

基于因子图结合卡方检测的多AUV协同定位方法

涂 豫¹, 李国胜², 覃羨烘³

(1. 河南工业职业技术学院, 南阳 473000; 2. 华中科技大学计算机科学与技术学院, 武汉 430074; 3. 郑州大学信息工程学院, 郑州 450001)

摘要: 针对复杂的水下环境导致水声通信噪声出现异常值的问题, 提出一种基于因子图结合卡方检测的多AUV协同定位算法。建立因子图模型将全局函数估计问题转化为局部函数和积估计问题, 利用卡方检测测距噪声异常值。所提算法在测距噪声存在异常值情况下, 与传统Kalman滤波算法相比定位误差大幅减小。该研究进行了数学仿真验证, 验证了所提算法可以有效提高系统的定位稳定性, 处理测距噪声异常值对定位性能的影响。

关键词: 自主水下航行器; 协同定位; 因子图; 噪声异常; 卡方检测

中图分类号: TN911.2; TP24; TJ67 **文献标志码:** A

Multi-AUV Cooperative Localization Method Based on Factor Graph Combined with Chi-Square Detection

TU Yu¹, LI Guosheng², QIN Xianhong³

(1. Henan Polytechnic Institute, Nanyang 473000, China; 2. School of Computer Science & Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China; 3. School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: In order to solve the problem of abnormal value of underwater acoustic communication noise caused by complex underwater environment, a multi-AUV cooperative localization algorithm based on factor graph and chi-square detection is proposed. A factor graph model is developed to transform the global function estimation problem into a local function and product estimation problem, using cardinality to detect ranging noise outliers. The proposed algorithm significantly reduces the localization error compared with the conventional Kalman filtering algorithm in the presence of ranging noise outliers. The study is validated with mathematical simulations, showing that the proposed algorithm can effectively improve the positioning stability of the system and deal with the effects of ranging noise outliers on the positioning performance.

Key words: autonomous underwater vehicle; cooperative localization; factor graph; abnormal noise; chi-square detection

引 言

多自主水下航行器(Autonomous underwater vehicle, AUV)集群在水下军事勘探、深海海洋勘察、生物监测等领域得到了广泛的应用^[1]。获取准确的位置信息是确保多AUV集群成功、高效执行任务的重要前提^[2-3]。在恶劣的水下环境下,AUV的高精度导航已成为一个紧迫而艰巨的挑战^[4-5]。“多AUV协同定位”(Cooperative localization, CL)是一种新的水下定位技术,主-从式多AUV协同定位系统可利用水声设备和低精度导航设备实现高精度水下定位,具有可期的研究前景^[6]。

传统Kalman滤波是航行器导航定位中常用的技术手段^[7]。但在协同定位系统中,当水声测距信息数量变化时,滤波算法的量测方程维数需要随时变化不利于计算。因子图(Factor graph, FG)将全局函数划分为局部函数,捕获数据的高阶统计信息,而不是常用的二阶统计信息^[8-9],因子图相对于曼滤波方法最大的优势在于“即插即用”,更适用于实际的CL系统。文献[10]研究了一种基于FG关联状态与量测模型的定位方法,利用地磁匹配信息抑制算法误差,并进行了跑车试验;文献[11]结合FG提出了一种采用概率图模型的估计USV位置算法,可有效获得USV位置信息。上述方法都假设观测噪声为Gauss噪声,但在水下经常会出现一些特殊情况,复杂的水下环境很可能导致水声测距信息随时出现噪声异常值,这将严重影响AUV位置估计性能。因此,融合异常值信息的CL算法是水下机器人面临的主要挑战^[12]。

卡方(χ^2)检测方法可以用来反映观测信息与估计信息之间的偏离程度,常用于检测突变异常数据^[13]。为了保障CL稳定性,本文提出一种将FG结合 χ^2 检测的CL算法来计算测距噪声存在异常值时系统的位置信息。通过仿真实验验证,所提CL算法可有效抑制噪声异常值对AUV位置信息估计的影响,适用于水下多AUV协同定位问题。

1 多AUV协同定位系统模型

在实际的水下定位中,AUV的深度信息不会影响水平位置误差。因此,可将三维运动学模型投影在二维水平面,简化分析CL问题^[14],如图1所示。

从-AUV的位置状态为 (x_k, y_k) ,表示在 t_k 时刻的位置坐标。

$$\begin{cases} x_k = x_{k-1} + \Delta t \hat{v}_k \cos \hat{\theta}_k + \omega_k^x \\ y_k = y_{k-1} + \Delta t \hat{v}_k \sin \hat{\theta}_k + \omega_k^y \end{cases} \quad (1)$$

式中: x_k 和 y_k 分别为 t_k 时刻从-AUV的东向和北向位置, Δt 为采样间隔, \hat{v}_k 为从-AUV在 t_k 时刻的前向速度, $\hat{\theta}_k$ 为航向角, ω_k^x 和 ω_k^y 分别为 t_k 时刻从-AUV的东向和北向噪声。

所对应的离散状态方程为

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{f}(\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{u}_k) + \boldsymbol{\omega}_{k-1} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{X}_k = [x_k, y_k]$ 为位置向量; $\mathbf{u}_k = [\hat{v}_k, \hat{\theta}_k]$ 为传感器输入;状态函数 $\mathbf{f}(\mathbf{X}_k, \mathbf{u}_k) = \begin{bmatrix} x_k + \Delta t \hat{v}_k \cos \hat{\theta}_k \\ y_k + \Delta t \hat{v}_k \sin \hat{\theta}_k \end{bmatrix}$;

$\boldsymbol{\omega}_k = [\omega_k^x, \omega_k^y]$ 为 $\boldsymbol{\omega}_k$ 时刻系统过程噪声。

相对距离关系为

$$d_k = \sqrt{(x_k^m - x_k)^2 + (y_k^m - y_k)^2 + (h_k^m - h_k)^2} \quad (3)$$

式中: h_k^m 和 h_k 分别为主-AUV与从-AUV的深度信息,可由压力传感器获得,无须计算。将三维距离测

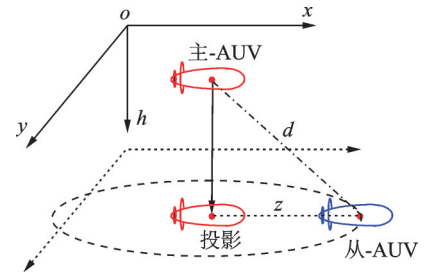


图1 三维运动学模型在二维水平面的投影

Fig.1 Projection of 3D kinematic model on 2D horizontal plane

量简化为二维距离测量,则有

$$Z_k = h(\mathbf{X}_k^m, \mathbf{X}_k, k) + v_k = \sqrt{(x_k^m - x_k)^2 + (y_k^m - y_k)^2} + v_k \quad (4)$$

式中: $\mathbf{X}_k^m = [x_k^m, y_k^m]^T$ 为主-AUV在 t_k 时刻得到主-AUV的坐标, v_k 为量测噪声。

2 因子图与卡方检测

2.1 因子图与和积算法

FG包括变量和函数两种节点。函数节点代表的是局部函数,而与其相连的那些变量是其自身相关的自变量^[11,15]。例如, $g(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3)$ 是包含4个变量的全局函数, g_1, g_2, g_3 这3个是组成它的局部函数。

$$g(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3) = g_1(\mathbf{X}_1) \cdot g_2(\mathbf{X}_1) \cdot g_3(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3) \quad (5)$$

此全局函数的FG模型如图2所示。基于FG的问题通过“置信度信息”(Belief information, BI)在FG中传递。 $BI(g_i, \mathbf{X}_j)$ 为 g_i 到 \mathbf{X}_j 的置信度信息, $BI(\mathbf{X}_j, g_i)$ 为 \mathbf{X}_j 到 g_i 的置信度信息, $i = 1, 2, 3, j = 1, 2, 3$ 。

BI表示变量的概率密度分布(PDF)。整个过程通过和积算法实现。如图2所示,以 \mathbf{X}_1 为例说明节点间BI需满足以下规则:

(1)从 \mathbf{X}_1 传递至 g_3 的BI是所有来自其他相邻函数节点到 \mathbf{X}_1 的BI的乘积。

$$BI(\mathbf{X}_1, g_3) = BI(g_1, \mathbf{X}_1) \cdot BI(g_2, \mathbf{X}_1) \quad (6)$$

(2) g_3 传递至 \mathbf{X}_1 的BI是所有相邻变量节点传递至 g_3 的BI与包含这些变量的函数的BI乘积,然后再对所有除此变量外的相关变量做积分所得。

$$BI(g_3, \mathbf{X}_1) = \iint_{\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3} g_3(\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3, \mathbf{X}_4) \cdot BI(\mathbf{X}_2, g_3) \cdot BI(\mathbf{X}_3, g_3) d\mathbf{X}_2 d\mathbf{X}_3 \quad (7)$$

(3)由以上两个规则可推导出, \mathbf{X}_1 的BI等于所有相邻的函数节点到 \mathbf{X}_1 的BI的乘积。

$$BI(\mathbf{X}_1) = BI(g_1, \mathbf{X}_1) \cdot BI(g_2, \mathbf{X}_1) \cdot BI(g_3, \mathbf{X}_1) \quad (8)$$

2.2 残差 χ^2 检测

量测残差可以表示为

$$\delta Z_k = Z_k - \hat{Z}_{k/k-1} \quad (9)$$

式中: Z_k 为实际测距, $\hat{Z}_{k/k-1}$ 为系统测距预测值。

水声测距残差 δZ_k 的方差为

$$C_{\delta z, k} = \frac{1}{p} \sum_{i=k-p}^{k-1} (Z_i - \hat{Z}_i)(Z_i - \hat{Z}_i)^T \quad (10)$$

式中: p 为采样周期常数,通常取值为5~10。

当水声声测距噪声存在异常值时, δZ_k 便不再服从Gauss分布, δZ_k 的统计特性即可判断系统是否故障。构造统计量

$$\lambda_k = \delta Z_k^T \cdot C_{\delta z, k}^{-1} \cdot \delta Z_k \quad (11)$$

式中: $\lambda_k \sim \chi^2(m)$, m 为量测方程维数。故障判定准则为:若 $\lambda_k > \chi_\alpha^2$ 判定CL系统测距噪声异常; $\lambda_k \leq \chi_\alpha^2$ 判定CL系统正常。 χ_α^2 为检测门限, α 为虚警率。利用残差 χ^2 检验法可以完成对突变噪声的检测。

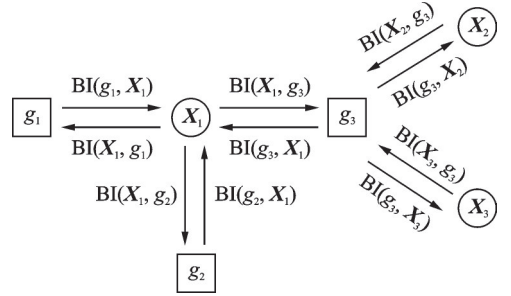


图2 FG模型示意图

Fig.2 Schematic diagram of FG model

3 基于因子图与 χ^2 检测的协同定位

将CL问题简化为多个一维问题, x 轴坐标和 y 轴坐标分别用FG中的两组节点表示这两个一维问题。如图3所示, A_i, B_i, C_i, D_i, E_i 为函数节点; $\hat{x}_k^*, \hat{y}_k^*, x_k, y_k, \Delta x_i, \Delta y_i, d_i$ 为变量节点; i 表示为第 i 条主-AUV。

函数节点 C_i, D_i 的约束关系为

$$\begin{cases} \Delta x_i = x_i^m - x \\ \Delta y_i = y_i^m - y \end{cases} \quad (12)$$

函数节点 E_i 的约束关系为

$$\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 = d_i^2 \quad (13)$$

式中: x_i^m, y_i^m 表示第 i 个主-AUV的位置; d_i 为水平距离。

假设CL中所有变量的PDF都服从Gauss分布。在这种假设情况下,从-AUV的输入信息,以及测距信息的PDF为

$$\begin{cases} v \sim N(\mu_v, \sigma_v^2) \\ \theta \sim N(\mu_\theta, \sigma_\theta^2) \\ d \sim N(\mu_d, \sigma_d^2) \end{cases} \quad (14)$$

在AUV开始时,通常可以确定初始位置。CL算法具体步骤为:

(1)初始化

在CL初始时刻,从-AUV的初始位置确定为

$$\hat{x}_k^* = x_0, \sigma_{\hat{x}_k^*}^2 = \sigma_{x_0}^2, \hat{y}_k^* = y_0, \sigma_{\hat{y}_k^*}^2 = \sigma_{y_0}^2$$

(2)更新 \hat{x}_k^* 和 \hat{y}_k^*

在非初始时刻,位置状态计算为

$$\begin{cases} \hat{x}_k^* = \hat{x}_{k-1} + \Delta t \hat{v}_k \cos \hat{\theta}_k \\ \hat{y}_k^* = \hat{y}_{k-1} + \Delta t \hat{v}_k \sin \hat{\theta}_k \end{cases} \quad (15)$$

假设速度的期望和方差分别为 μ_v 和 σ_v^2 ,航向的期望和方差分别为 μ_θ 和 σ_θ^2 。由于速度与航向无关,所以 $\text{cov}(v, \theta) = 0$

从-AUV位置状态的期望和方差分别为

$$\begin{cases} E(\hat{x}_k^*) = E(\hat{x}_{k-1}) + \Delta t (\mu_v \cos \mu_\theta - \frac{\sigma_\theta^2 \mu_v \cos \mu_\theta}{2}) \\ E(\hat{y}_k^*) = E(\hat{y}_{k-1}) + \Delta t (\mu_v \sin \mu_\theta - \frac{\sigma_\theta^2 \mu_v \sin \mu_\theta}{2}) \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} D(\hat{x}_k^*) = D(\hat{x}_{k-1}) + (\Delta t \cos \mu_\theta \sigma_v)^2 + (\Delta t \mu_v \sin \mu_\theta \sigma_\theta)^2 \\ D(\hat{y}_k^*) = D(\hat{y}_{k-1}) + (\Delta t \sin \mu_\theta \sigma_v)^2 + (\Delta t \mu_v \cos \mu_\theta \sigma_\theta)^2 \end{cases} \quad (17)$$

从-AUV航位推算位置的期望和方差由式(16)和式(17)更新。

第 i 次迭代后,计算得到 x_k 和 y_k 的概率密度分布为

$$\begin{cases} x \sim N(x, \mu_x, \sigma_x^2) \\ y \sim N(y, \mu_y, \sigma_y^2) \end{cases} \quad (18)$$

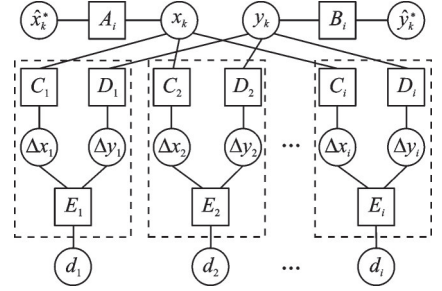


图3 基于FG的CL算法示意图

Fig.3 Schematic diagram of CL algorithm based on FG

式中 $\mu_x, \sigma_x^2, \mu_y, \sigma_y^2$ 可由式(19)得到

$$\begin{cases} \frac{1}{\sigma_x^2} = \frac{1}{D(\hat{x}_k^*)} + (1-\rho) \cdot \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_{x_i}^2} \\ \frac{1}{\sigma_y^2} = \frac{1}{D(\hat{y}_k^*)} + (1-\rho) \cdot \sum_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_{y_i}^2} \\ \mu_x = \sigma_x^2 \left(\frac{\hat{x}_k^*}{D(\hat{x}_k^*)} + (1-\rho) \cdot \sum_{i=1}^N \frac{\mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}^2} \right) \\ \mu_y = \sigma_y^2 \left(\frac{\hat{y}_k^*}{D(\hat{y}_k^*)} + (1-\rho) \cdot \sum_{i=1}^N \frac{\mu_{y_i}}{\sigma_{y_i}^2} \right) \end{cases} \quad (19)$$

式中: N 为从-AUV 同时观测到的量测信息的数量, μ_{x_i} 和 μ_{y_i} 为第 i 个主-AUV 估计的位置坐标的数学期望观测信息; $\sigma_{x_i}^2$ 和 $\sigma_{y_i}^2$ 为第 i 个主-AUV 估计的位置坐标的方差; ρ 为 χ^2 检测的异常值标志位, 若 $\lambda_k > \chi_a^2$, 则 $\rho = 1$, 若 $\lambda_k \leq \chi_a^2$, 则 $\rho = 0$ 。

(3)更新 C_i 和 D_i

从函数节点 C_i, D_i 传递到变量节点 Δx_i 和 Δy_i 的 PDF 可以分别表示为

$$\begin{cases} N(\Delta x_i, x_i^m - \mu_x, \sigma_x^2) \\ N(\Delta y_i, y_i^m - \mu_y, \sigma_y^2) \end{cases}$$

从函数节点 C_i, D_i 传递到变量节点 x_k 和 y_k 的 PDF 可以分别表示为

$$\begin{cases} N(\Delta x_i, x_i^m - \mu_{x_i}, \sigma_{x_i}^2) \\ N(\Delta y_i, y_i^m - \mu_{y_i}, \sigma_{y_i}^2) \end{cases}$$

(4)更新 E_i

根据勾股定理, 变量节点 Δx_i 和 Δy_i 之间的约束可以描述为

$$d_i^2 = \Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 \quad (20)$$

从函数节点 E_i 传递到变量节点 Δx_i 和 Δy_i 的 PDF 可分别表示为

$$\begin{cases} N\left(\Delta x_i, \pm \sqrt{d_i^2 - (\Delta y_i^*)^2}, \frac{(\Delta y_i^*)^2 \sigma_{y_i}^2 + d_i^2 \sigma_{d_i}^2}{d_i^2 - (\Delta y_i^*)^2}\right) \\ N\left(\Delta y_i, \pm \sqrt{d_i^2 - (\Delta x_i^*)^2}, \frac{(\Delta x_i^*)^2 \sigma_{x_i}^2 + d_i^2 \sigma_{d_i}^2}{d_i^2 - (\Delta x_i^*)^2}\right) \end{cases} \quad (21)$$

式中: Δx_i 和 Δy_i 分别表示在之前的迭代中主-AUV 与从-AUV 的 x 轴和 y 轴坐标差值, $\sigma_{x_i}^2$ 和 $\sigma_{y_i}^2$ 为相应的方差。

4 仿真实验分析

在协同定位系统中, 主-AUV 装备高精度惯性导航系统(INS), 从-AUV 装备低精度的罗盘用来提供航向。主-AUV 与从-AUV 均装备 DVL 及声呐, 用来实现 AUV 中间的相互距离测量与通信, 图 4 为传感器布局及通信示意图。

本文通过数值仿真实验对因子图结合 χ^2 检测算法处理水声测距噪声异常值影响的有效性进行验证。由于 AUV 的深度信息通常由深度传感器直接测得, 且各 AUV 的深度不会影响水平位置的计算, 因此该仿真实验中不考虑 AUV 深度信息。仿真实验中设置声信号在水中的传播速度为 1 531 m/s。图

5为主-从AUV在平面直角坐标系中的运动轨迹,AUV坐标单位为m。

其中两艘为主-AUV,设置主-AUV起始坐标分别为(2 000,1 000)和(4 000,1 000),一艘从-AUV的起始坐标为(3 000,2 000);初始航向角均为30°,航向角速率为0.005 (°)/s;主从-AUV航行速度均为5 m/s;采样频率为1 Hz;总实验时间为3 600 s。仿真实验模拟传感器设置参数如下:主-AUV航向角噪声均值为0,方差为(0.5°)²,从-AUV航向角噪声的均值为0,方差为(0.8°)²;航向漂移为3(°)/h;量测噪声的均值为0,方差为(5 m)²,且两个水声测距值是独立的、无关的。仿真参数设置符合实际水下协同定位系统实验。航位推算、基于EKF算法和FG算法的CL误差曲线如图6所示。



图4 水下声学通信示意图

Fig.4 Schematic diagram of underwater acoustic communication

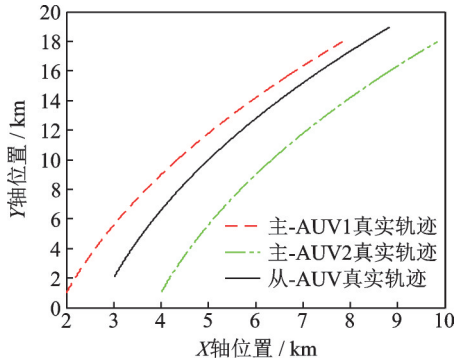


图5 主-AUV和从-AUV的基准航行轨迹
Fig.5 Reference trajectories of master-AUV and slave-AUV

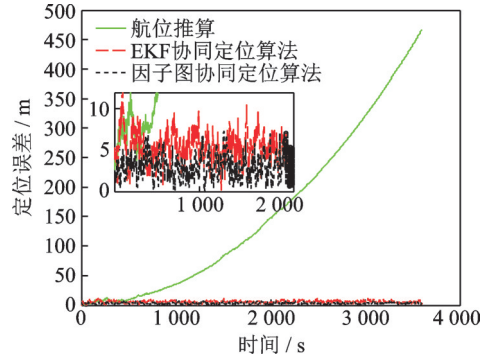


图6 从-AUV定位误差对比图
Fig.6 Slave-AUV positioning error comparison diagram

为了模拟实际水声测距噪声出现异常值,在仿真实验中加入如图7所示的突变测距噪声。

由水下特殊环境导致的测距噪声异常值严重影响AUV定位精度。此时,利用残差 χ^2 检验法构造 χ^2 统计量,检测测距残差的变化,将噪声异常值当做系统故障处理,舍弃异常时刻的测距信息,可以有效减小CL误差。接下来将基于图7的测距误差对CL系统仿真实验。

设置 χ^2 检测的误警率为0.01,查 χ^2 分布临界值表得对应的门限值为6.635; χ^2 检测结果如图8所示。

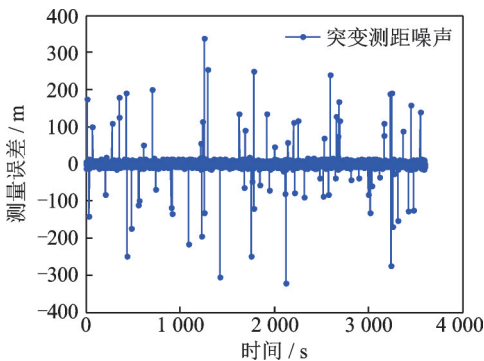


图7 多AUV系统测距噪声异常值
Fig.7 Multi-AUV system noise outliers

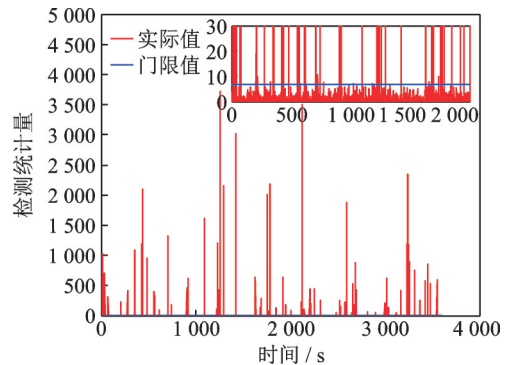


图8 卡方检测的测距噪声异常值检验统计量
Fig.8 Test statistics of ranging noise outliers detected by chi-square

分别应用FG和FG结合卡方检测算法估计从-AUV轨迹曲线和定位误差曲线如图9、10所示。

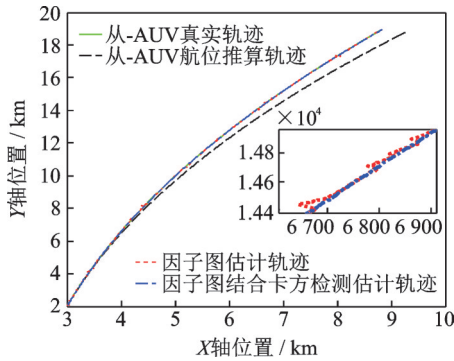


图9 测距噪声异常值情况下从-AUV 轨迹曲线对比图

Fig.9 Comparison of slave-AUV trajectory curve in the case of abnormal value of ranging noise

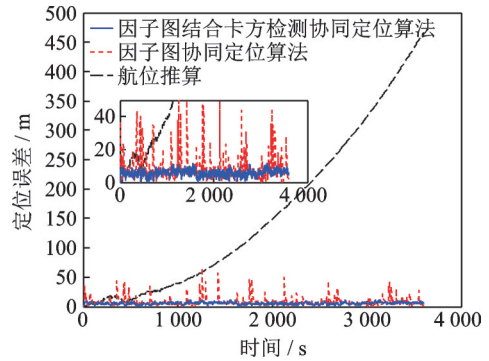


图10 测距噪声异常值情况下从-AUV 定位误差对比图

Fig.10 Comparison of slave-AUV positioning error in case of abnormal value of ranging noise

各算法定位误差的均值和均方根误差如图11所示。在如图7所示测距噪声条件下,FG算法的平均误差为7.82 m,均方根误差为10.36 m;FG结合卡方检测算法的平均误差为5.67 m,均方根误差为5.99 m。

总结上述实验,基于EKF的CL算法精度低于基于FG的CL算法精度,因子图更适用于协同定位系统的实际应用。在测距噪声异常的情况下,本文所提出的基于FG结合 χ^2 检测的协同导航方法具有更高的定位精度,适用于解决测距噪声出现异常值情况下的CL问题。

5 结束语

本文提出的因子图与卡方检测结合定位方案,在水声测距系统出现测距噪声异常值情况下,可提高协同定位可靠性。具体优势如下:

(1) 所提算法计算过程简便,易于实现,在水声测距噪声为高斯噪声前提下,具有很好的定位稳定性。

(2) 在水下声学测距噪声出现异常值时,所提算法可有效抑制量测噪声的干扰并具有足够的稳定性,可保证水下协同定位系统安全健康运行。

参考文献:

[1] 魏娜, 刘明雍, 程为彬. 基于D-S证据论的多AUV协同搜索决策[J]. 现代电子技术, 2020, 43(11): 15-19.
WEI Na, LIU Mingyong, CHENG Weibin. Decision of multi-AUV cooperative search based on D-S evidence theory[J]. Modern Electronic Technology, 2020, 43(11): 15-19.

[2] HUANG Yulong, ZHANG Yonggang, XU Bo. A new adaptive extended Kalman filter for cooperative localization[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2017, 54(1): 353-368.

[3] YAN Jing, GUO Dongbo, LUO Xiaoyuan. AUV-aided localization for underwater acoustic sensor networks with current field

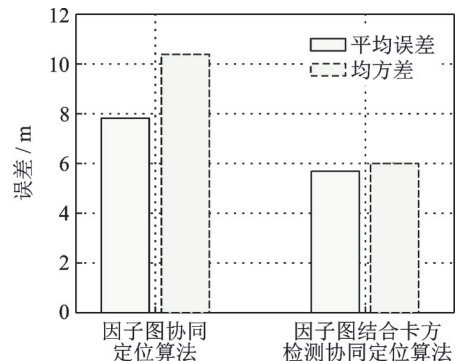


图11 水声噪声异常值情况下各算法定位误差比较

Fig.11 Comparison of positioning errors of various algorithms in the case of abnormal values of underwater acoustic noise

- estimation[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(8): 8855-8870.
- [4] YU Xue, CHEN Weineng, HU Xiaoming, et al. Path planning in multiple-AUV systems for difficult target traveling missions: A hybrid metaheuristic approach[J]. IEEE Transactions on Cognitive and Developmental Systems, 2020, 12(3): 561-574.
- [5] 黄玉龙,张勇刚,赵玉新. 自主水下航行器导航方法综述[J]. 水下无人系统学报, 2019, 27(3): 232-253.
HUANG Yulong, ZHANG Yonggang, ZHAO Yuxin. Review of autonomous undersea vehicle navigation methods[J]. Journal of Underwater Unmanned Systems, 2019, 27(3): 232-253.
- [6] 徐博,李盛新,王连钊,等. 一种基于自适应神经模糊推理系统的多AUV协同定位方法[J]. 中国惯性技术学报, 2019, 27(4): 440-447.
XU Bo, LI Shengxin, WANG Lianzhao, et al. A multi-AUV cooperative localization method based on adaptive neuro-fuzzy inference system[J]. Chinese Journal of Inertial Technology, 2019, 27(4): 440-447.
- [7] 吴孙勇,姚明明,薛秋条,等. 宽带波达方向估计的辅助粒子滤波算法[J]. 信号处理, 2019, 35(7): 1275-1280.
WU Sunyong, YAO Mingming, XUE Qiutiao, et al. Auxiliary particle filtering algorithm for direction of arrival estimation of wideband signal[J]. Signal Processing, 2019, 35(7): 1275-1280.
- [8] 马晓爽,刘锡祥,张同伟,等. 基于因子图的AUV多传感器组合导航算法[J]. 中国惯性技术学报, 2019, 27(4): 454-459.
MA Xiaoshuang, LIU Xixiang, ZHANG Tongwei, et al. AUV multi-sensor integrated navigation algorithm based on factor graph[J]. Chinese Journal of Inertial Technology, 2019, 27(4): 454-459.
- [9] 朱晓晗,陈帅,蒋长辉,等. 基于因子图的组合导航方法及其可行性研究[J]. 光电与控制, 2019, 26(4): 66-70.
ZHU Xiaohan, CHEN Shuai, JIANG Changhui, et al. Integrated navigation based on graph optimization method and its feasibility[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(4): 66-70.
- [10] 张靖,王向东,邓志宝,等. 一种基于因子图的异步信息融合定位算法[J]. 导弹与航天运载技术, 2019(3): 89-95.
ZHANG Jing, WANG Xiangdong, DENG Zhibao, et al. An asynchronous information fusion positioning algorithm based on factor graph[J]. Missiles and Space Vehicles, 2019(3): 89-95.
- [11] 孙鑫,姜静. 基于因子图的USV位置估计算法[J]. 沈阳理工大学学报, 2018, 37(6): 75-80.
SUN Xin, JIANG Jing. USV location estimation algorithm based on factor graph[J]. Journal of Shenyang Ligong University, 2018, 37(6): 75-80.
- [12] 于晓庆,姜斌,张柯. 传感器微小故障诊断及在电机上的应用[J]. 南京航空航天大学学报, 2018, 50(3): 321-328.
YU Xiaqing, JIANG Bin, ZHANG Ke. Diagnosis of incipient sensor faults and application in motors[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2018, 50(3): 321-328.
- [13] 傅军,韩洪祥,戴海发. 基于改进新息序列的组合导航系统缓变故障检测方法[J]. 农业机械学报, 2020, 51(3): 28-33, 50.
FU Jun, HAN Hongxiang, DAI Haifa. Detection method of mitigating fault of combined navigation system based on improvement of new interest sequence[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2020, 51(3): 28-33, 50.
- [14] KIM J. Cooperative localization and unknown currents estimation using multiple autonomous underwater vehicles[J]. IEEE Robotics and Automation letters, 2020, 5(2): 2365-2371.
- [15] FAN Shiwei, ZHANG Ya, YU Chunyang, et al. An advanced cooperative positioning algorithm based on improved factor graph and sum-product theory for multiple AUVs[J]. IEEE Access, 2019, 7: 67006-67017.

作者简介:



涂豫(1976-),通信作者,女,副教授,研究方向:电子通信、计算机应用, E-mail:tuyutuyu1976@163.com。



李国胜(1975-),男,高级实验师,研究方向:测试计量技术及仪器。



覃焱烘(1998-),男,硕士研究生,研究方向:机器人。

(编辑:夏道家)