

# 基于频谱特征自适应采样的傅里叶单像素成像方法

肖振坤<sup>1,4</sup>, 张永峰<sup>2,3</sup>, 魏文卿<sup>1,4</sup>, 邓 琥<sup>1,4,5</sup>

(1. 西南科技大学信息工程学院, 绵阳 621010; 2. 苏州大学光电科学与工程学院, 苏州 215006; 3. 江苏省先进光学制造技术重点实验室&教育部现代光学技术重点实验室, 苏州 215006; 4. 西南科技大学四川天府新区创新研究院, 成都 610299; 5. 特殊环境机器人技术四川省重点实验室, 绵阳 621010)

**摘要:** 傅里叶单像素成像(Fourier single-pixel imaging, FSI)中成像效率的提升主要借助优化重构算法和采样方法来实现,但在采样次数有限的情况下,FSI无法准确采样关键频率,导致成像质量差。为解决这一问题,提出一种频谱特征自适应采样策略。首先,研究傅里叶域中能量的集中程度,以此确定低频等距预采样的最优半径。进一步,通过预采样低频分量估计关键频谱位置的方式,测量相应的傅里叶系数,最终实现图像重构。与基于高频方向能量连续性的自适应采样方法相比,该方法可以针对不同频谱特征目标,自适应选择较优采样路径,获取关键傅里叶系数,进而改善成像质量,其峰值信噪比提高2.28 dB,结构相似度提高15.83%。因此,该方法在应对FSI对未知特征目标进行成像时,具有高效空间信息采集的优点,有望在单像素快速实时成像中得到应用。

**关键词:** 傅里叶单像素成像; 采样方法; 关键频率; 自适应采样; 成像质量

**中图分类号:** TP391 **文献标志码:** A

## Fourier Single-Pixel Imaging Method Based on Adaptive Sampling of Spectral Features

XIAO Zhenkun<sup>1,4</sup>, ZHANG Yongfeng<sup>2,3</sup>, WEI Wenqing<sup>1,4</sup>, DENG Hu<sup>1,4,5</sup>

(1. School of Information Engineering, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China; 2. School of Optoelectronic Science and Engineering, Soochow University, Suzhou 215006, China; 3. Key Lab of Advanced Optical Manufacturing Technologies of Jiangsu Province & Key Lab of Modern Optical Technologies of Education Ministry of China, Suzhou 215006, China; 4. Tianfu Institute of Research and Innovation, Southwest University of Science and Technology, Chengdu 610299, China; 5. Robot Technology Used for Special Environment Key Laboratory of Sichuan Province, Mianyang 621010, China)

**Abstract:** The improvement of imaging efficiency in Fourier single-pixel imaging (FSI) is mainly achieved with the help of optimized reconstruction algorithms and optimized sampling methods. However, with a limited number of samplings, FSI cannot accurately sample critical frequencies, resulting in poor imaging quality. To solve this problem, a strategy for adaptive sampling of spectral features is proposed. First, the degree of concentration of energy in the Fourier domain is investigated as a way to determine the optimal radius of low-frequency equidistant pre-sampling, and further, the corresponding Fourier coefficients are measured by means of pre-sampling the low-frequency components to estimate the key spectral positions, which ultimately realizes the image reconstruction. Compared with the adaptive sampling method based on

energy continuity in the high-frequency direction, this method can adaptively select better sampling paths for different spectral feature targets, obtain the key Fourier coefficients, and then improve the imaging quality, with a peak signal-to-noise ratio increase of 2.28 dB and a structural similarity increase of 15.83%. Therefore, this method has the advantage of efficient spatial information acquisition in response to FSI of unknown feature targets, and is expected to be applied in single-pixel fast real-time imaging.

**Key words:** Fourier single-pixel imaging; sampling methods; critical frequencies; adaptive sampling; imaging quality

## 引 言

单像素成像(Single-pixel imaging, SPI)<sup>[1-3]</sup>是利用主动光获取空间信息的新型成像技术。该技术采用空间调制方法将一系列结构光投影到目标上,并用无空间分辨能力的单像素探测器收集光强值,最终将目标的高维信息编码成一维光强值,借助收集的光强和结构光之间的相关性重建目标对象。与传统成像技术相比,突破了由于探测器与目标物体之间存在遮挡物而无法成像的限制<sup>[4-5]</sup>,具有宽光谱、超越视野成像和光散射鲁棒性的优势,已被应用于诸如3D成像<sup>[6-7]</sup>、太赫兹成像<sup>[8-9]</sup>、雷达成像<sup>[10]</sup>和散射介质成像<sup>[11-12]</sup>等领域。SPI可以将随机图案或确定图案作为空间光调制图案<sup>[13]</sup>。然而,成像时随机图案所需数量比像素数多,导致数据采集时间过长,使用确定图案可以很好地解决采集时间过长的问題,其中采用正弦强度模式的傅里叶单像素成像(Fourier single-pixel imaging, FSI)能够以较低的时间和空间成本重建信号<sup>[14-15]</sup>。FSI重建图像的空间分辨率主要取决于采样的傅里叶系数的能量大小,因此如何有效地对关键傅里叶系数采样是关键问题。值得注意的是,自然场景中的傅里叶域稀疏性使FSI能够从欠采样数据中恢复出清晰的图像。

研究者在如何对目标进行欠采样方面开展了相应研究,通过人为设置FSI采样策略,以获得更多图像有用信息。2015年,张子邦等<sup>[16]</sup>提出了仅对傅里叶频谱的低频部分进行采样的方法;2019年,孟文文等<sup>[17]</sup>进一步考虑了傅里叶频谱的高频部分,提出稀疏采样;2021年,邱子恒等<sup>[18]</sup>在此基础上考虑到自然图像的一般特征,提出高斯变密度采样。但是上述这些采样方法均无法根据不同的目标自适应地调整采样路径。针对该问题,2021年,何睿清等<sup>[19]</sup>证明了傅里叶域中低频分量和高频分量之间存在径向相关性,基于这种相关性,首先使用预采样估计频谱能量分布,然后迭代扩展低频种子点的采样轨迹,但迭代过程的腐蚀与膨胀操作浪费了采样资源;2023年,姚家胜等<sup>[20]</sup>提出基于高频方向能量连续性的自适应采样方法(简称高频自适应采样),基于频谱高频双向连续分布的特征,通过等距采样的低频傅里叶系数预测重要的高频分量所在区域。但是该方法存在两个问题:一是低频等距采样半径过大,浪费采样资源,影响图像重建效率;二是面对频谱能量大部分集中在低频区域的图像,会误扩展高频区域,对图像重建的贡献较小。

针对上述问题,本文提出基于频谱特征自适应采样的FSI方法。首先,根据傅里叶频谱能量变化规律,即沿圆形轨迹的能量集中程度变化规律,确定低频采样最优半径;然后,基于自然图像频谱能量呈高斯分布及高频能量连续性的特点,通过低频分量预测整体能量分布,确定关键频率位置;进一步,计算采样路径相应的傅里叶系数;最后,利用重构算法完成图像重构。该方法可以针对不同频谱特征图像,自适应确定关键频率位置,改善成像质量。

## 1 理论分析

### 1.1 FSI基本原理

FSI成像光路如图1所示,其中数字微镜阵列(Digital micromirror device, DMD)为核心器件。光源

发出的光通过DMD打到成像物体上,反射的光被无空间分辨能力的单像素探测器接收,其中电脑生成相移正弦结构光模式投射物体<sup>[21]</sup>,相移正弦结构光模式的数学模型表示为

$$P(x, y; f_x, f_y, \phi) = a + b \cos(2\pi f_x x + 2\pi f_y y + \phi) \quad (1)$$

式中: $a$ 为平均光强; $b$ 为对比度; $x, y$ 为空间域中目标物体的直角坐标; $f_x, f_y$ 为傅里叶域的直角坐标,对应 $x, y$ 方向的空间频率; $\phi$ 为初始相位。

四步相移法是指采用 $0, \pi/2, \pi$ 和 $3\pi/2$ 四种相位的余弦条纹图案作为傅里叶基图案<sup>[22]</sup>,单像素探测器依次接收来自目标成像物体的光信号,探测器的响应值分别记录为 $D_0, D_{\pi/2}, D_{\pi}, D_{3\pi/2}$ ,具体表达式为

$$D_{\phi}(f_x, f_y) = D_n + \beta E_{\phi}(f_x, f_y) = D_n + \beta \iint R(x, y) P(x, y; f_x, f_y, \phi) dx dy \quad (2)$$

式中: $R(x, y)$ 为单像素探测器测量的反射强度; $E_{\phi}(f_x, f_y)$ 为目标在傅里叶基散斑图案照明下得到的反射光强; $D_n$ 为背景照明在单像素探测器位置引起的光响应值; $\beta$ 为因子系数,与单像素探测器放大倍数以及探测器与目标物体的空间关系有关。

根据四步相移法,得到关于反射强度的傅里叶系数为

$$I(f_x, f_y) = \frac{1}{2\beta} \{ [D_{\pi}(f_x, f_y) - D_0(f_x, f_y)] + j [D_{3\pi/2}(f_x, f_y) - D_{\pi/2}(f_x, f_y)] \} \quad (3)$$

FSI根据欠采样的傅里叶系数,通过逆傅里叶变换重构原始图像,但是该方法会造成较严重的伪影。因此压缩感知理论<sup>[23]</sup>被引入到FSI的重构算法中,利用可变分解和交替迭代来解决复合稀疏优化问题,其中部分傅里叶重构算法(Reconstruction from partial Fourier data, RecPF)是从部分傅里叶数据重建原始信号快速交替方向法<sup>[24]</sup>,旨在从不完整的傅里叶变换数据中恢复出原始信号。这种方法结合了总变分(Total variation, TV)最小化和 $l_1, l_2$ 范数最小化,通过交替方向方法(Alternating direction method of multipliers, ADMM)进行优化,以实现快速且高质量的信号重建。因此本文仿真采用RecPF算法。

## 1.2 频谱特征自适应采样方法

该方法根据能量集中程度变化确定低频采样半径,通过预采样傅里叶系数预测整体能量分布,进而确定关键频率位置,具体步骤如下,其采样策略流程图如图2所示。

**步骤1** 分析频谱能量集中程度变化规律,按圆形采样路由频谱中心向外进行等距采样,根据圆环大小进行分段,得到能量集中程度变化规律,确定采样低频能量的最优半径 $R_1$ ,得到采样矩阵 $D_1$ ,如图2(a)所示。其中等距采样方式是指在图像频域中按等间隔像素点进行采样,为确保后续邻域扩展不会重复操作像素点,将像素点间隔数量设置为2,等距采样如图3所示,其中红色实心像素点为采样点。

将路径分为 $H$ 段,统计每段的平均能量 $\bar{Z}(j)$ ,并计算每一段做对数变换后的方差 $V(j)$ ,表达式为

$$\bar{Z}(j) = \frac{Z(j)}{k(j)} \quad j = 1, 2, \dots, H \quad (4)$$

$$V(j) = \lg \left[ \frac{1}{k(j)} \sum_{f=a}^{a+k(j)-1} (d(j)_f - \bar{Z}(j))^2 \right] \quad j = 1, 2, \dots, H \quad (5)$$

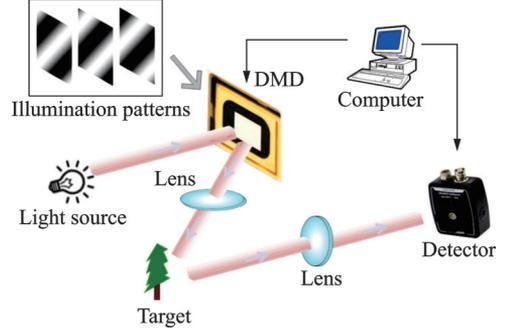


图1 FSI成像光路

Fig.1 FSI imaging optical path

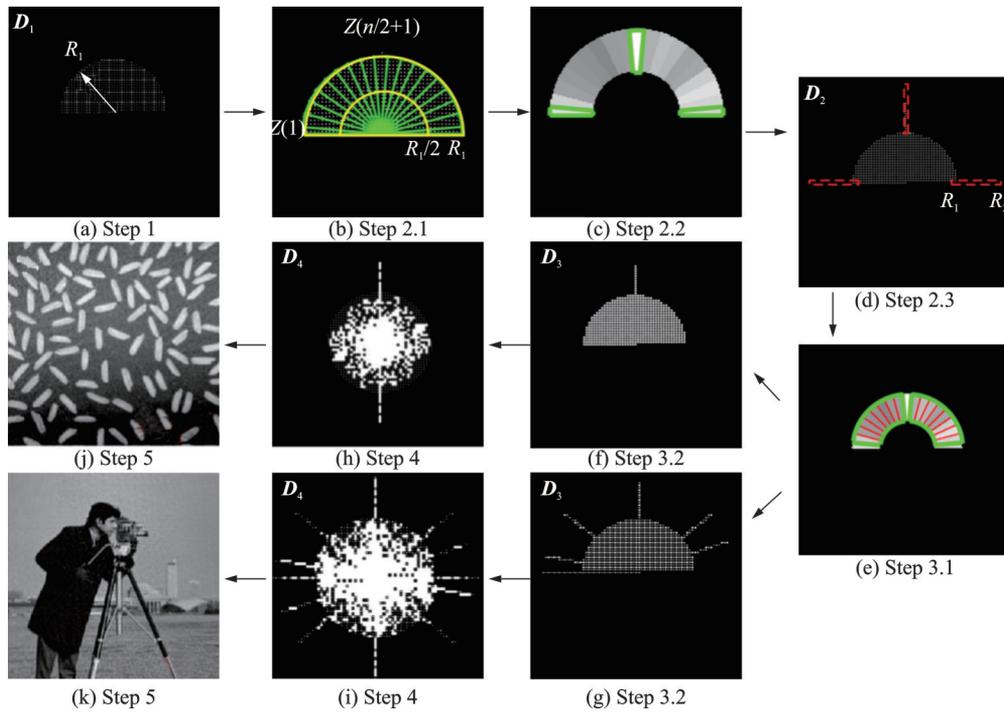


图2 频谱特征自适应采样策略流程图

Fig.2 Flow chart of the adaptive sampling strategy of spectrum characteristics

式中: $k(j)$ 表示第 $j$ 段采样点的个数; $Z(j)$ 表示第 $j$ 段的总能量; $d(j)_f$ 表示第 $j$ 段第 $f$ 个采样点的能量。

图4(a)为段数与能量方差的关系曲线,可以看出在0~5段集中程度很高,随着段数的增加,集中程度下降并趋于平稳。大部分集中程度接近0的系数都属于图像的高频和噪声信息成分,对图像重建的贡献度小,可以适当舍弃。为了进一步判断集中程度的变化趋势,对能量方差进行对数变换,如图4(b)所示。从图中可以看出,除个别点以外,集中程度在段数0~30区间呈下降趋势,并且在30~40段趋于平稳,说明当段数增加时,由于集中程度的降低,采样得到重要傅里叶系数的概率变小,导致频域采样效率降低。因此避免对高段数进行采样,另外为高频重要傅里叶系数预留采样点,将低频等距采样最大半径 $R_1$ 设置为同采样率下的圆形采样半径,例如针对分辨率为256像素×256像素的图像, $R_1 = \frac{128j}{H}$ 。

**步骤2** 计算相邻角度区域能量方差。

**步骤 2.1** 将低频等距采样区域按半径划分为 $0 \sim R_1/2$ 和 $R_1/2 \sim R_1$ 两个环形区域,再按等角度划分为 $n$ 个区域,将 $R_1/2 \sim R_1$ 环形区域内的每个扇形区域记为 $Z(i)$ ,其中靠近水平线的两个区域共同组成为 $Z(1)$ ,计算每个区域的平均能量为

$$\bar{S}(i) = \frac{S(i)}{m(i)} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

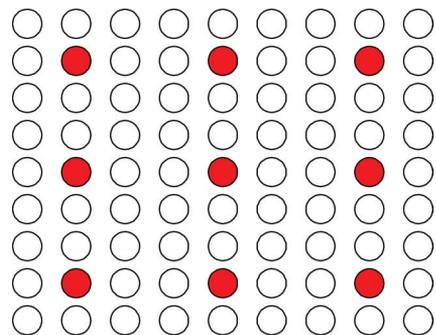


图3 等距采样示意图

Fig.3 Isometric sampling

因此避免对高段数进行采样,另外为高频重要傅里叶系数预留采样点,将低频等距采样最大半径 $R_1$ 设置为同采样率下的圆形采样半径,例如针对分辨率为256像素×256像素的图像, $R_1 = \frac{128j}{H}$ 。

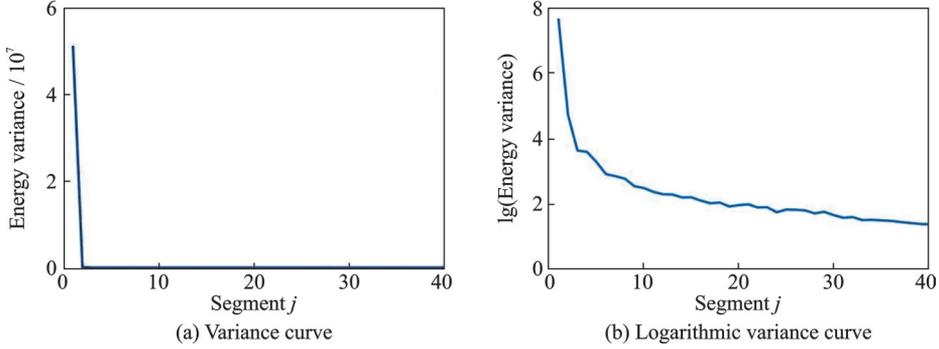


图4 能量方差随段数的变化

Fig.4 Variation of energy variance with the number of segments

式中: $S(i)$ 为第*i*个区域的总能量; $m(i)$ 为第*i*个区域采样点个数。

**步骤 2.2** 考虑自然图像频谱能量呈高斯分布的先验知识,将水平区域  $Z(1)$ 和垂直区域  $Z\left(\frac{n}{2}+1\right)$ 称为高斯区域,如图 2(b)所示,其中  $n$ 为等角度划分的扇形区域数量;将其他区域称作角度区域,角度区域的平均能量表示为  $M_1 = \frac{\sum \bar{S}(i)}{n-2}$ 。

**步骤 2.3** 当  $S(1)$ 或  $S\left(\frac{n}{2}+1\right)$ 高于  $M_1$ 时,被选择为高频扩展的有效区域,扩展半径为  $R_2 = a \times R_1$ ,更新采样矩阵为  $D_2$ ,如图 2(d)所示,其中  $a$ 为本文定义的一个常数,其范围设置在 1.5~4.0 之间。

**步骤 3** 根据低频能量预测整体能量分布并分配采样点。

**步骤 3.1** 求角度区域中相邻区域能量方差,得到

$$Q = \frac{\sum_{i=2}^{n-1} (\bar{P}(i) - P(i))^2}{n-2} \quad (7)$$

式中: $P(i) = |S_i - S_{i+1}|$ 为相邻区域能量之差的绝对值; $\bar{P}(i)$ 为  $P(i)$ 的平均。

**步骤 3.2** 根据预测结果确定采样路径。设置阈值  $T$ ,根据  $Q$ 和  $T$ 的关系分为以下两种情况:

$Q < T$ :低频能量分布均匀,如图 5 中  $P_{\text{Rice}}$  曲线所示,预测频谱能量无明显角度分布,无需向高频进行扩展,此时采样矩阵为  $D_3 = D_2$ ,如图 2(f)所示。

$Q > T$ :如图 5 中  $P_{\text{Camera Man}}$  曲线所示,相邻两区域能量离散程度较大,预测图像频谱含有明显径向关系,需要进行高频方向性扩展,平均能量  $S(i)$ 高于  $M$ 的区域被选择为高频扩展的有效区域,扩展半径为  $R_2 = a \times R_1$ ,更新采样矩阵为  $D_3$ ,如图 2(g)所示。

**步骤 4** 将  $D_3$  采样点对应的傅里叶系数按降序排序,数值较高的傅里叶系数被认为是显著的。其次对有效傅里叶系数的 8 邻域进行采样,直到满足采样率,得到采样矩阵  $D_4$ ,如图 2(h,i)所示。

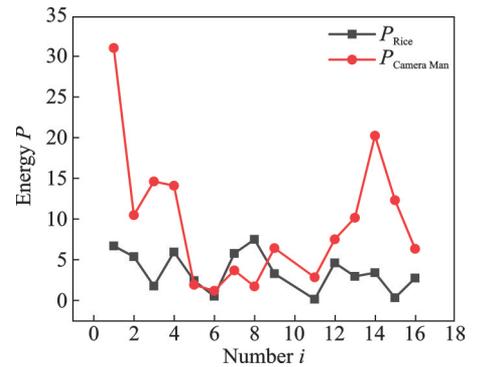


图5 采样率 0.1 下大米和摄影师图像角度区域能量之差

Fig.5 Difference in energy between the angular region of the Rice and Camera Man images at 0.1 sampling rate

**步骤5** 采用四步相移法测量  $D_4$  采样点对应的傅里叶系数,得到欠采样频谱,随后使用 RecPF 算法重建图像,如图 2(j,k) 所示。

### 1.3 参数 $a$ 与阈值 $T$ 对重构图像质量的影响

为了探究高频等距采样半径  $R_2$  与阈值  $T$  对重构图像质量的影响,首先使用大米和摄影师图像作为输入图像,对与半径  $R_2$  相关的参数  $a$  进行仿真分析,以保证该方法对不同图像都具有良好的性能。

设置  $a$  从 1.5 变化到 4, 步进 0.5。图 6 显示了参数  $a$  取不同值时重构图像的峰值信噪比 (Peak signal-to-noise ratio, PSNR) 随采样率变化的曲线,从图中可以看出,对于两幅图像,在采样率大于 0.1 时,参数  $a$  取 2 时重构图像质量最优,当参数大于 2 时, $a$  的变化对图像质量的影响几乎为 0。从采样轨迹上看,参数  $a$  的大小决定了被挑选出的高频方向上的采样点数量,当  $a=1.5$  时  $R_1$  和  $R_2$  非常接近,此时能够预测得到的高频细节信息十分有限。而在采样率为 0.05 时,图像的低频信息占比很大,参数  $a$  过大会导致采样资源浪费在高频采样上。

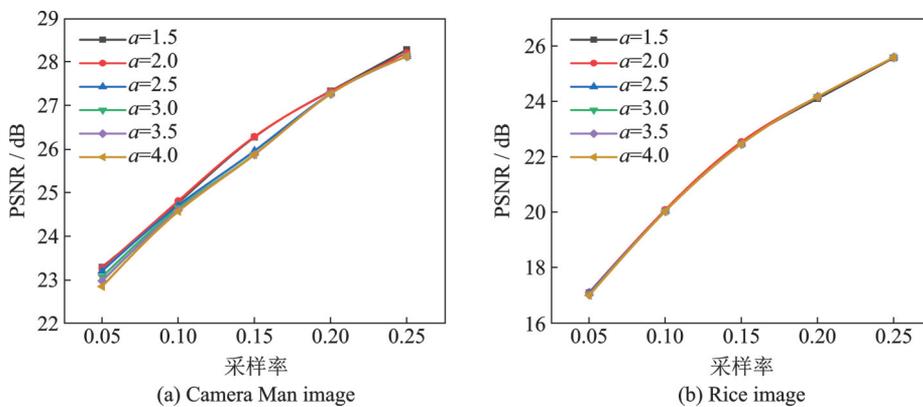


图 6 参数  $a$  取不同值时重构图像 PSNR 随采样率变化的趋势

Fig.6 PSNR trend of the reconstructed image with sampling rate when taking different values of parameter  $a$

为了确定阈值  $T$  的最佳数值,在 VOC (Visual object classes) 数据集中分别选取两种频谱特征图像 100 张进行测试。按照 1.2 节中步骤 3.1 方法,计算相邻划分区域的能量方差,如图 7 所示。其中,能量仅集中在低频部分的图像简称为低频,有黑色离散点表示,红色离散点表示具有高频方向性的图像,简称高频。从图 7 可以观察到,两种不同特征图像之间有明显的区分界限。低频离散点表现出较小的方

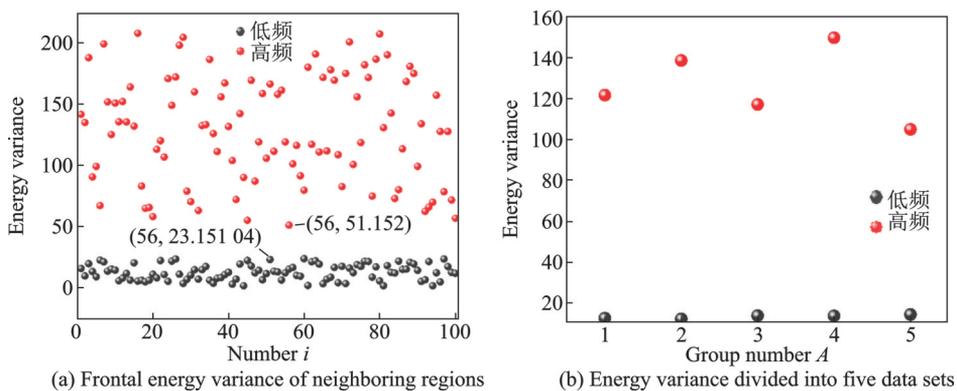


图 7 低频与高频各 100 张图像相邻区域能量方差

Fig.7 Energy variance in the neighboring regions of 100 images for each of low and high frequencies

差分布,范围在0~30之间,表明低频图像特征在空间上比较均匀,变化幅度较小。而高频特征图像的离散点方差明显较大,分布在50~220范围内,揭示了高频图像特征在空间上的剧烈变化,这种较大的方差变化与图像中的边缘、纹理或其他细节信息有关,这些信息在特定方向上的频谱能量显著高于相邻区域,导致方差增大。图7(b)为图7(a)中数据简化的结果,通过将图7(a)中的每20个连续数据点的值平均化,共得到5组数据,使得数据更加直观且易于分析。从图中可以更加明显地观察到两种不同频谱特征图像间的差异。方差的差异在图7(b)中被放大展示,这种差异揭示了不同特征频谱在数值分布和波动模式上的不同。本文将阈值  $T$  经验值设为40。

## 2 实验验证

### 2.1 不同采样率下各角度能量分布

本节研究采样不同段数时,方向区域包含能量规律是否相同,这将影响高频区域的扩展及整体能量分布。USAF-1951、Rice、Camera Man和Baboon四幅图像在不同采样率SR下的方向区域能量如图8所示。从图8中可以看出,不同采样率下,各角度区域包含的能量规律基本一致,个别角度存在一定误差,但幅度较小不影响整体判断。所以本文方法在确定低频最大采样半径时,不会影响后续采样点的正确分配。

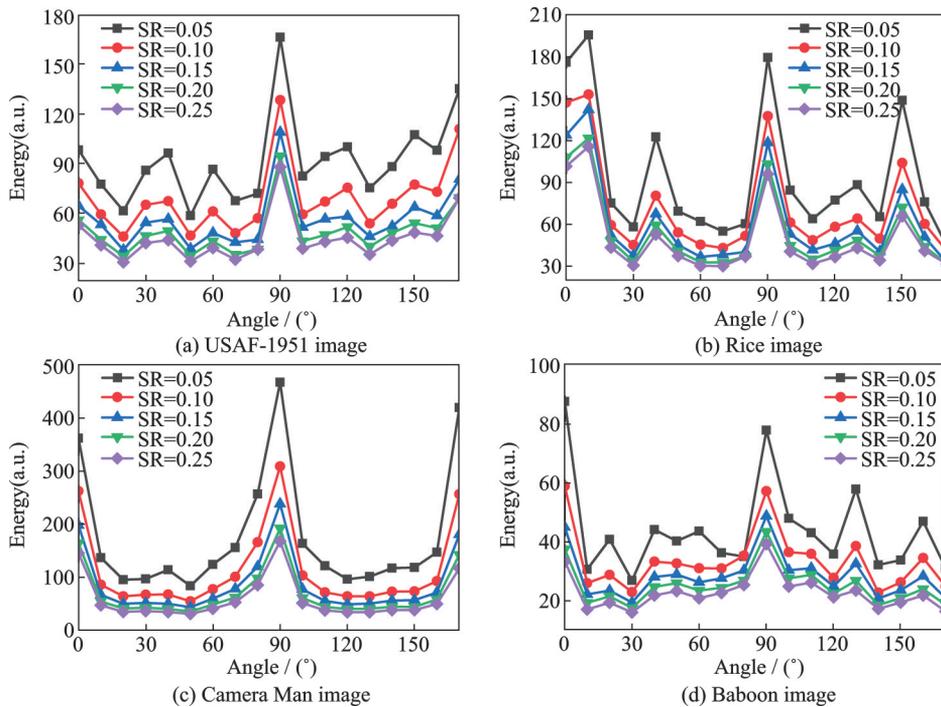


图8 不同采样率下4幅图像角度区域的能量值

Fig.8 Energy values in the angular region of the four images at different sampling rates

### 2.2 针对低频能量集中图像的仿真实验

为了验证提出的频谱特征自适应采样的有效性,对分辨率为256像素×256像素的Rice、Lake和Dog图像进行了仿真试验,图像和其傅里叶频谱如图9所示。仿真对比分析了4种常见方法:圆形采样<sup>[17]</sup>、高频自适应采样<sup>[20]</sup>、频谱特征自适应采样和最优采样<sup>[20]</sup>。其中,最优采样是依据图像傅里叶频谱

能量的降序进行采样。由于单像素成像实验中目标的频谱未知,无法实现最优采样,本文仅以最优采样作为分析其他采样方法采样性能的依据。圆形采样是仅对傅里叶频谱中心低频进行采样的方法,该方法以中央零频为中心,按顺时针方向螺旋向外逐次采样,直到满足所设定的采样率。高频自适应采样是根据频谱能量径向相关性,由低频能量预测高频能量的采样方法。考虑 RecPF 算法<sup>[24-25]</sup>具有很强的收敛性,在使用频率数据的图像重建问题上,能够利用频率数据类型的优势,重建速度和质量都有不错的表现,所以本文采用 RecPF 算法作为重建算法。根据 1.3 节分析,频谱特征自适应采样策略中的参数选取  $a=2$ ,  $T=40$ ,根据经验设置  $n=18$ 。同时,利用图像的 PSNR、均方根误差(Root mean squared error, RMSE)和结构相似性(Structure similarity index measure, SSIM)对重构图像的图像质量作出评价<sup>[26]</sup>,采样率定义为  $SR = \frac{P_i}{256 \times 256}$ ,其中  $P_i$  为采样点的个数。

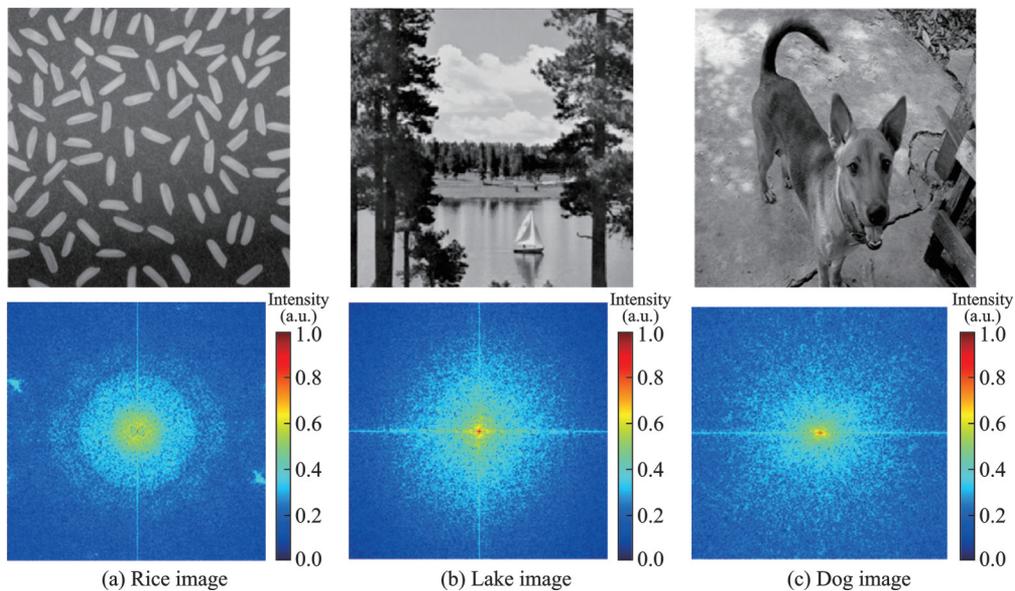


图9 3幅图像及其傅里叶频谱

Fig.9 Three images and their Fourier spectrums

仿真实验中将采样率设置为 10%,4 种方法得到的采样矩阵和重构图如图 10 所示。从图 10(a) 采样矩阵可以看出,频谱特征自适应与高频自适应采样相比,采样点在低频区域的分布更为密集,能更有效地捕获图像基本形状和结构信息,而且避免错误地将采样点过多分配到高频区域,导致不必要的信息损失。与最优采样轨迹进行比较,频谱特征自适应方法显示出相似的采样行为,显然这种方法在模拟最佳采样路径方面做得更好。图 10(b) 圆形采样获得的重建图像出现振铃现象,这是由于舍弃的高频部分包含目标的细节信息,在比较高频自适应采样与频谱特征自适应采样时,注意到前者在重建的图像中包含了更多的噪声。这表明,虽然高频自适应采样在捕捉高频细节方面表现出一定的优势,但同时也增加了图像的噪声水平,这在一定程度上降低了图像的整体质量。

采用 4 种方法重构 3 幅图像得到的 PSNR 和 SSIM 值如表 1 所示。从表 1 中可以看出,高频能量自适应采样方法重构得到的 PSNR 和 SSIM 值最低,当采样率小于 0.1 时,圆形采样方法重构图像得到的结果和频谱特征自适应采样方法相似,当采样率增大时,采用频谱特征自适应采样方法重构图像得到的 PSNR 和 SSIM 最接近最优采样,能够较好地恢复目标的细节信息,同时有效地抑制重构伪影。

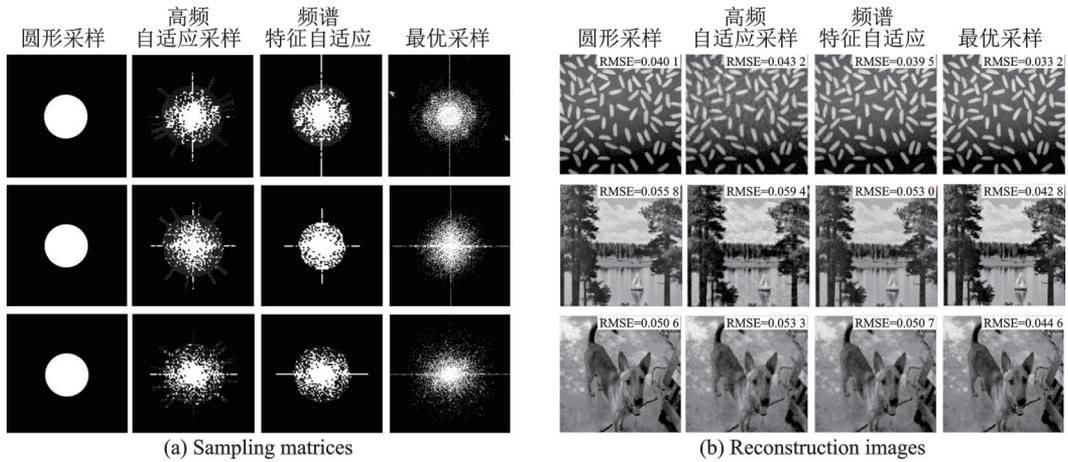


图 10 在采样率 0.1 下不同方法得到的采样矩阵以及重构图

Fig.10 Sampling matrices obtained by different methods at 0.1 sampling rate and reconstruction images

表 1 不同采样率下采用 4 种采样方法重构图像得到的 PSNR 和 SSIM

Table 1 PSNR and SSIM of images reconstructed by four sampling methods at different sampling rates

图像	采样方法	采样率=0.05		采样率=0.10		采样率=0.15		采样率=0.2	
		PSNR/dB	SSIM	PSNR/dB	SSIM	PSNR/dB	SSIM	PSNR/dB	SSIM
Rice	圆形采样	26.40	0.707 6	28.16	0.762 4	29.76	0.806 9	30.52	0.829 4
	高频自适应	25.64	0.678 3	27.35	0.727 5	28.46	0.762 7	29.61	0.795 5
	频谱特征自适应	<b>26.38</b>	<b>0.704 0</b>	<b>29.17</b>	<b>0.760 4</b>	<b>30.74</b>	<b>0.804 0</b>	<b>31.63</b>	<b>0.830 3</b>
	最优采样	27.33	0.743 2	29.56	0.814 8	31.10	0.856 7	32.38	0.885 3
Lake	圆形采样	22.65	0.623 7	25.51	0.762 6	26.84	0.794 6	28.10	0.826 7
	高频自适应	22.06	0.603 4	24.51	0.692 4	26.15	0.752 3	27.43	0.796 0
	频谱特征自适应	<b>23.15</b>	<b>0.688 3</b>	<b>25.53</b>	<b>0.802 0</b>	<b>27.22</b>	<b>0.862 0</b>	<b>28.60</b>	<b>0.894 5</b>
	最优采样	24.65	0.710 5	27.36	0.809 4	29.43	0.866 9	31.20	0.903 2
Dog	圆形采样	24.59	0.571 9	25.82	0.665 6	26.50	0.709 1	27.23	0.747 4
	高频自适应	24.20	0.558 3	25.46	0.632 1	26.26	0.678 3	26.84	0.710 0
	频谱特征自适应	<b>24.39</b>	<b>0.590 0</b>	<b>25.90</b>	<b>0.682 8</b>	<b>26.86</b>	<b>0.734 6</b>	<b>27.54</b>	<b>0.771 2</b>
	最优采样	25.47	0.632 8	27.01	0.717 6	28.20	0.772 4	29.23	0.811 5

### 2.3 针对能量高频径向分布图像的仿真实验

为了验证提出的方法在面对含有能量高频径向分布的目标仍有不错的效果,对摄影师图像进行仿真试验。采用高频自适应采样方法与本文提出的基于频谱特征自适应采样方法进行对比,并且以最优采样为标准。

采样矩阵如图 11 所示。从图中可以看出,频谱特征自适应采样方法与高频自适应采样相比,具有显著差异和优势。特别是在低频预采样方面,所采用的半径相比高频采样更小。这种设计的直接后果是,当进行邻域扩展以便捕获更多信息时,该方法能够更大概率地覆盖到低频部分的关键信息。该策略能够更为有效地保留图像的基础结构和主要特征,对于图像的进一步处理和分析至关重要。进一步观察发现,高频区域的径向分布表现为线性趋势。从图中最优采样轨迹来看,在较低采样率下,能量较

高的傅里叶系数在高频径向上呈线性分布。该发现表明,本文提出的采样方法不仅能够保留关键低频信息,还能够有效地捕获高频部分的重要特征,且这种捕获是以一种与最优采样轨迹类似的方式进行的。

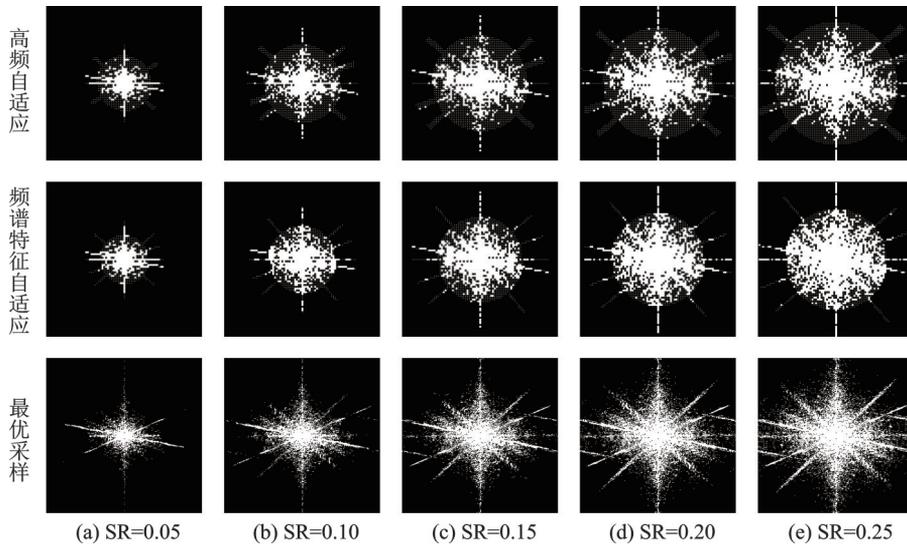


图 11 3种采样方法在不同采样率下的采样矩阵

Fig.11 Sampling matrix of three sampling methods at different sampling rates

图 12 给出了 3 种不同采样方法在 0.05~0.25 采样率下重构图像的效果。对比分析发现,采用高频自适应采样方法得到的重构图像,其背景中明显含有大量噪声,对图像的整体观感产生不利影响。尽管采用频谱特征自适应采样方法重构的图像中同样存在噪声,但影响相对较小,尤其在图像两侧的环境部分几乎没有噪声。这种差异表明,频谱特征自适应采样在处理图像边缘和背景部分时,能够更好地保留细节信息。

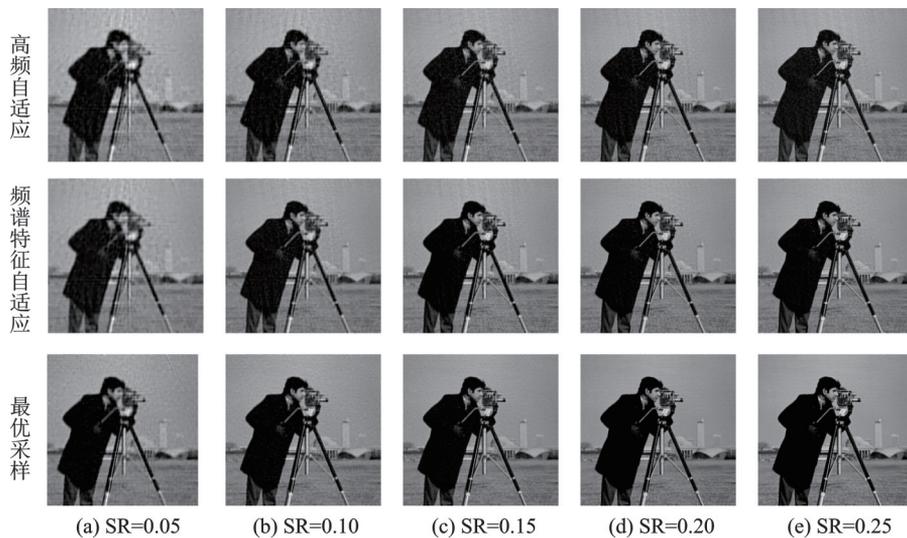


图 12 3种采样方法在不同采样率下的重构图像

Fig.12 Reconstructed images of three sampling methods at different sampling rates

在对图像中的人物细节进行分析时发现,高频自适应采样和频谱特征自适应采样这两种方法,在重构效果上具有较高的相似性。原因在于两种方法在捕获图像的高频信息上具有相似的策略,因此在保留人物细节方面表现出类似的能力。在对比度和颜色表现上,频谱特征自适应采样方法重构的图像优于高频自适应采样。图像的对比度更高,颜色更加鲜明,使得图像中的人物内容更加突出,原因是由于频谱特征自适应采样在设计时考虑图像的整体特征分布,通过更加精细的采样策略优化图像的频谱利用,从而在重构后的图像中保留更多的颜色信息和对比度细节。这种优势使得频谱特征自适应采样方法在视觉效果上更为出色,能够更好地适用于对图像质量要求较高的应用场景。

采用圆形采样、高频自适应采样、频谱特征自适应采样和最优采样4种采样方法,重构得到的PSNR和RMSE如图13所示。从图13中可以看出,圆形采样对图像的重构能力不足;高频自适应采样在处理具有复杂细节和纹理的图像时,尽管能够捕获更多的高频信息,但却因为在预采样过程中包含了大量能量较低的系数,导致相对较高的重构噪声,与频谱特征自适应采样相比,PSNR和RMSE均不足;采用频谱特征自适应采样方法重构图像质量高,与原始图像差异最小,拥有更低的重构噪声,保留更多的原始细节。

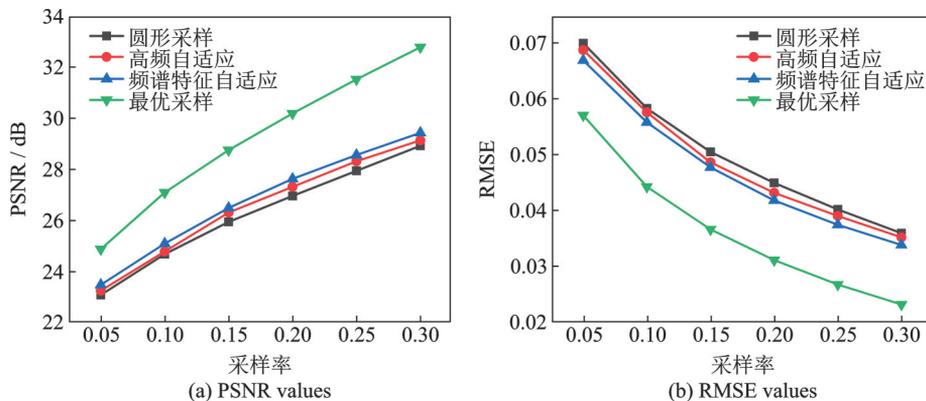


图13 不同采样方法重构摄影师图像得到的PSNR和RMSE值

Fig.13 PSNR and RMSE values of reconstructed Camera Man image by different sampling methods

综合对比得出,频谱特征自适应采样在减少伪影、保持环境清晰度、维护人物细节以及提高图像对比度和颜色鲜明度方面展现出了明显的优势,这些特点使其成为一种在多种采样率下都能保持较高图像质量的有效采样方法。

### 3 结束语

本文针对现有FSI采样方法无法面对不同特征图像选择关键傅里叶系数的问题,提出了一种频谱特征自适应采样方法。系统研究了傅里叶频谱能量集中程度变化规律与相邻角度区域能量方差大小关系。数值仿真表明:针对不同频谱特征目标,尤其针对频谱能量仅集中在低频区域的目标,本文方法重构图像的PSNR和SSIM均优于高频自适应采样方法,PSNR提高了2.28 dB,SSIM提高了15.83%。由此可见,傅里叶单像素针对未知目标进行成像时,利用该方法可高效采样目标关键频谱信息,改善单像素成像质量,在快速实时成像方面显示出潜在的应用前景。

#### 参考文献:

- [1] EDGAR M P, GIBSON G M, PADGETT M J. Principles and prospects for single-pixel imaging[J]. *Nature Photonics*, 2019, 13(1): 13-20.

- [2] HU Q, WEI X D, PANG Y J, et al. Advances on terahertz single-pixel imaging[J]. *Frontiers in Physics*, 2022, 10: 982640-982646.
- [3] YANG X, JIANG P F, JIANG M F, et al. High imaging quality of Fourier single pixel imaging based on generative adversarial networks at low sampling rate[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2021, 140: 106533-106545.
- [4] 周一乐, 娄小平, 杜中伟, 等. 基于 MCP/sCMOS 的单光子成像探测系统及算法研究[J]. *仪器仪表学报*, 2023, 44(6): 244-251.  
ZHOU Yile, LOU Xiaoping, DU Zhongwei, et al. Research on single-photon imaging detection system and algorithm based on MCP/sCMOS[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2023, 44(6): 244-251.
- [5] 林星羽, 于瀛洁. 计算成像技术在光学检测领域的研究进展[J]. *仪器仪表学报*, 2022, 43(10): 1-12.  
LIN Xingyu, YU Yingjie. Research progress of computational imaging in the field of optical measurement[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2022, 43(10): 1-12.
- [6] MA Y Y, YIN Y K, JIANG S, et al. Single pixel 3D imaging with phase-shifting fringe projection[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2021, 140: 106532-106539.
- [7] TENG J J, GUO Q, CHEN M H, et al. Time-encoded single-pixel 3D imaging[J]. *APL Photonics*, 2020, 5(2): 801-808.
- [8] SHE R B, LIU W Q, WEI G L, et al. Terahertz single-pixel imaging improved by using silicon wafer with SiO<sub>2</sub> passivation[J]. *Applied Sciences-Basel*, 2020, 10(7): 2427-2434.
- [9] SHE R B, LIU W Q, LU Y F, et al. Fourier single-pixel imaging in the terahertz regime[J]. *Applied Physics Letters*, 2019, 115(2): 1101-1105.
- [10] 汪玲, 胡长雨, 朱岱寅. 基于复数深度神经网络的逆合成孔径雷达成像方法[J]. *南京航空航天大学学报*, 2020, 52(5): 695-700.  
WANG Ling, HU Changyu, ZHU Daiyin. Compressed sensing magnetic resonance imaging based on projected iterative p-thresholding algorithm[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2020, 52(5): 695-700.
- [11] LIU B L, WANG F, CHEN C H, et al. Single-pixel diffuser camera[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2021, 13(6): 1-5.
- [12] PAN L, SHEN Y C, QI J, et al. Single photon single pixel imaging into thick scattering medium[J]. *Optics Express*, 2023, 31(9): 13943-13958.
- [13] LI W L, HU X M, WU J B, et al. Dual-color terahertz spatial light modulator for single-pixel imaging[J]. *Light-Science and Applications*, 2022, 11(1): 191-200.
- [14] ZHANG Z B, WANG X Y, ZHENG G, et al. Hadamard single-pixel imaging versus Fourier single-pixel imaging[J]. *Optics Express*, 2017, 25(16): 19619-19639.
- [15] REN H M, DENG G Q, ZHOU P, et al. Spatial frequency domain imaging technology based on Fourier single-pixel imaging[J]. *Journal of Biomedical Optics*, 2022, 27(1): 6002-6016.
- [16] ZHANG Z B, MA X, ZHONG J G. Single-pixel imaging by means of Fourier spectrum acquisition[J]. *Nature Communications*, 2015, 6: 6225-6230.
- [17] MENG W W, SHI D F, HUANG J, et al. Sparse Fourier single-pixel imaging[J]. *Optics Express*, 2019, 27(22): 31490-31503.
- [18] QIU Z H, GUO X Y, LU T A, et al. Efficient Fourier single-pixel imaging with Gaussian random sampling[J]. *Photonics*, 2021, 8(8): 319-331.
- [19] HE R Q, WENG Z H, ZHANG Y Y, et al. Adaptive Fourier single pixel imaging based on the radial correlation in the Fourier domain[J]. *Optics Express*, 2021, 29(22): 36021-36037.
- [20] YAO J S, JIANG Z X, LV X K, et al. Adaptive Fourier single-pixel imaging based on directional energy continuity in high frequencies[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2023, 162: 107406-107417.
- [21] 刘勇, 张国锋, 胡鹏宇, 等. 多视角沙姆成像的高精度结构光三维测量方法[J]. *仪器仪表学报*, 2023, 44(3): 33-40.  
LIU Yong, ZHANG Guofeng, HU Pengyu, et al. High-precision structured-light 3D measurement method based on multi-view Scheimpflug imaging[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2023, 44(3): 33-40.
- [22] 贾锦一. 傅里叶单像素成像质量分析研究[D]. 天津: 天津理工大学, 2022.  
JIA Jinyi. Study on Fourier single-pixel imaging quality[D]. Tianjin: Tianjin University of Technology, 2022.

- [23] LIANG Z Y, YU D B, CHENG Z D, et al. Compressed sensing Fourier single pixel imaging algorithm based on joint discrete gradient and non-local self-similarity priors[J]. *Optical and Quantum Electronics*, 2020, 52(8): 376-390.
- [24] YANG J, ZHANG Y, YIN W. A fast alternating direction method for  $TVL_1-L_2$  signal reconstruction from partial Fourier data [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(2): 288-297.
- [25] YU W K. Super sub-Nyquist single-pixel imaging by means of cake-cutting hadamard basis sort[J]. *Sensors*, 2019, 19(19): 4122-4143.
- [26] WANG Z, BOVIK A C, SHEIKH H R, et al. Image quality assessment: From error visibility to structural similarity[J]. *IEEE Transactions on Image Processing: A Publication of the IEEE Signal Processing Society*, 2004, 13(4): 600-612.

**作者简介:**

肖振坤(1999-),男,硕士研究生,研究方向:单像素成像、图像处理, E-mail: 1013659109@qq.com。



张永峰(1992-),男,副教授,研究方向:大口径高分辨力光电望远镜、主动/自适应光学、波前传感/相位复原、先进像差理论及其应用、广域高分辨成像新体制, E-mail: yfzhang1992@suda.edu.cn。



魏文卿(1993-),通信作者,男,讲师,研究方向:仪器科学与技术、自动化检测与图像处理, E-mail: weiwening11@163.com。



邓骥(1980-),男,教授,研究方向:太赫兹检测技术、光电检测技术、自动化检测技术, E-mail: 33097602@qq.com。

(编辑:张黄群)