrative Neuroscience*, 2004, 3(3): 343-358.
- [14] FOFI D, SALVI J, MOUADDIB E M. Uncalibrated reconstruction: an adaptation to structured light vision[J]. *Pattern Recognition*, 2003, 36(7): 1631-1644.
- [15] BANDT C, POMPE B. Permutation entropy: A natural complexity measure for time series[J]. *Physical Review Letters*, 2004. DOI:10.1016/j.optlaseng.2004.08.005.
- [16] TOWERS C E, TOWERS D P, JONES J D C. Absolute fringe order calculation using optimised multi-frequency selection in full-field profilometry[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2005, 43(7): 788-800.
- [17] BRADSKI G, KAEHLER A. *Learning openCV: Computer vision with the openCV library*[M]. [S.l.]: O'Reilly Media, Inc., 2008.
- [18] NICOLAOU N, GEORGIU J. Detection of epileptic electroencephalogram based on permutation entropy and support vector machines[J]. *Expert Systems with Applications*, 2012, 39(1): 202-209.
- [19] DIMITRIADIS S I, SUN Y, KWOK K. A tensorial approach to access cognitive workload related to mental arithmetic from EEG functional connectivity estimates[C]//*Proceedings of 2013 35th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*. [S.l.]: IEEE, 2013: 2940-2943.
- [20] 张琨, 李配配, 朱保平, 等. 基于 PageRank 的有向加权复杂网络节点重要性评估方法[J]. *南京航空航天大学学报*, 2013, 45(3): 429-434.  
ZHANG Kun, LI Peipei, ZHU Baoping, et al. Evaluation method for node importance in directed-weighted complex networks based on PageRank[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2013, 45(3): 429-434.
- [21] FABILA-CARRASCO J S, TAN C, ESCUDERO J. Permutation entropy for graph signals[J]. *IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks*, 2022, 8: 288-300.
- [22] ZYMA I, TUKAEV S, SELEZNOV I. Electroencephalograms during mental arithmetic task performance[J]. *Data*, 2019, 4(1):1-6.
- [23] ATTALLAH O. An effective mental stress state detection and evaluation system using minimum number of frontal brain electrodes[J]. *Diagnostics*, 2020, 10(5): 292.
- [24] 黄丽亚, 苏义博, 马招凯, 等. 基于同步性脑网络的支持张量机情绪分类研究[J]. *电子与信息学报*, 2020, 42(10):2462-2470.  
HUANG Liya, SU Yibo, MA Junkai, et al. Research on support tensor machine based on synchronous brain network for emotion classification[J]. *Journal of Electronics & Information technology*, 2020, 42(10): 2462-2470.
- [25] GARAKH Z, ZAYTSEVA Y, KAPRANOVA A. EEG correlates of a mental arithmetic task in patients with first episode schizophrenia and schizoaffective disorder[J]. *Clinical Neurophysiology*, 2015, 126(11): 2090-2098.
- [26] BIRBAUMER N, ELBERT T, LUTZENBERGER W. EEG and slow cortical potentials in anticipation of mental tasks with different hemispheric involvement[J]. *Biological Psychology*, 1981, 13: 251-260.
- [27] HARMONY T, FERNÁNDEZ T, SILVA J. Do specific EEG frequencies indicate different processes during mental calculation[J]. *Neuroscience Letters*, 1999, 266(1): 25-28.
- [28] 王涵, 左洪福, 刘珍珍, 等. 基于 HOG 和 SVM 算法的磨粒图像在线监测技术[J]. *南京航空航天大学学报*, 2022, 54(6): 1152-1158.  
WANG Han, ZUO Hongfu, LIU Zhenzhen, et al. Online monitoring for oil wear particle images based on HOG feature extraction and SVM classification[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2022, 54(6): 1152-1158.
- [29] 蔡坤焯, 蔡景, 周迪, 等. 基于 SVM 方法的 APU 故障预测方法[J]. *南京航空航天大学学报*, 2019, 51(4): 466-473.  
CAI Kunye, CAI Jing, ZHOU Di, et al. APU fault prediction based on SVM method[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2019, 51(4): 466-473.
- [30] PINCUS S M. Approximate entropy as a measure of system complexity[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 1991, 88(6): 2297-2301.
- [31] RICHMAN J S, MOORMAN J R. Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy[J]. *American Journal of Physiology—Heart and Circulatory Physiology*, 2000, 278(6): 2039-2049.
- [32] SAINI M, SATIJA U, UPADHAYAY M D. Variational mode decomposition based mental task classification from electroencephalogram[C]//*Proceedings of 2020 IEEE 17th India Council International Conference (INDICON)*. [S.l.]: IEEE,

2020: 1-7.

- [33] WANG Q, SOURINA O. Real-time mental arithmetic task recognition from EEG signals[J]. IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, 2013, 21(2): 225-232.
- [34] NOSHADI S, ABOOTALEBI V, SADEGHI M T. Selection of an efficient feature space for EEG-based mental task discrimination[J]. Biocybernetics and Biomedical Engineering, 2014, 34(3): 159-168.
- [35] GUPTA A, AGRAWAL R K, KIRAR J S. On the utility of power spectral techniques with feature selection techniques for effective mental task classification in noninvasive BCI[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2019, 51(5): 3080-3092.
- [36] RANI M, DHOK S B, DESHMUKH R B. Overlap aware compressed signal classification[J]. IEEE Access, 2020, 8: 52950-52967.
- [37] LIANG N Y, SARATCHANDRAN P, HUANG G B. Classification of mental tasks from EEG signals using extreme learning machine[J]. International Journal of Neural Systems, 2006, 16(1): 29-38.

作者简介:



王盛淋(1999-),男,硕士研究生,研究方向:脑机接口, E-mail: 1021020918@njupt.edu.cn。



邱祥凯(1999-),男,硕士研究生,研究方向:脑机接口。



王汝清(1999-),女,硕士研究生,研究方向:脑机接口。



黄丽亚(1972-),通信作者,女,教授,研究方向:脑机接口、复杂网络分析等, E-mail: huangly@njupt.edu.cn。

(编辑:王静)