

## 数字低空空域栅格化的表征度量与最优标定

谢华<sup>1,3</sup>, 尹嘉男<sup>2,3</sup>, 朱永文<sup>3,4</sup>, 陈志杰<sup>3,4</sup>

(1. 南京航空航天大学通用航空与飞行学院, 南京 211106; 2. 南京航空航天大学民航学院, 南京 211106; 3. 空中交通管理系统全国重点实验室, 南京 211106; 4. 国家空域技术重点实验室, 北京 100085)

**摘要:** 低空飞行空间范围小、目标速度慢、环境要素杂, 传统的经纬度表征方式无法满足智联环境下的低空精细管理要求, 为此本文研究了数字低空空域栅格化的表征度量与最优标定问题。首先, 从“点-线-面”视角构建了多维度低空空域结构要素量化表征规则, 提出了低空空域多层级栅格量化表征方法; 然后, 通过判定不同空域栅格的“点-线-面”位置关系, 提出了基于栅格交集矩阵的低空空域拓扑关系度量方法; 最后, 综合考虑低空无人机碰撞指数、低空栅格利用指数等优化目标, 以及节点与栅格匹配约束、空间位置约束、无人机与无人机/障碍物安全约束等限制条件, 建立了面向多维性能的低空空域栅格粒度最优标定模型。针对城市低空典型飞行任务场景对所提方法的有效性 & 优化效果进行了验证分析。实验结果表明, 针对任意设定的低空空域和无人机飞行任务, 在可接受的无人机碰撞指数和栅格利用指数下, 所提方法可对数字低空栅格粒度进行最优配置, 从根源上有效确保低空飞行活动的安全和高效。研究成果对于支撑数字低空空域精细化管理和异质飞行器融合运行具有一定的理论价值和应用意义。

**关键词:** 低空空域; 无人机; 空域栅格化; 栅格表征; 栅格标定

中图分类号: X951

文献标志码: A

## Characterization, Calculation and Optimal Calibration for Rasterization in Digital Low-Altitude Airspace System

XIE Hua<sup>1,3</sup>, YIN Jianan<sup>2,3</sup>, ZHU Yongwen<sup>3,4</sup>, CHEN Zhijie<sup>3,4</sup>

(1. College of General Aviation and Flight, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China; 2. College of Civil Aviation, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China; 3. State Key Laboratory of Air Traffic Management System, Nanjing 211106, China; 4. Key Laboratory of National Airspace Technology, Beijing 100085, China)

**Abstract:** Because of the small space range, slow target speed, and mixed environmental elements of low-altitude flight, the traditional latitude and longitude characterization cannot meet the requirements of low-altitude fine management in the Smartlink environment. Therefore the digital low-altitude airspace raster characterization metrics and optimal calibration problems are studied. Firstly, the quantitative characterization rules of multi-dimensional low-altitude airspace structural elements are constructed from the perspective of “point-line-plane”, the quantitative characterization method of multi-level raster in low-altitude airspace is proposed. Then, by determining the “point-line-plane” positional relationships of

**基金项目:** 国家重点研发计划(2022YFB4300905); 国家自然科学基金(52002178); 江苏省自然科学基金(BK20190416, BK20222013)。

**收稿日期:** 2023-12-05; **修订日期:** 2024-01-10

different airspace rasters, we propose a topological relationship metric of low-altitude airspace based on the raster intersection matrix. Finally, considering the optimization objectives of low-altitude unmanned aerial vehicle(UAV) collision index and low-altitude raster utilization index, as well as the node-raster matching constraints, spatial position constraints, and safety constraints of UAVs and UAVs/obstacles, we establish a multi-dimensional performance oriented optimal calibration model for the raster granularity of the low airspace, and evaluate the effectiveness and efficiency of the proposed method for the typical mission scenarios of the low airspace. The validity and optimization effect of the proposed method are verified and analyzed for typical urban low altitude flight scenarios. The experimental results show that the proposed method can optimally configure the digital low altitude raster granularity for any low-altitude airspace and UAV mission with acceptable UAV collision index and raster utilization index, so as to realize the safety and high efficiency of low altitude flight activities. The research results have certain theoretical value and application significance to support the fine management of digital low altitude airspace and the fusion operation of heterogeneous aircraft.

**Key words:** low-altitude airspace; unmanned aerial vehicle (UAV); airspace rasterization; raster characterization; raster calibration

## 引 言

随着遥感技术、地理信息系统(Geographic information system, GIS)以及计算能力的不断发展,如何对地球表面进行精确描述,进而对空间数据进行高效管理,成为城市规划、交通运输、环境保护及资源管理等诸多领域的关注焦点。其中,空域离散化作为地理信息处理的关键环节,对于实现精准、高效的空域分析具有重要意义。我国针对地理信息科学和空间数据的应用提出了一系列的政策支持,鼓励利用先进的地理信息技术进行精细化管理和科学决策。例如,国家制定的《空间基础设施与地理信息发展“十三五”规划》明确提出了加强空间信息基础设施建设和空间信息资源整合利用的目标。在复杂的低空空域系统内,面向先进通信、导航、监视设施组网形成的智联环境,如何构建数字低空空域栅格化的表征度量与最优标定方法,从而为科学规划设计低空空域系统、安全高效管理低空飞行活动提供更为准确、可靠的空域信息支持,成为当前全球航空运输领域亟待解决的研究热点和难点。

目前,已有学者针对空域离散化及精细管理问题开展了研究,有效满足了中高空航空运输系统以及军事空域管理的需求。官俊蒙等<sup>[1]</sup>对战场环境进行网格化建模,通过计算网格中航空器的冲突概率进行航迹规划。陈泽晖<sup>[2]</sup>运用离散化的方法对空域进行划分,建立空域时空效率资源最优评估模型。廖小罕等<sup>[3]</sup>结合目前中国低空空域的发展状况,从地理资源和低空发展需求的角度出发,对低空空域的划分提出了设想。也有一些学者将空间拓扑理论应用到空中交通管理中。晏晖等<sup>[4]</sup>提出了一种基于空间拓扑关系的目标自动识别跟踪与位姿参数同步测量技术,研究发现这项技术可有效提升航空器空中数据处理效率。刘金奎<sup>[5]</sup>将空间拓扑关系运用到无人机电子围栏规划中,建立了基于九交模型的无人机飞行区域拓扑关系,设计了无人机飞行区域拓扑关系计算方法。还有学者在空域栅格化方面进行了研究。朱永文等<sup>[6]</sup>针对传统空管理论的困境,对空域进行数字化建模,发展出新的空中交通四维时空框架。邱诚等<sup>[7]</sup>将空域网格化运用到无人机的航迹规划上,经仿真实验发现无人机路径规划的效率等指标都有显著提升。陈雨童等<sup>[8]</sup>基于自由航线空域环境,进行了基于空域栅格化的离散化处理并提出了相应计算方法,经验证发现所提方法能够高效地支持空域高密度运行环境下航空器的自主航迹运行。Matt<sup>[9]</sup>将空域空间转换成三维栅格,建立起栅格与航空器之间的关系,将航空器冲突问题转换为栅格占用问题。刘西等<sup>[10]</sup>从安全间隔的方面考虑,将空域进行了离散化处理,保证航空器在空域中的运行安全。王莉莉等<sup>[11]</sup>利用栅格化

的方法,建立了改航空域环境模型,用以研究在恶劣的天气状况下航空器飞行航迹的变更问题。

然而,现有研究仍存在以下不足:(1)当前基于经纬度的低空空域剖分方式存在位置描述繁琐、位置计算低效且面状空域表征繁琐等问题,主要聚焦低空空域系统本身,没有充分考虑低空空域的多层级结构和离散化表示问题;(2)已有的栅格剖分方法主要适用于空间范围广、载具尺寸大、目标速度快的中空高空空域,而面对空间范围小、载具尺寸小、目标速度慢的低空空域系统,并不具备通用性;(3)传统的空域离散化方法在提高空域效率和信息存储方面虽有较大提升,但在处理复杂的空间拓扑关系时却显得不够灵活,对离散化处理的最小栅格粒度亦无法科学标定。

鉴于此,本文针对低空环境下空域描述精确性欠佳、离散剖分方法不具普适性和栅格最优粒度难以确定等难题,从“点-线-面”视角提出了低空空域多层级结构要素数字化表征方法,基于两体块交集矩阵构建了栅格空间位置判别规则和栅格拓扑关系识别方法,建立了面向多维性能的低空空域栅格粒度最优标定模型,并针对城市低空典型飞行任务场景对所提方法的有效性及其优化效果进行了验证分析。本文研究旨在为数字低空空域的精细化管理和异质飞行器的融合运行提供方法借鉴和决策参考。

### 1 数字低空空域多层级结构量化表征

本节对低空空域中的点、线、面等空域结构要素进行数字化表征。低空空域结构的复杂性和多变性对空域管理提出了更高的要求。因此,对这些结构要素进行准确、高效的数字化表征尤为重要,这将为低空空域的交通管理提供强力支撑。

#### 1.1 低空空域“点-线-面”结构表征

基于低空空域栅格单元预设区域和编码,为便于动态管理低空空域,对低空空域空间结构进行描述,可快速描述低空空域适用协调边界和高度范围。

在低空空域管理中经常需要描述低空空域的用途及其管理使用活动的属性,如“已开发/未开发”“临时/常设”“禁止使用”“限制使用”“危险”“用途”“空域类型”“激活”“预留”“占用”等。对于空域结构对象描述示例如图1所示,空域结构对象的具体描述如下:空域←{名称,空间结构,[属性1,属性2,⋯,属性n],时间范围};空间结构←{球面位置,高度范围}。

在低空空域的空间结构中,主要可以分成3类,分别是:点、线和面。在低空空域中通常用这三者对无人机位置、航路航线、飞行空域等进行离散化表征。具体示例如图2所示。

##### (1) 低空空域“点”结构表征

“点”根据位置定位精度需求,采用相应划分层级的栅格坐标原点进行描述。点的描述由“P+栅格编码”构成,如“P+N-45-C-2-9”。根据用途,点可表述为起降点、任务点、无人机位置点等。具体描述为:点←{P+栅格编码}。

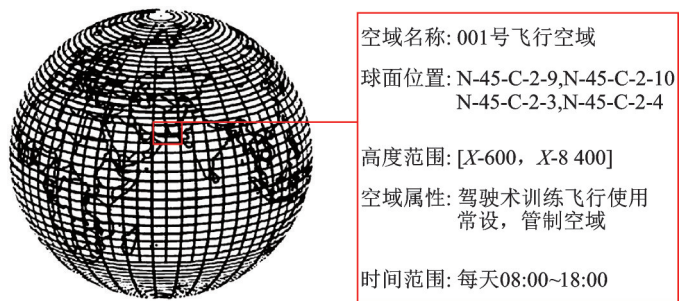


图1 空域结构对象描述示例

Fig.1 Example of object description of airspace structure

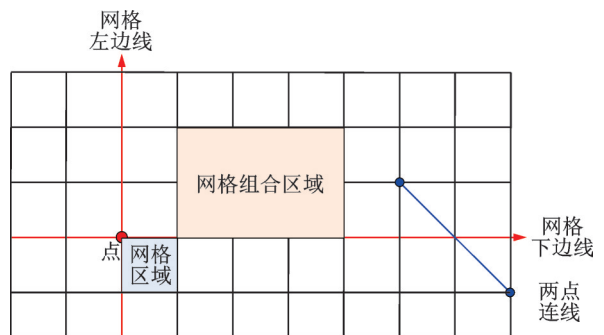


图2 空间结构对象示例

Fig.2 Example of a spatial structure object

### (2) 低空空域“线”结构表征

“线”可以采用两种描述方法:一是栅格边线描述法,根据空域管理所需,采用相应划分层级的栅格“左边线”或“下边线”进行描述,两种边线分别是经线和纬线,且经过栅格坐标原点,如图2所示;二是两点连线描述法,在“点”的描述方法基础上,采用两个位置点(可以是不同划分层级的栅格坐标原点)的连线进行描述。根据用途,线可表述为无人机航迹、低空运输航线等。

①栅格边线描述法,线的描述由“标识码+栅格编码”构成,其中“左边线”标识码为“Y”,“下边线”标识码为“X”,如“Y+N-45-C-2-9”“X+N-45-C-2-9”,具体描述为:线 $\leftarrow\{Y/X + \text{栅格编码}\}$ 。

②两点连线顶点描述法,具体描述为:线 $\leftarrow\{(P + \text{栅格编码} 1, P + \text{栅格编码} 2)\}$ 。

### (3) 低空空域“面”结构表征

“面”可以采用两种描述方法:一是栅格区域描述法,根据空域管理所需,采用相应划分层级的单个栅格区域、多个栅格或不同划分层级的栅格之间邻接组合区域进行描述,如图2所示;二是多点连线描述法,在“点”的描述方法基础上,采用3个以上位置点(可以是不同划分层级的栅格坐标原点)的连线区域进行描述。根据用途,面可表述为禁飞区、临时管制区、电子围栏、适飞空域等。

①栅格区域描述法,单个栅格区域的描述由“A+栅格编码”构成,如“A+N-45-C-2-9”,多个栅格组合区域采用单个栅格区域集合描述,具体描述为:面 $\leftarrow\{A + \text{栅格编码} 1, \dots, A + \text{栅格编码} n\}$ ,其中 $n \geq 1$ 。

②多点连线顶点描述法,具体描述为:面 $\leftarrow\{(P + \text{栅格编码} 1, \dots, P + \text{栅格编码} n)\}$ ,其中 $n \geq 3$ 。

## 1.2 低空空域结构的栅格化表征

低空空域栅格量化表征是指基于网格参考系统,把低空空域空间范围划分成多层级、多尺度的无缝隙、无重叠的栅格集合,通过栅格编码以及空域属性等信息对低空空域进行定量描述。在对“线”和“面”的低空空域结构进行描述时,采用两点或多点连接组成“线”、多点连线组成“面”空域的方式,这就需要建立专门的方法对不同层级的栅格单元进行空间填充。

根据低空空域“点”“左边线”“下边线”的描述,定义低空空域栅格球面区域由栅格的内部位置区域与左边线、下边线共同组成。这样对球面上任意点(不包含地球北极点),都可归属到一个栅格上,用唯一的一个栅格位置编码进行描述。

对于给定点的地理坐标值可确定出它们各自所在的第一层级低空空域栅格,如果给定点在第一层级的同一低空空域栅格内,可选择全局合幅基准栅格赋值矩阵 $G_{a,d \times bc}^r$ ;如果给定点在第一层级的不同低空空域栅格内,但处于同一半球内,则选择南北半球栅格赋值矩阵 $G_{S/N}^r$ 或其子矩阵;如果给定点分属南北半球,则选择全局栅格赋值矩阵 $G^r$ 或其子矩阵进行空域描述。本节重点针对“线”和“面”类空域进行离散栅格化填充描述,给出有关的填充方法。

### (1) 两点或多点连接成的“线”类空域量化表征

由于“线”是连续空间要素,用低空空域栅格单元表达的核心是记录“线”要素经过的所有栅格,对其进行填充形成连续的栅格化线条,如图3所示。假定两点地理坐标 $(L_1, B_1)$ 和 $(L_2, B_2)$ ,在球面上连接两点的曲线中最短的为大圆曲线,该曲线常称为球面直线。假定球面直线与赤道球面的斜率为 $K$ ,球面直线与赤道交点的经度值为 $\chi$ ,计算方法<sup>[12]</sup>为

$$\tan B = K \times \sin(L - \chi), K = \tan B_1 / \sin(L_1 - \chi) \quad (1)$$

$$\gamma = \arctan[(\sin L_1 \times \tan B_2 - \sin L_2 \times \tan B_1) / (\cos L_1 \times \tan B_2 - \cos L_2 \times \tan B_1)] \quad (2)$$

$$\text{若 } \chi < 0, \text{ 则 } \chi = \chi + 180^\circ \quad (3)$$



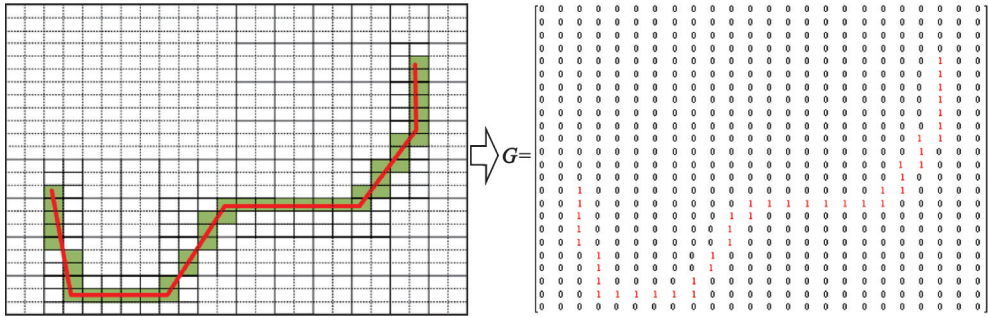


图3 两点或多点连线而成的“线”类空域对象描述

Fig.3 Description of the “line” type of airspace object consisting of two or more points connected by a line

根据栅格赋值矩阵划分层级  $r$ , 确定出经向划分间隔  $\Delta L^r$  和纬向划分间隔  $\Delta B^r$ , 建立“线”类空域对象的栅格赋值矩阵元素填充方法。具体如算法 A 所示。

**算法 A**

Set  $\Delta L^r$  and  $\Delta B^r$ , 根据空域栅格部分规则及相应合幅处理

$(L_1, B_1) \rightarrow (L_{01}^r, B_{01}^r), (L_2, B_2) \rightarrow (L_{02}^r, B_{02}^r)$  // 将两点地理坐标转换为第  $r$  级栅格坐标原点

先由  $L_0^r = L_{01}^r + \Delta L^r$ , 根据式(1)计算  $B_0^r$ , 得到一组  $(L_0^r, B_0^r)^1$

再由  $B_0^r = B_{01}^r + \Delta B^r$ , 根据式(1)计算  $L_0^r$ , 得到另一组  $(L_0^r, B_0^r)^2$

$(L_0^r, B_0^r) \rightarrow (m^r, n^r)$  // 将两组经纬度转换为栅格赋值矩阵行列号

$g_{m^r \times n^r} = 1$ , 其他矩阵元素取 0

当  $B_0^r = B_{02}^r$  或  $L_0^r = L_{02}^r$  分别停止迭代

(2) 多点连接成的“面”类空域量化表征

“面”类空域用栅格单元表达的核心是记录“面”要素区域内的所有栅格, 对其进行填充形成连续的栅格化平面, 如图 4 所示。

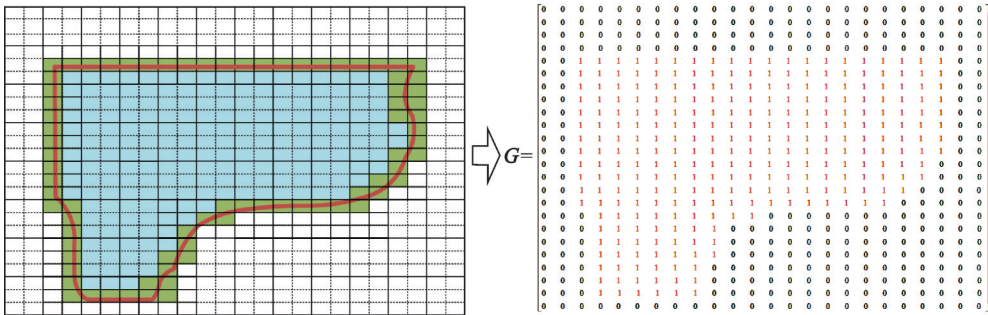


图4 多点连线而成的“面”类空域对象描述

Fig.4 Description of the “plane” class of airspace objects made by connecting multiple points

假定多点的地理坐标为  $(L_1, B_1), (L_2, B_2), \dots, (L_n, B_n)$ , 各点顺次相连形成“面”类空域的封闭轮廓线, 根据算法 A 填充轮廓线的栅格赋值矩阵, 再利用多边形填充算法对轮廓线内的栅格赋值矩阵元素进行填充, 这里不再赘述。

常用的多边形填充算法包括奇偶扫描法和种子填充法<sup>[13]</sup>, 其中奇偶扫描法利用水平扫描线对轮廓线

进行扫描,在扫描线与多边形相交次数为奇数时认为其在多边形内部,为偶数时则在多边形的外部;种子填充法首先确定封闭轮廓线内某一已知栅格,从内向外对其所有联通栅格进行判断,如不是轮廓线上的栅格则进行填充,否则认为已到达边界线。奇偶扫描法存在对水平轮廓线、顶点等特殊位置处理困难的缺点,种子填充法的递归算法中多个栅格会重复判断、效率不高。为此诸多学者相继提出了包括有序边表算法、扫描线种子填充法为代表的改进算法,利用这些算法可将多点地理坐标的经纬值转换为轮廓线上及其内部栅格赋值矩阵的行列号,对矩阵相应元素赋值以完成“面”类空域对象的空间填充。

### (3) 多点连接成的“线”类或“面”类空域对象描述

通常对空域对象的描述可采用顶点法与点阵法<sup>[14]</sup>。顶点法指用顶点栅格序列描述空域形状,特点是占用内存少、几何意义强,但对内部元素缺少表述;点阵法指用空域内部所有栅格的集合描述空域对象,为满足不同空域几何信息(如边界、顶点)精确性要求,需采用不同层级、不同大小的栅格来描述。

## 2 数字低空空域栅格拓扑关系度量

在离散空域下,比较栅格之间的位置,根据体块之间的相离、相邻、相交和重叠关系建立交集矩阵,以此定义和判断无人机与地理围栏是否发生冲突。每对三维栅格间的位置关系用一个 $3 \times 3$ 的交集矩阵表示,主要思想是从点、线、面之间的拓扑关系来判断栅格之间拓扑关系的细节。

对于栅格 $A$ 和 $B$ ,交集矩阵 $M_{A,B}$ 表示为

$$M_{A,B} = \begin{bmatrix} M_{p,p} & M_{p,l} & M_{p,a} \\ M_{l,p} & M_{l,l} & M_{l,a} \\ M_{a,p} & M_{a,l} & M_{a,a} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中:元素 $M_{i,j} = \{0, 1, F\}$ ,  $i, j \in (p, l, a)$ , 0表示不相交,1表示相交, $F$ 表示栅格关系矩阵中的元素取值对交集矩阵结果没有影响; $p, l, a$ 分别表示点、线、面,如 $M_{l,p} = 1$ 表示栅格 $A$ 的边线和栅格 $B$ 的顶点相交。

如果是比较两个立方体之间的拓扑关系,共有8种情况;但在栅格化空域内,规则的栅格和相同的栅格粒度极大地简化了交集矩阵的表达,不用考虑大量点线相交、点面相交和线面相交的情况,在栅格化空域内,两个立方体栅格的拓扑关系只有6种,交集矩阵的维数取值 $\dim(A, B)$ 也有6个,如表1所示。在栅格化空域中,本文通过栅格间的拓扑关系以及无人机运行方向来判定冲突,当 $\dim(A, B) = \{-1, 0, 1, 2\}$ 时,不发生冲突;当 $\dim(A, B) = \{3, T\}$ 时,发生冲突。

## 3 数字低空空域栅格剖分粒度最优标定

### 3.1 低空空域栅格剖分粒度标定模型

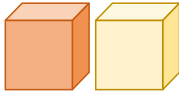
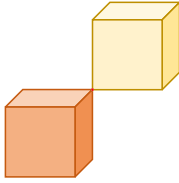
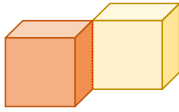
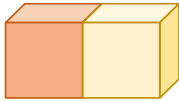
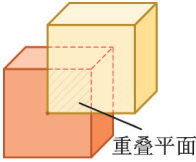
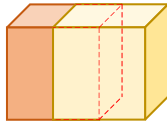
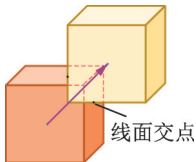
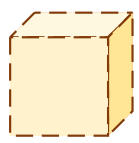
#### 3.1.1 优化目标

为科学标定低空空域最优离散粒度,本文设计了最小化低空无人机碰撞指数、最大化低空空域栅格利用指数两个目标函数,用于计算、评估离散程度及其合理性。

#### (1) 最小化低空无人机碰撞指数

在数字低空空域中,当无人机及其保护区入侵了障碍物或其他禁飞区所处栅格时,认为存在发生碰撞的风险,本文使用低空无人机碰撞指数来量化无人机在不同粒度的离散空域下存在的碰撞风险。定义 $\eta(l)$ 为空域所有栅格交集矩阵维数取值 $\dim(A, B)$ 为3或 $T$ 的次数与栅格数量的比值,即低空无人机碰撞指数,记为

表 1 数字栅格拓扑关系  
Table 1 Digital raster topology relationships

剖分方法	拓扑矩阵	拓扑图形	拓扑公式
相离	$M_{A,B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		$\dim(A, B) = -1$
点相切	$M_{A,B} = \begin{bmatrix} 1 & F & F \\ F & 0 & F \\ F & F & 0 \end{bmatrix}$		$\dim(A, B) = 0$
线相切	$M_{A,B} = \begin{bmatrix} 0 & F & F \\ F & 1 & F \\ F & F & 0 \end{bmatrix}$		$\dim(A, B) = 1$
面相切	$M_{A,B} = \begin{bmatrix} 0 & F & F \\ F & 0 & F \\ F & F & 1 \end{bmatrix}$		$\dim(A, B) = 2$
相交	$M_{A,B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		$\dim(A, B) = 3$
	$M_{A,B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		
	$M_{A,B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		
重叠	$M_{A,B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$		$\dim(A, B) = T$

$$\min \eta(l) = p \cdot \frac{n_3^l + n_T^l}{n_{\text{raster}}^l} = p \cdot \frac{\sum_{i=0}^{l'} \sum_{i=1}^{i=u} M_{u, g_i}}{\frac{V_{\text{air}}}{V_{\text{raster}}^l}} = \int_{-\lambda}^{\lambda} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_u} e^{\left( \frac{-(l - \delta_u)^2}{2\sigma_u^2} \right)} d\lambda \cdot \frac{\sum_{i=0}^{l'} \sum_{i=1}^{i=u} \dim(u, g_i)}{\frac{V_{\text{air}}}{V_{\text{raster}}^l}} \quad (5)$$

式中:  $n_3^l$  为空域任意栅格交集矩阵  $M_{u, g_i}$  维数  $\dim(A, B) = 3$  的次数;  $n_T^l$  为空域任意栅格交集矩阵  $M_{u, g_i}$  维数  $\dim(A, B) = T$  的次数;  $n_{\text{raster}}^l$  为空域栅格离散化总数量, 随着栅格粒度的增大而减少;  $l$  为栅格粒度;  $\lambda$  为无人机保护区尺寸;  $\delta_u$  和  $\sigma_u$  分别为实验无人机的随机定位误差和定位误差的标准差。  $M_{u, g_i}$  计算无人机所处栅格与空域其他栅格的空间拓扑关系; 使用概率  $p$  来平衡无人机误差等不确定性。

## (2) 最大化低空空域栅格利用指数

定义  $\tau_l(l)$  为在时间区间  $l$  内的低空空域栅格利用指数, 以百分比表示

$$\max \tau_l(l) = \frac{n_{\text{UAV}}^l}{n_{\text{raster}}^l} = \frac{\text{int} \left[ \frac{r_{\text{UAV}}}{l} \right]}{\frac{V_{\text{air}}}{V_{\text{raster}}^l}} \quad (6)$$

式中:  $n_{\text{UAV}}^l$  为空域内无人机飞行经过的栅格数量;  $n_{\text{raster}}^l$  为空域栅格离散化总数量;  $r_{\text{UAV}}$  为无人机飞行经过的路径长度;  $V_0$  为无人机及其保护区静止时占用的空域体积;  $\text{int}[\cdot]$  为取整函数, 仅向上取整。

以上所有变量均随栅格粒度  $l$  而变化, 如栅格粒度越大,  $n_s^l$ 、 $n_T^l$  数值越大, 而  $n_{\text{raster}}^l$  数值越小, 栅格体积  $V_{\text{raster}}^l$  越大, 但所有变量都不是线性变化的, 需要通过具体的仿真实验验证栅格粒度对空域及无人机运行的影响, 以此证明评估指标的合理性与有效性。

## 3.1.2 约束条件

## (1) 空域节点与栅格匹配约束为

$$\begin{cases} x_0 \in [(i-1)l + x_{\min}, il + x_{\min}] \\ y_0 \in [(j-1)l + y_{\min}, jl + y_{\min}] \\ z_0 \in [(k-1)l + z_{\min}, kl + z_{\min}] \end{cases} \quad (7)$$

低空空域中任意一点  $(x_0, y_0, z_0)$  只有满足约束(1)才属于栅格  $g(i, j, k)$ , 由于低空空域具有有界性, 栅格剖分方法在少数情况下无法将空域恰好分为整数个栅格, 使用  $x_{\min}$ 、 $y_{\min}$ 、 $z_{\min}$  来表示剖分结束后, 不足一个栅格大小的空域冗余空间。

## (2) 无人机三维空间位置约束为

$$x_{\text{UAV}} \in U_x, y_{\text{UAV}} \in U_y, z_{\text{UAV}} \in U_z \quad (8)$$

约束(2)表示无人机飞行时的空间约束, 必须始终处于目标空域内。  $(x_{\text{UAV}}, y_{\text{UAV}}, z_{\text{UAV}})$  表示无人机所处位置的三维坐标;  $(U_x, U_y, U_z)$  表示空域三维边界。

## (3) 无人机与无人机安全约束为

$$\sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2 + (z_a - z_b)^2} \geq \lambda \quad (9)$$

约束(3)表示两架无人机之间的安全约束, 空间间隔需要满足保护区设置规范,  $\lambda$  为无人机保护区尺寸。

## (4) 无人机与障碍物安全约束为

$$\bar{r}_{\text{UAV}} \cap \Omega = \emptyset \quad (10)$$

约束(4)表示无人机飞行轨迹不与建筑物重合, 保障飞行安全, 其中  $\Omega$  为建筑物在空域中占用栅格的并集。

## 3.2 低空空域栅格剖分粒度标定算例

## 3.2.1 无人机飞行任务场景设计

本节使用 DJI 精灵 Phantom4 Pro V2.0 无人机进行仿真实验, 相关参数如表 2 所示, 无人机保护区尺寸  $\lambda$  取 15 m。选取南京市江宁区部分区域 (3 km  $\times$  3 km) 进行空域研究, 设置 30 架无人机执行飞行任务, 具体任务信息如表 3 所示, 使用跳点搜索算法<sup>[15]</sup>进行无人机自主避障路径规划, 生成无人机飞行轨迹如图 5 所示。路径规划过程非本文主要研究目标, 此处不再赘述。



表 2 DJI精灵 Phantom4ProV2.0 无人机参数

Table 2 Parameters of DJI Wizard Phantom4ProV2.0 drone

无人机参数	最大飞行速度/(km·h <sup>-1</sup> )	飞行高度/m	最大续航时间/min	质量/g	最大控制转速/(°·s <sup>-1</sup> )	最大可倾斜角度/(°)	可控转动范围/(°)
参数值	72	6 000	30	1 388	俯仰:90	42	俯仰:-90~+30

表 3 无人机飞行任务信息

Table 3 UAV mission information

序号	出发点	目标点	路径长度/m	序号	出发点	目标点	路径长度/m	序号	出发点	目标点	路径长度/m
1	(645,1 095, 124)	(2 819,29, 57)	3 059.26	11	(2 031, 2 691,30)	(2 861,791, 55)	2 889.36	21	(698, 2 018,7)	(2 753, 2 843,148)	2 564.39
2	(1 308, 2 748,122)	(1 956, 1 476,118)	2 037.26	12	(1 333, 1 423,98)	(2 346, 1 866,113)	1 671.35	22	(2 207, 2 147,34)	(193,2 953, 34)	2 490.46
3	(2 068, 2 578,51)	(2 766, 1 986,26)	1 271.18	13	(1 758,618, 9)	(1 555,895, 92)	403.60	23	(72,552, 32)	(310,2 290, 88)	2 383.95
4	(2 384, 2 954,52)	(670,910, 82)	3 326.30	14	(2 095, 1 105,117)	(2 815, 1 345,61)	917.42	24	(435, 1 545,95)	(730,2 020, 83)	729.99
5	(2 739,669, 88)	(1 595,5, 62)	1 839.64	15	(282,1 782, 83)	(294,744, 94)	1 418.63	25	(1 963, 2 293,6)	(1 238, 2 918,29)	1 122.82
6	(2 741,191, 8)	(722, 1 592,32)	3 069.43	16	(1 849, 2 449,63)	(1 282, 1 582,85)	1 374.71	26	(970, 1 960,98)	(852,912, 60)	1 387.13
7	(1 631, 1 031,51)	(1 301, 311,82)	1 270.02	17	(2 912, 1 022,61)	(1 427, 1 877,56)	2 002.13	27	(2 409, 2 349,65)	(216,2 466, 64)	2 684.39
8	(2 893,853, 26)	(2 925, 2 715,116)	2 485.42	18	(2 870,590, 88)	(598,1 858, 86)	3 667.58	28	(1 241, 2 111,26)	(31,841,60)	2 510.95
9	(1 006, 2 536,66)	(2 297, 767,63)	2 795.15	19	(1 203, 2 523,58)	(1 812, 1 212,118)	2 035.32	29	(1 825, 175,7)	(806,236, 54)	1 312.57
10	(2 613, 2 043,114)	(2 534, 2 204,51)	248.78	20	(161,2 561, 85)	(156,1 686, 26)	1 055.76	30	(756, 2 046,62)	(1 492, 2 062,97)	830.88

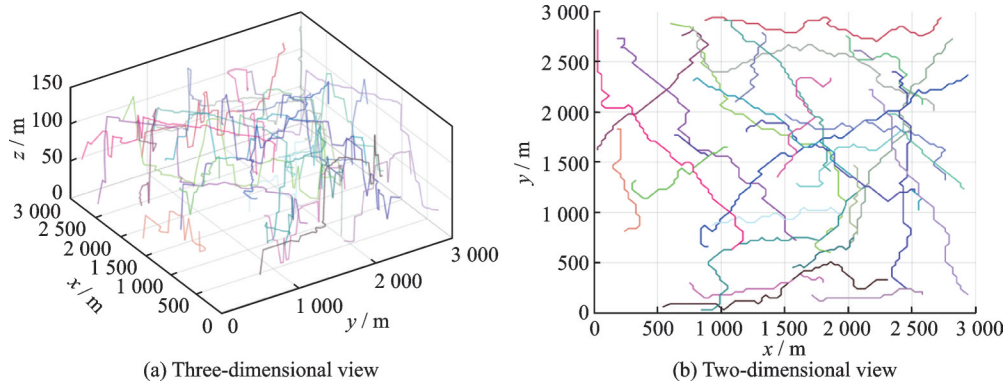


图 5 无人机飞行轨迹可视化

Fig.5 Visualization of UAV flight trajectory

### 3.2.2 模型相关变量与参数设定

#### (1) 变量设定

本文先使用GeoSOT全球经纬度剖分网格对最优粒度进行筛选,然后基于筛选的结果采用栅格粒度等距增加剖分方法进一步确定最优栅格粒度,GeoSOT离散化方法的栅格层级如表4所示。

#### (2) 参数设定

无人机安全区是无人机飞行管理的重要组成部分,对于不同需求的飞行任务来说,需要选择不同类型的无人机安全区。常见的无人机安全区类型包括圆形<sup>[16]</sup>、矩形、多边形<sup>[17]</sup>等,而本文将选用立方体作为无人机安全区的模型,如图6所示,其中 $\lambda$ 表示球面半径。

立方体无人机安全区具有三维空间的特性,可以更好地适用于城市和山区等地形复杂的环境。在建立立方体无人机安全区时,需要考虑无人机的最大高度、飞行速度和避障装置等因素,以确保无人机的飞行安全。同时,立方体无人机安全区还可以通过设置虚拟墙面、电子围栏等措施,保障无人机在垂直方向上的安全。例如,在城市中建立立方体无人机安全区时,需要考虑建筑物的高度和分布情况,以确保无人机不会飞越建筑物的顶部或底部。此外,还需要考虑无人机的飞行速度和避障装置的灵敏度等因素,以确保无人机在遇到障碍物时能够及时避让。在山区中建立立方体无人机安全区时,需要考虑山的高度和坡度等因素,以确保无人机不会飞越山顶或坠落到山谷中。

### 3.2.3 实验结果及分析

本文以表4中的GeoSOT全球经纬度剖分网格粒度作为决策变量,求解3.1节的低空空域栅格剖分粒度标定模型,对应目标函数可视化结果及具体指标如图7和表5所示。分析不同栅格粒度下目标函数的变化趋势,可以发现随着栅格粒度增大,低空无人机碰撞指数和低空空域栅格利用指数存在增大趋势且增速较快。因0.25、0.5、1、2 m的栅格粒度无法容纳无人机在一个完整的栅格内作业,无法满足无人机执行飞行任务的空间需求,故不讨论这4种粒度栅格下的指标变化,结合无人机实际运行需求,选择16 m和32 m作为最优栅格粒度区间的最小值和最大值。

为确定一个满足低空空域无人机需求的最佳栅格粒度,在最优栅格粒度区间[16,32]内进行满足低空空域栅格化基本原则的栅格粒度二次剖分,将16 m到32 m之间的栅格粒度等距划分作为新的决策变量,进行二次实验求解栅格剖分粒度标定模型。实验结果如表6和图8所示。实验结果表明,随着栅格粒度等距增加,当栅格粒度小于26 m时,低空无人机碰撞指数的增加程度较为缓慢;当栅格粒度大于26 m时,碰撞指数呈指数增长,说明此时的栅格粒度导致无人机所在栅格与障碍物所在栅格发生冲突的可能性较大,难以满足低空空域的无人机运行需求。低空空域栅格占用指数总体与栅格粒度呈正比,优先选择24~28 m的栅格粒度对应值,对应目标函数的取值波动较缓慢,说明离散化程度较为可

表4 GeoSOT离散化栅格层级

Table 4 GeoSOT discretized raster layers

序号	栅格大小/(°)	赤道附近大致尺度/m
1	4	128
2	2	64
3	1	32
4	1/2	16
5	1/4	8
6	1/8	4
7	1/16	2
8	1/32	1
9	1/64	0.5
10	1/128	0.25

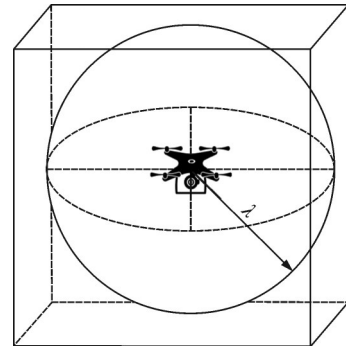


图6 无人机保护区示意图

Fig.6 Schematic diagram of UAV protected area

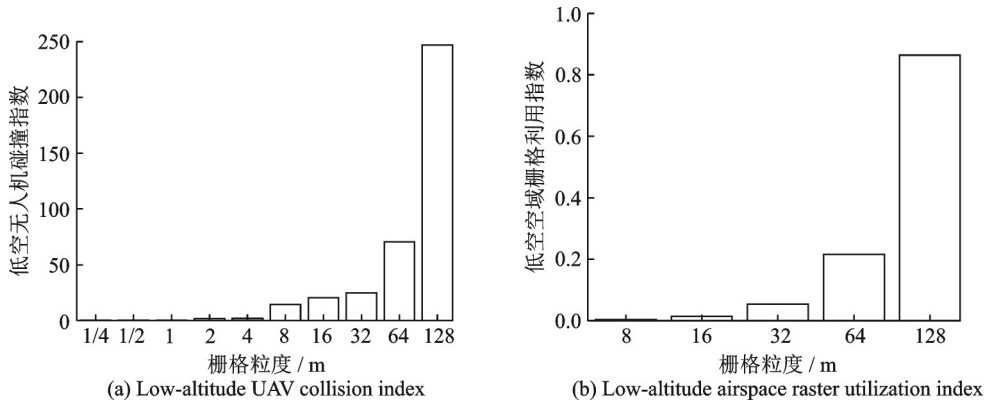


图7 栅格粒度指标可视化

Fig.7 Visualization of raster granularity metrics

表5 GeoSOT各栅格粒度对应指标数值

Table 5 GeoSOT's corresponding metric values for each raster granularity

栅格粒度/m	$\eta(l)$	$\tau_r(l)$
0.25	0.124 5	$3.290 \times 10^{-6}$
0.5	0.137 9	$1.316 \times 10^{-5}$
1	0.273 6	$5.264 \times 10^{-5}$
2	1.562 1	$2.106 \times 10^{-4}$
4	1.973 4	$8.423 \times 10^{-4}$
8	14.357 0	0.003 369
16	20.531 4	0.013 480
32	24.623 0	0.053 920
64	70.352 1	0.215 800
128	247.034 2	0.864 100

表6 栅格粒度等距增加对应指标数值

Table 6 Indicators corresponding to the increase in the equidistance of raster particle size

栅格粒度/m	$\eta(l)$	$\tau_r(l)$
16	20.531 4	0.013 48
18	20.578 2	0.015 94
20	21.343 1	0.018 34
22	21.634 0	0.022 78
24	21.890 5	0.026 24
26	21.702 4	0.035 45
28	22.500 1	0.035 00
30	23.201 2	0.042 21
32	24.623 0	0.053 92

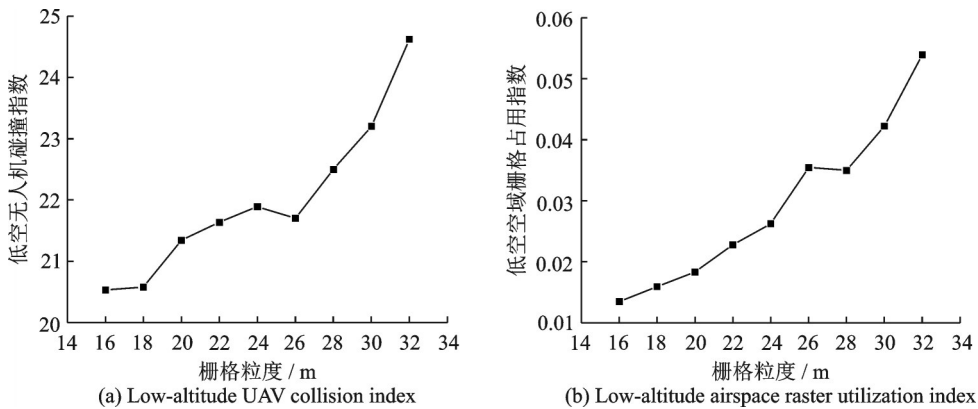


图8 最优粒度度量指标可视化

Fig.8 Visualization of optimal granularity metrics

观,栅格利用程度较高,能有效提高空域使用效率。

综合考虑两个目标函数,选择26 m作为低空空域最优栅格剖分粒度,低空无人机碰撞指数和低空

空域栅格利用指数相较于临近的各个栅格粒度指标表现更好,有效提升空域利用效率,降低无人机发生碰撞的可能性,在保证安全的同时尽可能提高多架无人机运行时的空域稳定性,为低空空域离散化标定提供理论支撑和方法指导。

#### 4 结束语

现有空域栅格剖分研究主要聚焦高空空域,较少涉及低空空域系统,由于两类空域在空间范围、载运工具、飞行速度及飞行环境等方面存在较大差异,亟需创新研究面向低空空域的栅格表征度量与最优标定方法,从而为低空无人机安全监管提供方法指导和决策依据。针对传统经纬度表征方式无法满足智联环境下的低空精细管理的问题,从“点-线-面”视角对低空空域多层级栅格进行了量化表征与关系度量,提出了面向安全、效率等多维性能的低空空域栅格粒度最优标定方法,在任意设定的低空空域和无人机飞行任务下,所提方法可实现数字低空栅格粒度的最优标定。当前,低空经济已上升为国家战略性新兴产业,全国各地已掀起一场大力发展低空产业的浪潮。在低空空域大范围开放、低空无人机规模化应用的发展趋势下,本文研究成果对于支撑数字低空空域精细化管理和异质飞行器融合运行具有开拓意义。

#### 参考文献:

- [1] 官俊蒙,张钟铮,麻丽俊.基于最小冲突概率的航迹规划方法研究[J].火力与指挥控制,2022,47(7):84-88,96.  
GUAN Junmeng, ZHANG Zhongzheng, MA Lijun. Research on trajectory planning method based on minimum conflict probability[J]. Firepower and Command and Control, 2022, 47(7): 84-88,96.
- [2] 陈泽晖.运用离散化方法提高复杂空域运行的时空效率[D].广汉:中国民用航空飞行学院,2023.  
CHEN Zehui. Improving the spatio-temporal efficiency of complex airspace operations using discretization methods[D]. Guanghan: Civil Aviation Flight School of China, 2023.
- [3] 廖小罕,黄耀欢,徐晨晨.面向无人机应用的低空空域资源研究探讨[J].地理学报,2021,76(11):2607-2620.  
LIAO Xiaohan, HUANG Yaohuan, XU Chenchen. Research on low altitude airspace resources for UAV applications[J]. Journal of Geography, 2021, 76(11): 2607-2620.
- [4] 晏晖,胡丙华.基于空间拓扑关系的目标自动跟踪与位姿测量技术[J].中国测试,2019,45(4):9-15.  
YAN Hui, HU Binghua. Automatic target tracking and position measurement technique based on spatial topological relationship [J]. China Test, 2019, 45(4): 9-15.
- [5] 刘金奎.无人机电子围栏规划中关键技术的研究[D].广汉:中国民用航空飞行学院,2018.  
LIU Jinkui. Research on key technologies in UAV electronic fence planning[D]. Guanghan: Civil Aviation Flight Academy of China, 2018.
- [6] 朱永文,谢华,蒲钊,等.空域网格化方法及其在空管中的应用研究[J].航空工程进展,2021,12(4):12-24.  
ZHU Yongwen, XIE Hua, PU Fan, et al. Research on airspace gridding method and its application in air traffic control[J]. Progress in Aeronautical Engineering, 2021, 12(4): 12-24.
- [7] 邱诚,黄大庆,王浩雪,等.基于改进蚁群算法的网格空间航迹规划[J].电子设计工程,2023,31(4):137-142.  
QIU Cheng, HUANG Daqing, WANG Haoxue, et al. Grid space trajectory planning based on improved ant colony algorithm [J]. Electronic Design Engineering, 2023, 31(4): 137-142.
- [8] 陈雨童,胡明华,杨磊,等.受限航路空域自主航迹规划与冲突管理技术[J].航空学报,2020,41(9):253-270.  
CHEN Yutong, HU Minghua, YANG Lei, et al. Autonomous trajectory planning and conflict management technology in restricted route airspace[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(9): 253-270.
- [9] MATT R J. Grid-based strategic air traffic conflict detection[C]//Proceedings of Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit. San Francisco, California: AIAA, 2005: 1-11.
- [10] 刘西,南英,孙旺.基于数字网格的飞行冲突探测与解脱[J].指挥控制与仿真,2020,42(3):57-62.  
LIU Xi, NAN Ying, SUN Wang. Flight conflict detection and deconfliction based on digital raster[J]. Command Control and

Simulation, 2020, 42(3): 57-62.

- [11] 王莉莉,杨惠东,周娟.基于改进蚁群算法的改航策略问题研究[J].中国民航大学学报,2016,34(1):15-18.  
WANG Lili, YANG Huidong, ZHOU Juan. Research on the problem of re-routing strategy based on improved ant colony algorithm[J]. Journal of Civil Aviation University of China, 2016, 34(1): 15-18.
- [12] 朱永文,蒲钊.空域空间网格标识原理及应用[J].北京航空航天大学学报,2021,47(12):2462-2474.  
ZHU Yongwen, PU Fan. Principles and applications of spatial raster identification in airspace[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(12): 2462-2474.
- [13] 张福炎,徐福培,赵宽奇.任意形状区域的一种种子填充算法[J].计算机研究与发展,1990(7):21-27.  
ZHANG Fuyan, XU Fupei, ZHAO Kuanqi. A seed-filling algorithm for arbitrarily shaped regions[J]. Computer Research and Development, 1990(7): 21-27.
- [14] 张韵,王淑莹,郑庆,等.保持细节几何特征的三维网格模型轻量化算法[J].计算机应用,2023,43(4):1226-1232.  
ZHANG Yun, WANG Shuying, ZHENG Qing, et al. A lightweight algorithm for 3D mesh models preserving detailed geometric features[J]. Computer Applications, 2023, 43(4): 1226-1232.
- [15] 侯宇翔,高焕兵,汪子健,等.基于改进跳点搜索法的移动机器人路径规划[J].组合机床与自动化加工技术,2023(3):54-58.  
HOU Yuxiang, GAO Huanbing, WANG Zijian, et al. Mobile robot path planning based on improved jump point search method[J]. Combined Machine Tools and Automated Machining Technology, 2023(3): 54-58.
- [16] MENON P K, SWERIDUK G D, SRIDHAR B. Optimal strategies for free-flight air traffic conflict resolution[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1999, 22(2): 202-211.
- [17] CARBONE C, CINIGLIO U, CORRARO F, et al. A novel 3D geometric algorithm for aircraft autonomous collision avoidance[C]//Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway: IEEE Press, 2006: 1580-1585.

#### 作者简介:



谢华(1977-),男,副教授,硕士生导师,研究方向:通航与无人机空管、空中交通流量管理,E-mail: xiehua@nuaa.edu.cn。



尹嘉男(1986-),通信作者,男,博士后,硕士生导师,研究方向:通航与无人机空管、机场规划管理与评估,E-mail: j.yin@nuaa.edu.cn。



朱永文(1977-),男,正高级工程师,研究方向:空域系统规划设计与优化配置、空战场管控技术,E-mail: tianyiliang\_zyw@163.com。



陈志杰(1963-),男,中国工程院院士,博士生导师,研究方向:空中交通管理技术研究与工程实践,E-mail: zj-chen@vip.sina.com。

(编辑:张黄群)