# STAR-RIS 辅助通信感知一体化系统联合波束成形设计

朱小双1,2,3, 傅友华1,2,3

(1. 南京邮电大学电子与光学工程学院,南京210023;2. 南京邮电大学柔性电子(未来技术)学院,南京210023;3. 南京邮电大学射频集成与微组装技术国家地方联合工程实验室,南京210023)

摘 要:提出同时将透射和反射可重构智能表面(Simultaneously transmitting and reflecting reconfigurable intelligent surfaces, STAR-RIS)与通信感知一体化(Integrated sensing and communication, ISAC)系统结合,以实现全空间的通信与感知。同时在STAR-RIS上应用一种低成本的传感器实现了在STAR-RIS上进行目标感知,解决了雷达感知的严重路径损耗问题。基于此,本文研究了STAR-RIS辅助位于STAR-RIS两侧的多用户多输入单输出(Multi-user multi-input single-output, MU-MISO)以及一个位于STAR-RIS透射侧的目标的ISAC系统,旨在联合优化STAR-RIS的被动波束成形矩阵和ISAC基站处的主动波束成形矩阵,以最大化用户的通信和速率,同时满足目标感知的最低信噪比要求。为了解决优化过程中的非凸问题,提出了一种基于分式规划的块坐标上升算法,将优化变量分为几个块变量交替优化。在迭代优化后续波束成形问题上,应用了连续凸逼近和半正定松弛算法。与传统的可重构智能表面相比,仿真结果验证了在ISAC系统中部署STAR-RIS的优点。同时将所提的基于分式规划的算法与基于加权最小均方误差的算法进行了对比并验证了所提算法在提高通信和速率上的优势和有效性。

关键词:通信感知一体化;同时透射和反射可重构智能表面;波束成形;分式规划;块坐标上升 中图分类号:TN929.5 **文献标志码**:A

## Joint Beamforming Design for STAR-RIS Assisted Integrated Sensing and Communication System

ZHU Xiaoshuang<sup>1,2,3</sup>, FU Youhua<sup>1,2,3</sup>

College of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China;
 College of Flexible Electronics (Future Technology), Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China;
 National and Local Joint Engineering Laboratory of RF Integration and Micro-Assembly Technology, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** This paper combines simultaneous transmitting and reflecting reconfigurable intelligent surfaces (STAR-RIS) with integrated sensing and communication (ISAC) systems to achieve full space communication and awareness. At the same time, a low-cost sensor is applied to STAR-RIS to achieve target sensing on STAR-RIS, solving the serious path loss problem of radar sensing. Based on this, this article researches ISAC system of STAR-RIS assisted multi user multi input single output (MU-MISO)

基金项目:南京邮电大学射频集成与微组装技术国家地方联合工程实验室开放课题(KFJJ20210101);装备预研重点实验室基金(JKW202209)。

located on both sides of STAR-RIS and a target located on the transmission side of STAR-RIS, aiming to jointly design the active beamforming at the ISAC base station and the passive beamforming matrix of STAR-RIS, in order to maximize communication sum-rate, At the same time, it meets the minimum signal to noise ratio requirements for target perception performance. To solve the non-convex problem in the optimization process, this paper proposes a block coordinate ascending algorithm based on fractional programming, which divides the optimization variables into several block variables for alternate optimization. In the subsequent active and passive beamforming problems of iterative optimization, efficient algorithms such as continuous convex approximation and semi definite relaxation are applied. Simulation results validate the advantages of deploying STAR-RIS in ISAC systems compared to traditional reconfigurable intelligent surfaces. At the same time, the proposed fractional programming-based algorithm is compared with the weighted minimum mean square error algorithm. The simulation results verify the advantages of the proposed algorithm in improving the sum-rate of communication.

**Key words:** integrated sensing and communication; simultaneously transmitting and reflecting reconfigurable intelligent surface; beamforming; fractional programming; block coordinate ascent

## 引 言

随着万物互联应用需求的不断增长,频谱已成为一种稀缺资源,这刺激了通信感知一体化(Integrated sensing and communication, ISAC)系统的研究。ISAC作为未来网络的关键技术之一,受到了学 术界和业界的广泛关注。ISAC在单一平台上使用相同的波形提供感知和通信功能,与在独立平台上 执行感知和通信的系统<sup>[1]</sup>相比,它可以在更小的设备尺寸和更低的硬件成本的情况下有效地利用频谱。 现有一部分工作集中在以感知为中心或以通信为中心的ISAC系统的设计上,并考虑了波形的联合 设计<sup>[2-3]</sup>。

目前,许多研究者致力于设计实现ISAC的双功能波形,在ISAC系统中,发射波束成形设计对于在 通信和雷达感知功能之间实现更好的平衡至关重要。然而,在面对严重的信道退化时,主动波束成形 设计提供的性能改进非常有限,为了解决这一问题,可重构智能表面(Reconfigurable intelligent surfaces, RIS)作为一种革命性的方法已经出现以提供额外的信道路径<sup>[47]</sup>。

现有的仅反射 RIS 通常是一个平面阵列,由许多无源、低成本和高效的硬件可重构反射单元组成。 通过协同调节反射系数,可以创建额外的非视线链路,以提高系统性能<sup>[8]</sup>。鉴于这些优势,研究人员已 经开始在 ISAC 系统<sup>[9-14]</sup>中部署 RIS 的研究。文献[9]开发了一种在通信服务质量要求和功率约束下, 使雷达信干噪比(Signal-to-interference-plus-noise ratio, SINR)最大化的算法。文献[10]为了获得更好 的通信服务质量,在功率约束和雷达感知对波束图相似度的约束下,联合设计了发射波形和反射系数, 以最小化多用户干扰(Multi-user interference, MUI)。文献[11-12]考虑了 RIS 辅助单用户、单目标的这 一简单 ISAC 系统模型,以雷达感知信噪比(Signal-to-noise ratio, SNR)来衡量感知性能,在通信用户的 SNR约束下最大化基站接收目标回波的感知 SNR,以此来优化系统的发射波束成形和 RIS 的被动波束 成形。文献[13]考虑在 RIS 的恒模约束和发射功率的约束下,最大化雷达和通信接收 SNR 的加权和。 文献[14]研究了在波束图与理想波束图之间的均方误差(Mean square error, MSE)达到预定设置的约 束下,最大化通信和速率,但其并没有考虑 RIS 反射的雷达回波信号影响感知性能,因此具有一定的局 限性。 然而,现有研究都只考虑了仅反射 RIS 服务 ISAC 系统。当基站与目标、通信用户位于 RIS 的不同 侧时,传统的仅反射 RIS 将不能有效地服务,这很大程度上限制了 RIS 的部署。为了应对这一挑战,最 近提出了一种可提供 360°全空间覆盖的 RIS——透射和反射可重构智能表面(Simultaneously transmitting and reflecting reconfigurable intelligent surfaces, STAR-RIS)<sup>[15]</sup>。目前,为了实现对透射信号和反射 信号的独立控制,在低频(10 kHz~1 GHz)下,STAR-RIS通常由贴片阵列实现;而在高频下,通常由基 于石墨烯的超材料实现。文献[16]首次提出了 STAR-RIS 的 3种工作模式:能量分裂、模式切换和时间 切换,并在最小化基站消耗功率时探讨了这 3种工作模式的优缺点。文献[17]研究了 STAR-RIS 辅助 MIMO 网络中的联合预编码矩阵和透射、反射系数矩阵的优化。基于以上讨论,本文的内容主要包括 以下4点:

(1)将STAR-RIS与ISAC系统有效结合实现了通信与感知360°的全空间覆盖,解决了基站与用户、目标不在RIS同一侧的这一问题。

(2)目前的大多工作<sup>[11-13]</sup>在考虑 RIS 反射的雷达回波信号时,都考虑在基站处执行目标感知。然而 由于经 RIS 的多跳反射(即基站-RIS-目标-RIS-基站)感知信号会产生严重的路径损耗,这极大程度地 影响了感知性能。文献[18]提出了一种在 RIS上安装低成本专用传感器的新型结构实现了在 RIS上进 行感知,避免了严重的路径损耗。受这一思想启发,采用在 STAR-RIS 上安装专用的接收目标回波信 号传感器<sup>[18]</sup>,实现了在 STAR-RIS 上执行目标感知(即基站—RIS—目标—传感器),避免了感知信号的 严重路径损耗。

(3)使用STAR-RIS辅助的MU-MISO这一更复杂的系统模型,同时考虑更具代表性的通信性能指标——通信和速率而不仅仅是SINR或者MUI<sup>[10-13]</sup>。

(4)研究了STAR-RIS辅助ISAC系统的联合波束成形设计。在目标感知SNR、透射和反射系数以及总发射功率的约束下,通过联合优化基站的发射波束成形和STAR-RIS的透射、反射系数矩阵,最大化通信和速率。为了处理由此产生的非凸优化问题,首先采用分式规划(Fractional programming, FP)<sup>[19-20]</sup>算法将其目标函数转换为更易于处理的形式,然后采用块坐标上升(Block coordinate ascent, BCA)算法交替更新每个块变量,并迭代求解。此外,针对优化问题,本文所提基于FP的算法可以比文献[21]的加权最下均方误差(Weighted minimum mean square error, WMMSE)算法实现更高的通信和 速率(Sum-rate)。在迭代优化后续的主,被动波束成形问题上,应用了基于连续凸逼近(Sequential convex approximation, SCA)和半正定松弛(Semidefinite relaxation, SDR)<sup>[22]</sup>算法。

## 1 系统模型

如图1所示,考虑一个在能量分裂工作模式下的STAR-RIS辅助的ISAC系统,其中基站配备一个由*M*根天线组成的均匀线性阵列,STAR-RIS配备一个由*N*个单元组成的均匀平面阵列(Uniform planar array, UPA)。基站通过STAR-RIS与*K*个单天线用户通信同时传递探测信号给位于透射侧的感

知目标。整个空间被 STAR-RIS 划分为透射空间和反射 空间,一部分用户位于与基站相同侧的反射空间,另一部 分用户位于 STAR-RIS 反射面对面的透射空间。在 STAR-RIS 处安装专用感知的线性阵列(Uniform linear array, ULA)低成本传感器<sup>[18]</sup>,其有 L个单元。系统中所 有用户集合为  $\Omega = \{1, 2, \dots, K\}$ ,反射空间用户集记为  $\Omega_r = \{1, 2, \dots, K\}$ , 逐射空间用户集记为  $\Omega_r = \{K_0 + 1, K_0 + 2, \dots, K\}$ ,  $\Omega = \Omega_t \cup \Omega_r$ 。假设 ISAC 基站到目标、用 户的直接路径均被堵塞。



142

#### 1.1 STAR-RIS 模型

利用能量分裂模式来支持STAR-RIS的同时透射和反射。将 $\boldsymbol{\Phi}_r \in C^{N \times N}$ 和 $\boldsymbol{\Phi}_t \in C^{N \times N}$ 分别表示为反射系数和透射系数矩阵

$$\boldsymbol{\Phi}_{i} = \operatorname{diag}\left(\sqrt{\beta_{i,1}} e^{j\vartheta_{i,1}}, \sqrt{\beta_{i,2}} e^{j\vartheta_{i,2}}, \cdots, \sqrt{\beta_{i,n}} e^{j\vartheta_{i,n}}, \cdots, \sqrt{\beta_{i,N}} e^{j\vartheta_{i,N}}\right) \quad \forall i \in \{\mathsf{t},\mathsf{r}\}$$
(1)

式中 $\sqrt{\beta_{i,n}} \in [0,1]$ 和 $\vartheta_{i,n} \in [0,2\pi]$ 分别表示第 $n \in \{1,2,\dots,N\}$ 个单元的幅值和相移。一般情况下,假设透射系数和反射系数的相移可以独立调节,其幅值需要满足能量守恒定律<sup>[16]</sup>

$$\beta_{t,n} + \beta_{r,n} = 1 \quad \forall n \in \{1, 2, \cdots, N\}$$

$$\tag{2}$$

定义反射向量/透射向量 $\boldsymbol{\Theta}_i = \text{Diag}(\boldsymbol{\Phi}_i) = [\varphi_{i,1}, \varphi_{i,2}, \dots, \varphi_{i,N}]^T, \varphi_{i,n} = \sqrt{\beta_{i,n}} e^{j\theta_{i,n}}, i \in \{t, r\}$ 。则幅值 满足的能量守恒定律还可表示为

$$\left| \left[ \boldsymbol{\Theta}_{t} \right]_{n} \right|^{2} + \left| \left[ \boldsymbol{\Theta}_{r} \right]_{n} \right|^{2} = 1 \quad \forall n \in \{1, 2, \dots, N\}$$

$$(3)$$

#### 1.2 信号模型

感知和通信任务使用集成的ISAC基站进行协调,因此,感知和通信系统不存在相互干扰<sup>[11]</sup>。在基站处发射的信号可以表示为

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{W}\boldsymbol{s} = \sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{w}_k \boldsymbol{s}_k \tag{4}$$

式中: $W \in \mathbb{C}^{M \times K}$ 为基站的主动波束成形矩阵,传输信号 $s = [s_1, s_2, \dots, s_K]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}, s_k \in \mathbb{C}$ 为发送给用户 k的信号, $E[ss^H] = I_{K^\circ}$ 这里,传输信号既用于感知,也用于通信<sup>[11-13]</sup>。

## 1.3 通信模型

第k个通信用户处的信号可以建模为

$$y_{k}^{c} = \boldsymbol{h}_{k}^{H}\boldsymbol{\Phi}_{i}\boldsymbol{G}\boldsymbol{x} + n_{k}^{c} = \boldsymbol{h}_{k}^{H}\boldsymbol{\Phi}_{i}\boldsymbol{G}\sum_{j=1}^{K}\boldsymbol{w}_{j}\boldsymbol{s}_{j} + n_{k}^{c} \quad \forall k \in \boldsymbol{\Omega}_{i}, \forall i \in \{\mathsf{t},\mathsf{r}\}$$

$$(5)$$

式中: $h_k^{\mathrm{H}} \in \mathbb{C}^{1 \times N}$ ,  $G \in \mathbb{C}^{N \times M}$ 分别为STAR-RIS到第k个用户的信道,基站到STAR-RIS的信道,其中  $n_k^{\mathrm{c}} \sim \mathbb{CN}(0, \sigma_{\mathrm{c}}^2)$ 为用户k处的加性高斯白噪声。第k个用户SINR可表示为

$$\gamma_{k} = \frac{\left| \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\Phi}_{i} \boldsymbol{G} \boldsymbol{w}_{k} \right|^{2}}{\sum_{j=1, j \neq k}^{K} \left| \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\Phi}_{r} \boldsymbol{G} \boldsymbol{w}_{j} \right|^{2} + \sigma_{c}^{2}} = \frac{\left| \boldsymbol{h}_{r, k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}_{k} \right|^{2}}{\sum_{j=1, j \neq k}^{K} \left| \boldsymbol{h}_{r, k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}_{j} \right|^{2} + \sigma_{c}^{2}} \quad k \in \Omega_{r}$$
(6)

$$\sum_{j=1,j\neq k} \left| \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\varPhi}_{i} \boldsymbol{G} \boldsymbol{w}_{j} \right|^{2} + \sigma_{\mathrm{c}}^{2} \qquad \left| \frac{\left| \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\varPhi}_{\mathrm{t}} \boldsymbol{G} \boldsymbol{w}_{k} \right|}{\sum_{j=1,j\neq k}^{K} \left| \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\varPhi}_{\mathrm{t}} \boldsymbol{G} \boldsymbol{w}_{j} \right|^{2} + \sigma_{\mathrm{c}}^{2}} = \frac{\left| \boldsymbol{h}_{\mathrm{t},k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}_{k} \right|}{\sum_{j=1,j\neq k}^{K} \left| \boldsymbol{h}_{\mathrm{t},k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}_{j} \right|^{2} + \sigma_{\mathrm{c}}^{2}} \quad k \in \mathcal{Q}_{\mathrm{t}}$$

式中: $h_{\mathrm{r},k}^{\mathrm{H}} = h_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{r}} G$ ;  $h_{\mathrm{t},k}^{\mathrm{H}} = h_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{t}} G_{\circ}$  通信和速率可以写为 $\sum_{k=1}^{K} \log_{2}(1+\gamma_{k})_{\circ}$ 

## 1.4 感知模型

如图1所示,假设传感器位于反射空间的一面被物理阻挡,因此基站-传感器的信号可以忽略。 STAR-RIS处专用的目标感知传感器接收的目标回波信号为

$$\boldsymbol{y}^{\text{Rad}} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_{t}\boldsymbol{G}\boldsymbol{W}\boldsymbol{s} + \boldsymbol{n}^{\text{Rad}} = \boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_{t}\boldsymbol{G}\sum_{k=1}^{K}\boldsymbol{w}_{k}\boldsymbol{s}_{k} + \boldsymbol{n}^{\text{Rad}}$$
(7)

式中: $B = \alpha b_s(\phi_h, \phi_v) b^H(\phi_h, \phi_v)$ 为STAR-RIS和透射空间中目标的响应矩阵。其中 $\alpha \in C$ 为包含雷达 截面(Radar cross section, RCS)和往返路径损失的系数。 $\phi_h, \phi_v$ 分别为从STAR-RIS离开或到达目标 的方位角和仰角。 $\mathbf{n}^{\text{Rad}} \sim \text{CN}(0, \sigma_{\text{Rad}}^2 I_L) \in \mathbb{C}^{L \times 1}$ 为传感器处的加性高斯白噪声, $b(\phi_h, \phi_v) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 为 STAR-RIS的导向矢量, $b_s(\phi_h, \phi_v) \in \mathbb{C}^{L \times 1}$ 为传感器的导向矢量。它们可以建模为<sup>[23]</sup>

$$\boldsymbol{b}(\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{h}},\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{v}}) = \exp\left(-\mathrm{j}\left[u_{X},u_{Y},u_{Z}\right]\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{h}},\boldsymbol{\phi}_{\mathrm{v}})\right) \tag{8}$$

$$\boldsymbol{b}_{s}(\boldsymbol{\phi}_{h},\boldsymbol{\phi}_{v}) = \exp\left(-j\left[\bar{\boldsymbol{u}}_{X},\bar{\boldsymbol{u}}_{Y},\bar{\boldsymbol{u}}_{Z}\right]\boldsymbol{\chi}(\boldsymbol{\phi}_{h},\boldsymbol{\phi}_{v})\right)$$
(9)

式中:  $[u_X, u_Y, u_Z] \in \mathbb{R}^{N \times 3}$ ,  $[\bar{u}_X, \bar{u}_Y, \bar{u}_Z] \in \mathbb{R}^{L \times 3}$ , 对应表示 STAR-RIS 传感器单元的坐标。波束矢量  $\chi(\phi_h, \phi_v)^{[23]}$ 为

$$\chi(\phi_{\rm h},\phi_{\rm v}) = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\cos\phi_{\rm h}\cos\phi_{\rm v},\sin\phi_{\rm h}\cos\phi_{\rm v},\sin\phi_{\rm v}\right]^{\rm T}$$
(10)

STAR-RIS的UPA部署在(X,Z)平面内,传感器的ULA沿X轴部署。它们的单元间间隔均为半 波长,因此,导向矢量可简化为<sup>23</sup>

$$\boldsymbol{b}(\phi_{\rm h},\phi_{\rm v}) = \exp\left(-\mathrm{j}\pi\left(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{X}}\cos\phi_{\rm h}\cos\phi_{\rm v} + \boldsymbol{u}_{\boldsymbol{Z}}\sin\phi_{\rm v}\right)\right) \tag{11}$$

$$\boldsymbol{b}_{s}(\boldsymbol{\phi}_{h},\boldsymbol{\phi}_{v}) = \exp\left(-j\pi\left(\bar{u}_{X}\cos\boldsymbol{\phi}_{h}\cos\boldsymbol{\phi}_{v}\right)\right)$$
(12)

式中λ为信号波长。式(7)中的回波信号模型是考虑到目标感知传感器只接收目标回波,通信信号的干扰在实践中可以通过离线训练有效消除<sup>[18]</sup>,故接收的目标回波 SNR 可以表示为

$$\operatorname{SNR}_{\operatorname{Rad}} = \frac{\operatorname{Tr}\left(W^{\operatorname{H}}(B\boldsymbol{\Phi}_{\operatorname{I}}G)^{\operatorname{H}}(B\boldsymbol{\Phi}_{\operatorname{I}}G)W\right)}{\sigma_{\operatorname{Rad}}^{2}}$$
(13)

#### 2 问题描述

假设完全信道状态信息(Channel state information, CSI)已知,联合波束成形优化通信和速率的问题可表示为优化问题 P<sub>1</sub>

$$\begin{cases} P_{1}: \underset{\boldsymbol{w}_{k}, \boldsymbol{\Phi}_{v}, \boldsymbol{\Phi}_{\tau}}{\text{Max}} \sum_{k=1}^{K} \log_{2}(1+\boldsymbol{\gamma}_{k}) \\ \text{s.t. } C_{1}: \frac{\text{Tr}\left(\boldsymbol{W}^{\text{H}}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_{\tau}\boldsymbol{G})^{\text{H}}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_{\tau}\boldsymbol{G})\boldsymbol{W}\right)}{\sigma_{\text{Rad}}^{2}} \geq \Gamma \\ C_{2}: \sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{w}_{k}^{\text{H}} \boldsymbol{w}_{k} \leq P \\ C_{3}: \left|\left[\boldsymbol{\Theta}_{\tau}\right]_{n}\right|^{2} + \left|\left[\boldsymbol{\Theta}_{r}\right]_{n}\right|^{2} = 1 \quad \forall n \in \{1, 2, \dots, N\} \end{cases}$$
(14)

上述问题中,约束C<sub>1</sub>表示保证传感器感知的最低SNR $\Gamma$ ,其中 $\Gamma$ 为感知SNR阈值,约束C<sub>2</sub>表示 ISAC基站满足总发射功率P的约束,约束C<sub>3</sub>表示STAR-RIS能量守恒的约束。由于P<sub>1</sub>的目标函数含 有对数和分数项、非凸的感知SNR约束C<sub>1</sub>中的耦合变量以及非凸约束STAR-RIS能量守恒约束C<sub>3</sub>,导 致此非凸问题很难解决。为了处理由此产生的非凸优化问题,在下一节中,采用FP<sup>[19-20]</sup>算法将其目标 函数转换为更易于处理的形式,然后采用BCA算法交替更新每个块变量直至算法收敛。

## 3 基于 FP 的 BCA 交替优化

首先利用 FP 理论等效地将原始问题 P<sub>1</sub>转化成更易于处理的形式。利用变换后的目标函数,迭代 设计了基站处波束成形、STAR-RIS 反射/透射系数矩阵。P<sub>1</sub>中的目标函数具有典型的关于 SINR $\gamma_k$ 的 对数函数和的表达式,使得优化问题难以解决。受文献[19-20]中引入的闭式 FP 算法的启发,通过从对 数函数中提取分式项 $\gamma_k$ ,  $k \in \Omega$ ,可以等效地将原始问题转换为分式和形式。基于此,应用拉格朗日对偶 变换<sup>[20]</sup>,优化问题 P<sub>1</sub>等价于优化问题 P<sub>2</sub> 朱小双 等:STAR-RIS辅助通信感知一体化系统联合波束成形设计

$$\begin{cases} P_{2}: \underset{\boldsymbol{w}_{k},\boldsymbol{\Phi}_{r},\boldsymbol{\Phi}_{r},\boldsymbol{\tau}}{\operatorname{Max}} f(\boldsymbol{w}_{k},\boldsymbol{\Phi}_{r},\boldsymbol{\Phi}_{t},\boldsymbol{\tau}) \\ \text{s.t. } C_{1}: \frac{\operatorname{Tr}\left(\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_{t}\boldsymbol{G})^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_{t}\boldsymbol{G})\boldsymbol{W}\right)}{\sigma_{\mathrm{Rad}}^{2}} \ge \Gamma \\ C_{2}: \sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{w}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}_{k} \leqslant P \\ C_{3}: \left|\left[\boldsymbol{\Theta}_{t}\right]_{n}\right|^{2} + \left|\left[\boldsymbol{\Theta}_{r}\right]_{n}\right|^{2} = 1 \quad \forall n \in \{1, 2, \dots, N\} \end{cases}$$
(15)

其中目标函数为

$$f(\boldsymbol{w}_{k}, \boldsymbol{\Phi}_{r}, \boldsymbol{\Phi}_{r}, \boldsymbol{\tau}) = \sum_{k=1}^{K} \log_{2}(1+\tau_{k}) - \sum_{k=1}^{K} \tau_{k} + \sum_{k=1}^{K} \frac{(1+\tau_{k})\gamma_{k}}{1+\gamma_{k}} = \sum_{k=1}^{K} \log_{2}(1+\tau_{k}) - \sum_{k=1}^{K} \tau_{k} + \sum_{k\in\Omega_{r}} \frac{(1+\tau_{k})\left|\boldsymbol{h}_{r,k}^{\mathsf{H}}\boldsymbol{w}_{k}\right|^{2}}{\sum_{j=1}^{K} \left|\boldsymbol{h}_{r,k}^{\mathsf{H}}\boldsymbol{w}_{j}\right|^{2} + \sigma_{c}^{2}} + \sum_{k\in\Omega_{r}} \frac{(1+\tau_{k})\left|\boldsymbol{h}_{r,k}^{\mathsf{H}}\boldsymbol{w}_{k}\right|^{2}}{\sum_{j=1}^{K} \left|\boldsymbol{h}_{r,k}^{\mathsf{H}}\boldsymbol{w}_{j}\right|^{2} + \sigma_{c}^{2}}$$
(16)

式中向量 $\tau = [\tau_1, \tau_2, ..., \tau_K]^T \in \mathbf{R}^{K \times 1}$ 为引入的一个辅助向量。此变换成立很容易证明:变换后的问题 P<sub>2</sub>是关于 $\tau$ 的无约束凸优化问题。令 $\partial f / \partial \tau_k = 0$ 得到最优 $\tau_k^{\text{opt}} = \gamma_k$ ,将其代入(16)得: $f(w_k, \boldsymbol{\Phi}_r, \boldsymbol{\Phi}_t, \tau) = \sum_{k=1}^{K} \log_2(1 + \gamma_k)$ 其与优化问题P<sub>1</sub>目标函数相等,因此此变换是成立的。然而由于问题P<sub>2</sub>中的目标函数 具有K个分式项和的复杂形式仍然难以解决。接下来,对分式项进行二次变换<sup>[19]</sup>,通过引入一个辅助 向量 $\epsilon = [\epsilon_1, \epsilon_2, ..., \epsilon_K]^T \in \mathbf{C}^{K \times 1}$ 进一步将它们转化为整式之和的形式,从而优化问题P<sub>2</sub>转化为优化 问题P<sub>3</sub>

$$\begin{cases}
P_{3:} \underset{\boldsymbol{w}_{k}, \boldsymbol{\theta}_{r}, \boldsymbol{\Phi}_{r}, \tau, \epsilon}{\text{Max}} l(\tau) + g(\boldsymbol{w}_{k}, \boldsymbol{\Phi}_{r}, \boldsymbol{\Phi}_{r}, \tau, \epsilon) \\
\text{s.t. } C_{1:} \frac{\text{Tr}\left(\boldsymbol{W}^{\text{H}}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_{r}\boldsymbol{G})^{\text{H}}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_{r}\boldsymbol{G})\boldsymbol{W}\right)}{\sigma_{\text{Rad}}^{2}} \geqslant \Gamma \\
C_{2:} \sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{w}_{k}^{\text{H}} \boldsymbol{w}_{k} \leqslant P \\
C_{3:} \left| \left[\boldsymbol{\Theta}_{1}\right]_{n} \right|^{2} + \left| \left[\boldsymbol{\Theta}_{r}\right]_{n} \right|^{2} = 1 \quad \forall n \in \{1, 2, \cdots, N\} \end{cases} \\
\vec{x} \oplus l(\tau) = \sum_{k=1}^{K} \log_{2}(1+\tau_{k}) - \sum_{k=1}^{K} \tau_{k} \circ \\
g(\boldsymbol{w}_{k}, \boldsymbol{\Phi}_{r}, \boldsymbol{\Phi}_{r}, \tau, \epsilon) = \sum_{k \in \Omega_{r}} \left( 2\sqrt{(1+\tau_{k})} \operatorname{Re}\left\{ \varepsilon_{k}^{*} \boldsymbol{h}_{r,k}^{\text{H}} \boldsymbol{w}_{k} \right\} - \left| \varepsilon_{k} \right|^{2} \left( \sum_{j=1}^{K} \left| \boldsymbol{h}_{r,k}^{\text{H}} \boldsymbol{w}_{j} \right|^{2} + \sigma_{c}^{2} \right) \right) + \\
\sum_{k \in \Omega_{r}} \left( 2\sqrt{(1+\tau_{k})} \operatorname{Re}\left\{ \varepsilon_{k}^{*} \boldsymbol{h}_{r,k}^{\text{H}} \boldsymbol{w}_{k} \right\} - \left| \varepsilon_{k} \right|^{2} \left( \sum_{j=1}^{K} \left| \boldsymbol{h}_{r,k}^{\text{H}} \boldsymbol{w}_{j} \right|^{2} + \sigma_{c}^{2} \right) \right) \right) \tag{18}$$

此变换成立的证明与问题 P<sub>1</sub>到问题 P<sub>2</sub>的变换证明类似,故不再赘述。为了解决变换后的优化问题 P<sub>3</sub>,采用 BCA 算法交替更新每个块变量,更新每个块的子问题将在下面详细说明。

## 3.1 更新辅助变量

(1)更新

当其他变量固定时,问题  $P_3$ 是关于变量  $\tau_k(\forall k \in \Omega)$ 的无约束凸优化问题。通过将  $\frac{\partial f}{\partial \tau_k}$  设为零,可以

得到最优闭式解  $\tau_k^{\text{opt}}$  为

$$\tau_{k}^{\text{opt}} = \gamma_{k} = \begin{cases} \frac{\left| \boldsymbol{h}_{\mathrm{r},k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}_{k} \right|^{2}}{\sum_{j=1, j \neq k}^{K} \left| \boldsymbol{h}_{\mathrm{r},k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}_{j} \right|^{2} + \sigma_{\mathrm{c}}^{2}} & k \in \Omega_{\mathrm{r}} \\ \frac{\left| \boldsymbol{h}_{\mathrm{r},k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}_{k} \right|^{2}}{\sum_{j=1, j \neq k}^{K} \left| \boldsymbol{h}_{\mathrm{t},k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}_{j} \right|^{2} + \sigma_{\mathrm{c}}^{2}} & k \in \Omega_{\mathrm{t}} \end{cases}$$
(19)

(2) 更新 ε

类似地,给定其他变量,问题 P<sub>3</sub>是关于  $\epsilon_k$ ( $\forall k \in \Omega$ )的无约束凸优化问题。通过将  $\frac{\partial g}{\partial \epsilon_k}$ 设为零,可以 得到最优解  $\epsilon_k^{opt}$  为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{k}^{\text{opt}} = \begin{cases} \frac{\sqrt{(1+\tau_{k})} \boldsymbol{h}_{r,k}^{\text{H}} \boldsymbol{w}_{k}}{\sum_{j=1}^{K} \left| \boldsymbol{h}_{r,k}^{\text{H}} \boldsymbol{w}_{j} \right|^{2} + \sigma_{c}^{2}} & k \in \Omega_{r} \\ \frac{\sqrt{(1+\tau_{k})} \boldsymbol{h}_{r,k}^{\text{H}} \boldsymbol{w}_{k}}{\sum_{j=1}^{K} \left| \boldsymbol{h}_{r,k}^{\text{H}} \boldsymbol{w}_{j} \right|^{2} + \sigma_{c}^{2}} & k \in \Omega_{r} \end{cases}$$

$$(20)$$

#### 3.2 更新主动波束成形向量 $w_k$

在其他变量固定的情况下,主动波束成形向量w<sub>k</sub>的更新可以表示为优化问题

$$\begin{cases} \underset{w_{k}}{\operatorname{Max}} g\left(\boldsymbol{w}_{k}, \boldsymbol{\varPhi}_{r}, \boldsymbol{\varPhi}_{t}, \tau, \boldsymbol{\epsilon}\right) \\ \text{s.t. } C_{1}: \frac{\operatorname{Tr}\left(\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{B}\boldsymbol{\varPhi}_{t}\boldsymbol{G}\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{B}\boldsymbol{\varPhi}_{t}\boldsymbol{G}\right)\boldsymbol{W}\right)}{\sigma_{\mathrm{Rad}}^{2}} \geqslant \Gamma \\ C_{2}: \sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{w}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{w}_{k} \leqslant P \end{cases}$$
(21)

令 $E = (B\boldsymbol{\Phi}_{t}G)^{H}(B\boldsymbol{\Phi}_{t}G)_{\circ}$ 约束 $C_{1}$ 可写为

$$\frac{\mathrm{Tr}(\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{E}\boldsymbol{W})}{\sigma_{\mathrm{Rad}}^{2}} = \frac{\sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{w}_{k}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{E}\boldsymbol{w}_{k}}{\sigma_{\mathrm{Rad}}^{2}} \ge \Gamma$$
(22)

由于此非凸约束导致优化问题非凸,故采用 SCA 算法将其逼近为凸约束。使用一阶泰勒展开来近 似它并将其在前一次迭代中得到的解 w<sup>(i-1)</sup>处一阶泰勒展开

$$\frac{\sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{w}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{E} \boldsymbol{w}_{k}}{\sigma_{\mathrm{Rad}}^{2}} \geq \frac{-\sum_{k=1}^{K} \left[\boldsymbol{w}_{k}^{(i-1)}\right]^{\mathrm{H}} \boldsymbol{E} \boldsymbol{w}_{k}^{(i-1)} + 2 \mathrm{Re} \left\{\sum_{k=1}^{K} \left[\boldsymbol{w}_{k}^{(i-1)}\right]^{\mathrm{H}} \boldsymbol{E} \boldsymbol{w}_{k}\right\}}{\sigma_{\mathrm{Rad}}^{2}} \geq \Gamma$$
(23)

则约束C<sub>1</sub>变为

$$-\sum_{k=1}^{K} \left[\boldsymbol{w}_{k}^{(i-1)}\right]^{\mathrm{H}} \boldsymbol{E} \boldsymbol{w}_{k}^{(i-1)} + 2 \mathrm{Re} \left\{ \sum_{k=1}^{K} \left[\boldsymbol{w}_{k}^{(i-1)}\right]^{\mathrm{H}} \boldsymbol{E} \boldsymbol{w}_{k} \right\} \ge \Gamma \sigma_{\mathrm{Rad}}^{2}$$
(24)

变换后的关于  $w_k$ 的优化问题为凸二阶锥规划<sup>[24]</sup>(Second-order cone programming, SOCP)问题可以使用凸优化工具箱 CVX<sup>[25]</sup>来解决。

## 3.3 更新被动波束成形矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_{r}, \boldsymbol{\Phi}_{r}$

给定 $\tau, \epsilon, w_k$ ( $\forall k \in \Omega$ )。关于被动波束成形矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_r, \boldsymbol{\Phi}_t$ 的子问题可以表示为优化问题

$$\begin{cases} \underset{\boldsymbol{\sigma}_{r},\boldsymbol{\sigma}_{t}}{\operatorname{Max}} g\left(\boldsymbol{w}_{k},\boldsymbol{\Phi}_{r},\boldsymbol{\Phi}_{t},\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{\epsilon}\right) \\ \text{s.t. } C_{1}:\frac{\operatorname{Tr}\left(\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_{t}\boldsymbol{G}\right)^{\mathrm{H}}\left(\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_{t}\boldsymbol{G}\right)\boldsymbol{W}\right)}{\sigma_{\mathrm{Rad}}^{2}} \geq \Gamma \\ C_{3}:\left|\left[\boldsymbol{\Theta}_{t}\right]_{n}\right|^{2}+\left|\left[\boldsymbol{\Theta}_{r}\right]_{n}\right|^{2}=1 \quad \forall n \in \{1,2,\dots,N\} \end{cases}$$
(25)

此问题可以通过以下操作转化为优化反射向量和透射向量 $\boldsymbol{\Theta}_i = [\varphi_{i,1}, \varphi_{i,2}, \dots, \varphi_{i,N}]^{\mathrm{T}}(i \in \{\mathsf{t}, \mathsf{r}\})$ 

$$\begin{cases} \underset{\boldsymbol{\Theta}_{r},\boldsymbol{\Theta}_{t}}{\operatorname{Max}} - \boldsymbol{\Theta}_{t}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{U}_{t}\boldsymbol{\Theta}_{t} + 2\operatorname{Re}\left\{\boldsymbol{\Theta}_{r}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{v}_{t}\right\} - \boldsymbol{\Theta}_{r}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{U}_{r}\boldsymbol{\Theta}_{r} + 2\operatorname{Re}\left\{\boldsymbol{\Theta}_{r}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{v}_{r}\right\} \\ \text{s.t.} \quad \operatorname{C}_{4}: \boldsymbol{\Theta}_{t}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{T}\boldsymbol{\Theta}_{t} \geqslant \sigma_{\mathrm{Rad}}^{2}\boldsymbol{\Gamma} \\ \operatorname{C}_{3}:\left|\left[\boldsymbol{\Theta}_{t}\right]_{n}\right|^{2} + \left|\left[\boldsymbol{\Theta}_{r}\right]_{n}\right|^{2} = 1 \quad \forall n \in \{1, 2, \cdots, N\} \end{cases}$$

$$(26)$$

式中: $U_{r} = \sum_{k \in \Omega_{t}} |\varepsilon_{k}|^{2} \sum_{j=1}^{K} \operatorname{diag}(Gw_{j})^{H} h_{k} h_{k}^{H} \operatorname{diag}(Gw_{j}), U_{t} = \sum_{k \in \Omega_{t}} |\varepsilon_{k}|^{2} \sum_{j=1}^{K} \operatorname{diag}(Gw_{j})^{H} h_{k} h_{k}^{H} \operatorname{diag}(Gw_{j})$ 均为 半正定矩阵, $v_{r} = \sum_{k \in \Omega_{t}} (\varepsilon_{k} \sqrt{(1+\tau_{k})} \operatorname{diag}(Gw_{k})^{H} h_{k}), v_{t} = \sum_{k \in \Omega_{t}} (\varepsilon_{k} \sqrt{(1+\tau_{k})} \operatorname{diag}(Gw_{k})^{H} h_{k})_{0}$ 

## 具体操作如下:

将  $\boldsymbol{h}_{i,k}^{\mathrm{H}} = \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{\Phi}_{i} \boldsymbol{G}, \boldsymbol{\Phi}_{i} \boldsymbol{G} \boldsymbol{w}_{k} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{G} \boldsymbol{w}_{k}) \boldsymbol{\Theta}_{i}, \boldsymbol{\Theta}_{i} = \operatorname{Diag}(\boldsymbol{\Phi}_{i}) = [\varphi_{i,1}, \varphi_{i,2}, \cdots, \varphi_{i,N}]^{\mathrm{T}} (i \in \{\mathsf{t}, \mathsf{r}\})$ 代人此 问题的目标函数式(18),有

$$\sum_{k \in \Omega_{r}} \left( 2\sqrt{(1+\tau_{k})} \operatorname{Re}\left\{ \boldsymbol{\varepsilon}_{k}^{*} \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{k}) \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r}} \right\} - |\boldsymbol{\varepsilon}_{k}|^{2} \left( \sum_{j=1}^{K} \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{h}_{k} \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right) \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{r}} + \sigma_{\mathrm{c}}^{2} \right) \right) + \\ \sum_{k \in \Omega_{r}} \left( 2\sqrt{(1+\tau_{k})} \operatorname{Re}\left\{ \boldsymbol{\varepsilon}_{k}^{*} \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{k}\right) \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{t}} \right\} - |\boldsymbol{\varepsilon}_{k}|^{2} \left( \sum_{j=1}^{K} \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{h}_{k} \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right) \boldsymbol{\Theta}_{\mathrm{t}} + \sigma_{\mathrm{c}}^{2} \right) \right)$$
(27)  
$$\Leftrightarrow U_{\mathrm{r}} = \sum_{k \in \Omega_{r}} |\boldsymbol{\varepsilon}_{k}|^{2} \sum_{j=1}^{K} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{h}_{k} \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right), U_{\mathrm{t}} = \sum_{k \in \Omega_{r}} |\boldsymbol{\varepsilon}_{k}|^{2} \sum_{j=1}^{K} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{h}_{k} \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right), \boldsymbol{v}_{\mathrm{r}} = \sum_{k \in \Omega_{r}} |\boldsymbol{\varepsilon}_{k}|^{2} \sum_{j=1}^{K} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{h}_{k} \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right), \boldsymbol{v}_{\mathrm{r}} = \sum_{k \in \Omega_{r}} |\boldsymbol{\varepsilon}_{k}|^{2} \sum_{j=1}^{K} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{h}_{k} \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right), \boldsymbol{v}_{\mathrm{r}} = \sum_{k \in \Omega_{r}} |\boldsymbol{\varepsilon}_{k}|^{2} \sum_{j=1}^{K} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{h}_{k} \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right), \boldsymbol{v}_{\mathrm{r}} = \sum_{k \in \Omega_{r}} |\boldsymbol{\varepsilon}_{k}|^{2} \sum_{j=1}^{K} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{h}_{k} \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right), \boldsymbol{v}_{\mathrm{r}} = \sum_{k \in \Omega_{r}} |\boldsymbol{\varepsilon}_{k}|^{2} \sum_{j=1}^{K} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{h}_{k} \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right), \boldsymbol{v}_{\mathrm{r}} = \sum_{k \in \Omega_{r}} |\boldsymbol{\varepsilon}_{k}|^{2} \sum_{j=1}^{K} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{h}_{k} \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right), \boldsymbol{v}_{\mathrm{r}} = \sum_{k \in \Omega_{r}} |\boldsymbol{\varepsilon}_{k}|^{2} \sum_{j=1}^{K} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{h}_{k} \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right), \boldsymbol{v}_{\mathrm{H}} = \sum_{k \in \Omega_{r}} |\boldsymbol{\varepsilon}_{k}|^{2} \sum_{j=1}^{K} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{h}_{k} \boldsymbol{h}_{k}^{\mathrm{H}} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right), \boldsymbol{v}_{\mathrm{H}} = \sum_{k \in \Omega_{r}} |\boldsymbol{\varepsilon}_{k}|^{2} \sum_{j=1}^{K} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{h}_{k}|^{2} \sum_{j=1}^{K} \operatorname{diag}\left(\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}_{j}\right)^{$$

$$\sum_{k \in \Omega_{t}} \left( \varepsilon_{k} \sqrt{(1+\tau_{k})} \operatorname{diag}(G \boldsymbol{w}_{k})^{\mathsf{H}} \boldsymbol{h}_{k} \right), \boldsymbol{v}_{t} = \sum_{k \in \Omega_{t}} \left( \varepsilon_{k} \sqrt{(1+\tau_{k})} \operatorname{diag}(G \boldsymbol{w}_{k})^{\mathsf{H}} \boldsymbol{h}_{k} \right)_{\circ}$$

去掉常数项,优化的目标函数式(27)可变为

$$-\boldsymbol{\Theta}_{t}^{H}\boldsymbol{U}_{t}\boldsymbol{\Theta}_{t}+2\operatorname{Re}\left\{\boldsymbol{\Theta}_{t}^{H}\boldsymbol{v}_{t}\right\}-\boldsymbol{\Theta}_{r}^{H}\boldsymbol{U}_{r}\boldsymbol{\Theta}_{r}+2\operatorname{Re}\left\{\boldsymbol{\Theta}_{r}^{H}\boldsymbol{v}_{r}\right\}$$
(28)

不等式约束C<sub>1</sub>左边分子可写为

 $\operatorname{tr}(\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{G})^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{G})\boldsymbol{W}) = \|\boldsymbol{B}\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{t}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{W}\|_{\mathrm{F}}^{2} =$ 

$$\|\operatorname{vec}(B\boldsymbol{\Phi}_{t}\boldsymbol{G}\boldsymbol{W})\|_{2}^{2} \stackrel{(a)}{=} \|((\boldsymbol{G}\boldsymbol{W})^{\mathrm{T}} \otimes \boldsymbol{B})\operatorname{vec}(\boldsymbol{\Phi}_{t})\|_{2}^{2} \stackrel{(b)}{=} \|\boldsymbol{J}\boldsymbol{\Theta}_{t}\|_{2}^{2} = \boldsymbol{\Theta}_{t}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{J}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\Theta}_{t} = \boldsymbol{\Theta}_{t}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{T}\boldsymbol{\Theta}_{t}$$
(29)

式中 $T = J^{H}J_{\circ}$ 恒等变换(a)成立是因为vec(ABC)=( $C^{T} \otimes A$ )vec(B)<sup>[26]</sup>。恒等变换(b)成立是因为  $\boldsymbol{\Theta}_{t} = \text{Diag}(\boldsymbol{\Phi}_{t}) = [\varphi_{t,1}, \varphi_{t,2}, \dots, \varphi_{t,2}]^{T} \pm J = ((GW)^{T} \otimes B)_{[1:N+1:end]},$ 表示矩阵((GW)<sup>T</sup>  $\otimes B$ )中以N+1为步长从第1列到最后1列所有元素组成的矩阵。不等式约束 $C_{1}$ 可写为

$$C_4: \boldsymbol{\Theta}_t^H T \boldsymbol{\Theta}_t \geqslant \sigma_{Rad}^2 \Gamma$$
(30)

变换后的问题由于约束C3、C4导致优化问题非凸,故使用SDR<sup>[22]</sup>将此问题转化为凸优化问题。

约束  $C_4$ 可写为 $C_5$ : Tr( $YV_t$ )  $\geq \sigma_{Rad}^2 \Gamma_o$  松弛秩1约束 rank( $V_r$ ) = rank( $V_t$ ) = 1,则优化被动波束成 形矩阵的问题式(25)最终可变为

$$\begin{cases} \underset{V_{n}V_{i}}{\text{Max}} \operatorname{tr}\left(\hat{R}_{i}V_{r}\right) + \operatorname{tr}\left(\hat{R}_{i}V_{i}\right) \\ \text{s.t. } C_{5}: \operatorname{Tr}\left(YV_{i}\right) \geq \sigma_{\text{Rad}}^{2}\Gamma \\ C_{6}:\left[V_{r}\right]_{n,n} + \left[V_{t}\right]_{n,n} = 1 \quad \left[V_{r}\right]_{n,n} \geq 0, \left[V_{t}\right]_{n,n} \geq 0 \quad \forall n \in \{1, 2, \dots, N\} \\ \left[V_{r}\right]_{N+1,N+1} = \left[V_{t}\right]_{N+1,N+1} = 1 \\ V_{r} \geq 0, V_{t} \geq 0 \end{cases}$$
(32)

此问题是一个标准的 SDP 凸优化问题,可以使用 CVX 工具箱<sup>[25]</sup>来求解上述问题的两个最优解:  $V_t^{opt}$ ,  $V_r^{opt}$ 。然后使用特征分解或高斯随机化<sup>[22]</sup>近似松弛的秩1约束解并获得对应的 $q_t^{opt}$ ,  $q_r^{opt}$ , 从而得到 最优反射系数向量和透射系数向量 $\Theta_r^{opt}$ ,  $\Theta_r^{opt}$ 为

$$\boldsymbol{\Theta}_{i}^{\text{opt}} = \frac{\left[\boldsymbol{q}_{i}^{\text{opt}}\right]_{1:N}}{\left[\boldsymbol{q}_{i}^{\text{opt}}\right]_{N+1}} \quad i \in \{\mathsf{t},\mathsf{r}\}$$
(33)

将求得的 $\boldsymbol{\Theta}_{r}^{opt}$ 、 $\boldsymbol{\Theta}_{t}^{opt}$ 对角化,获得STAR-RIS处的被动波束成形矩阵为

$$\boldsymbol{\Phi}_{r}^{opt} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{\Theta}_{r}^{opt}), \quad \boldsymbol{\Phi}_{t}^{opt} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{\Theta}_{t}^{opt})$$
 (34)

至此最初优化问题P1全部解决,具体的算法流程如算法1所示。

算法1 基于FP的BCA算法

输出: $W, \boldsymbol{\Phi}_{r}, \boldsymbol{\Phi}_{t}, Sum-rate$ 

初始化: $i=0, \boldsymbol{w}_{1}^{[i]}, \boldsymbol{w}_{2}^{[i]}, \cdots, \boldsymbol{w}_{K}^{[i]}, \boldsymbol{\Phi}_{r}^{[i]}, \boldsymbol{\Phi}_{t}^{[i]}$ 

(1)根据 $\boldsymbol{w}_{1}^{[i]}, \boldsymbol{w}_{2}^{[i]}, \cdots, \boldsymbol{w}_{K}^{[i]}, \boldsymbol{\Phi}_{r}^{[i]}, \boldsymbol{\Phi}_{t}^{[i]}$ 计算Sum-rate<sup>[i]</sup>;

$$(3)i = i + 1;$$

(4)计算式(19)获得闭式解 τ<sup>[i]</sup>;

- (5)计算式(20)获得闭式解 $\epsilon_{k}^{[i]}$ ;
- (6)解决问题式(21)得到 $w_{k}^{[i]}$ ;

(7) 解决凸 SDP 问题式(32)获得  $V_{r}^{[i]}$ 、  $V_{r}^{[i]}$ 、利用特征分解或高斯随机化获得  $q_{r}^{[i]}$ 、  $q_{r}^{[i]}$ 、从而得 到  $\Theta_{r}^{[i]}$ 、  $\Theta_{r}^{[i]}$ 、  $\Theta_{r}^{[i]}$ 、  $\Phi_{r}^{[i]}$ 

(8)通过步骤6中获得的 $\boldsymbol{w}_{k}^{[i]}, \forall k, 步骤(7)$ 中获得的 $\boldsymbol{\Phi}_{r}^{[i]}, \boldsymbol{\Phi}_{t}^{[i]}$ 计算Sum-rate<sup>[i]</sup>;

(9)直到 |Sum-rate<sup>[i-1]</sup> - Sum-rate<sup>[i]</sup>  $| \leq \delta;$ 

## 3.4 基于FP的算法复杂度分析

在每次迭代过程中,优化辅助变量 $\tau_{x}\epsilon$ 的计算复杂度都为O(K)。用于求解主动波束成形向量 $w_{k}, k \in \Omega$ 的问题是SOCP问题,使用内点法解决它,在每次迭代过程中计算复杂度为 $O(KM^{3.5})$ 。优化STAR-RIS的被动波束成形矩阵 $\boldsymbol{\sigma}_{r}, \boldsymbol{\sigma}_{t}$ 的问题是标准的SDP问题,算法在每次迭代过程中的计算复杂度为 $O(2(N+1)^{3.5})^{[16]}$ 。所以总体计算复杂度为 $O(I(KM^{3.5}+2(N+1)^{3.5}+2K))$ ,其中I表示收敛所需的迭代次数。

## 4 仿真分析

本文采用三维模拟设置(图2)。以STAR-RIS为中心,基站建立在STAR-RIS反射侧(60°,0°)方向

上且距离 STAR-RIS 30 m 的位置处,反射空间和透射 空间中的用户随机分配在半径为 20 m 的圆上,目标位 于透射侧(-45°, 30°)的方向上。参数设置见表1。生成 K=4个单天线用户且透射用户和反射用户相等。基站配备 <math>M根天线,传感器和 STAR-RIS 的单元数分别 为 $L_N$ 。,基站发射功率为P。将基站到 STAR-RIS, STAR-RIS 到用户k的窄带准静态衰落信道建模为 Rician 衰落信道

$$G = \sqrt{\frac{\beta_0}{d_{\rm BR}^{a_{\rm BR}}}} \left( \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}} G^{\rm LoS} + \sqrt{\frac{1}{\kappa+1}} G^{\rm NLoS} \right) (35)$$
$$h_k = \sqrt{\frac{\beta_0}{d_{\rm RU,k}^{a_{\rm RU}}}} \left( \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}} h_k^{\rm LoS} + \sqrt{\frac{1}{\kappa+1}} h_k^{\rm NLoS} \right) (36)$$

式中: $d_{BR}$ 、 $d_{RU,k}$ 分别为基站与STAR-RIS之间以及 STAR-RIS与用户k之间的距离; $\alpha_{BR} = \alpha_{RU} = 2$ 为对应 的路径损耗指数; $\beta_0 = -30$  dB表示参考距离1m处 的路径损耗; $\kappa = 1$ 为表示Rician因子。 $G^{LoS}$ 、 $h_k^{LoS}$ 为 确定性的LoS分量; $G^{NLoS}$ 、 $h_k^{NLoS}$ 为作为瑞利衰落的随 机非LoS分量模型。本文所有仿真结果分析,均来自 1000次蒙特卡洛仿真。

#### 4.1 基准方案

为了验证本文提出的STAR-RIS辅助ISAC系统的优点以及所提FP优化算法的有效性和优势,将 其与以下3种方案进行对比。

方案1 WMMSE-STAR-RIS。采用文献[21] 中提出的WMMSE算法对STAR-RIS辅助的ISAC 系统进行波束成形设计。关于基于WMMSE算法的 联合波束成形介绍见文献[21]。





Fig.2 Simulation settings

## 表1 仿真参数

Table 1Simulation parameters

参数	参数值
基站-STAR-RIS路径损耗指数 α <sub>BR</sub>	2
STAR-RIS-用户路径损耗指数 a <sub>RU</sub>	2
Rician 因子 <i>κ</i>	1
参考距离 $1 \mathrm{m}$ 处的路径损耗 $\beta_0/\mathrm{dB}$	-30
传感器处接收回波的噪声功率 $\sigma^2_{Rad}/dBm$	-70
往返路径损耗和目标的复反射因子α	0.01
算法收敛容差δ	0.005
用户处的噪声功率 $\sigma_{\rm c}^2/{\rm dBm}$	-110

与STAR-RIS相同的位置处采用一个传统的仅反射和一个仅透射RIS,并彼此相邻安装,两者都具有 $\frac{N}{2}$ 个单元,其中透射幅值平方和反射幅值平方被设定为 $\beta_r = \begin{bmatrix} I^{\frac{N}{2} \times 1} & 0^{\frac{N}{2} \times 1} \end{bmatrix} \pi_{\beta_t} = \begin{bmatrix} 0^{\frac{N}{2} \times 1} & I^{\frac{N}{2} \times 1} \end{bmatrix}_{\circ}$ 

方案3 FP-random-STAR-RIS。利用本文所提基于FP的算法只对主动波束成形矩阵 W进行优化,随机生成被动反射和透射系数矩阵。

#### 4.2 算法的收敛性

图 3 研究了在发射功率 P=20 dBm, 感知 SNR 阈值 Γ=5 dB, RIS 单元数和传感器单元数 N=10, L=10,天线数 M=16 情况下,本文提出的算法与其他3种方案算法的收敛性。由于优化每个块变量的 问题最终都转化为凸优化问题,所以算法几乎都在10次之内很快达到了收敛。

## 4.3 通信和速率Sum-rate与单元数量N的关系

图 4 研究了在传感器数量 L=10,感知 SNR 阈值  $\Gamma=5$  dB,发射功率 P=20 dBm 情况下单元数 N与 Sum-rate 的关系。图 4 将所提方案与方案 1 相比可知采用提出的 FP 算法可以获得比 WMMSE 算法更高的 Sum-rate,同时还可以看出随着单元 N 的增大,所提方案获得的 Sum-rate 增长幅度比方案 1 要大,这证明了所提算法的优势。所提方案与方案 2 相比可知 STAR-RIS 辅助的 ISAC 系统可以比传统 RIS 辅助的 ISAC 系统获得更好的通信性能。所提方案与方案 3 对比发现,对 STAR-RIS 被动波束成形矩阵进行优化获得了更高的 Sum-rate,说明了联合设计主、被动波束成形矩阵的重要性。此外,天线数M=16的场景优于M=8场景的性能,这体现了大规模 MIMO 在无线通信系统中的重要性。



## 4.4 通信和速率 Sum-rate 与发射功率 P的关系

图 5 研究了在单元数 N=10, 传感器单元数 L=10, 感知 SNR 阈值 Γ=5 dB, 天线数 M=16 情况下 发射功率 P与 Sum-rate 的关系, 从图 5 中可以发现随着发射功率的增加, 所有方案获得的通信性能 Sum-rate 都随之增加, 但提出的模型与算法可以获得更高的 Sum-rate。

#### 4.5 通信和速率Sum-rate与感知SNR阈值Γ的关系

图 6 研究在 STAR-RIS 单元数 N=10,传感器单元数 L=10,发射功率 P=20 dBm,天线数 M=16 情况下 Sum-rate 与感知 SNR 阈值的关系。由于通信和感知之间具有折衷的关系,因此通信性能 Sum-rate 会随着感知 SNR 阈值的提高而降低,但本文所提的下降幅度最慢。这体现了本文所提模型与算 法的优势,同时也体现了设计 ISAC 系统中的波束成形对通信和感知功能之间实现更好权衡的重要性。



#### 4.6 通信和速率Sum-rate与接收回波传感器单元数L的关系

图7研究了在STAR-RIS单元数N=10、20,感知SNR 阈值 $\Gamma=5$ dB,发射功率P=20dBm,天线数M=16情况下 所提方案的Sum-rate与接收回波传感器单元数L的关系。 从图7中得知随着传感器单元数L的增加,通信和速率增 加的幅度非常缓慢,远不及增加被动STAR-RIS单元提升 的多。图7中还绘制了STAR-RIS单元数N=20,传感器 单元数L=10情况下的Sum-rate曲线,这与N=10,L=260时情况性能几乎相等,但这一模型需要大量的有源传 感器,因为本文是以通信为中心的ISAC系统,目的是最大 化通信性能Sum-rate,而传感器只用来接收目标回波进行 感知,不包含于被动波束成形优化,只能通过增强感知部 分的性能,减少感知部分占用的系统资源间接提高通信性 能。这使得增加STAR-RIS被动单元数量性价比更高。



#### 5 结束语

本文研究了一种新颖的STAR-RIS辅助ISAC系统的联合波束成形设计,通过联合优化基站的发 射波束成形和STAR-RIS的透射、反射系数,在感知SNR、透射和反射系数以及总发射功率的约束下, 最大化通信和速率。为了处理由此产生的非凸优化问题,首先采用FP算法将其目标函数转换为易处 理的形式,然后采用BCA算法交替更新每个块变量,在优化后续的主、被动波束成形问题上,使用了 SCA和SDR算法。仿真结果验证了在ISAC系统中部署STAR-RIS的优点以及所提FP算法的有效性和优势。

#### 参考文献:

- [1] LIU Fan, MASOUROS C, PETROPULU A P, et al. Joint radar and communication design: Applications, state-of-the-art, and the road ahead[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(6): 3834-3862.
- [2] ANDREW Z J, LIU F, MASOUROS C, et al. An overview of signal processing techniques for joint communication and radar sensing[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2021, 15(6): 1295-1315.
- [3] LIU F, MASOUROS C, LI A, et al. Toward dual-functional radar-communication systems: Optimal waveform design[J]. IEEE Transaction. Signal Process, 2018, 66(16): 4264-4279.
- [4] WU Qingqing, ZHANG Shuowen, ZHENG Beixiong, et al. Intelligent reflecting surface aided wireless communications: A tutorial[J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(5): 3313-3351.
- [5] HUANG Chongwen, HU Sha, ALEXANDROPOULOS G C, et al. Holographic MIMO surfaces for 6G wireless networks: Opportunities, challenges, and trends[J]. IEEE Wireless Communications, 2020, 27(5): 118-125.
- [6] LI Wei, HUANG Chongwen, ALEXANDROPOULOS G C, et al. Channel estimation for RIS-empowered multi-user MISO wireless communications[J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(6): 4144-4157.
- [7] WU Qingqing, ZHANG Rui. Intelligent reflecting surface enhanced wireless network via joint active and passive beamforming
   [J]. IEEE Transactions on Communications, 2019, 18(11): 5394-5409.
- [8] RENZO M D, ZAPPONE A, DEBBAH M, et al. Smart radio environments empowered by reconfigurable intelligent surfaces: How it works, state of research, and the road ahead[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2020, 38 (11): 2450-2525.
- [9] LIU Rang, LI Ming, LIU Yang, et al. Joint transmit waveform and passive beamforming design for RIS-aided DFRC systems
   [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2022, 16(5): 995-1010.
- [10] WANG Xinyi, FEI Zesong, GUO Jing, et al. RIS-assisted spectrum sharing between MIMO radar and MU-MISO communication systems[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2021, 10(3): 594-598.
- [11] JIANG Zhengming, RIHAN M, ZHANG Peichang, et al. Intelligent reflecting surface aided dual-function radar and communication system[J]. IEEE Systems Journal, 2022, 16(1): 475-486.
- [12] YAN Shucheng, CAI Shu, XIA Weichao, et al. A reconfigurable intelligent surface aided dual-function radar and communication system[C]//Proceedings of 2022 2nd IEEE International Symposium on Joint Communications & Sensing (JC&S). Seefeld: IEEE, 2022: 1-6.
- [13] LI Yikai, PETROPULU A. Dual-function radar-communication system aided by intelligent reflecting surfaces[C]// Proceedings of 2022 IEEE 12th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM). Trondheim: IEEE, 2022: 126-130.
- [14] LUO Honghao, LIU Rang, LI Ming, et al. Joint beamforming design for RIS-assisted integrated sensing and communication systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(12): 13393-13397.
- [15] ZHANG Shuhang, ZHANG Hongliang, DI Boya, et al. Intelligent omni-surfaces: Ubiquitous wireless transmission by reflective-refractive metasurfaces[J]. IEEE Transactions Wireless Communications, 2022, 21(1): 219-233.
- [16] MU Xidong, LIU Yuanwei, GUO Li, et al. Simultaneously transmitting and reflecting (STAR) RIS aided wireless communications[J]. IEEE Transactions Wireless Communications, 2022, 21(5): 3083-3098.
- [17] NIU Hehao, ZHENG Chu, ZHOU Fuhui, et al. Weighted sum rate optimization for STAR-RIS-assisted MIMO system[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(2): 2122-2127.
- [18] SHAO Xiaodan, YOU Changsheng, MA Wenyan, et al. Target sensing with intelligent reflecting surface: Architecture and performance[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2022, 40(7): 2070-2084.
- [19] SHEN Kaiming, YU Wei. Fractional programming for communication systems—Part I : Power control and beamforming[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(7): 2616-2630.

#### 朱小双 等:STAR-RIS辅助通信感知一体化系统联合波束成形设计

- [20] SHEN Kaiming, YU Wei. Fractional programming for communication systems—Part II : Uplink scheduling via matching[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(10): 2631-2644.
- [21] CHRISTENSEN S S, AGARWAL R, CARVALHO E D, et al. Weighted sum-rate maximization using weighted MMSE for MIMO-BC beamforming design[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(12): 4792-4799.
- [22] LUO Z Q, MA W K, SO A M C, et al. Semidefinite relaxation of quadratic optimization problems[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2010, 27(3): 20-34.
- [23] MANIKAS A. Differential geometry in array processing [M]. London, UK: Imperial College Press, 2004: 6-15.
- [24] WIESEL A, ELDAR Y C, SHAMAI S. Linear precoding via conic optimization for fixed MIMO receivers[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(1): 161-176.
- [25] GRANT M, BOYD S. CVX: MATLAB software for disciplined convex programming, version 2.1[EB/OL].[2023-04-09]. https://cvxr.com/cvx,2014.
- [26] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 107-108. ZHANG Xianda. Matrix analysis and applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 107-108.

#### 作者简介:



朱小双(1998-),男,硕士研 究生,研究方向:通信感知 一体化、可重构智能表面 RIS、大规模MIMO、波束成 形等,E-mail:1021020903@ njupt.edu.cn。



**傅友华**(1978-),通信作者, 女,博士,副教授,研究方 向:MIMO无线通信信号处 理技术,E-mail:fuyh@njupt. edu.cn。

(编辑:陈珺)