

一种基于实值变分贝叶斯推断的大规模 MIMO 系统下行信道估计方法

戴继生, 尚河坤

(江苏大学电气信息工程学院, 镇江 212013)

摘要:酉矩阵变换是一种常用的实值化方法, 可有效地降低计算复杂度。然而, 在现有的基于酉矩阵变换的大规模多输入多输出系统(Multiple input multiple output, MIMO)下行信道估计方法中, 观测矩阵的维度增加了一倍, 若不进行维度压缩, 降低计算复杂度的目标将难以实现。虽然利用信号空间和噪声空间的正交性可压缩维度, 但信号空间只能近似计算获得, 不可避免地带来性能损失。为了改善信道估计性能, 本文将信号空间矩阵当作变量, 在估计过程中自适应地调整信号空间矩阵, 但这使得信号空间矩阵和稀疏信号矩阵高度耦合, 传统的贝叶斯推断无法适用。为了应对该挑战, 本文进一步引入列向量独立分解的贝叶斯变分假设, 成功将信号空间矩阵和稀疏信号矩阵解耦。仿真结果表明, 所提方法可显著提升信道估计性能。

关键词: 大规模多输入多输出; 信道估计; 实值转换; 变分贝叶斯推理; 稀疏信号恢复

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

Downlink Channel Estimation for Massive MIMO System Based on Real-Valued Variational Bayesian Inference

DAI Jisheng, SHANG Hekun

(School of Electrical and Information Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: Unitary matrix transformation is a commonly used real-valued method, which can effectively reduce computational complexity. However, the dimension of the observation matrix is doubled in the existing downlink channel estimation method for massive Multiple input multiple output (MIMO) systems based on unitary matrix transformation. Without dimensional compression, the goal of reducing computational complexity is difficult to achieve. Although the orthogonality of signal space and noise space can compress the dimension, the signal space can only be approximately calculated, leading to performance loss. To improve channel estimation performance, the signal space matrix is regarded as a variable and adaptively adjusted in the process. Since the signal space matrix and sparse signal matrix are highly coupled, the traditional Bayesian inference is not applicable. Therefore, the column-independent variational Bayesian inference (VBI) factorization is adopted to decouple the signal space matrix and sparse signal matrix successfully. Simulation results show that this method can significantly improve the channel estimation performance.

Key words: massive multiple input multiple output (MIMO); channel estimation; real-valued transformation; variational Bayesian inference (VBI); sparse signal recovery

基金项目: 国家自然科学基金(62071206)资助项目。

收稿日期: 2021-07-10; 修订日期: 2021-11-09

引言

大规模多输入多输出(Multiple input multiple output, MIMO)系统具有较高的频谱效率和能量效率,已成为下一代无线通信技术的重要组成部分^[1-2]。能否精确地获得信道状态信息(Channel state information, CSI)是制约大规模MIMO系统性能的重要因素之一。由于基站(Base station, BS)端天线数量众多,而下行信道估计的训练开销与BS端天线数量成正比,因此大规模MIMO系统的下行信道估计变得异常困难。基于时分双工(Time division duplex, TDD)的大规模MIMO系统在估计出上行信道后,可利用上/下行链路信道的互易性^[1]获得下行链路信道的估计值。然而,目前主流的通信系统通常采用了频分双工(Frequency division duplex, FDD)技术,基于TDD的互易信道估计方案无法直接应用。

现有研究表明,由于无线传播环境中的散射数量有限,大规模MIMO信道的有效维数远小于BS端天线数。近年来,国内外研究人员利用大规模MIMO信道在角度域的稀疏特性,提出了大量基于稀疏表示的下行信道估计方法^[3-6]。例如:Rao等利用均匀线性阵列(Uniform linear array, ULA)流型的离散傅里叶变换(Discrete Fourier transform, DFT)具有的稀疏特性,提出了一种基于 L_1 -norm最小化的大规模MIMO信道估计方法^[5]。随后,Wen等提出了一种基于DFT的近似消息传递大规模MIMO信道估计方法^[7]。然而,大规模MIMO信道在有限维度的DFT字典矩阵上,仅存在近似稀疏表示,不可避免地存在能量泄漏的问题^[8],且基于DFT的信道估计方法仅适用于ULA。为了解决能量泄漏问题,Dai等提出了一种基于离格更新的稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian learning, SBL)信道估计方法^[9],同时进一步讨论了配置任意阵列的大规模MIMO系统的信道估计方案。实验仿真结果表明,基于离格更新的SBL信道估计方法极大改善了下行信道估计性能^[9]。

SBL方法在每一次迭代时,需要计算一个高维度的复矩阵逆,这将会导致较高的计算复杂度。Zhou等提出了一种基于酉矩阵变换的实值SBL方法^[10],该方法将复矩阵求逆转化为实矩阵逆,有效地降低计算复杂度。在酉矩阵变换过程中,观测矩阵的维度增加了一倍,Zhou等进一步利用信号空间和噪声空间的正交性压缩了观测矩阵的维度^[10]。然而,在实际应用时,信号空间只能近似计算获得,不可避免地带来性能损失。

本文提出一种新的基于酉矩阵变换的实值SBL方法,该方法将信号空间矩阵看成一个变量,在迭代过程中自适应地调整信号空间矩阵,从而获得更好的信道估计性能。在贝叶斯推断过程中,信号空间矩阵和稀疏信号矩阵高度耦合,使得传统的SBL推断方案无法适用。为了应对该挑战,本文引入了列向量独立分解的贝叶斯变分假设^[11],从而成功地将信号空间矩阵和稀疏信号矩阵解耦。实验仿真结果验证了本文所提方法的有效性。

1 数据模型与实值SBL回顾

1.1 数据模型

大规模MIMO系统由一个具备 N_t 个发射天线的BS和若干个具备 N_r 个接收天线的移动用户(Mobile user, MU)组成。由于各个MU接收的信号相互独立,仅考虑其中一个用户的信道估计问题。BS到MU的下行链路信道矩阵可以表示为^[12-13]

$$H = \sum_{c=1}^{N_c} \sum_{s=1}^{N_s} \xi_{c,s} \mathbf{a}(\theta_{c,s}) \mathbf{b}^T(\varphi_{c,s}) \quad (1)$$

式中: N_c 为散射簇的数量; N_s 为每个散射簇的子路径数; $\xi_{c,s}$ 为在第 c 个散射簇中,第 s 个子路径的信道增益; $\theta_{c,s}$ 和 $\varphi_{c,s}$ 分别为表示相应的发射角(Angles of departure, AOD)和到达角(Angles of arrival, AOA),

$\mathbf{a}(\theta_{c,s}) \in \mathbf{C}^{N_t \times 1}$ 和 $\mathbf{b}(\varphi_{c,s}) \in \mathbf{C}^{N_r \times 1}$ 分别为发射和接收阵列天线的导向矢量。MU接收到的下行链路信号 $\mathbf{Y} \in \mathbf{C}^{T \times N_r}$ 可表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{H} + \mathbf{N} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{X} \in \mathbf{C}^{T \times N_t}$ 表示 T 时刻内发送的导频序列; $\mathbf{N} \in \mathbf{C}^{T \times N_r}$ 为零均值方差为 σ^2 的复高斯白噪声。

由于基站端的局部散射效应有限,散射簇的数量通常很小,并且与每个散射簇相关的子路径大多集中在一个很小的角度范围内。因此, \mathbf{H} 在角度域上具有稀疏特性。为了方便表示,定义 $\{\theta_l\}_{l=1}^L$ 来替代 $\{\theta_{c,s}\}_{c=1, s=1}^{N_c N_s}$, 其中 $L = N_c N_s$ 。同时定义一个采样网格 $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \{\tilde{\theta}_l\}_{l=1}^{\tilde{L}}$, 该网格均匀地覆盖角度域 $[-\pi/2, \pi/2]$, 其中 \tilde{L} 为网格点的个数。如果定义的网格足够稠密,能够确保所有真实的 AOD 落在该网格上,则有

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{W} + \mathbf{N} \quad (3)$$

式中 $\tilde{\mathbf{A}} = [\mathbf{a}(\tilde{\theta}_1), \dots, \mathbf{a}(\tilde{\theta}_{\tilde{L}})] \in \mathbf{C}^{N_t \times \tilde{L}}$, $\mathbf{W} \in \mathbf{C}^{\tilde{L} \times N_r}$ 为一个行稀疏矩阵,其非零行对应着真实的到达角。值得注意的是,在实际应用中,真实角度并不能准确地落在网格上。为了解决角度不匹配的问题,可采用一个离网模型^[9,14]。与此相关的问题将在 3.3 节讨论。

1.2 实值 SBL 方法回顾

Zhou 等提出了一种基于酉矩阵变换的实值 SBL 方法^[10],该方法将复矩阵求逆转化为实矩阵逆,其主要思想是在导频矩阵 \mathbf{X} 中引入酉矩阵实值变换矩阵,即

$$\mathbf{X} = \mathbf{G}\mathbf{Q}_{N_t} \quad (4)$$

式中: $\mathbf{G} \in \mathbf{R}^{T \times N_t}$ 为随机生成的并且服从实高斯分布; \mathbf{Q}_{N_t} 表达式为

$$\mathbf{Q}_{N_t} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N_t/2} & \mathbf{J}_{N_t/2} \\ \mathbf{j}\mathbf{J}_{N_t/2} & -\mathbf{j}\mathbf{I}_{N_t/2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$\mathbf{I}_{N_t/2}$ 和 $\mathbf{J}_{N_t/2}$ 分别为单位阵和反对角线上全为 1、其余元素全为 0 的矩阵。若选择 ULA 的几何中心作为导向矢量的参考点, $\mathbf{a}(\theta)$ 可写为

$$\mathbf{a}(\theta) = \left[e^{-j\frac{(N_t-1)\phi(\theta)}{2}}, e^{-j\frac{(N_t-3)\phi(\theta)}{2}}, \dots, e^{-j\frac{\phi(\theta)}{2}}, e^{j\frac{\phi(\theta)}{2}}, \dots, e^{j\frac{(N_t-1)\phi(\theta)}{2}} \right]^T \quad (6)$$

式中: $\phi(\theta) = (-2\pi d/\lambda) \sin\theta$, λ 为波长, d 为相邻两个传感器之间的距离。若定义 $\bar{\mathbf{a}}(\theta) = \mathbf{Q}_{N_t} \mathbf{a}(\theta)$, 则有^[15-16]

$$\bar{\mathbf{a}}(\theta) = \sqrt{2} \left[\cos\left(\frac{N_t-1}{2}\phi(\theta)\right), \cos\left(\frac{N_t-3}{2}\phi(\theta)\right), \dots, \cos\left(\frac{1}{2}\phi(\theta)\right), \sin\left(\frac{1}{2}\phi(\theta)\right), \dots, \sin\left(\frac{N_t-3}{2}\phi(\theta)\right), \sin\left(\frac{N_t-1}{2}\phi(\theta)\right) \right]^T \quad (7)$$

进而,式(3)可以重新写为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{G}\mathbf{Q}_{N_t}\tilde{\mathbf{A}}\mathbf{W} + \mathbf{N} = \mathbf{G}\bar{\mathbf{A}}\mathbf{W} + \mathbf{N} \quad (8)$$

式中 $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{Q}_{N_t} \tilde{\mathbf{A}} = [\bar{\mathbf{a}}(\tilde{\theta}_1), \dots, \bar{\mathbf{a}}(\tilde{\theta}_{\tilde{L}})] \in \mathbf{R}^{N_t \times \tilde{L}}$ 。分别取出矩阵 \mathbf{Y} 、 \mathbf{W} 、 \mathbf{N} 的实部和虚部将构成矩阵 $\bar{\mathbf{Y}} = [\text{Re}(\mathbf{Y}), \text{Im}(\mathbf{Y})]$ 、 $\bar{\mathbf{W}} = [\text{Re}(\mathbf{W}), \text{Im}(\mathbf{W})]$ 、 $\bar{\mathbf{N}} = [\text{Re}(\mathbf{N}), \text{Im}(\mathbf{N})]$ 。因此,将会获得一个实值的稀疏表示问题

$$\bar{Y} = G\bar{A}\bar{W} + \bar{N} = \Phi\bar{W} + \bar{N} \quad (9)$$

式中 $\Phi = G\bar{A} \in \mathbf{R}^{T \times \bar{L}}$ 。当对 \bar{Y} 进行奇异值分解时,可以获得 \bar{Y} 的信号子空间和噪声子空间

$$\bar{Y} = U_s \Sigma_s V_s^T + U_n \Sigma_n V_n^T \quad (10)$$

式中 Σ_s 和 Σ_n 分别包含信号空间 M 个较大的奇异值和噪声空间 $\text{Min}\{T, 2N_r\} - M$ 个较小的奇异值, U_s 和 V_s 分别对应于信号空间的左和右奇异特征向量矩阵, U_n 和 V_n 分别对应于噪声空间的左和右奇异特征向量矩阵。此处,最大奇异值的 $\eta\%$ 作为阈值来确定该奇异值是否显著。等式(9)两边同时右乘 V_s , 可将观测矩阵的维度压缩至 M , 即

$$\bar{Y}V_s = \Phi \underline{W} + \underline{N} \quad (11)$$

式中 $\underline{W} = \bar{W}V_s; \underline{N} = \bar{N}V_s$ 。由于观测矩阵 \bar{Y} 包含噪声, V_s 只是信号空间的一个估计值,而门限 η 的值也较难获取,上述实值变换方法不可避免地会带来性能损失。

2 新实值SBL方法

与现有实值SBL方法不同,为了避免 V_s 估计不准确带来的性能损失,新实值方法将 V_s 看成一个变量,拟在迭代过程中自适应地调整信号空间矩阵,从而获得更好的信道估计性能。为此,在式(9)中引入一个变量矩阵 $V \in \mathbf{R}^{M \times K}$, 即

$$\bar{Y} = \Phi \bar{W} V^T + \bar{N} \quad (12)$$

式中 $K = 2N_r$ 。根据子空间理论,若 V 张开的空间与信号空间一致,式(9)与式(12)等价。本小节的目标是在恢复稀疏矩阵 \bar{W} 的同时,自适应调整 V , 使其趋近于真实的信号空间。由于引入了变量矩阵 V , 信号空间矩阵和稀疏信号矩阵高度耦合,使得传统的SBL推断方案无法适用。在贝叶斯推断过程中,为了解决信号空间矩阵和稀疏信号矩阵的高度耦合问题,本文将引入列向量独立分解的贝叶斯变分假设^[11], 从而使得信号空间矩阵和稀疏信号矩阵成功解耦。

2.1 SBL建模

根据传统的稀疏贝叶斯模型,有

$$p(\bar{Y} | \bar{W}, \alpha) = N\left(\bar{Y} \left| \sum_{k=1}^K \Phi \bar{w}_k v_k^T, \alpha^{-1} I\right.\right) \quad (13)$$

式中 $v_k \in \mathbf{R}^{M \times 1}$, $\bar{w}_k \in \mathbf{R}^{\bar{L} \times 1}$ 分别代表 V 和 \bar{W} 的第 k 列向量; $\alpha = \sigma^{-2}$ 表示噪声精度。由于 α 未知,假设它服从伽马分布^[17]

$$p(\alpha) = \Gamma(\alpha; a, b) \quad (14)$$

式中 a, b 为趋近于0正数。为了将 \bar{W} 建模成行稀疏矩阵, \bar{W} 的每一行分配一个具有不同精度的高斯分布

$$p(\bar{W} | \delta) = \prod_{k=1}^K N(\bar{w}_k | 0, (\text{diag}(\delta))^{-1}) \quad (15)$$

式中 $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{\bar{L}}]^T$ 服从伽马分布

$$p(\delta) = \prod_{i=1}^{\bar{L}} \Gamma(\delta_i; a, b) \quad (16)$$

综合上述概率模型(13~16),联合概率密度函数可表示为

$$p(\bar{Y}, \bar{W}, \alpha, \delta) = p(\bar{Y} | \bar{W}, \alpha) p(\bar{W} | \delta) p(\delta) p(\alpha) \quad (17)$$

2.2 变分贝叶斯推断

直接计算后验概率密度函数 $p(\bar{W}, \alpha, \delta | \bar{Y})$ 难度较大,可采用变分贝叶斯推理获取后验概率的近似

结果。由于 \bar{W} 和 V 高度耦合,使得传统的 SBL 推断方案无法适用。为了应对该挑战,本文引入了列向量独立分析的贝叶斯变分假设^[11],即进一步将 \bar{W} 划分为 $\{\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_K\}$,并利用下列分解形式去近似概率密度函数

$$q(\boldsymbol{\Omega}) = \underbrace{\prod_{k=1}^K q(\bar{\mathbf{w}}_k)}_{q(\bar{W})} q(\alpha) q(\boldsymbol{\delta}) \quad (18)$$

式中 $\boldsymbol{\Omega} \triangleq \{\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_K, \alpha, \boldsymbol{\delta}\}$ 。最优的 $q(\boldsymbol{\Omega})$ 需最小化 Kullback-Leibler (KL) 散度^[18]

$$q^*(\boldsymbol{\Omega}) = \arg \min_{q(\boldsymbol{\Omega})} D_{KL}(q(\boldsymbol{\Omega}) \| p(\boldsymbol{\Omega} | Y)) \triangleq \arg \min_{q(\boldsymbol{\Omega})} \underbrace{\int q(\boldsymbol{\Omega}) \ln \frac{q(\boldsymbol{\Omega})}{p(\boldsymbol{\Omega} | Y)} d\boldsymbol{\Omega}}_{\triangleq U(q(\Omega_1), q(\Omega_2), q(\Omega_3))} \quad (19)$$

或等价于

$$\ln q^*(\Omega_i) \propto \langle \ln p(Y, \boldsymbol{\Omega}) \rangle_{\prod_{k \neq i} q^*(\Omega_k)} \quad \forall i \quad (20)$$

由于 $q^*(\Omega_i)$ 与其他 $q^*(\Omega_k)$ 有关,无法求得 $q^*(\Omega_i)$ 的闭式解。一种可行的替代方案是采用文献[19]中提出的交替更新算法迭代获得一个鞍点解。接下来,将详细讨论 $q(\bar{\mathbf{w}}_k)$ 、 $q(\alpha)$ 以及 $q(\boldsymbol{\delta})$ 的更新规则。需要强调的是,采用列向量独立分解的方法,可解耦 \bar{W} 和 V

$$\text{tr} \{ \boldsymbol{\Phi} \bar{\mathbf{w}}_k \mathbf{v}_k^T (\boldsymbol{\Phi} \bar{\mathbf{w}}_k \mathbf{v}_k^T)^T \} = \text{tr} \{ \boldsymbol{\Phi} \bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^T \boldsymbol{\Phi}^T \} \quad (21)$$

式(21)用到了 $\text{tr}\{AB\} = \text{tr}\{BA\}$ 及 $\|\mathbf{v}_k\|_2^2 = 1$ 。

在更新 $q(\bar{\mathbf{w}}_k)$ 时,忽略那些与 $\bar{\mathbf{w}}_k$ 无关的部分,有

$$\begin{aligned} \ln q^{\text{new}}(\bar{\mathbf{w}}_k) \propto \langle \ln p(\bar{Y} | \bar{W}, \alpha) + \ln p(\bar{W} | \boldsymbol{\delta}) \rangle_{\prod_{l \neq k} q(\bar{\mathbf{w}}_l) q(\alpha) q(\boldsymbol{\delta})} &\propto -\frac{1}{2} \hat{\alpha} \left\langle \left\| \bar{Y} - \sum_{k=1}^K \boldsymbol{\Phi} \bar{\mathbf{w}}_k \mathbf{v}_k^T \right\|_2^2 \right\rangle_{\prod_{l \neq k} q(\bar{\mathbf{w}}_l)} \\ &- \frac{1}{2} \bar{\mathbf{w}}_k^T \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\delta}}) \bar{\mathbf{w}}_k \propto -\frac{1}{2} \hat{\alpha} \left\| \underbrace{\bar{Y} - \sum_{l \neq k}^K \boldsymbol{\Phi} \mu_l \mathbf{v}_l^T}_{D_{-k}} - \boldsymbol{\Phi} \bar{\mathbf{w}}_k \mathbf{v}_k^T \right\|_2^2 - \frac{1}{2} \bar{\mathbf{w}}_k^T \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\delta}}) \bar{\mathbf{w}}_k \end{aligned} \quad (22)$$

式中: $\hat{\boldsymbol{\delta}} = [\hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2, \dots, \hat{\delta}_L]^T$, $\hat{\alpha}$ 和 $\hat{\delta}_l$ 分别代表 α 和 δ_l 的期望。显然, $q^{\text{new}}(\bar{\mathbf{w}}_k)$ 服从以下高斯分布

$$q^{\text{new}}(\bar{\mathbf{w}}_k) = N(\bar{\mathbf{w}}_k | \boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}) \quad (23)$$

式中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_k &= \hat{\alpha} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Phi}^T D_{-k} \mathbf{v}_k \\ \boldsymbol{\Sigma} &= (\hat{\alpha} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} + \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\delta}}))^{-1} \end{aligned} \quad (24)$$

在更新 $q(\alpha)$ 时,忽略那些与 α 无关的部分,有

$$\begin{aligned} \ln q^{\text{new}}(\alpha) \propto \langle \ln p(\bar{Y} | \bar{W}, \alpha) + \ln p(\alpha) \rangle_{q(\bar{W})} &\propto \frac{1}{2} MT \ln \alpha - \frac{1}{2} \alpha \left\langle \left\| \bar{Y} - \sum_{k=1}^K \boldsymbol{\Phi} \bar{\mathbf{w}}_k \mathbf{v}_k^T \right\|_2^2 \right\rangle_{q(\bar{W})} + \\ &(a-1) \ln \alpha - b \alpha \propto -\alpha \left(\underbrace{b + \frac{1}{2} \left(\left\| \bar{Y} - \sum_{k=1}^K \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\mu}_k \mathbf{v}_k^T \right\|_2^2 + K \text{tr}(\boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Phi}^T) \right)}_{b^*} \right) + \left(\frac{1}{2} MT + a - 1 \right) \ln \alpha \end{aligned} \quad (25)$$

因此, $q^{\text{new}}(\alpha)$ 服从以下伽马分布

$$q^{\text{new}}(\alpha) = \Gamma\left(\alpha; \frac{1}{2}MT + a, b^\alpha\right) \quad (26)$$

且

$$\hat{\alpha} \triangleq \langle \alpha \rangle_{q^{\text{new}}(\alpha)} = \frac{\frac{1}{2}MT + a}{b^\alpha} \quad (27)$$

在更新 $q(\delta)$ 时,忽略那些与 δ 无关的部分,有

$$\begin{aligned} \ln q^{\text{new}}(\delta_l) \propto & \langle \ln p(\bar{\mathbf{W}} | \delta) + \ln p(\delta) \rangle_{q(\bar{\mathbf{W}})} \propto \sum_{l=1}^L \frac{1}{2} \cdot K \ln \delta_l + \sum_{k=1}^K \left\langle -\frac{1}{2} \bar{\mathbf{w}}_k^T \text{diag}(\delta) \bar{\mathbf{w}}_k \right\rangle + \\ & \sum_{l=1}^L (a-1) \ln \delta_l - b \delta_l \propto \sum_{l=1}^L \left(a + \frac{1}{2}K - 1 \right) \ln \delta_l + \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \left\langle -\frac{1}{2} (\bar{w}_{lk})^2 \right\rangle \delta_l - \sum_{l=1}^L b \delta_l \propto \\ & \sum_{l=1}^L \left(a + \frac{1}{2}K - 1 \right) \ln \delta_l - \sum_{l=1}^L \left(b + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K [\underbrace{\boldsymbol{\mu}_k \boldsymbol{\mu}_k^T + \boldsymbol{\Sigma}}_{b^{\delta_l}}]_{ll} \right) \delta_l \end{aligned} \quad (28)$$

因此, $q^{\text{new}}(\delta_l)$ 服从以下伽马分布

$$q^{\text{new}}(\delta_l) = \Gamma\left(\delta_l; a + \frac{1}{2}K, b^{\delta_l}\right) \quad (29)$$

且

$$\hat{\delta}_l \triangleq \langle \delta_l \rangle_{q^{\text{new}}(\delta_l)} = \frac{a + \frac{1}{2}K}{b^{\delta_l}} \quad \forall l \quad (30)$$

最后, V 的更新可通过最小化目标函数(19)来获得。目标函数(19)对于 V 的导数可写成

$$\frac{\partial D_{\text{KL}}(q(\boldsymbol{\Omega}) \| p(\boldsymbol{\Omega} | Y))}{\partial V} \propto - \frac{\partial \left(\langle \ln p(\bar{Y} | \bar{\mathbf{W}}, V, \alpha) \rangle_{q(\bar{\mathbf{W}})q(\alpha)q(\delta)} \right)}{\partial V} \propto - \hat{\alpha} (V U^T \boldsymbol{\Phi}^T - \bar{Y}^T) \boldsymbol{\Phi} U - \hat{\alpha} V \text{tr}(\boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Phi}^T) \mathbf{I}_K \quad (31)$$

令式(31)等于0,可得

$$V^{\text{new}} = \frac{\bar{Y}^T \boldsymbol{\Phi} U}{U^T \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\Phi} U + \text{tr}(\boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Phi}^T) \mathbf{I}_K} \quad (32)$$

式中 $U = [\boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\mu}_2, \dots, \boldsymbol{\mu}_K]$ 。

为了能顺利运行该算法,需要对一些参数进行初始化: $a = b = 10^{-3}$, $\alpha = 1$, $\delta = \mathbf{1}$ 。然后,通过迭代更新(23,26,29,32)直至收敛,从而获得到近似的后验概率密度函数 $q(\bar{\mathbf{w}}_k)$ 、 $q(\alpha)$ 以及 $q(\delta)$ 。

2.3 网格更新

在实际大规模 MIMO 通信系统中, AOD 来自任何方向,与网格之间的角度不匹配问题难以避免。因此,将采用文献[9]中提出的离网模型来处理角度不匹配问题。若 $\theta_l \notin \{\tilde{\theta}_l\}_{l=1}^{\tilde{L}}$, 且 $\tilde{\theta}_{n_l}, n_l \in \{1, 2, \dots, \tilde{L}\}$ 是距离真实角度 θ_l 最近的网格点,那么可以把 θ_l 写成

$$\theta_l = \tilde{\theta}_{n_l} + \beta_{n_l} \quad (33)$$

式中 β_{n_l} 表示离网间距,且满足

$$\beta_{n_l} = \begin{cases} \theta_l - \tilde{\theta}_{n_l} & l = 1, 2, \dots, L \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (34)$$

由此,获得了一个离网模型^[9]

$$\bar{Y} = \Phi(\beta) \bar{W} V^T + \bar{N} \quad (35)$$

式中: $\Phi(\beta) = G\bar{A}(\beta)$, $\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_L]^T$, $\bar{A}(\beta) = [\bar{a}(\tilde{\theta}_1 + \beta_1), \dots, \bar{a}(\tilde{\theta}_L + \beta_L)]^T$ 。虽然引入了离网模型,但 $q(\bar{w}_k)$ 、 $q(\alpha)$ 以及 $q(\delta)$ 的更新规则依然适用。唯一不同的是,需将 Φ 替换为 $\Phi(\beta)$ 。忽略掉与 β 无关的部分,有

$$\langle \ln p(\bar{Y} | \bar{W}, \alpha, \beta) \rangle_{p(\bar{W} | \bar{Y}, \alpha, \delta, \beta)} \propto -\frac{1}{2} \alpha \left(\left\| \bar{Y} - \sum_{k=1}^K G\bar{A}(\beta) \mu_k \mathbf{v}_k^T \right\|_2^2 + \sum_{k=1}^K \text{tr}(G\bar{A}(\beta) \Sigma (G\bar{A}(\beta))^T) \right) \quad (36)$$

求 β 的导数,得

$$\zeta_\beta = [\zeta(\beta_1), \dots, \zeta(\beta_L)]^T \quad (37)$$

式中: $\zeta(\beta_l) = (\bar{a}'(\tilde{\theta}_l + \beta_l))^T G^T G \bar{a}(\tilde{\theta}_l + \beta_l) c_1 + (\bar{a}'(\tilde{\theta}_l + \beta_l))^T G^T c_2 \bar{a}'(\tilde{\theta}_l + \beta_l) = d\bar{a}(\tilde{\theta}_l + \beta_l)/d\beta_l$; $c_1 = -\alpha \left(\sum_{k=1}^K \chi_{kl} + \bar{\mu}_l V^T V \bar{\mu}_l^T \right)$; $c_2 = \alpha \left(\bar{Y}_{-l} V \bar{\mu}_l^T - \sum_{k=1}^K G \cdot \sum_{j \neq l} \chi_{jl} \bar{a}(\tilde{\theta}_j + \beta_j) \right)$, $\bar{Y}_{-l} = \bar{Y} - \sum_{j \neq l} G \bar{a}(\tilde{\theta}_j + \beta_j) \bar{\mu}_j V^T$, χ_{jl} 表示 Σ 的第 (j, l) 个元素, $\bar{\mu}_l$ 、 $\bar{\mu}_j$ 分别表示 U 的第 l, j 行。根据文献[9],可采用一步梯度更新方式

$$\beta^{\text{new}} = \beta + \frac{r}{100} \cdot \text{sign}(\zeta_\beta) \quad (38)$$

式中: $r = \pi/(\tilde{L} - 1)$ 表示网格间距; $\text{sign}(\cdot)$ 表示符号函数。

2.4 分析与讨论

本文所提方法计算复杂度的分析如下:(1)在更新式(23)中的 U 和 Σ 时,计算复杂度分别为 $O(K\tilde{L}^2)$ 和 $O(T\tilde{L}^2)$; (2)在更新式(26, 29, 32, 38)中的 $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\delta}$ 、 V 和 β 时,计算复杂度分别为 $O(T\tilde{L}^2)$ 、 $O(K\tilde{L})$ 、 $O(KT\tilde{L})$ 和 $O(TN\tilde{L})$ 。因此,本文所提方法在每一次迭代过程中总的计算复杂度为 $O(T\tilde{L}^2)$,这与文献[9, 10]中的方法具有相同的计算复杂度,如表1所示。然而,值得注意的是:(1)本文所提方法涉及到的矩阵运算均为实值运算。因此,与原始的 Off-grid SBL 方法相比,本文所提方法可以节省大量的计算。(2)虽然本文所提方法与文献[10]中的 Real-valued SBL 方法均为实值估计方法,具有相同的计算量。但是,本文所提方法能够表现出较为优异的估计性能。

表1 计算复杂度对比

Table 1 Computational complexity comparison

方法	计算复杂度
本文所提方法	$O(T\tilde{L}^2)$
Off-grid SBL方法 ^[9]	$O(T\tilde{L}^2)$
Real-valued SBL方法 ^[10]	$O(T\tilde{L}^2)$

由于式(23, 26, 29)的更新规则仅与 U 、 Σ 、 $\hat{\alpha}$ 以及 $\hat{\delta}_i$ 有关,所以只需要更新这几个参数即可。根据文献[19]提出的参数化转换方法,对应的子参数优化问题可表示为

$$(U^{(i+1)}, \Sigma^{(i+1)}) = \arg \min_{U, \Sigma} \mathcal{U}(U, \Sigma, \alpha^{(i)}, \delta^{(i)}, \beta^{(i)}) \quad (39)$$

$$\alpha^{(i+1)} = \arg \min_{\alpha} \mathcal{U}(U^{(i+1)}, \Sigma^{(i+1)}, \alpha, \delta^{(i)}, \beta^{(i)}) \quad (40)$$

$$\delta^{(i+1)} = \arg \min_{\delta} \mathcal{U}(U^{(i+1)}, \Sigma^{(i+1)}, \alpha^{(i+1)}, \delta, \beta^{(i)}) \quad (41)$$

$$\beta^{(i+1)} = \arg \min_{\beta} \mathcal{U}(U^{(i+1)}, \Sigma^{(i+1)}, \alpha^{(i+1)}, \delta^{(i+1)}, \beta) \quad (42)$$

式中上标 $(\cdot)^{(i)}$ 表示第 i 次迭代对应的值。根据文献[20]中的定理 2-b,交替优化算法生成的迭代序列收敛到优化问题(19)的一个鞍点解。

3 仿真结果与分析

将本文方法与下面4种方法进行比较: DFT方法^[5,21]、Overcomplete DFT方法^[8]、Off-grid SBL方法^[9]以及Real-valued SBL方法^[10]。3GPP空间信道模型(Spatial channel model, SCM)^[13]将用于生成CSI,下行链路的频率为2 170 MHz。为了确保信道估计结果具有统计特性,定义信道估计的标准化均方误差(Normalized mean square error, NMSE)为

$$\text{NMSE} = \frac{1}{M_{\text{ct}}} \sum_{m=1}^{M_{\text{ct}}} \frac{\|H_m^{\text{est}} - H_m\|_2^2}{\|H_m\|_2^2} \quad (43)$$

式中: H_m^{est} 表示 H_m 第 m 次的Monte Carlo实验; $M_{\text{ct}} = 500$ 表示Monte Carlo实验的总次数。

在实验1中,假设基站由配有100个阵元的ULA组成,每个MU配备了4根天线。图1中所有的结果对应于500次Monte Carlo实验的平均值,每一次实验均在 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 之间随机产生2个散射簇,且每个散射簇有10个子路径。将信噪比(Signal-to-noise rate, SNR)固定在0 dB。除了DFT方法外,其他方法的网格点数固定取值为150或200。图1给了不同算法的NMSE随训练导频数的变化情况。根据仿真实验结果可知,所有方法的NMSE都是随着训练导频数的增大而减小,其中DFT方法的性能最差,Overcomplete DFT方法次之。由于所提方法与现有SBL方法(Off-grid SBL方法、Real-valued SBL方法)均采用了离网模型,所以能够表现出较为优异的性能。特别是所提方法将信号空间矩阵看成一个变量,在估计过程中自适应地调整信号空间矩阵,有效地增强了信道估计性能。

在实验2中,除了将训练导频数固定在50,其他所有的实验条件与实验1相同。图2给了不同算法的NMSE随网格点数的变化情况。除DFT方法外,由于其余方法均采用了离网模型,所以其NMSE均

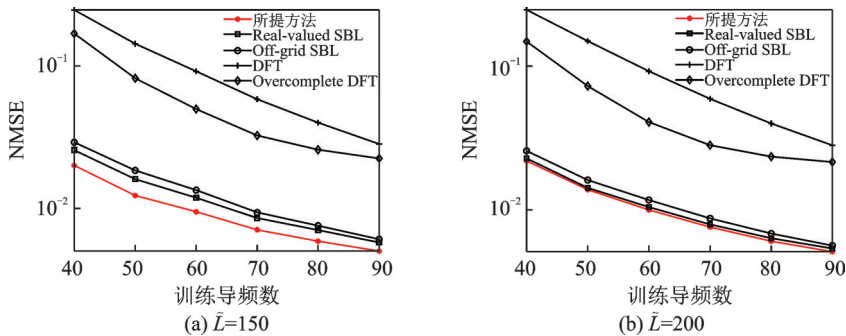


图1 不同算法的NMSE随训练导频数变化情况

Fig.1 NMSE curves of different algorithms versus number of training pilots

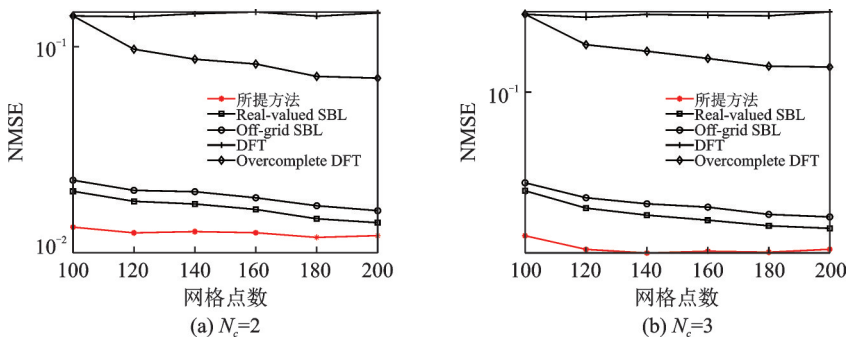


图2 不同算法的NMSE随网格点变化情况

Fig.2 NMSE curves of different algorithms versus number of grid points

随着网格点数的增大而呈现下降趋势。但从仿真结果可以看出,本文所提方法与现有SBL方法在处理方向不匹配问题上表现更为优异。总体来看,不管网格点的个数取多少,本文所提方法都会表现出比较优异的信道估计性能。

在实验3中,除了将训练导频数和网格点数分别固定在50和150,其他所有的实验条件保持不变。图3给了不同算法的NMSE随用户天线数的变化情况。仿真结果表明,DFT方法的性能最差,Overcomplete DFT方法次之,且这两种方法的表现性能不受用户天线数量的影响。基于SBL估计方法的NMSE均随着用户天线数量的增多而减小,Real-valued SBL方法较好于Off-grid SBL方法,本文所提方法估计性能显著优于其他方法。

在实验4中,除了将训练导频数、网格点数和用户天线数分别固定在50、150和4,其他所有的实验条件保持不变。图4给了不同算法的NMSE随信噪比的变化情况。仿真结果表明,Real-valued SBL方法和Off-grid SBL方法在高信噪比时的估计性能表现优异,在低信噪比时的估计性能低于DFT方法和Overcomplete DFT方法。本文所提方法估计性能在低信噪比时显著优于其他方法,在高信噪比时与Real-valued SBL方法和Off-grid SBL方法的性能表现基本持平。

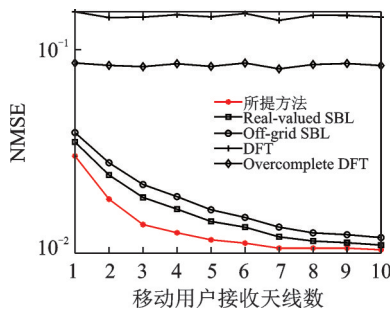


图3 不同算法的NMSE随用户天线数变化情况($N_c=2$)

Fig.3 NMSE curves of different algorithms versus number of user antennas with ($N_c=2$)

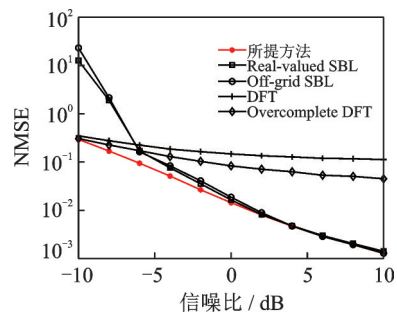


图4 不同算法的NMSE随信噪比变化情况($N_c=2$)

Fig.4 NMSE curves of different algorithms versus SNR with ($N_c=2$)

4 结束语

针对大规模MIMO系统下行信道估计中信号空间只能近似计算获得、不可避免地带来性能损失的问题,提出了一种具有较小计算复杂度的新实值化信道估计方法。该方法的主要思想是将信号空间矩阵看成一个变量,在估计过程中自适应地调整信号空间矩阵。为了解决信号空间矩阵和稀疏信号矩阵高度耦合的难题,进一步引入列向量独立分解的贝叶斯变分假设,成功将信号空间矩阵和稀疏信号矩阵解耦。实验结果表明,基于变分贝叶斯推断的新实值信道估计算法具有较优的性能。

参考文献

- [1] 戚晨皓, 黄永明, 金石. 大规模MIMO系统研究进展[J]. 数据采集与处理, 2015, 30(3): 544-551.
QI Chenhao, HUANG Yongming, JIN Shi. Overview of massive MIMO system[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2015, 30(3): 544-551.
- [2] 许耀华, 尤扬扬, 胡梦钰, 等. 基于SAOR的Massive MIMO系统信号检测算法[J]. 数据采集与处理, 2020, 35(1): 139-146.
XU Yaohua, YOU Yangyang, HU Mengyu, et al. SAOR-based signal detection algorithm for massive MIMO system[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2020, 35(1): 139-146.
- [3] 李赛峰, 王勇, 朱然刚, 等. 一种改进的基于压缩感知的稀疏信道估计算法[J]. 数据采集与处理, 2017, 32(4): 705-712.
LI Saifeng, WANG Yong, ZHU Rangang, et al. Improved sparse channel estimation algorithm based on compressive sensing

- [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2017, 32(4): 705-712.
- [4] GAO Z, DAI L, WANG Z, et al. Spatially common sparsity based adaptive channel estimation and feedback for FDD massive MIMO[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(23): 6169-6183.
- [5] RAO X, LAU V K N. Distributed compressive CSIT estimation and feedback for FDD multi-user massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(12): 3261-3271.
- [6] GAO Z, ZHANG C, WANG Z, et al. Priori-information aided iterative hard threshold: A low-complexity high-accuracy compressive sensing based channel estimation for TDS-OFDM[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2014, 14(1): 242-251.
- [7] WEN C K, JIN S, WONG K K, et al. Channel estimation for massive MIMO using Gaussian-mixture Bayesian learning[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2014, 14(3): 1356-1368.
- [8] DING Y, RAO B D. Dictionary learning-based sparse channel representation and estimation for FDD massive MIMO systems [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(8): 5437-5451.
- [9] DAI J, LIU A, LAU V K N. FDD massive MIMO channel estimation with arbitrary 2D-array geometry[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(10): 2584-2599.
- [10] ZHOU L, CAO Z, DAI J. Real-valued sparse Bayesian learning approach for massive MIMO channel estimation[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2019, 9(3): 311-315.
- [11] CAO Z, DAI J, XU W, et al. Fast variational bayesian inference for temporally correlated sparse signal recovery[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2021, 28: 214-218.
- [12] TSE D, VISWANATH P. Fundamentals of wireless communication[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
- [13] 3GPP. Universal mobile telecommunications system (UMTS): Spatial channel model for multiple input multiple output (MIMO) simulations[EB/OL]. (2020-09-01) [2021-07-01]. https://www.etsi.org/deliver/etsi_tr/125900_125999/125996/11.00.00_60/tr_125996v110000p.pdf.
- [14] YANG Z, XIE L, ZHANG C. Off-grid direction of arrival estimation using sparse Bayesian inference[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 61(1): 38-43.
- [15] DAI J, XU X, ZHAO D. Direction-of-arrival estimation via real-valued sparse representation[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, 2013, 12: 376-379.
- [16] HUANG K C, YEH C C. A unitary transformation method for angle-of-arrival estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1991, 39(4): 975-977.
- [17] TIPPING M E. Sparse Bayesian learning and the relevance vector machine[J]. Journal of Machine Learning Research, 2001, 1: 211-244.
- [18] TZIKAS D G, LIKAS A C, GALATSANOS N P. The variational approximation for Bayesian inference[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(6): 131-146.
- [19] DAI J, LIU A, LAU V K N. Joint channel estimation and user grouping for massive MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(3): 622-637.
- [20] RAZAVIYAYN M. Successive convex approximation: Analysis and applications[D]. Minnesota:University of Minnesota, 2014.
- [21] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.

作者简介:



戴继生(1982-),通信作者,男,博士,教授,研究方向:信道估计、阵列信号处理、稀疏信号处理,E-mail: js-dai@ujcs.edu.cn。



尚河坤(1996-),男,硕士研究生,研究方向:信道估计,E-mail: 2211907029@stmail.ujcs.edu.cn。