

## 基于双迭代聚能量字典学习的数据压缩算法

代少飞<sup>1,2</sup>, 刘文波<sup>1,2</sup>, 王郑毅<sup>1,2</sup>, 李开宇<sup>1,2</sup>

(1. 南京航空航天大学自动化学院, 南京 211106; 2. 高速载运设施的无损检测监控技术工业和信息化部重点实验室, 南京 211106)

**摘要:** 针对基于稀疏表示(Sparse representation, SR)的数据压缩压缩率低、重构精度低等问题, 本文提出一种基于双迭代的聚能量字典学习算法, 把高维信号映射到低维特征空间, 当低维特征空间保留高维原始信号越多的特征时, 高维信号从低维特征空间中恢复出来的精度越高。为了使低维字典保留高维字典更多的主成分, 本文提出了一个新的变换, 被命名为 $\tau$ 变换, 能提升高维字典的能量集中性。除此之外, 针对高维字典与低维字典的耦合关系, 建立了双循环迭代训练, 增加字典的能量集中性与字典的表达能力。实验表明, 相比于传统算法, 本文提出算法字典学习收敛速度提升了3倍以上。此外, 该方法可以得到较高的压缩比和更高质量的重构信号。

**关键词:** 字典学习; 聚能量字典; 稀疏表示; 数据压缩; 低维特征

**中图分类号:** TN911      **文献标志码:** A

### Data Compression Algorithm Based on Dual-iteration Concentrated Dictionary Learning

DAI Shaofei<sup>1,2</sup>, LIU Wenbo<sup>1,2</sup>, WANG Zhengyi<sup>1,2</sup>, LI Kaiyu<sup>1,2</sup>

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China; 2. Non-Destructive Testing and Monitoring Technology for High-Speed Transport Facilities Key Laboratory of Ministry of Industry and Information Technology, Nanjing 211106, China)

**Abstract:** As the data compression methods based on sparse representation (SR) have the problems of low compression ratio and reconstruction accuracy, a dual-iteration concentrated dictionary learning algorithm is proposed. This algorithm maps high-dimensional signals to low-dimensional feature spaces. If features of the high-dimensional original signal are retained by the low-dimensional feature space, higher accuracy will be achieved when the high-dimensional signal is reconstructed from the low-dimensional feature space. To keep more principal components of high-dimensional dictionaries in low-dimensional dictionaries, a new transformation algorithm named  $\tau$  transformation is proposed. It can improve the energy concentration of the high-dimensional dictionary. Further, aiming at the coupling relationship between the high-dimensional dictionary and the low-dimensional dictionary, a dual-iteration training method is established to improve the energy concentration and the expressive ability of the dictionary. Experiments show that, compared with the traditional algorithms, the convergence speed of the proposed

**基金项目:** 国家重点研发计划(2018YFB2003304)资助项目; 国家自然科学基金(61871218)资助项目; 中央高校基本科研业务费(NJ2019007, NJ2020014)资助项目。

**收稿日期:** 2020-11-02; **修订日期:** 2021-03-06

algorithm is improved by more than three times. In addition, a higher compression ratio and a higher quality reconstructed signal are obtained.

**Key words:** dictionary learning; concentrated dictionary; sparse representation (SR); data compression; low-dimensional features

## 引言

近年来,随着实际工业生产要求的不断提高,计算机和数据处理设备日益普及渗透到各行各业,而模拟通信几乎已被数字技术所取代。日益增长的信息量给传输带宽、存储容量和处理速度带来很大压力。例如, Tektronix 公司的 LPD64 示波器的采样率为 25 Gb/s, 分辨率为 12 bit, 单通道每秒钟将产生 300 Gb 的数据量。

为解决海量数据带来的“维数灾难”, Candes 等提出了压缩感知 (Compressed sensing, CS)<sup>[1-3]</sup>。式 (1) 表达了原始信号  $x \in \mathbf{R}^m$  的稀疏分解, CS 的目的是使用一个过完备字典  $D \in \mathbf{R}^{m \times s}$ , 使得原始信号  $x$  在字典  $D$  下足够稀疏, 其稀疏系数表示为  $\alpha \in \mathbf{R}^s$ 。式 (2) 是压缩感知的数学表达式, 原始信号被观测矩阵  $\Phi \in \mathbf{R}^{d \times m}$  观测得到观测信号  $y \in \mathbf{R}^d$  ( $d \ll m$ ), 实现信号的压缩。在观测矩阵的维度  $d$  满足一定下限时, 原始信号  $x$  可以从观测信号中被唯一重构<sup>[3]</sup>。

$$x = D\alpha \quad (1)$$

$$y = \Phi D\alpha \quad (2)$$

该理论结合了信号的可压缩性、稀疏性和非相干性, 运用压缩与采样相结合的方式, 测量经过投影之后得到包含信号全部有效信息的观测值, 从而使得有限维度的稀疏信号可以通过远少于奈奎斯特定理要求的采样频率进行采样, 使得低于二倍原信号带宽采样成为可能<sup>[2]</sup>。

CS 系统的压缩率与重构精度依赖于完备字典的建立, 越是能够将数据稀疏表示的字典, 在保证图像重构误差的条件下越是能够获得更大的信号压缩比。因此, 字典学习在基于稀疏分解的数据压缩过程中有着重要的作用。

针对字典学习问题, 国内外学者做出了大量研究。文献[4]提出了一种适应字典的新颖算法动态稀疏字典学习 (K-sparse variation dictionary, K-SVD), 以实现稀疏信号表示。文献[5]针对人脸图像压缩问题, 提出了迭代循环对齐结构字典 (Iterative alignment structure dictionary, ITAD)。文献[6]根据字典的双稀疏性 (Double sparsity), 提出了自适应性的图像压缩算法。文献[7]首先考虑了增量字典学习及其在石油管道在线泄漏检测中的应用。基于文献[8]中的方法, 使用带标签的未见样本对有监督的增量字典进行训练。文献[9]提出了一种基于 K-SVD 的在线批处理算法, 用于学习多个连续任务。该方法为持续学习提供了一种有效的算法。最近, 文献[10]提出了一种增量式 K-SVD (或增量式动态稀疏字典学习 (Incremental K-sparse variation dictionary, IKSVD)) 算法, 用于有效表示时空遥感大数据的变化。字典原子每次更新一次, 同时允许在需要时添加新原子。笔者使用基于熵的标准来选择新原子的初始值, 方法是先使用旧字典矩阵对新数据进行稀疏编码, 然后计算每个稀疏系数向量的熵。熵最大的样本对应于稀疏且不能由旧字典矩阵准确表示的样本, 用于初始化新原子。为了加快低比特率视频编码中学习词典的收敛速度, 文献[11]提出了一种时空在线词典学习 (Spatio-temporal online dictionary learning, STOL) 算法, 以提高 K-SVD 算法对原始自适应正则化字典学习的复杂度和计算复杂度。文献[12]提出了一种新的递归算法, 用于在未知的数据样本使用快速正交匹配追踪 (Orthogonal matching pursuit, OMP) 联合执行字典学习和稀疏编码。完成增量式字典学习, 同时保持性能并大幅减少计算量。

以上方法都是基于 CS 框架, 都通过一定的已知测试样本训练出完备字典  $D$ , 最后使用观测矩阵对

原始信号进行有效压缩,同时必须服从有限等距性质(Restricted isometry property, RIP),RIP条件要求CS系统的观测矩阵的维度 $d$ 在一定条件下必须高于某一个限定值,观测信号 $\mathbf{y}$ 才能被唯一重构<sup>[13]</sup>,如此极大地限制了信号的压缩率,导致信号压缩率有限。郑思龙等结合降维算法中保留数据结构特征和CS算法中数据恢复能力的优点。提出了聚能量字典学习(Concentrated dictionary learning, CDL)算法,CDL算法使得测量矩阵能够在CS中RIP下界的维数限制之外具有一定的信号重建能力<sup>[13]</sup>。

CDL算法主要通过字典的 $\Gamma$ 更新和基于K-SVD的字典学习得到高维字典 $D$ 与低维字典 $P$ 。相比于基于CS框架的数据压缩,CDL算法有更好的数据压缩效果。但是,CDL算法也有许多不足:

(1) CDL算法中的 $\Gamma$ 更新仅仅是对字典 $D$ 做奇异值分解,暴力增加奇异值的数值。因此, $\Gamma$ 更新尽管在数值上增加了字典的“聚能量”能力,但是破坏了字典的表达能。导致信号的重构误差增大,极大地降低了字典训练过程的收敛速度。

(2) CDL算法的目的通过字典学习训练出高维字典 $D$ 与低维字典 $P$ ,但在训练过程中仅仅对高维字典 $D$ 与原始信号 $x$ 基于高维字典 $D$ 的高维稀疏表达系数 $\alpha_H$ 进行训练,而忽略了低维字典 $P$ 与低维信号 $y$ 基于低维字典 $P$ 的低维稀疏表达系数 $\alpha_L$ ,导致原始信号的重构误差增大。

针对现有算法的不足,本文提出双迭代的聚能量字典学习(Dual-iteration concentrated dictionary learning, DICDL)算法,建立矩阵聚能量变换矩阵与双循环迭代训练,增加了字典的奇异性,让字典的能量更加集中,同时增加数据的重构精度。为验证算法的有效性,将DICDL算法与CDL<sup>[13]</sup>、CS+K-SVD等算法的数据压缩性能作比较。结果表明,相比于CDL算法,本文提出算法字典学习收敛速度提升了3倍以上,此外,该方法既可以得到较高的压缩比又有着更高质量的重构信号。

## 1 CDL 算法

### 1.1 CDL 算法原理

CDL算法是以CS框架为基础,但不同于观测矩阵 $\Phi$ 的选取方式,CDL算法直接将原始信号 $x \in \mathbb{R}^m$ 基于高维字典 $D \in \mathbb{R}^{m \times s}$ 的高维稀疏系数 $A \in \mathbb{R}^s$ 通过低维字典 $P \in \mathbb{R}^{d \times s}$ 投影到低维子空间 $y \in \mathbb{R}^d (d \ll m)$ 中,如式(3)所示,稀疏系数 $A$ 作为高维原始信号 $x$ 与低维信号 $y$ 的连接桥梁<sup>[13]</sup>。

$$\begin{cases} x = DA + \epsilon_1 \\ y = PA + \epsilon_2 \end{cases} \quad (3)$$

式中:噪声 $\epsilon_1 \in \mathbb{R}^m, \epsilon_2 \in \mathbb{R}^s$ 。

为了减小原始信号 $x$ 的重构误差,保留信号的特征,低维字典 $P$ 需要满足

$$\min_P \left\| (1 + \sigma_1^2) D^T D - (1 + \sigma_2^2) P^T P \right\|_F^2 \quad (4)$$

式中: $\sigma_1, \sigma_2$ 为 $\epsilon_1, \epsilon_2$ 的方差。

由式(4),可认为低维字典 $P$ 是高维字典 $D$ 的主成分,在CDL算法中低维字典 $P$ 的计算公式为

$$P = U_d^T D \quad (5)$$

式中 $U_d^T$ 为高维字典 $D$ 的奇异值分解的左奇异矩阵 $U$ 的前 $d$ 列的转置。

### 1.2 CDL 算法字典预处理

为了保证原始信号 $x$ 在高维字典 $D$ 下表示系数足够稀疏以及低维字典 $P$ 保留字典 $D$ 更多的主成分。CDL算法对字典 $D$ 做 $\Gamma$ 更新, $\Gamma$ 更新的具体细节如下:

(1) 奇异值分解

$$D^T D = \mathbf{u} \mathbf{\Lambda} \mathbf{v}^T = \begin{bmatrix} u_d & u_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_d & 0 \\ 0 & \mathbf{\Lambda}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d & v_r \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

式中 $\mathbf{\Lambda}_d$ 为 $D^T D$ 的奇异值分解的奇异值矩阵 $\mathbf{\Lambda}$ 的前 $d$ 行 $d$ 列。

(2) 奇异值更新

$$\hat{\mathbf{A}}_d = \frac{\mathbf{A}_d}{\|\mathbf{A}_d\|} kt_d, \hat{\mathbf{A}}_r = \frac{\mathbf{A}_r}{\|\mathbf{A}_r\|} k(1-t_d) \quad (7)$$

式中:  $k$  表示字典的列数,  $t_d$  表示主成分阈值。

(3) 对  $D$  奇异值分解

$$D = U\Theta V^T \quad (8)$$

(4) 更新字典的奇异值矩阵

$$\hat{\Theta} = \begin{bmatrix} \sqrt{\hat{\mathbf{A}}_d} & 0 \\ 0 & \sqrt{\hat{\mathbf{A}}_r} \end{bmatrix} \quad (9)$$

(5) 更新字典

$$\hat{D} = U\hat{\Theta}V^T \quad (10)$$

## 2 DICDL 算法

### 2.1 基于初等变换的字典聚能量变换

CDL 算法为了使字典  $D$  的前  $d$  维聚集更多的能量, 采用  $\Gamma$  更新暴力增加字典  $D$  的奇异值, 但改变了字典  $D$  的表达能力, 增大了信号的重构误差, 导致 CDL 算法训练的收敛速度慢。然而, 奇异值往往对应着矩阵中隐含的重要信息, 且重要性和奇异值大小正相关。矩阵越“奇异”, 其越少的奇异值蕴含了更多的矩阵信息, 矩阵的信息熵越小, 其行(或列)向量彼此越相关<sup>[14]</sup>。DICDL 算法利用初等变换不改变字典的秩与表达能力的特性<sup>[15]</sup>, 建立了  $r$  变换, 用于增大字典  $D$  列向量间的相关性, 使字典  $D$  的前  $d$  维聚集更多的能量, 但保证数据在字典  $D$  下表示系数足够稀疏。

为了增大字典  $D$  列向量间的相关性和字典  $D$  的冗余度, 使得字典  $D$  能量更加集中, 同时不影响字典  $D$  的表达能力, 建立了变换矩阵  $Q$ , DICDL 算法  $r$  变换具体实现步骤如下:

(1) 建立变换矩阵  $Q$  为

$$Q = Q_1 Q_2 \cdots Q_n = \begin{bmatrix} 1 & r & \cdots & r \\ 0 & 1-r & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1-r \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (11)$$

且

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{n \times n}, Q_2 = \begin{bmatrix} 1 & r & \cdots & 0 \\ 0 & 1-r & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{n \times n}, \cdots, Q_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & r \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1-r \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (12)$$

式中:  $r$  为变换的调节参数,  $Q_i$  表示单位方阵  $E_{n \times n}$  的第  $i$  列向量第 1 行与第  $i$  行的值分别为  $r, 1-r$ 。

(2) 更新字典

$$\hat{D} = DQ \quad (13)$$

式中  $D$  为 K-SVD 训练出的字典。

上述过程记作

$$\hat{D} = \gamma(D) \quad (14)$$

使用本文提出算法的  $r$  变换 ( $r=0.76$ ) 和 CDL 算法的  $\Gamma$  ( $t_d=0.9$ ) 更新对 DCT 字典进行更新, 分别得到 DICDL 字典与 CDL 字典。如图 1 所示, DCT 字典的前 16 维主成分占 DCT 字典 6% 的能量, CDL 字典的前 16 维主成分占 CDL 字典 28% 的能量, DICDL 字典的前 16 维主成分占 DICDL 字典 52% 的能

量。因此,本文提出的  $r$  变换比 CDL 算法的  $\Gamma$  更新更能集中字典的主成分能量。

### 2.2 理论推导

DICDL 算法中  $r$  变换的目的是在保证数据在字典  $D$  下表示系数足够稀疏的同时,使字典  $D$  的前  $d$  维聚集更多的能量。图 1 中的实验结果表明,DICDL 算法中  $r$  变换比 CDL 算法的  $\Gamma$  更新更能集中字典的主成分能量,下面将分别证明  $r$  变换字典  $D$  经历  $r$  变换后最大的奇异值  $\sigma_{\max}$  增大,最小的奇异值  $\sigma_{\min}$  减小,且字典  $D$  依然能够稀疏表达原始数据。

记字典  $D=[d_1 d_2 d_3 \cdots d_n]$ ,原始数据集为  $X=[x_1, x_2, \cdots, x_n](x_i \in \mathbb{R}^m)$ ,假设数据  $x_i$  在字典  $D$  下表示稀疏系数有 4 个非零项,记为  $A_i=[\cdots a_o \cdots a_m \cdots a_p \cdots a_q \cdots](A_i \in \mathbb{R}^s)$ 。

字典  $D$  经历  $r$  变换的结果为

$$\hat{D} = \gamma(D) = [d_1 \quad dw_2 \quad \cdots \quad dw_n] \tag{15}$$

且

$$dw_k = rd_1 + (1-r)d_k \tag{16}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\min}(\hat{D}) &= \sqrt{\lambda_{\min}(\hat{D} \cdot \hat{D}^T)} = \sqrt{\min_u \frac{u^T \hat{D} \hat{D}^T u}{u^T u}} = \sqrt{\min_u \frac{u^T Q Q^T u}{u^T u}} \leq \sqrt{\frac{\bar{u}^T Q Q^T \bar{u}}{\bar{u}^T \bar{u}}} = \\ &= \sqrt{\lambda_{\min}(Q Q^T)} = \sqrt{\lambda_{\min}(D D^T)} = \sigma_{\min}(D) \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\max}(\hat{D}) &= \sqrt{\lambda_{\max}(\hat{D} \cdot \hat{D}^T)} = \sqrt{\max_u \frac{u^T \hat{D} \hat{D}^T u}{u^T u}} = \sqrt{\max_u \frac{u^T Q Q^T u}{u^T u}} \geq \sqrt{\frac{\hat{u}^T Q Q^T \hat{u}}{\hat{u}^T \hat{u}}} = \\ &= \sqrt{\lambda_{\max}(Q Q^T)} = \sqrt{\lambda_{\max}(D D^T)} = \sigma_{\max}(D) \end{aligned} \tag{18}$$

式中:  $\bar{u}$  在  $Q$  矩阵对角线元素最小值对应位置为 1,其他位置为 0;  $\hat{u}$  在  $Q$  矩阵对角线元素最大值对应位置为 1,其他位置为 0;且两者均为列向量。

设数据  $x_i$  在字典  $\hat{D}$  下表示稀疏系数为  $B=[b_1 b_2 b_3 \cdots b_n]^T$ ,则有

$$DA = a_o d_o + a_m d_m + a_p d_p + a_q d_q \tag{19}$$

$$\hat{D}B = b_1 d_1 + b_2 dw_2 + \cdots + b_n dw_n \tag{20}$$

$$x_i = DA = \hat{D}B \tag{21}$$

根据式(16、19、20、21)可以得到

$$\begin{cases} b_1 = -\frac{r(a_o + a_m + a_p + a_q)}{1-r} \\ b_o = \frac{a_o}{1-r} \\ b_m = \frac{a_m}{1-r} \\ b_p = \frac{a_p}{1-r} \\ b_q = \frac{a_q}{1-r} \\ b_i = 0 \end{cases} \quad i \neq 1, o, m, p, q \tag{22}$$

证毕。

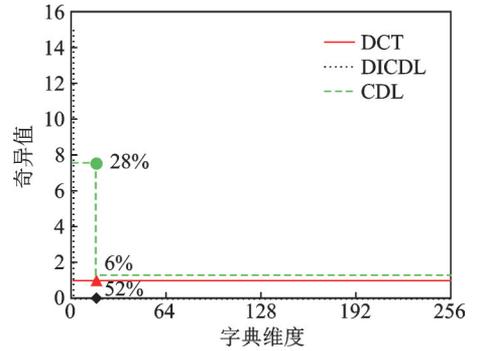


图 1 不同字典的奇异值分布

Fig.1 Singular values distribution of different dictionaries

由式(17、18)可以看出 $r$ 变换能够使字典的小奇异值变得更小,把更多的能量集中在较大奇异值上,使字典 $D$ 的前 $d$ 维聚集更多的能量。通过式(20)可以看出,字典 $D$ 经过 $r$ 变换处理后得到的字典 $\hat{D}$ 依然能够稀疏地表示原始数据 $x_i$ 。

### 2.3 DICDL 算法实现

CDL算法通过字典学习训练出高维字典 $D$ 与低维字典 $P$ ,在训练的过程中仅仅对高维字典 $D$ 与原始信号 $x$ 基于高维字典 $D$ 的高维稀疏表达系数 $A$ 进行训练,而忽略了低维信号 $y$ 与稀疏表达系数 $A$ 的训练。导致原始信号的重构误差增大。如图2所示,为了减小信号的重构误差,本文提出了双迭代的聚能量字典训练,在训练过程中对高维字典 $D$ ,低维字典 $P$ 和稀疏系数 $A$ 同时训练,有效地减小了数据的重构误差。

DICDL算法的详细实现步骤如下所示:

输入:训练数据集 $X$ ,迭代次数 $T$ 。

输出:训练好的高维字典 $D$ 与低维字典 $P$ 。

初始化:把数据集 $X$ 分割为数据列 $x_i$  ( $256 \times 1$ ),令 $X=[x_1, x_2, \dots, x_n]$  ( $x_i \in \mathbb{R}^m$ ),字典 $D$ 初始化为DCT字典。

(1)对字典 $D$ 作奇异值分解: $D=U \Theta V^T$ ;

(2)分别利用式(5)计算低维字典 $P$ 和式(3)计算低维信号 $Y=[y_1, y_2, \dots, y_n]$  ( $y_i \in \mathbb{R}^s$ );

(3)使用正交匹配追踪算法得到稀疏表示系数 $A=[A_1, A_2, \dots, A_n]$  ( $A_i \in \mathbb{R}^r$ )<sup>[16-17]</sup>:

$$A = \min_A \frac{1}{2} \|Y - PA\|_2^2 + \lambda \|A\|_1$$

(4)使用K-SVD字典学习算法对字典 $\hat{D}$ 更新;

(5)对字典 $D$ 做 $r$ 变换, $\hat{D}=\gamma(D)$ ;

(6)重复步骤(1~5),直到 $\frac{\sum_i \Theta_d}{\sum_i \Theta} \geq t_d$ 或者达到最大迭代 $T$ ;

(7)根据式(8)对字典 $D$ 做奇异值分解得到 $U_d$ ,使用式(5)计算得到低维字典 $P$ 。

### 3 仿真实验及结果

为验证本文提出算法的有效性,选择钢轨裂纹的差分涡流检测数据<sup>[18]</sup>中不同检测速度(50、70、100、150、200、250、300 km/h)的I路、Q路、幅值和相位共28组数据进行实验。实验中分别把28组信号分成两个部分分别作为训练数据和测试数据。实验以CS+KSVD<sup>[19]</sup>与CDL<sup>[13]</sup>作为对比算法,其中,CDL算法的主成分阈 $t_d=0.9$ ,DICDL算法的变换调节参数 $r=0.3$ 。实验中以训练误差收敛速度,压缩比(Compression ratio, CR),重构信号质量选用百分比均方根误差(Percentage root-mean-square difference, PRD)等作为实验评价指标。

CR与PRD的计算公式如下

$$CR = \frac{S_{in}}{S_{out}} \quad (23)$$

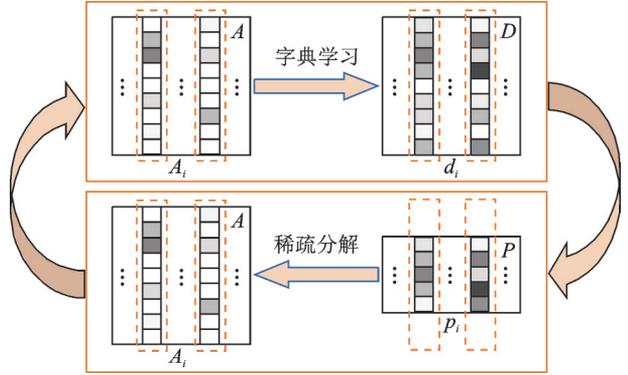


图2 DICDL算法示意图

Fig.2 Schematic diagram of DICDL algorithm

$$PRD = \frac{\|X - \hat{X}\|_2}{\|X\|_2} \times 100 \quad (24)$$

式中: $S_{in}$ 为原始信号的大小, $S_{out}$ 为信号被压缩后的大小, $X$ 为原始信号, $\hat{X}$ 为重构信号。

基于稀疏分解的数据压缩过程主要分为3个部分,如图3所示,分别为字典学习(离线)、稀疏分解(编码端)和信号重构(解码端)。实验预处理阶段把数据分为两组,分别为训练数据集与测试数据集,两组数据均被截取为256个点长度的均匀分块,字典尺寸设置为 $256 \times 256$ ,并且去除信号直流分量;实验中使用正交匹配追踪算法(Orthogonal matching pursuit, OMP)<sup>[20-22]</sup>作为稀疏分解算法。

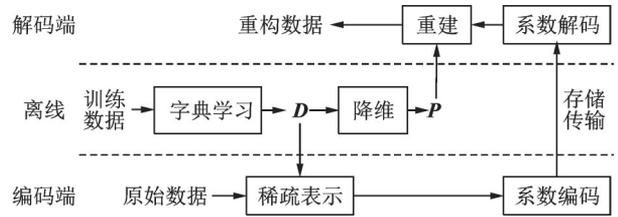


图3 压缩与解压缩流程图

Fig.3 Data compression and decompression process

如图4所示是28组信号在DICDL、CDL以及KSVD+CS算法压缩下,当压缩比分别为64和16时重构信号质量对比。其中,图4(a)中信号压缩比 $CR=64$ ,图4(b)信号压缩比 $CR=16$ 。从图4中结果对比可以发现,本文提出的DICDL算法相比于CDL算法和KSVD+CS算法,在相同的压缩比下,信号的重构失真度更低。在压缩比 $CR=64$ 时,DICDL算法对信号的重构失真度低于9.6%;在压缩比 $CR=16$ 时,DICDL算法对信号的重构失真度低于7.6%。

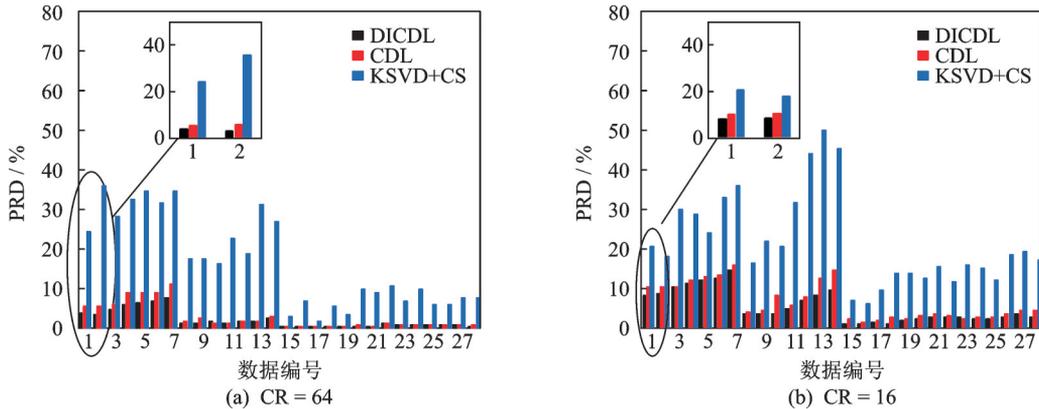


图4 不同压缩比的涡流信号恢复质量

Fig.4 Restoration quality of eddy current signals with different compression ratios

实验中分别使用DICDL、CDL以及KSVD+CS算法对检测速为50 km/h的相位信号进行压缩,分别改变DICDL和CDL低维字典的维度,以及KSVD+CS的观测矩阵维度,DICDL、CDL以及KSVD+CS算法在各自字典下对实验信号进行重构。如图5所示,3种算法对信号的重构精度随着测量维度的增加而增加,在相同的测量维度下,本文提出DICDL算法的重构精度要高于其他两种算法。究其原因,本文提出DICDL算法训练出的聚能量字典比一般字典学习算法训练出的字典能量更加集中。因此,当保留字典

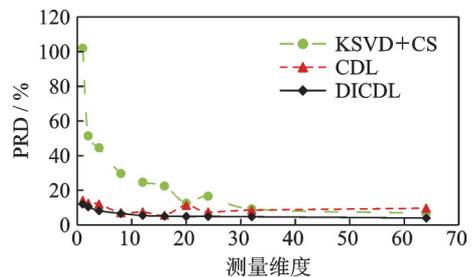


图5 信号在不同测量维度下的重构精度(PR D)

Fig.5 Signal reconstruction accuracy (PRD) under different measurement dimensions

较少的维度时,保留了更多的信号。此外,DICDL算法采用了高维字典与低维系数的双迭代联合训练,增加了高维字典与低维字典的耦合性,增加了信号的重构精度。

如图6所示,实验使用本文提出的DICDL算法对检测速度70 km/h的幅值信号做压缩比分别为64与16的数据压缩,并对信号进行重构。由图6(a~f)波形对比可知,DICDL算法对信号压缩比CR=64时,重构信号依然拥有很高的精度。因此,DICDL算法能够在高压缩比的同时保证重构信号高质量。

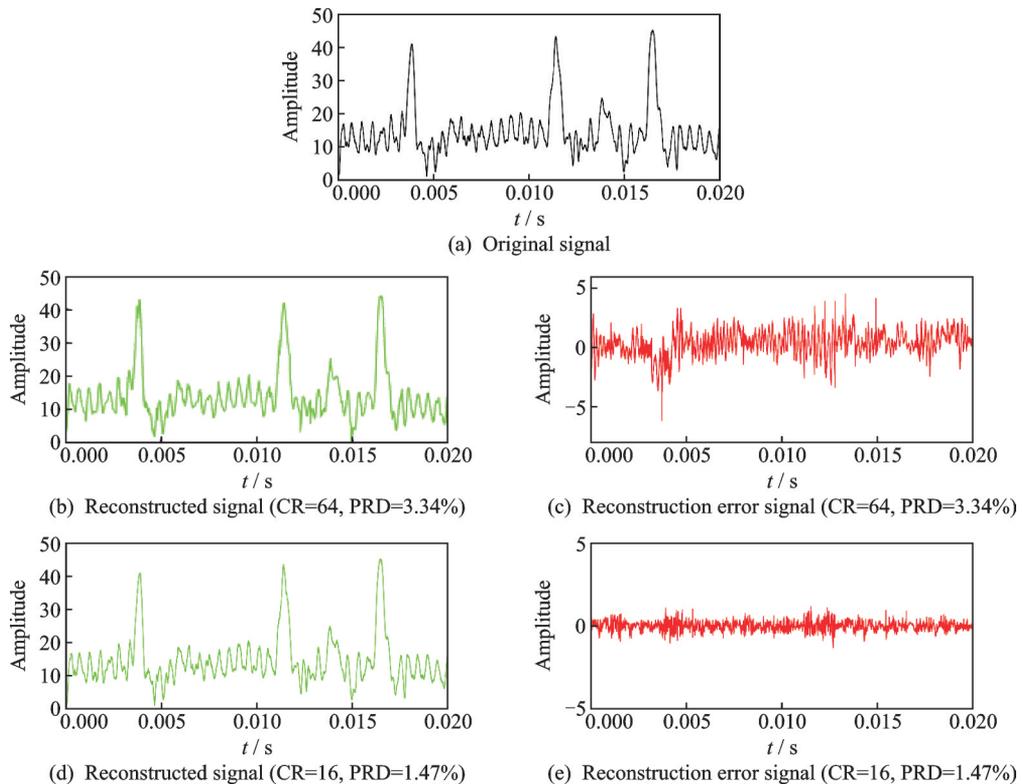


图6 在不同压缩比下的重构信号

Fig.6 Reconstructed signals under different compression ratios

为了进一步验证本文提出DICDL算法的性能,实验分别实验DICDL算法与CDL算法对28组信号进行字典学习,并记录了字典学习过程中的误差收敛速度,为了方便讨论分别把不同的幅值信号,相位信号,I路信号与Q路信号的收敛迭代次数取平均数,具体结果如表1所示。由实验结果可知,本文提出DICDL算法相比于CDL算法拥有更快的收敛速度,速度提升了3倍以上。究其原因,本文提出DICDL算法的 $r$ 变换比CDL算法的 $\Gamma$ 更新聚能效果更好,且不改变字典的表达能力,测试信号在 $r$ 变换后的聚能量字典下的表达系数依然稀疏。因此,DICDL算法比CDL算法字典学习过程的收敛更加迅速。

表1 不同信号训练的平均迭代次数

Table 1 Average iterations for different signal training methods

信号类型	平均迭代次数	
	DICDL	CDL
幅值	41	313
相位	70	205
I路	78	241
Q路	44	229

## 4 结束语

本文提出了一种双迭代的聚能量字典学习算法,该算法根据矩阵的奇异值特性,引入了 $r$ 变换,增加字典的能量集中性;同时利用聚能量高维字典与低维字典的关系,建立了双循环迭代训练。增加字典的能量集中性与字典的表达能力。实验结果表明,相比于传统压缩方法,DICDL算法不仅字典训练的收敛速度快,并且训练出的聚能量字典用于数据压缩将拥有更高的重构精度。因此,可以预见本文算法在不同维度数据压缩的应用中具有巨大的应用潜力。然而,DICDL算法尽管拥有更快的收敛速度,但面对海量的数据压缩仍然略显不足,在未来的工作中,作者将考虑优化基于DICDL算法的重构算法,增加基于DICDL压缩算法的实时性,降低数据传输、存储和处理过程的资源消耗。

### 参考文献:

- [1] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [2] CANDLES E J, TAO T. Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies[J]. Information Theory IEEE Transactions on, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [3] CANDLES E J, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2004, 52(2): 489-509.
- [4] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A. KSVD: An algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. IEEE Trans Signal Processing, 2006, 54(11): 4311-4322.
- [5] ZEPEDA J, GUILLEMOT C, KIJAK E. Image compression using sparse representations and the iteration-tuned and aligned dictionary[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2011, 5(5): 1061-1073.
- [6] HOREV I, BRYT O, RUBINSTEIN R. Adaptive image compression using sparse dictionaries[C]//Proceedings of the 19th IEEE International Conference on Systems, Signals and Image Processing. Vienna: IEEE Press, 2012: 592-595.
- [7] YAN J C, TIAN C H, HUANG J, et al. Incremental dictionary learning for fault detection with applications to oil pipeline leakage detection[J]. Electronics Letter, 2011, 47(21): 1198.
- [8] MAIRAL J, BACH F, PONCE J, et al. Online learning for matrix factorization and sparse coding[J]. J Mach Learn Res, 2010, 11: 19-60.
- [9] RUVOLO P, EATON E. Online multi-task learning via sparse dictionary optimization[C]//Proceedings of the 28th AAAI Conference on Artificial Intelligence. [S.l.]: AAAI, 2014: 2062-2068.
- [10] WANG L, LU K, LIU P, et al. IK-SVD: Dictionary learning for spatial big data via incremental atom update[J]. Computing in Science & Engineering, 2014, 16(4): 41-52.
- [11] TANG X, XIONG H. STOL: Spatio-temporal online dictionary learning for low bit-rate video coding[C]//Proceedings of 2013 Data Compression Conference. [S.l.]: IEEE, 2013: 522.
- [12] AZIMI-SADJADI M R, ZHAO Y, SHEEDVASH S, et al. Incremental dictionary learning with sparsity[C]//Proceedings of 2018 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). [S.l.]: IEEE, 2018: 1-6.
- [13] 郑思龙,李元祥,魏宪,等.基于字典学习的非线性降维方法[J].自动化学报,2016,42(7): 1065-1076.  
ZHENG Silong, LI Yuanxiang, WEI Xian, et al. Nonlinear dimensionality reduction method based on dictionary learning[J]. Acta Automatica Sinica, 2016, 42(7): 1065-1076.
- [14] 徐树方.矩阵计算的理论与方法[M].北京:北京大学出版社,1995.  
XU Shufang. Theory and method of matrix calculation[M]. Beijing: Peking University Press, 1995.
- [15] 崔唯.线性代数[M].上海:华中师范大学出版社,2019.  
CUI Wei. Linear algebra[M]. Shanghai: Central China Normal University Press, 2019.
- [16] GAO X, WANG X, ZHOU J. A robust orthogonal matching pursuit based on  $L_1$  norm[C]//Proceedings of 2020 Chinese Control And Decision Conference (CCDC). Hefei: [s.n.], 2020: 3735-3740.
- [17] Hsieh S, Lu C, Pei P. Fast OMP: Reformulating OMP via iteratively refining  $\ell_2$ -norm solutions[C]//Proceedings of IEEE Statistical Signal Processing Workshop.[S.l.]: IEEE, 2012: 189-192.

- [18] 许鹏, 朱晨露, 徐中行, 等. 基于差分涡流检测的铁轨裂纹特征识别方法[J]. 无损检测, 2018, 40(12): 7-11.  
XU Peng, ZHU Chenlu, XU Zhongxing, et al. Railway crack feature identification method based on differential eddy current testing[J]. Non-destructive Testing, 2018, 40(12): 7-11.
- [19] SUN G, MENG L, LIU L, et al. KSVD-based multiple description image coding[J]. IEEE Access, 2019, 7: 1962-1972.
- [20] DAVE P, JOSHI A. Prediction based method for faster compressive sensing reconstruction using OMP[C]//Proceedings of 2019 2nd IEEE Middle East and North Africa Communications Conference (MENACOMM). [S.l.]: IEEE, 2019: 1-4.
- [21] ZHAN J, ZHU Y, BAI Z. An expression-reinforced sparse subspace clustering by orthogonal matching pursuit[C]//Proceedings of 2020 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP). [S.l.]: IEEE, 2019: 211-215.
- [22] LI J, CHOW P, PENG Y, et al. FPGA implementation of an improved OMP for compressive sensing reconstruction[J]. IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems, 2021, 29(2): 259-272.

## 作者简介:



代少飞(1995-), 通信作者, 男, 硕士研究生, 研究方向: 数据压缩和 FPGA 高速信号处理, E-mail: daishaofei@nuaa.edu.cn。



刘文波(1968-), 女, 教授, 博士生导师, 研究方向: 信号处理和计算机测控技术, E-mail: wenbolu@nuaa.edu.cn。



王郑毅(1997-), 男, 硕士研究生, 研究方向: 基于 FPGA 的高速信号采集与处理, E-mail: m13685111061@126.com。



李开宇(1969-), 男, 副教授, 硕士生导师, 研究方向: 图像处理和传感器技术, E-mail: LKY\_401@nuaa.edu.cn。

(编辑: 陈琚)