

# 未知互耦影响下的多阵直接定位: 基于子空间数据融合与降维搜索

张小飞, 李宝宝, 曾浩威, 李建峰

(南京航空航天大学电子信息工程学院, 南京 211106)

**摘要:** 为了解决子空间数据融合(Subspace data fusion, SDF)算法用于未知互耦影响下的分布式多阵列定位时定位精度低的问题, 本文结合降维搜索思想提出了一种降互耦维度的子空间数据融合(Reduced mutual coupling dimension subspace data fusion, RMCD-SDF)方法。该方法首先将互耦误差模型引入SDF算法, 使其适应于天线阵列受到未知互耦误差影响的场景。在此基础上, 为了降低同时搜索所有未知参数带来的超高计算复杂度, 本文引入降维搜索思想并构造了RMCD-SDF算法谱函数。仿真结果显示, RMCD-SDF算法的定位性能在阵列受到未知互耦影响的场景下具有优势, 与现有算法相比计算复杂度接近, 但是具有更高的定位精度。在10 dB信噪比下本文算法的定位均方根误差相比经典的SDF算法降低了8.67 dB。

**关键词:** 分布式多阵列; 未知互耦; 降维; 直接定位

**中图分类号:** TN911      **文献标志码:** A

## Direct Position Determination with Multi-array with Unknown Mutual Coupling: Based on Subspace Data Fusion and Reduced-Dimension Search

ZHANG Xiaofei, LI Baobao, ZENG Haowei, LI Jianfeng

(College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China)

**Abstract:** To improve the localization accuracy of the subspace data fusion (SDF) applied in distributed multi-array under the influence of unknown mutual coupling, we propose a reduced mutual coupling dimension subspace data fusion (RMCD-SDF) approach in this paper. Firstly, we introduce the mutual coupling error model into the SDF approach to make it adapt to the scenario where the antenna array is affected by the unknown mutual coupling error. Furthermore, in order to reduce the ultra-high computational complexity caused by searching all unknown parameters simultaneously, we introduce the reduced-dimension idea and construct the spectral function of RMCD-SDF. Simulation results show that the RMCD-SDF approach has advantageous localization performance when arrays are affected by unknown mutual coupling. The RMCD-SDF approach has similar computational complexity but higher localization accuracy than existing algorithms. When the signal-to-noise ratio (SNR) is 10 dB, the root means square error of the proposed approach is 8.67 dB lower than the classical SDF algorithm.

**基金项目:** 国家自然科学基金(61971217)。

**收稿日期:** 2022-07-03; **修订日期:** 2022-11-05

**Key words:** distributed multi-array; unknown mutual coupling; reduced-dimension; direct position determination

## 引言

基于分布式天线阵列的多辐射源定位技术在雷达、医疗、通信、车联网和物联网等众多工程领域都有着广泛的应用<sup>[1-2]</sup>。传统方法大多通过两个独立的步骤定位辐射源:首先分别处理各观测站的原始接收信号,估计包含目标位置信息的中间参数,如波达方向(Direction of arrival, DOA)、波达时间(Time of arrival, TOA)、波达时间差(Time difference of arrival, TDOA)等<sup>[3-4]</sup>,并将所估计参数上传到中心站;然后中心站根据几何关系和测得的参数建立位置方程,解算辐射源位置<sup>[5-6]</sup>。此类方法原理简单,对硬件设备计算能力和通信带宽的要求都较低,工程应用比较成熟。但受自身体制限制,传统两步方法的定位精度和鲁棒性都比较差<sup>[7]</sup>。由于此类方法独立处理各个天线阵列的接收信号,损失了各阵列接收信号的相关信息。此外,在定位多个辐射源时,两步方法还面临着辐射源与测量参数之间的关联问题,任何一个参数关联错误,都会导致整体定位精度显著下降,甚至定位失败<sup>[8]</sup>。为了克服这些缺陷,近年来学者们提出了一种新体制的直接定位(Direct position determination, DPD)技术<sup>[9]</sup>。该技术无需估计中间参数,直接联合处理多个分布式观测站的接收信号定位辐射源。由于利用了各观测站接收信号的相关信息,避免了中间参数估计及配对过程,直接定位技术显著提升了辐射源定位精度和鲁棒性。

相比传统的两步定位技术,直接定位技术的缺点也比较突出。该技术在中心站融合处理各个分布式观测站的接收信号,对系统的信号处理能力和通信带宽都有很高的要求<sup>[10]</sup>,因此在提出之初发展缓慢。近年来,通信与计算机技术的快速发展逐步破除了以上制约条件,直接定位技术重新获得了学者们广泛关注,常规的DOA估计方法相继被拓展为直接定位算法<sup>[11-13]</sup>。现有直接定位算法普遍是针对理想阵列的,没有考虑天线阵元的位置误差、幅相误差和阵元间互耦效应。但现实中的阵列必然要受到这些非理想因素的影响,在信号建模和算法设计过程中考虑这些因素可以有效提升算法的实际定位性能。文献[14]指出非理想阵列导致的有偏位置估计与辐射源真实位置存在非线性关系,并提出了一种通过预先训练的神经网络来补偿定位偏差的方案。对于互耦系数未知,也无法预先训练神经网络的场景,文献[15]提出了一种基于稀疏贝叶斯学习的盲互耦直接定位算法。在此基础上,文献[16]提出了用于单个运动天线阵列的秩减盲互耦直接定位算法,进一步降低了计算复杂度。

本文研究应用于未知互耦影响下的分布式多天线阵列的辐射源直接定位算法。首先,本文将天线间互耦引入子空间数据融合(Subspace data fusion, SDF)算法模型,提出了高维搜索的子空间数据融合(Subspace data fusion with high dimensional search, HDS-SDF)算法。HDS-SDF算法同时搜索所有未知的互耦系数和辐射源位置,计算复杂度很高。为降低搜索维度,本文引入文献[17]的降维(Reduced-dimension, RD)搜索思想,提出了只需要搜索辐射源位置的降互耦维度的子空间数据融合(Reduced mutual coupling dimension subspace data fusion, RMCD-SDF)算法。仿真结果表明,在互耦未知场景下,相比于传统SDF算法、基于最小方差无畸变响应的DPD(DPD-minimum variance distortionless response, DPD-MVDR)算法和传统二步定位算法, RMCD-SDF算法具有更高的定位精度。此外,通过引入降维思想, RMCD-SDF算法同时还具有远低于HDS-SDF算法的计算复杂度。

## 1 数据模型

考虑定位区域为如图1所示的 $x$ - $y$ 二维平面,定位区域内有 $L$ 个位置精确已知的观测站,每个观测站都装有一个阵元间距为半波长的 $M$ 元均匀线阵。假设定位区域内有 $Q$ 个远场辐射源发射互不相关

的窄带平稳信号,信号的中心波长为 $\lambda$ 。分别用 $\mathbf{u}_l = [u_{l,x}, u_{l,y}]^T (l = 1, 2, \dots, L)$ 和 $\mathbf{v}_q = [v_{q,x}, v_{q,y}]^T (q = 1, 2, \dots, Q)$ 表示 $L$ 个观测站的位置坐标和 $Q$ 个辐射源的位置坐标。基于自由空间传播损耗模型<sup>[18]</sup>,并假设环境多径效应影响可以忽略,辐射源信号到观测站的时延只与视距有关,则第 $l$ 个观测站在 $t$ 时刻接收到的信号复包络 $x_l(t)$ 可以表示为<sup>[10]</sup>

$$x_l(t) = \sum_{q=1}^Q \tilde{\mathbf{a}}_{q,l} \gamma_{q,l} \tilde{s}_q(t - \tau_{q,l}) + \mathbf{n}_l(t) \quad (1)$$

式中: $\gamma_{q,l}$ 和 $\tau_{q,l}$ 分别为从第 $q$ 个辐射源到第 $l$ 个观测站的路径衰落和时延。 $\tilde{s}_q(t)$ 为第 $q$ 个辐射源 $t$ 时刻的发射信号, $\mathbf{n}_l(t)$ 为第 $l$ 个观测站接收的零均值高斯白噪声。根据自由空间传播损耗模型<sup>[18]</sup>,路径衰落 $\gamma_{q,l}$ 可以表示为

$$\gamma_{q,l} = \frac{\lambda}{4\pi\beta^{1/2} \|\mathbf{v}_q - \mathbf{u}_l\|} \quad (2)$$

式中 $\beta$ 为路径损耗因子。耦合导向向量 $\tilde{\mathbf{a}}_{q,l}$ 可以拆分为分别与阵元间互耦和辐射源的位置相关的两项

$$\tilde{\mathbf{a}}_{q,l} = \mathbf{C}_l \mathbf{a}_{q,l} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{C}_l$ 为反映阵元间互耦效应的复数互耦矩阵。 $\mathbf{a}_{q,l} = [e^{jk_{q,l}^x d_{1,l}}, e^{jk_{q,l}^y d_{2,l}}, \dots, e^{jk_{q,l}^M d_{M,l}}]^T$ 为与辐射源位置有关的阵列导向向量, $\mathbf{d}_{m,l} = [d_{m,l,x}, d_{m,l,y}]^T$ 为阵元位置, $\mathbf{k}_{q,l}$ 为第 $q$ 个辐射源到第 $l$ 个观测站的波数向量<sup>[10]</sup>

$$\mathbf{k}_{q,l} = \frac{2\pi(\mathbf{v}_q - \mathbf{u}_l)}{\lambda \|\mathbf{v}_q - \mathbf{u}_l\|} \quad (4)$$

实际环境中,电磁波信号入射到天线阵元时会产生二次反射,从而导致了阵元间的互耦效应,此时每个阵元的输出信号是该阵元入射信号与其他阵元反射信号的总和。根据文献[19]可知,互耦强度与阵元间距成反比,且随间距的增大快速下降,最终近似为0。互耦矩阵 $\mathbf{C}_l$ 是一个 $M$ 阶方阵,其第 $p$ 行第 $q$ 列元素 $C_{l,p,q}$ 满足如下条件<sup>[16]</sup>

$$C_{l,p,q} = \begin{cases} 0 & |p - q| > B \\ 1 & p = q \\ c_{l(|p-q|+1)} & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

式中:互耦向量 $\mathbf{c}_l = [1, c_{l,1}, c_{l,2}, \dots, c_{l,B}]^T$ 是互耦矩阵 $\mathbf{C}_l$ 的第1列; $B$ 为互耦自由度。显然,互耦矩阵 $\mathbf{C}_l$ 是一个带状托普利兹矩阵,其中不同的非0元素且非1元素仅有 $B$ 个。互耦自由度 $B$ 是阵列的固有属性,算法中取值过高或者过低都会降低定位性能,本文假设其先验已知,实际中可以通过文献[20]中的方法测得。

为表述方便,将式(1)中的累加用矩阵乘积形式表示,得到

$$\mathbf{x}_l(t) = \mathbf{C}_l \mathbf{A}_l \mathbf{s}_l(t) + \mathbf{n}_l(t) \quad (6)$$

$$\mathbf{A}_l = [\mathbf{a}_{1,l}, \mathbf{a}_{2,l}, \dots, \mathbf{a}_{Q,l}] \quad (7)$$

$$\mathbf{s}_l(t) = [s_{1,l}(t), s_{2,l}(t), \dots, s_{Q,l}(t)]^T \quad (8)$$

$$s_{q,l}(t) = \gamma_{q,l} \tilde{s}_q(t - \tau_{q,l}) \quad (9)$$

式中 $s_{q,l}(t)$ 为第 $l$ 个阵列处来自第 $q$ 个辐射源的信号。

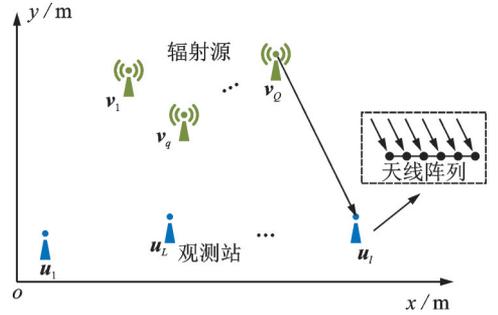


图1 分布式阵列联合定位场景图

Fig.1 Distributed arrays location scene

## 2 未知互耦影响下多阵列直接定位算法

首先,本文将互耦模型引入SDF算法<sup>[11]</sup>,推导了HDS-SDF算法。然后,考虑到HDS-SDF算法求解时需要高维网格搜索,本文引入降维搜索思想<sup>[17]</sup>,去除了对所有互耦系数的搜索,最终得到了RMCD-SDF算法。

### 2.1 高维搜索的子空间数据融合算法

第 $l$ 个观测站接收信号 $\boldsymbol{x}_l(t)$ 的协方差矩阵可以表示为<sup>[11]</sup>

$$\boldsymbol{R}_l = E\{\boldsymbol{x}_l(t)\boldsymbol{x}_l^H(t)\} = \boldsymbol{C}_l \boldsymbol{A}_l E\{s_l(t)s_l^H(t)\} \boldsymbol{A}_l^H(t) \boldsymbol{C}_l^H + \sigma_l^2 \boldsymbol{I}_M = \boldsymbol{C}_l \boldsymbol{A}_l \boldsymbol{R}_{\text{ssl}} \boldsymbol{A}_l^H(t) \boldsymbol{C}_l^H + \sigma_l^2 \boldsymbol{I}_M \quad (10)$$

式中 $\boldsymbol{R}_{\text{ssl}} = E\{s(t)s^H(t)\}$ 为一个 $Q$ 阶对角矩阵,表示接收信号 $s_l(t)$ 的自相关矩阵。

实际中,协方差矩阵 $\boldsymbol{R}_l$ 一般通过式(11)进行估计。

$$\hat{\boldsymbol{R}}_l = \boldsymbol{X}_l \boldsymbol{X}_l^H / J \quad (11)$$

式中: $\boldsymbol{X}_l = [\boldsymbol{x}_l(0), \boldsymbol{x}_l(1), \dots, \boldsymbol{x}_l(J-1)]$ ;  $J$ 为快拍数。

根据子空间分解理论, $\boldsymbol{R}_l$ 的列向量张成的线性空间可以分为信号子空间和噪声子空间两部分<sup>[11]</sup>

$$\boldsymbol{R}_l = \boldsymbol{U}_l^s \boldsymbol{\Sigma}_l^s (\boldsymbol{U}_l^s)^H + \boldsymbol{U}_l^n \boldsymbol{\Sigma}_l^n (\boldsymbol{U}_l^n)^H \quad (12)$$

式中: $\boldsymbol{\Sigma}_l^s$ 为 $\boldsymbol{R}_l$ 较大的 $Q$ 个特征值构成的对角矩阵;信号子空间 $\boldsymbol{U}_l^s$ 的列向量为 $\boldsymbol{\Sigma}_l^s$ 对应的特征向量; $\boldsymbol{\Sigma}_l^n$ 为 $\boldsymbol{R}_l$ 其余较小的 $(M-Q)$ 个特征值构成的对角矩阵; $\boldsymbol{U}_l^n$ 为其余特征向量构成的噪声子空间。信号子空间 $\boldsymbol{U}_l^s$ 和耦合阵列流形矩阵 $\tilde{\boldsymbol{A}}_l = \boldsymbol{C}_l \boldsymbol{A}_l$ 张成相同的线性空间,且和噪声子空间 $\boldsymbol{U}_l^n$ 相互正交,满足

$$\tilde{\boldsymbol{A}}_l = \boldsymbol{U}_l^s \boldsymbol{T} \quad (13)$$

$$(\boldsymbol{U}_l^n)^H \boldsymbol{U}_l^s = \boldsymbol{0}_{(M-Q), Q} \quad (14)$$

$$(\boldsymbol{U}_l^n)^H \tilde{\boldsymbol{A}}_l = \boldsymbol{0}_{(M-Q), Q} \quad (15)$$

式中: $\boldsymbol{T}$ 为一个 $Q$ 阶满秩矩阵; $\boldsymbol{0}_{(M-Q), Q}$ 为一个 $(M-Q)$ 行 $Q$ 列的全0矩阵。基于SDF算法模型,在谱函数中融合来自所有观测站接收数据的噪声子空间<sup>[11]</sup>,并考虑互耦矩阵,同时对辐射源位置和互耦系数进行网格搜索,得到HDS-SDF算法谱函数。

$$\begin{aligned} f_{\text{HDS-SDF}}(\boldsymbol{C}_1, \boldsymbol{C}_2, \dots, \boldsymbol{C}_L, \boldsymbol{v}) &= \arg \min_{\boldsymbol{C}_1, \boldsymbol{C}_2, \dots, \boldsymbol{C}_L, \boldsymbol{v}} \sum_{l=1}^L \boldsymbol{a}_l^H(\boldsymbol{v}) \boldsymbol{C}_l^H \boldsymbol{U}_l^n (\boldsymbol{U}_l^n)^H \boldsymbol{C}_l \boldsymbol{a}_l(\boldsymbol{v}) = \\ & \arg \max_{\boldsymbol{C}_1, \boldsymbol{C}_2, \dots, \boldsymbol{C}_L, \boldsymbol{v}} \frac{1}{\sum_{l=1}^L \boldsymbol{a}_l^H(\boldsymbol{v}) \boldsymbol{C}_l^H \boldsymbol{U}_l^n (\boldsymbol{U}_l^n)^H \boldsymbol{C}_l \boldsymbol{a}_l(\boldsymbol{v})} \end{aligned} \quad (16)$$

式中 $\boldsymbol{v}$ 为可能的辐射源位置。

根据上述HDS-SDF算法,谱函数可以在互耦系数未知的情况下通过网格搜索实现互耦系数和辐射源位置的估计。但是,HDS-SDF算法谱函数中共有 $(LB+2)$ 个未知参数,实际中 $(LB+2)$ 维的网格搜索复杂度过高,难以应用。

### 2.2 降互耦维度的子空间数据融合算法

为了提高算法的实用性,本节引入降维搜索思想<sup>[17]</sup>优化HDS-SDF谱函数,提出了RMCD-SDF谱函数,在保证算法性能的基础上,避免了对 $LB$ 个互耦系数的搜索,显著降低了计算复杂度。

搜索位置 $\boldsymbol{v}$ 对应的第 $l$ 个观测站的耦合导向向量 $\tilde{\boldsymbol{a}}_l(\boldsymbol{v})$ 可以重写为

$$\tilde{\boldsymbol{a}}_l(\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{C}_l \boldsymbol{a}_l(\boldsymbol{v}) = \boldsymbol{B}_l(\boldsymbol{v}) \boldsymbol{c}_l \quad (17)$$

式中 $\boldsymbol{B}_l(\boldsymbol{v})$ 为 $M$ 行 $(B+1)$ 列的导向向量变换矩阵,可以拆分为两个矩阵的和

$$B_l(\mathbf{v}) = B_{l_1}(\mathbf{v}) + B_{l_2}(\mathbf{v}) \quad (18)$$

$$B_{l_1}(\mathbf{v})_{p,q} = \begin{cases} \mathbf{a}_l(\mathbf{v})_{(p+q-1)} & p+q \leq M+1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (19)$$

$$B_{l_2}(\mathbf{v})_{p,q} = \begin{cases} \mathbf{a}_l(\mathbf{v})_{(p-q+1)} & p \geq q \geq 2 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (20)$$

将  $C_l \mathbf{a}_l(\mathbf{v}) = B_l(\mathbf{v}) c_l$  代入式(16), HDS-SDF 谱函数可以重新表示为

$$f_{\text{HDS-SDF}}(c_1, c_2, \dots, c_L, \mathbf{v}) = \arg \min_{c_1, \dots, c_L, \mathbf{v}} \sum_{l=1}^L c_l^H B_l^H(\mathbf{v}) U_l^n (U_l^n)^H B_l(\mathbf{v}) c_l \quad (21)$$

显然, 式(21)是  $L$  个二次型的叠加, 当且仅当  $c_1, c_2, \dots, c_L, \mathbf{v}$  取得真实值时, 每个二次型都为 0, 式(21)取得最小值。为消除平凡解, 考虑添加约束  $c_l^H \mathbf{e} = 1, l = 1, 2, \dots, L$ , 其中  $(B+1)$  维列向量  $\mathbf{e} = [1, 0, \dots, 0]^T$ , 式(21)中对应于第  $l$  个观测站的部分可以写作<sup>[17]</sup>

$$\arg \min_{c_l, \mathbf{v}} c_l^H B_l^H(\mathbf{v}) U_l^n (U_l^n)^H B_l(\mathbf{v}) c_l \quad \text{s.t. } c_l^H \mathbf{e} = 1 \quad (22)$$

令  $\mathbf{Q}_l(\mathbf{v}) = B_l^H(\mathbf{v}) U_l^n (U_l^n)^H B_l(\mathbf{v})$ , 然后用拉格朗日乘法构造以下代价函数

$$L(c_l, \mathbf{v}) = c_l^H \mathbf{Q}_l(\mathbf{v}) c_l - \varepsilon_l (c_l^H \mathbf{e} - 1) \quad \text{s.t. } c_l^H \mathbf{e} = 1 \quad (23)$$

式中  $\varepsilon_l$  为拉格朗日乘子。令式(23)对  $c_l$  偏导为 0, 有

$$\frac{\partial L(c_l, \mathbf{v})}{\partial c_l} = 2\mathbf{Q}_l(\mathbf{v}) c_l - \varepsilon_l \mathbf{e} = 0 \quad \text{s.t. } c_l^H \mathbf{e} = 1 \quad (24)$$

可以推出

$$c_l = \frac{\mathbf{Q}_l^{-1}(\mathbf{v}) \mathbf{e}}{\mathbf{e}^H \mathbf{Q}_l^{-1}(\mathbf{v}) \mathbf{e}} \quad (25)$$

将式(25)代入式(21), 得到 RMCD-SDF 算法谱函数为

$$f_{\text{RMCD-SDF}}(\mathbf{v}) = \arg \min_{\mathbf{v}} \sum_{l=1}^L \frac{1}{\mathbf{e}^H (B_l^H(\mathbf{v}) U_l^n (U_l^n)^H B_l(\mathbf{v}))^{-1} \mathbf{e}} = \arg \max_{\mathbf{v}} \sum_{l=1}^L \mathbf{e}^H (B_l^H(\mathbf{v}) U_l^n (U_l^n)^H B_l(\mathbf{v}))^{-1} \mathbf{e} \quad (26)$$

显然, RMCD-SDF 算法谱函数只包含对辐射源位置的搜索, 因此只需要搜索  $x$  和  $y$  两个维度。

RMCD-SDF 算法通过降维搜索, 避免了沿着  $LB$  个互耦系数维度的搜索, 显著降低了计算复杂度。同时, 对比式(16)和式(25)可以发现, RMCD-SDF 算法谱函数本质是利用拉格朗日乘法去除了互耦系数维度的搜索, 先估计目标位置, 然后通过式(25)求解各阵列互耦向量。因此, RMCD-SDF 算法虽然不搜索任何一个互耦系数, 但是仍然可以估计所有互耦系数。

### 2.3 算法主要步骤

RMCD-SDF 算法的主要步骤总结如下:

- (1) 根据式(11)计算每个观测站接收信号的协方差矩阵。
- (2) 根据式(12), 计算每个观测站对应的噪声子空间。
- (3) 将搜索区域分为若干个二维网格, 根据式(26)计算每个网格对应的 RMCD-SDF 算法谱函数值。
- (4) 寻找步骤(3)所得的 RMCD-SDF 算法谱中最大的  $Q$  个峰值对应的位置, 即为辐射源定位结果。
- (5) 将定位结果代入式(25), 求解每个阵列对应的互耦向量。

### 3 性能分析

本节以复数乘法的次数作为评价标准,分析了本文提出算法的计算复杂度。HDS-SDF算法的复杂度主要取决于:式(11)中协方差矩阵的计算、式(12)中噪声子空间的计算以及式(16)中谱函数的计算。3个步骤复杂度分别为 $LJM^2$ 、 $LM^3$ 和 $\alpha_x\alpha_y\alpha_c^{LB}L(M^2+M(M-Q)+(M-Q))$ ,其中, $\alpha_x$ 、 $\alpha_y$ 、 $\alpha_c$ 分别表示 $x$ 、 $y$ 以及互耦系数维度的搜索网格数。综上,HDS-SDF算法的计算复杂度为 $LJM^2+LM^3+\alpha_x\alpha_y\alpha_c^{LB}L(M^2+M(M-Q)+(M-Q))$ 。与HDS-SDF算法相比,RMCD-SDF算法的区别是其谱函数不同,不需要互耦维度的网格搜索,RMCD-SDF算法的计算复杂度为 $LJM^2+LM^3+\alpha_x\alpha_yL((B+1)^3+(B+1)^2(M-Q)+M(B+1)(M-Q))$ 。此外,文献[11]中的SDF计算复杂度为 $LJM^2+LM^3+\alpha_x\alpha_yL(M^2(M-Q)+M^2+M)$ ,文献[12]的DPD-MVDR算法所需复杂度为 $LJM^2+LM^3+\alpha_x\alpha_yL(M^2+M)$ 。两步方法先使用降维多重信号分类(Reduce dimension multiple signal classification, RDMUSIC)算法<sup>[20]</sup>估计DOA参数,然后利用最小二乘法<sup>[21]</sup>定位辐射源,最后基于最小描述长度(Minimum description length, MDL)聚类<sup>[22]</sup>去除定位伪点。RDMUSIC-LS的计算复杂度为 $LJM^2+LM^3+\alpha_\theta L((B+1)^3+(B+1)^2(M-Q)+M(B+1)(M-Q))$ ,其中, $\alpha_\theta$ 为沿着到达角方向的搜索网格数。图2展示了HDS-SDF算法、DPD-MVDR算法、SDF算法、RDMUSIC-LS算法与RMCD-SDF算法的计算复杂度随着单个阵列阵元数变化的示意图,其中, $L=4$ , $J=500$ , $Q=2$ , $\alpha_x=\alpha_y=\alpha_c=100$ , $\alpha_\theta=1800$ , $B=2$ 。可以看出,由于RMCD-SDF算法避免了沿着互耦系数维度的搜索,其复杂度远低于HDS-SDF算法,与其他算法接近。此外,仿真证明,相比DPD-MVDR算法、SDF算法和RDMUSIC-最小二乘(Least square, LS)算法,本文算法具有更高的定位精度。

RMCD-SDF算法的主要优势为:

(1) 相比于传统二步定位算法, RMCD-SDF算法避免了带来信息损失的中间参数估计及参数配对过程,因此定位和互耦系数估计精度更高。

(2) 相比于传统SDF算法和DPD-MVDR算法, RMCD-SDF算法在互耦未知场景下具有更高的定位精度,而且可以估计阵列互耦系数。

(3) 相比HDS-SDF算法, RMCD-SDF算法引入了降维思想,在保证定位性能的前提下,避免了对多个互耦系数的搜索,显著降低了计算复杂度。

### 4 仿真结果

本节通过数值仿真分析所提算法的性能,并与传统算法进行对比,定义求根均方误差(Root mean squares error, RMSE)作为误差衡量标准,辐射源定位和互耦系数估计的RMSE分别记作 $RMSE_v$ 和 $RMSE_c$ ,表达式为

$$RMSE_v = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \sqrt{\frac{1}{M_c} \sum_{m=1}^M \|v_q - \hat{v}_{q,m}\|^2} \quad (27)$$

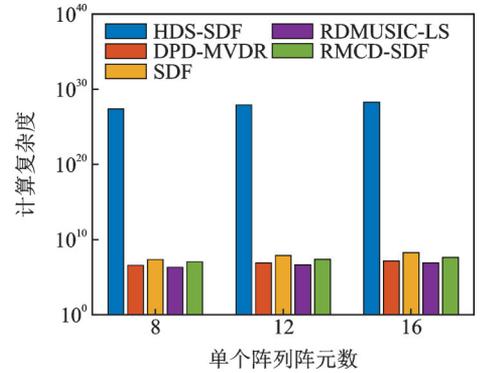


图2 计算复杂度随单个阵列阵元数变化  
 Fig.2 Computational complexity versus the number of array sensors

$$\text{RMSE}_c = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \sqrt{\frac{1}{M_c} \sum_{m=1}^M \|c_l - \hat{c}_{l,m}\|^2} \quad (28)$$

式中： $\hat{v}_{q,m}$ 为第  $m$  次试验第  $q$  个辐射源位置的估计结果； $\hat{c}_{l,m}$ 为第  $m$  次试验第  $l$  个阵列互耦向量的估计结果； $M_c$ 为蒙特卡罗仿真次数，本节仿真取蒙特卡罗仿真次数为 500。

**仿真 1** 验证互耦未知情况下本文 RMCD-SDF 算法的定位性能。考虑  $Q=2$  个目标辐射源分别位于  $v_1=[-600 \text{ m}, 600 \text{ m}]^T$  和  $v_2=[200 \text{ m}, 500 \text{ m}]^T$ 。  $L=4$  个观测站分别位于  $u_1=[-1000 \text{ m}, -500 \text{ m}]^T$ 、 $u_2=[-200 \text{ m}, -500 \text{ m}]^T$ 、 $u_3=[100 \text{ m}, -300 \text{ m}]^T$  和  $u_4=[900 \text{ m}, -700 \text{ m}]^T$ 。取快拍数  $J=500$ ，阵元数  $M=8$ ，信噪比为 10 dB，所有阵列的互耦向量相同，具体为互耦自由度  $B=2$ ，互耦系数  $c_{l,1}=0.3e^{j\pi/3}$ ， $c_{l,2}=c_{l,1}e^{-j\pi/8}/2, l=1, 2, \dots, L$ 。图 3 为辐射源定位结果散点图，表 1 为 500 次仿真的互耦系数估计误差平均值。可以看出，本文的 RMCD-SDF 算法可以在阵列受到未知互耦影响时成功实现辐射源的高精度定位和互耦向量估计。

**仿真 2** 探究信噪比 (Signal to noise ratio, SNR) 变化对本文 RMCD-SDF 算法性能影响，并与文献 [11] 中 SDF 算法、文献 [12] 中 DPD-MVDR 算法、和两种传统两步方法迭代降维多重信号分类 (Iteration multiple signal classification, IRMUSIC)-LS 算法和 RDMUSIC-LS 算法进行对比。其中，IRMUSIC-LS 算法先使用 IRMUSIC 算法 [23] 估计 DOA 参数，然后利用最小二乘算法 [21] 定位辐射源，最后基于最小描述长度聚类 [22] 去除定位伪点。

考虑信噪比从 0 变化到 20 dB，在保证辐射源到任一观测站距离均满足远场，且任一辐射源不与 4 个观测站在一条直线上的前提下，在  $-1000 \text{ m} < x < 1000 \text{ m}$ ， $-800 \text{ m} < y < 800 \text{ m}$  范围内随机选取 2 个辐射源和 4 个观测站的位置，其余仿真参数与仿真 1 相同。图 4 为定位 RMSE 误差随 SNR 变化对比图，图 5 为互耦系数估计误差随 SNR 变化对比图。可以看出，在互耦未知情况下，所提

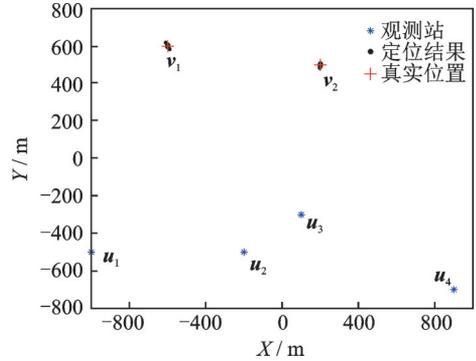


图 3 RMCD-SDF 算法定位结果散点图

Fig.3 Scatter diagram of RMCD-SDF algorithm localization results

表 1 互耦系数估计平均误差

Table 1 Average error of mutual coupling coefficient estimation

观测站 $l$	1	2	3	4
$ \hat{c}_{l,1} - c_{l,1} $	0.002 0	0.003 2	0.001 5	0.000 3
$ \hat{c}_{l,2} - c_{l,2} $	0.001 3	0.000 7	0.001 7	0.002 7

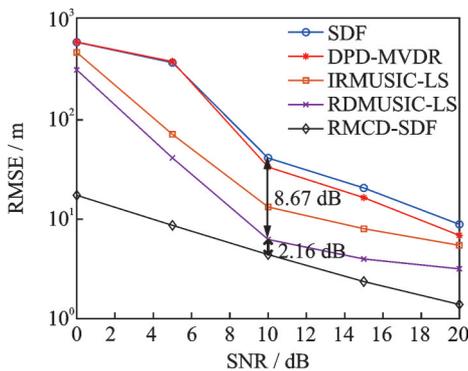


图 4 不同算法定位 RMSE 误差随 SNR 变化对比

Fig.4 Localization RMSE error versus SNR of different algorithms

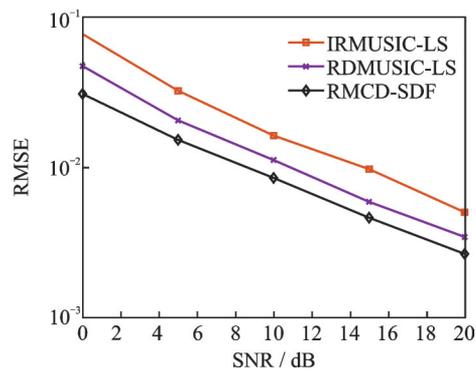


图 5 互耦估计 RMSE 误差随 SNR 变化对比

Fig.5 RMSE error of mutual coupling estimation versus SNR of different algorithms

RMCD-SDF算法的定位性能和互耦估计性能在0~20 dB信噪比范围内均优于其他算法,在信噪比低于10 dB时优势尤其明显。在信噪比10 dB、互耦未知场景下, RMCD-SDF算法定位均方根误差相比SDF算法和RDMUSIC-LS算法分别提高了8.67 dB与2.16 dB。这是由于IRMUSIC-LS算法和RDMUSIC-LS算法在低信噪比时参数配对容易失败,一旦配对失败就会导致定位精度显著下降,而DPD-MVDR算法和SDF算法不能校正天线阵列的互耦,互耦未知情况下定位精度较低。本文所提RMCD-SDF算法既不需要中间参数估计与配对,也具有互耦系数估计能力,可以在未知互耦情况下高精度定位辐射源。

**仿真3** 探究信噪比及互耦变化对本文RMCD-SDF算法性能影响。考虑 $c_{l,1}$ 分别等于 $0.3e^{j\pi/3}$ 、 $0.5e^{j\pi/3}$ 、 $0.8e^{j\pi/3}$ 、 $e^{j\pi/3}$ ,其余仿真参数与仿真2相同。图6和图7分别是不同互耦影响下的RMCD-SDF算法定位性能与SNR关系图和互耦估计性能与SNR关系图。可以看出,不同互耦影响下本文RMCD-SDF算法的定位性能和互耦估计性能均保持稳定,且随SNR增加稳定下降。

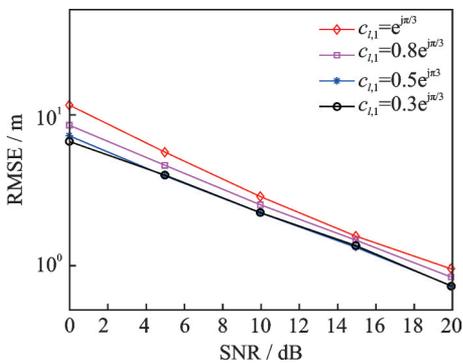


图6 不同互耦影响下定位RMSE误差随SNR变化对比

Fig.6 Localization RMSE error versus SNR with different mutual couplings

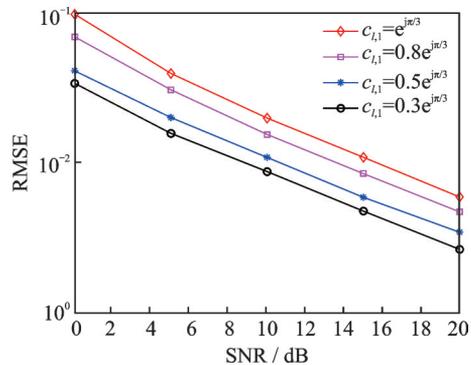


图7 不同互耦影响下互耦估计RMSE误差随SNR变化对比

Fig.7 RMSE error of mutual coupling estimation versus SNR with different mutual couplings

## 5 结束语

本文研究了用于未知互耦影响下的分布式多天线阵列的辐射源直接定位算法。首先,本文将互耦误差模型引入SDF算法模型,推导了同时搜索所有未知互耦系数和辐射源位置的HDS-SDF算法。接着,为了降低HDS-SDF算法中高维搜索导致的高计算复杂度,本文进一步引入了降维搜索思想,提出了只需要搜索辐射源二维位置的RMCD-SDF算法。复杂度分析结果表明,相比HDS-SDF算法, RMCD-SDF算法显著降低了计算复杂度。蒙特卡罗仿真结果表明,与现有SDF算法、DPD-MVDR算法和第二步定位算法相比,本文提出的RMCD-SDF计算复杂度接近,但是在未知互耦误差影响的场景下具有更高的定位精度。

### 参考文献:

[1] 周涛. 分布式多站雷达直接定位技术研究[D]. 成都:电子科技大学, 2021.  
 ZHOU Tao. Research on distributed multi-station radar direct positioning technology[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2021.

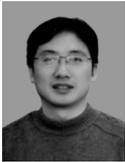
[2] 朱颖童. 多站无源定位技术研究[D]. 西安:西安电子科技大学, 2017.  
 ZHU Yingtong. Research on multi-station passive positioning technology[D]. Xi'an: Xidian University, 2017.

- [3] 金梁,殷勤业. 时空DOA矩阵方法[J]. 电子学报, 2000, 28(6): 7, 8-12.  
JIN Liang, YIN Qinye. Spatio-temporal DOA matrix method[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(6): 7, 8-12.
- [4] LIN Jincheng, MA Xiaochuan, YAN Shefeng, et al. Time-frequency multi-invariance ESPRIT for DOA estimation[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2016(15): 770-773.
- [5] LIU Deliang, LIU Kaihua, MA Yongtao, et al. Joint TOA and DOA localization in indoor environment using virtual stations [J]. IEEE Communication Letters, 2014, 18(8): 1423-1426.
- [6] YANG Zhiyong, LIU Can, JIN Lei. A clustering-based algorithm for devicefree localization in IoT[C]//Proceedings of 2018 IEEE 4th International Conference on Computer and Communications. Chengdu: IEEE, 2018: 769-773.
- [7] AMAR A, WEISS A J. Analysis of the direct position determination approach in the presence of model errors[C]// Proceedings of 2004 23rd IEEE Convention of Electrical and Electronics Engineers, [S.l.]: IEEE, 2004: 408-411.
- [8] 尹洁昕. 基于阵列信号的目标直接定位方法研究[D]. 郑州: 战略支援部队信息工程大学, 2018.  
YIN Jiexin. Research on direct position determination methods based on array signals[D]. Zhengzhou: PLA Strategic Support Force Information Engineering University, 2018.
- [9] WEISS A J. Direct position determination of narrowband radio frequency transmitters[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2004, 11(5): 513-516.
- [10] LI Jianfeng, HE Yi, ZHANG Xiaofei, et al. Simultaneous localization of multiple unknown emitters based on UAV monitoring big data[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2021, 17(9): 6303-6313.
- [11] DEMISSIE B, OISPUU M, RUTHOTTO E. Localization of multiple sources with a moving array using subspace data fusion [C]//Proceedings of 2008 11th International Conference on Information Fusion. Cologne: [s.n.], 2008: 1-7.
- [12] TZAFRI L, WEISS A J. High-resolution direct position determination using MVDR[J]. IEEE Transactions on Wireless Communication, 2016, 15(9): 6449-6461.
- [13] TIRER T, WEISS A J. High resolution direct position determination of radio frequency sources[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2016, 23(2): 192-196.
- [14] 陈鑫,王鼎,唐涛,等. 阵列模型误差条件下直接定位性能分析及偏差修正方法[J]. 电子学报, 2019, 47(8): 1633-1642.  
CHEN Xin, WANG Ding, TANG Tao, et al. Performance analysis and error correction method of direct positioning based on array model error[J]. Acta Electronica Sinica, 2019, 47(8): 1633-1642.
- [15] MA Fei, WANG Yuexian, WANG Ling, et al. Sparse Bayesian learning for direct position determination with mutual coupling[C]// Proceedings of 2021 IEEE USNC-URSI Radio Science Meeting (Joint with AP-S Symposium). Singapore: IEEE, 2021: 116-117.
- [16] 王鼎,张瑞杰,张涛. 一种阵列互耦影响下的目标直接定位算法及其理论性能分析[J]. 电子学报, 2017, 45(5): 1130-1138.  
WANG Ding, ZHANG Ruijie, ZHANG Tao. A direct target location algorithm under the influence of array mutual coupling and its theoretical performance analysis[J]. Acta Electronica Sinica, 2017, 45(5): 1130-1138.
- [17] 张小飞,李建峰,徐大专,等. 阵列信号处理及MATLAB实现[M]. 北京:电子工业出版社, 2020: 181-186.  
ZHANG Xiaofei, LI Jianfeng, XU Dazhuan, et al. Array signal processing and MATLAB realization[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2020: 181-186.
- [18] ERTEL R B, CARDIERI P, SOWERBY K W, et al. Overview of spatial channel models for antenna array communication systems[J]. IEEE Personal Commun, 2015, 5(1): 10-22.
- [19] 谭靛林. 互耦误差条件下的阵列信号参数估计研究[D]. 成都:西南交通大学, 2010.  
TAN Qinlin. Research on array signal parameter estimation under mutual coupling error[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2010.
- [20] ZHANG Xiaofei, XU Lingyun, XU Lei, et al. Direction of departure (DOD) and direction of arrival (DOA) estimation in MIMO radar with reduced-dimension MUSIC[J]. IEEE Communications Letters, 2010, 14(12): 1161-1163.
- [21] WANG Huafei, WAN Liangtian, DONG Mianxiang, et al. Assistant vehicle localization based on three collaborative base stations via SBL-based robust DOA estimation[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2019, 6(3): 5766-5777.
- [22] LIU Jun, LEE J P Y, LI Luo et al. Online clustering algorithms for radar emitter classification[J]. IEEE Transactions on

Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(8): 1185-1196.

[23] DAI Jisheng, ZHAO Dean, YE Zhongfu. DOA estimation and self-calibration algorithm for nonuniform linear array[C]// Proceeding of 2010 International Symposium on Intelligent Signal Processing and Communication Systems. Chengdu: [s.n.], 2010: 1-4.

作者简介:



张小飞(1977-),男,教授,博士生导师,研究方向:阵列信号处理、移动通信技术, E-mail: zhangxiaofei@nuaa.edu.cn。



李宝宝(1998-),通信作者,男,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理, E-mail: libaobaosc@nuaa.edu.cn。



曾浩威(2000-),男,硕士研究生,研究方向:直接定位技术, E-mail: 15951737020@163.com。



李建峰(1988-),男,副教授,硕士生导师,研究方向:方位估计与信源定位, E-mail: lijianfeng@nuaa.edu.cn。

(编辑:陈珺)