

基于信息熵的加权块稀疏子空间聚类算法

龙咏红¹, 邓秀勤¹, 王卓薇², 刘玉兰^{1,3}

(1. 广东工业大学应用数学学院, 广州 510006; 2. 广东工业大学计算机学院, 广州 510006; 3. 南京大学计算机软件新技术国家重点实验室, 南京 210093)

摘要: 稀疏子空间聚类(Sparse subspace clustering, SSC)算法在处理高光谱遥感影像时, 地物的划分精度较低, 为了提高地物划分精度, 本文提出了一种基于信息熵的加权块稀疏子空间聚类算法(Weighted block sparse subspace clustering algorithm based on information entropy, EBSSC)。信息熵权重与块对角约束的引入, 可以在仿真实验前获得两像素属于同一类别的先验概率, 从而正向干预模型求解出的解趋于块对角结构的最优近似解, 使模型获得对抗噪声和异常值的性能, 从而提高模型分类的判别能力, 以获得更好的地物划分精度。在3个经典高光谱遥感数据集上的实验结果表明, 本文算法聚类高光谱影像的效果优于现有的几个经典流行的子空间聚类算法。

关键词: 信息熵; 稀疏子空间聚类; 块稀疏子空间聚类; 高光谱遥感影像

中图分类号: TP751.1 **文献标志码:** A

Weighted Block Sparse Subspace Clustering Algorithm Based on Information Entropy

LONG Yonghong¹, DENG Xiuqin¹, WANG Zhuwei², LIU Yulan^{1,3}

(1. School of Applied Mathematics, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China; 2. School of Computers, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China; 3. State Key Laboratory for Novel Software Technology, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

Abstract: When the sparse subspace clustering algorithm processes hyperspectral remote sensing images, the classification accuracy of features is low. In order to improve the accuracy of feature classification, this paper proposes a weighted block sparse subspace clustering algorithm based on information entropy (EBSSC). The introduction of information entropy weight and block diagonal constraint can obtain the prior probability that two pixels belong to the same category before the simulation experiment, so that the solution solved by the positive intervention model becomes the optimal approximate solution of the block diagonal structure, making the model obtain the performance against noise and outliers, thereby improving the discriminative ability of model classification to obtain better classification accuracy of ground features. Experimental results on three classical hyperspectral remote sensing data sets show that the clustering effect of hyperspectral image in this paper is better than that of several existing classical and popular subspace clustering algorithms.

Key words: information entropy; sparse subspace clustering; weighted block sparse subspace clustering; hyperspectral remote sensing images

基金项目: 广东省基础与应用基础研究基金(2020A1515011409, 2020A1515010408)资助项目; 广东省信息物理融合系统重点实验室基金(2016B030301008)资助项目; 南京大学计算机软件新技术国家重点实验室基金(KFKT2020B17)资助项目。

收稿日期: 2020-05-30; **修订日期:** 2020-06-06

引 言

在高维聚类算法中,如果数据分布在线性或者仿射子空间的并时,子空间聚类算法是实现高维数据聚类的有效途径^[1]。子空间聚类算法按照某种分类将处于同一子空间的点归属到对应子空间中,来达到分类效果^[2]。稀疏子空间聚类(Sparse subspace clustering, SSC)算法^[2]和低秩子空间聚类(Low rank representation, LRR)算法^[3]都是经典的子空间聚类算法。虽然 LRR 算法与 SSC 算法都是基于谱聚类^[4]完成的子空间聚类算法,但是两种算法在模型的稀疏约束上有本质的不同。LRR 算法是一种基于数据二维稀疏的、低秩全局约束的子空间聚类算法,但是,在遇见噪声数据时,低秩表示系数的稀疏性较差。SSC 算法是一种基于数据一维稀疏的子空间聚类算法,它利用数据的稀疏表示系数构造相似度矩阵,并将其应用在谱聚类方法上得到数据的子空间聚类结果^[1]。由于 SSC 在聚类过程中只利用了每个像素点的光谱信息,没有考虑空间上下文信息,导致图的邻接矩阵的连通性降低,甚至其最终的聚类图像会出现大量椒盐噪声^[5]。由于在实际运用当中数据本身是存在噪声和异常值的,无法满足子空间独立的假设,从而导致自我表达的矩阵结构被破坏,影响聚类结果。Lu 等^[6]提出基于块对角表示的子空间聚类算法,对表示矩阵进行块对角约束,使表示矩阵具有良好的块对角结构,如果表示矩阵成块对角结构,那么不属于同一类别的像素所对应的系数为 0,那么具有块对角结构的表示矩阵具有良好的分组效应,将其输入谱聚类中可以获得很好的聚类结果;Wang 等^[7]提出一种新颖的块对角表示学习的鲁棒子空间聚类算法,算法引入加权的自我表达误差项,克服了噪声对模型的影响,从而使子空间聚类模型学习到具有稳定的块对角结构的表示矩阵。

高光谱遥感影像的像素数据具有高维性、噪声性,且波段间存在较强的相关性,传统的子空间聚类算法在实现高光谱影像的地物划分时,易受噪声影响,地物划分的精度较低。为了获得更好的高光谱影像的地物划分精度,克服噪声的影响,加权 SSC 不断涌现^[5,8-9]。本文引入像素的信息熵权重矩阵作为稀疏系数矩阵的惩罚项,权重由像素的相关系数计算得到,用像素的信息熵加权 l_1 范数稀疏约束,使相关系数越大的像素所对应系数的 l_1 范数约束惩罚越小,对应的稀疏约束系数尽可能不为 0,反之,使不相关像素所对应系数的 l_1 范数约束惩罚越大,对应稀疏约束的系数尽可能为 0,因此信息熵权重的引入能够促进属于同一类的 2 个像素可以互相线性表示,属于不同类别的像素不相关,从而实现地物分类精度的提高。

1 稀疏子空间聚类算法

SSC^[2]算法是基于谱聚类^[4]完成的,基本思想是高维空间的像素数据可以在低维空间中进行线性表示。通过 SSC 算法求解得到的稀疏表示矩阵,能更好体现像素数据子空间的属性,且具有稀疏性,最后将其应用在谱聚类算法上得到聚类结果。

稀疏模型如下

$$\begin{aligned} \min_C \|C\|_1 + \lambda \|X - XC\|_F^2 \\ \text{s.t. } \text{diag}(C) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $C \in \mathbb{R}^{MN \times MN}$ 为稀疏系数矩阵, $X \in \mathbb{R}^{D \times MN}$ 为数据矩阵。在对表示矩阵进行稀疏约束时,若式(1)是 l_0 范数约束时,它是非凸优化问题,是 NP 难问题。一般的处理方法是将优化目标转化成凸优化的 l_1 范数问题,再利用凸规划工具求得稀疏解。

由式(1)通过交替方向乘子法(Alternating direction method of multipliers, ADMM)^[10]求得像素点的稀疏系数矩阵 $C = [c_1, c_2, \dots, c_{MN}]$;然后标准化稀疏系数矩阵的每一个列向量 $c_i = \frac{c_i}{\|c_i\|_\infty}$;接着,通过

求解得到的系数矩阵 C , 计算相似度矩阵 $G = (C + C^T)/2$; 最后, 将其应用在规范化分割的谱聚类上, 获得所有像素的聚类结果^[5]。

由于 SSC 模型对噪声敏感, 因此李涛等^[8]提出了基于高斯相似度加权 SSC (Gaussian weighted sparse subspace clustering, GSSC), 引入稀疏约束的权重使数据尽可能由相同子空间的数据点线性表示。两个数据点的权重由高斯相似度函数确定, 其子空间表示模型如下

$$\begin{aligned} \min_C \sum_{j \neq i} \frac{1}{W_{ij}} |C_{ij}| + \lambda \|X - XC\|_F^2 \\ \text{s.t. } \text{diag}(C) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $W_{ij} = \exp\left(-\frac{\|x_i - x_j\|_2^2}{\sigma^2}\right)$ 表示 x_i 与 x_j 的高斯相似度。

2 模型建立

2.1 ESSC 模型的建立

由于高光谱遥感影像是三维立体结构, 每个像素点具有数百个光谱波段, 存在高维问题^[11], 同时波段之间存在冗余信息, 对子空间聚类结果会产生较大的影响, 降低图像的聚类精度。因此, 为了克服高维问题, 本文首先将影像投影到二维空间, 然后引入波段指数, 对其进行波段的选择; 指数越大, 波段间的独立性越强。

首先, 对映射后的光谱数据集进行标准化, 然后, 根据方差增大, 波段包含的信息越多, 相关系数越小, 波段的独立性越高的原理进行波段的选择。更具体地, 在波段选择的过程中, 将波段分成 4 组 $\{Q_1, Q_2, Q_3, Q_4\}$, 并构造波段指数 $I_i, I_i = \frac{\sigma_i}{R_s + R_d}$, 其中 $R_s = \frac{1}{n_k} \sum |p_{ij}|$, 表示波段 i 与同组波段的相关系数和的均值, R_d 表示波段 i 与不同组波段的相关系数和的均值, n_k 表示同在 k 组的波段数, $p_{ij} = \frac{\text{cov}(x_i, x_j)}{\sqrt{\text{var}(x_i)\text{var}(x_j)}}$ 为像素点 x_i 与 x_j 之间的相关系数, 波段指数越大, 波段的独立性越高。

对像素数据进行处理之后, 虽然波段指数的引入克服了高维问题, 减少了冗余信息, 但是图像中存在的噪声问题并没有得以解决。为了减小数据中存在的噪声对模型的影响, 本文引入基于信息熵的加权 SSC (Weighted sparse subspace clustering algorithm based on information entropy, ESSC) 算法。不同于传统 SSC 模型, ESSC 算法引入像素点的相关系数计算权重的目的是使像素点尽可能被越相似的点线性表示, 而与相似度越低的像素点不相关。用像素点相关系数计算的信息熵对表示系数的 l_1 范数进行加权, 使特征相似度越大的像素点对应的表示系数权重越小, 这样对应的系数 l_1 范数约束的惩罚项越小, 在稀疏约束时就不会为 0; 而相似度越小的像素点对应系数的权重越大, 系数的 l_1 范数约束的惩罚项越大, 在稀疏约束下越有可能变成 0。当像素间的相关系数越小时, 像素的相关系数与信息熵成反比, 则信息熵越大, 两像素属于同一类的确定性就很低, 这意味着 2 个像素可能不相关。信息熵权重的引入可使 2 个不相关的像素所对应系数惩罚更大, 因此, 利用相关系数的信息熵来确定稀疏约束的权重刚好能够达到这种效果, 起着正向干预稀疏模型的作用, 使不在同一子空间的像素所对应的系数尽可能为 0。利用这种思维建立的 ESSC 模型如下

$$\begin{aligned} \min_C \|W \odot C\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|X - XC\|_F^2 \\ \text{s.t. } \text{diag}(C) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $\|W \odot C\|_1$ 表示两个矩阵对应元素相乘的 l_1 范数^[12], 权重由信息熵确定, 即 $W_{ij} = \sum_k p_{ij,k} \log_2(p_{ij,k})$ 。若 $k=1$, $p_{ij,k}$ 表示两像素点属于同一类别的概率, $p_{ij,k}$ 也是两像素间的相关系数。

2.2 EBSSC 模型的建立

由于信息熵的加权稀疏子空间聚类模型, 在提高 SSC 的聚类精度上具有一定的局限性。为了使不同类别的像素对应表示系数尽可能稀疏且越接近 0, 同时使模型更具有对抗噪声的能力, 本文不仅引入了像素相关系数的信息熵确定稀疏模型 l_1 范数约束的权重, 还同时引入了表达矩阵的块对角约束, 使模型在自表达的过程中更加稳定, 且求解到的表达矩阵既不会过分稀疏又呈块对角结构。因此, 本文进一步建立了基于信息熵的加权块 SSC 模型 (Weighted block sparse subspace clustering algorithm based on information entropy, EBSSC), 建立的 EBSSC 模型如下

$$\begin{aligned} \min_C & \|W \odot C\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|X - XC\|_F^2 + \beta \|C\|_k \\ \text{s.t.} & \text{diag}(C) = 0, C = C^T, C \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

式中: λ, β 为平衡参数, 用来调节模型。式(4)的第 1 项为加权稀疏约束, 熵权重为 2 个像素点对应系数 l_1 范数约束的惩罚项。第 1 项用像素点相关系数计算的信息熵对表示系数的 l_1 范数进行加权, 可以使稀疏系数矩阵尽可能稀疏, 其主要思想是权重矩阵作用稀疏系数矩阵, 使相似度越大的点的惩罚越小; 第 2 项为数据自我表达的 F -范数约束, 使数据集与稀疏表示的数据之间的误差尽可能的小; 第 3 项为块对角约束, 使表示系数矩阵成块对角稀疏^[6], 获得更精确的聚类结果。

3 模型的求解及优势分析

3.1 模型的 ADMM 求解

本文 EBSSC 模型利用迭代算法 ADMM^[10] 求解得到 A^* 。迭代算法 ADMM^[10] 的主要思想是固定其他变量求解单个变量的子优化问题。EBSSC 模型第 1 项为信息熵基础上的加权稀疏项, 第 2 项为数据正则项, 保证了数据的保真性, 第 3 项为块对角约束, 保证表示矩阵的块稀疏性。

最后 A^* 的求解可利用 ADMM^[10] 获得, 且通过式(4)求得的表示矩阵 A^* 蕴含着丰富的空间信息与光谱信息。ADMM 优化求解的思想是将复杂的优化问题转化为更小的子问题, 子问题可以通过迭代求解, 直到达到停止的条件。

为方便求解, 将式(4)转换为以下形式

$$\begin{aligned} \min_{A, C} & \|W \odot C\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|X - XC\|_F^2 + \beta \|A\|_k \\ \text{s.t.} & \text{diag}(C) = 0, C = A, A = A^T, A \geq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

式中 A 为转换变量。

由式(5)可知, 块对角约束是非凸约束, 难以求解。因此根据 Dattorro^[13] 的研究, 对于块对角约束求解的问题可以转化成凸优化问题

$$\|A\|_k = \min \langle L_A, Y \rangle \quad \text{s.t.} \quad 0 \leq Y \leq I, \text{tr}(Y) = k \quad (6)$$

为了保证稀疏系数矩阵 A 拥有更好的分类性能, 才使其具有稀疏和块对角结构。但是稀疏与块对角约束, 无疑限制了表示矩阵的表示能力。经过转化变量, 可以得到新的模型

$$\begin{aligned} \min_{A, C, Y} & \|W \odot A\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|X - XC\|_F^2 + \beta \langle \text{Diag}(AI_1) - A, Y \rangle \\ \text{s.t.} & \text{diag}(C) = 0, C = A, A = A^T, A \geq 0, 0 \leq Y \leq I, \text{tr}(Y) = k \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $\text{Diag}(\cdot)$ 表示向零矩阵的对角线从上到下进行填充, $\text{diag}(\cdot)$ 表示取出矩阵对角线上的全部元素。再将生成的增广拉格朗日函数记为 $L(C, A, Y; Y_1, \lambda, \beta, \mu)$, 式(7)转化为如下形式

$$\|W \odot A\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|X - XC\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \left\| C - A + \frac{Y_1}{\mu} \right\|_F^2 + \beta \langle \text{Diag}(A_1) - A, Y \rangle \quad (8)$$

式中: $Y_1 \in \mathbb{R}^{MN \times MN}$, β, λ, μ 为模型的正则化参数。经过以上转换, 最后使用迭代算法 ADMM^[10]对模型进行迭代优化。因为增广拉格朗日函数 L 结构独立, 所以可以通过固定其他变量来求解 C , 同理可得 A, Y 的迭代公式。由式(8)求得 C 和 A, Y, Y_1 的迭代步骤如下

步骤 1 更新 C^{t+1} , 固定其他变量可以得到其目标函数, 表示为

$$C^{t+1} = \arg \min_C \frac{\lambda}{2} \|X - XC\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \left\| C - A + \frac{Y_1}{\mu} \right\|_F^2 \quad (9)$$

式(8)是由 2 个 F 范数构成的凸优化问题, 令式(9)对其求导并令其为零, 可得封闭解

$$C^{t+1} = (\mu I + \lambda X^T X)^{-1} \left[\mu \left(A - \frac{Y_1}{\mu} \right) + \lambda X^T X \right] \quad (10)$$

步骤 2 更新 Y^{t+1} , 固定其他变量, 可以得到其目标函数

$$Y^{t+1} = \arg \min_Y \langle \text{Diag}(A_1) - A, Y \rangle \quad (11)$$

$$Y^{t+1} = UU^T \quad (12)$$

式中 U 由 $\text{Diag}(AI_1) - A$ 的最小 k 个特征值对应的特征向量组成。

步骤 3 更新 A^{t+1} , 固定其他变量, 可以得到其目标函数

$$A^{t+1} = \arg \min_A \|W \odot A\|_1 + \frac{\mu}{2} \left\| C - A + \frac{Y_1}{\mu} \right\|_F^2 + \beta \langle \text{Diag}(AI_1) - A, Y \rangle \quad (13)$$

式(13)是由 l_1 范约束, 块对角约束, F 范数组合而成。子问题解得

$$\begin{aligned} A^{t+1} &= W \odot (J - \text{diag}(\text{diag}(J))) \\ J &= \Gamma_{1/\mu} \left(C + \frac{Y_1}{\mu} - \frac{\beta}{\mu} (\text{Diag}(Y) I_1^T - Y) \right) \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $\Gamma_{1/\mu}(v) = (|v| - 1/\mu)_+ \text{sgn}(v)$ 。 $(\cdot)_+$ 表示返回的值非负。通过式(14)学习到的稀疏系数矩阵既具有稀疏块对角的结构, 又可以有效提高对图像的物地划分的精度。

步骤 4 更新其他参数, 迭代形式如下

$$Y_1^{t+1} = Y_1 + \mu(C^{t+1} - A^{t+1}) \quad (15)$$

式中 $\mu \geq 1$ 控制优化算法收敛速度, 算法更新迭代步骤停止的条件是 $\|C^{t+1} - A^{t+1}\|_\infty \leq \epsilon$, $\|X - XC^{t+1}\|_\infty \leq \epsilon$ 或者大于设定的最大迭代次数。

步骤 5 参数 λ, β, μ 的设定参考文献[7, 9], 详见表 1。

EBSSC 算法步骤如下。

输入: 高光谱遥感数据集 $I \in \mathbb{R}^{D \times M \times N}$, n 个类别;

(1) 将 3D 遥感影像数据集映射到 2D, $X \in \mathbb{R}^{D \times MN}$;

(2) 根据波段指数对高光谱数据进行波段选择;

表 1 本文算法的参数设置

Table 1 Parameters setting for the proposed algorithm

参数	Pavia Centre	Pavia University	SalinasA
n	6	8	6
λ	3.06×10^{-3}	2.18×10^{-3}	6.1×10^{-1}
β	3.06×10^{-3}	2.18×10^{-3}	6.1×10^{-4}
μ	10 000	10 000	10 400

- (3)利用 ADMM 算法对式(8)进行迭代优化,获得稀疏系数矩阵 A^* ;
 - (4)利用公式 $G = (|A| + |A^T|)/2$ 计算所有像素的相似度矩阵;
 - (5)将求解到的系数矩阵 A^* 应用在标准化分割的谱聚类算法上,获得高光谱图像聚类结果;
- 输出:高光谱图像聚类结果。

3.2 EBSSC 算法的时间复杂度分析

EBSSC 算法迭代求解过程中计算主要损耗在 C^{t+1} , Y^{t+1} 和 A^{t+1} 上的更新,其中 C^{t+1} 的计算复杂度为 $O(n) = n^3$,主要由矩阵的逆运算和矩阵的乘法运算产生; Y^{t+1} 的计算复杂度为 $O(n) = n^3$,主要由矩阵特征值的计算产生; A^{t+1} 的计算复杂度为 $O(n) = n^2$,主要由矩阵的点乘运算产生。综上所述,EBSSC 算法的时间复杂度为 $O(n) = n^3$ 。LRR 与 LSR 算法主要涉及矩阵的逆运算和乘法、奇异值分解等,其计算复杂度都为 $O(n) = n^3$,SSC、SWSSC 和 3DF-SSC 算法由 ADMM 求解主要涉及矩阵的逆运算和矩阵的乘法运算,其计算的时间复杂度也是 $O(n) = n^3$ 。

3.3 EBSSC 算法的优势分析

几种典型的子空间聚类算法模型已由表 2 给出。从表 2 可知,传统的子空间聚类算法 SSC 和 LRR 的目标函数分别是利用 $\|\cdot\|_1$ 范数约束与 $\|\cdot\|_*$ 范数约束来使表示矩阵尽可能块对角结构,但是模型优化过程中会出现稀疏系数矩阵过分稀疏,低秩表示矩阵不稀疏等问题。针对这些问题,Lu 等^[14]提出了鲁棒子空间聚类的最小二乘回归模型,利用 F 范数约束作为正则项,给模型强制块对角条件,缺点是求得的解析解不稀疏。为了提高子空间聚类算法的聚类精度,李文洲等^[5]和 Zhang 等^[9]提出加权 SSC——SWSSC 算法和 3DF-SSC 算法。SWSSC 算法是由像素的欧式聚类计算的相识度矩阵确定权重矩阵,距离越小的点相似度越高,但是高光谱数据具有高维性,数据的高维性会使基于欧式距离的权重效果不佳,可能使求解的表达矩阵出现过分稀疏或者不稀疏的情况,从而降低了图像的物分类精度分类;3DF-SSC 算法是融合高光谱图像的三维空谱特征加权稀疏子空间聚类模型的算法,其中三维空谱特征包含三维局部二值模式特征、三维形态学特征、三维 Gabor 特征,算法充分融合了高光谱图像的空间特征到稀疏子空间模型中,克服了欧式权重的缺点,很大程度提高了子空间算法的聚类精度,文献[5]阐明了加权的子空间聚类算法的必要性。虽然,本文提出的 EBSSC 算法模型与 SWSSC 算法和 3DF-SSC 算法都是加权稀疏子空间聚类的 l_1 范数,但本文算法模型与上述现有的加权 SSC 的不同之处在于权重确定的方法和表达矩阵的块对角约束,首先是利用像素相关系数信息熵确定 l_1 范数的权重的不同,本文算法引入该权重不仅可以促进像素的表达矩阵尽可能稀疏,而且可以在仿真实验前获得两像素属于同一类别的先验概率,从而正向干预模型求解出的解趋于最优解;其次是引入像素表达矩阵块对角

表 2 5 种典型的子空间聚类模型

Table 2 Typical subspace clustering models

算法	目标函数	正则项	数据项	约束条件
SSC	$\ C\ _1 + \frac{\lambda}{2} \ X - XC\ _F^2$	$\ C\ _1$	$\frac{\lambda}{2} \ X - XC\ _F^2$	$X = XC, \text{diag}(C) = 0$
LRR	$\ C\ _* + \lambda \ E\ _{2,1}$	$\ C\ _*$	$\lambda \ E\ _{2,1}$	$X = XC + E$
LSR	$\ C\ _F^2 + \lambda \ E\ _F^2$	$\ C\ _F^2$	$\lambda \ E\ _F^2$	$X = XC + E, \text{diag}(C) = 0$
SWSSC	$\ WC\ _1 + \frac{\lambda}{2} \ E\ _F^2$	$\ WC\ _1$	$\frac{\lambda}{2} \ E\ _F^2$	$X = XC + E, \text{diag}(C) = 0$
3DF-SSC	$\sum_{i \neq j} \frac{1}{w_{ij}} C_{ji} + \lambda \ x_i c_i - x_i\ _2^2$	$\sum_{i \neq j} \frac{1}{w_{ij}} C_{ji} $	$\lambda \ x_i c_i - x_i\ _2^2$	$C_{ii} = 0$

约束的不同,使模型获得对抗噪声和异常值的性能,得到具有块对角结构的最优近似解。因此,EBSSC算法能够有效解决高光谱遥感影像地物分类精度较低的问题。

4 仿真实验和结果分析

为了评估本文算法聚类高光谱图像的性能,分别在3个经典数据集Pavia大学、Pavia中心和Salinas-A上进行实验测试。本文中算法实现的编程软件为MATLAB R2018b,计算机环境为Microsoft Windows7(Intel(R) Core(TM) i7-7700 CPU @ 3.60 GHz, 8 GB)。

4.1 仿真实验

为评估本文EBSSC算法的有效性,实验设计了ESSC算法与GSSC算法在3个经典高光谱遥感影像数据集上的仿真实验,实验结果如图1所示。图1(a,d,g)为高斯相似度加权SSC(GSSC)算法分别在Pavia大学、Pavia中心和Salinas-A数据集上的聚类结果;图1(b,e,h)为ESSC算法分别在Pavia大学、Pavia中心和Salinas-A数据集上的聚类结果。由图1可知,与GSSC算法相比较,ESSC算法在Pavia大学和Pavia中心2个经典高光谱遥感影像数据集上实现的聚类精度更高,在数据集Salinas-A数据集上,几乎可以达到同样的聚类精度。

制图精度(Producer's accuracy)、用户精度(User's accuracy)、Kappa系数、总体聚类精度(OA)是评价图像聚类性能的4个常用指标^[15],为评估EBSSC算法的聚类性能,本文将EBSSC算法与FCM算法^[16]、SSC算法^[2]、LRR算法^[3]、LSR算法^[6]、SWSSC算法^[9],以及3DF-SSC算法^[5]的实验结果进行对比。上述7种算法对3个数据集的图像聚类性能如表3~5所示,图像聚类结果如图2~4所示。考虑到模型中包含超参数 λ, β, μ 三个超参数很大程度提高算法的计算复杂度,在前人已有经验的基础上,本文参考文献[7,9]来设定3个超参数,具体的参数设置如表1所示,其中 n 表示图像类别总数。

4.2 Pavia大学影像聚类结果分析

考虑到Pavia大学遥感影像数据集有103个波段,9个类别,610像素 \times 340像素的空间大小,在保证不减少地物类别的情况下,提高算法运行速度,仿真实验选取部分具有代表性的Pavia大学遥感影像,其尺寸大小为200像素 \times 100像素,地物类别为8。

由表3可知,跟SSC、FCM、LRR、LSR、SWSSC、3DF-SSC这6种经典算法相比较,本文提出的EBSSC算法在数据集Pavia大学上的聚类精度与Kappa系数最高,分别为78.62%和0.7252;Kappa系数越高,说明聚类结果图与Pavia大学影像的地面图之间的吻合度越高。表3还给出了7种算法在每个

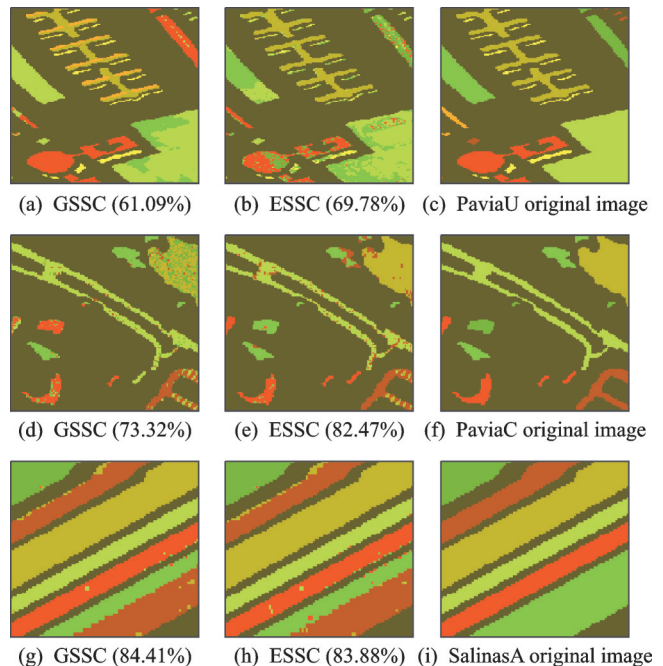


图1 GSSC算法与EBSSC算法在3个经典遥感影像上的聚类结果

Fig.1 Clustering results of GSSC and EBSSC algorithms on three classic remote sensing images

地物类别的用户精度和制图精度,制图精度指某类别被正确分类的个数占实际该类别总数的比例,用户精度指某类别被正确分类的个数占该类别所有分类结果总数的比例^[15]。制图精度越高,说明算法的聚类结果经过可视化的结果图精度越高,用户精度越高,说明算法的聚类性能越好。

表3 Pavia大学图像总体聚类精度OA、Kappa系数、用户精度和制图精度

Table 3 Overall clustering accuracy, Kappa coefficient, User's accuracy and Producer's accuracy of Pavia University image

Method	Class	SSC	FCM	LRR	LSR	SWSSC	3DF-SSC	EBSSC
制图精度 (100%)	1	3.70	15.96	0.00	24.24	0.00	100	50.59
	2	31.67	41.89	49.74	71.48	48.15	98.44	93.36
	3	0.00	6.89	100	100	0.00	100	0.00
	4	97.32	96.81	97.19	80.46	99.57	53.84	97.41
	5	76.57	69.61	68.50	40.56	86.39	55.29	73.74
	6	72.13	84.05	98.95	70.70	64.75	98.95	95.47
	7	5.99	6.66	0.00	24.47	5.33	100	23.40
	8	46.70	84.95	37.95	92.80	97.82	99.45	34.35
用户精度 (100%)	1	6.82	20.47	0.00	0.00	0.00	63.72	64.76
	2	46.22	51.43	28.28	28.28	83.20	74.70	55.97
	3	0.00	100.00	81.82	81.82	0.00	14.89	0.00
	4	52.55	99.32	99.69	99.69	52.55	100	92.49
	5	27.59	31.07	80.86	80.86	48.10	99.30	91.87
	6	66.51	52.09	70.27	70.27	99.30	99.53	76.51
	7	50.00	45.74	0.00	0.00	39.36	95.43	23.91
	8	96.12	87.53	99.28	99.28	99.45	97.03	54.39
Kappa		0.337 8	0.451 8	0.602 5	0.514 0	0.507 6	0.672 5	0.725 2
OA		0.426 2	0.535 8	0.692 6	0.586 0	0.591 3	0.724 7	0.786 2

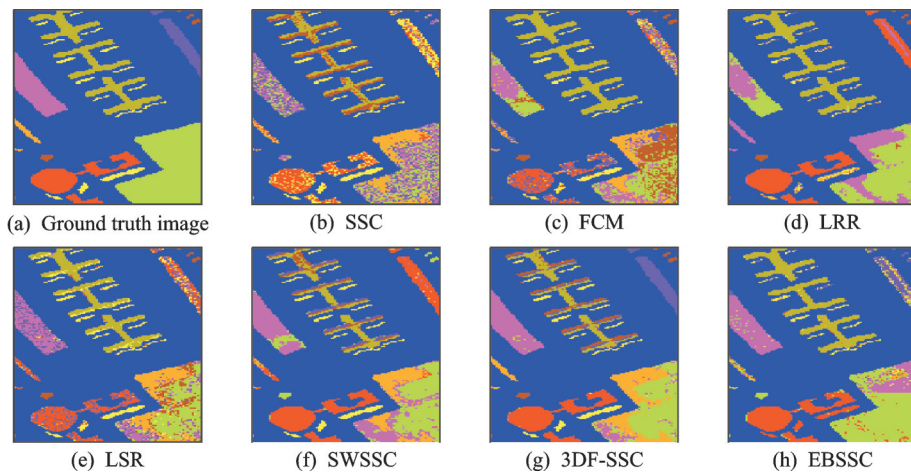


图2 Pavia University 影像地面图与7种算法聚类结果图

Fig.2 Ground truth image and clustering results of seven algorithms on Pavia University dataset

图2(a)为Pavia大学的地面图,图2(b~h)分别为SSC、FCM、LRR、LSR、SWSSC、3DF-SSC和本文EBSSC算法的聚类结果图,可以看出传统的SSC在Pavia大学数据集上取得的聚类结果较为一般,图中存在大量的椒盐噪声和误分类。结合图2可知,引入不同方式的权重到稀疏模型中显著提高了图像的聚类精度,在同时引入信息熵加权和块对角约束之后,图像聚类效果得到进一步提高,获得更加平滑的地物分类图,可以见稀疏子空间模型中信息熵加权与块对角约束的引入确实有助于对像素点的识别。

4.3 Pavia 中心影像聚类结果分析

考虑到Pavia中心遥感影像数据集去除噪声波段有102个波段,8个类别,1096像素 \times 1096像素的空间大小,对于Pavia中心遥感数据集,仿真实验选取具有代表性的影像部分,部分影像的地物类别为6,去实现这7种聚类算法。

由表4可知,本文EBSSC算法在Pavia中心数据集上实现的聚类结果精度为95.27%,高于SSC、FCM、LRR、LSR、SWSSC、3DF-SSC这6种经典算法的聚类精度,Kappa系数达到0.9373,说明算法EBSSC的聚类结果图与Pavia中心的地面图的吻合度达到93.73%,可见本文EBSSC算法的聚类性能最显著。从表4还可以看到7种算法在每个类别的制图精度和用户精度,两者分别体现算法聚类结果被可视化的制图精度高低和算法在每个类别的聚类性能的好坏,相对其他算法,可以看到EBSSC算法在每个类别上的聚类精度较高,每个类别都被充分聚类到所对应的类别当中,因此EBSSC算法在每个类别上的平均聚类效果均最佳。

表4 Pavia Centre 图像总体聚类精度 OA、Kappa 系数、用户精度和制图精度

Table 4 Overall clustering accuracy, Kappa coefficient, User's accuracy and Producer's accuracy of Pavia Centre image

Method	Class	SSC	FCM	LRR	LSR	SWSSC	3DF_SSC	EBSSC
制图精度 (100%)	1	51.68	74.57	0.72	0.00	59.79	72.58	98.07
	2	64.92	0.00	77.97	99.65	58.62	91.44	75.56
	3	2.05	50.89	48.74	0.00	88.51	71.21	89.53
	4	82.69	65.66	56.49	98.88	85.00	93.91	91.98
	5	70.68	82.54	72.16	94.11	92.31	95.42	99.28
	6	89.26	95.92	88.19	43.31	75.47	95.70	96.50
用户精度 (100%)	1	55.80	50.79	0.33	0.00	67.32	97.83	100
	2	82.17	0.00	78.52	67.22	86.23	93.36	73.91
	3	00.94	100.00	33.33	0.00	99.65	88.68	86.71
	4	85.57	81.76	73.32	71.51	85.53	83.41	93.71
	5	82.04	58.53	91.63	94.77	59.13	91.52	99.64
	6	52.36	44.61	63.82	100	87.82	96.46	96.31
Kappa		0.594 5	0.479 0	0.537 4	0.681 1	0.716 7	0.866 1	0.937 3
OA		0.700 4	0.568 6	0.634 6	0.766 4	0.784 1	0.897 5	0.952 7

由图3可知,FCM算法、SSC算法、LRR算法、SWSSC算法的聚类结果中产生大量的椒盐噪声,类别中存在大量错分类项;LSR算法的结果中存在较少的噪声,出现了较多错分类项,而且有2个类别被完全错分到其他类别当中;此外,3DF-SSC算法的结果优于FCM算法、SSC算法、LRR算法、LSR算法和SWSSC算法。虽然先进的加权子空间聚类算法3DF-SSC较传统子空间聚类算法性能更优,但还是

存在少量椒盐噪声,而本文提出的EBSSC算法的聚类结果地物分割平滑,类别清晰,且消除了大量的噪声和异常值,可见EBSSC算法的聚类性能优于3DF-SSC算法。由此可见,EBSSC算法在Salinas-A数据集上实现的聚类效果比其他6种算法都好。

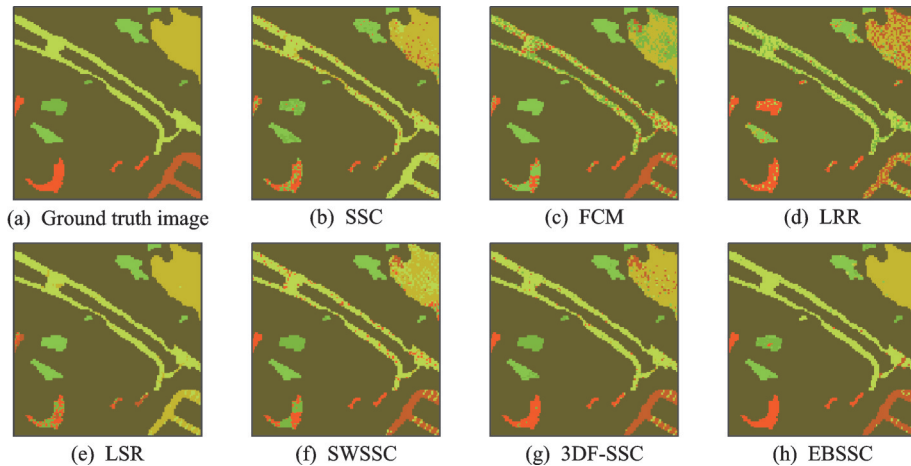


图3 Pavia Centre影像地面图与7种算法聚类结果图

Fig.3 Ground truth image and clustering results of seven algorithms on Pavia Centre dataset

4.4 Salinas-A 影像聚类结果分析

Salinas-A数据集是由美国的AVIRI传感器在美国加利福尼亚州萨利纳斯山谷采集的Salinas影像的小部分^[17]。Salinas-A数据集有224波段,6类,空间尺寸86像素×83像素。SSC、FCM、LRR、LSR、SWSSC算法和本文提出的EBSSC算法在Salinas-A数据集上实现的结果如表5和图4所示。

表5 Salinas-A 图像总体聚类精度OA、Kappa系数、用户精度和制图精度

Table 5 Overall clustering accuracy, Kappa coefficient, User's accuracy and Producer's accuracy of Salinas-A image database

方法	类别	SSC	FCM	LRR	LSR	SWSSC	3DF_SSC	EBSSC
制图精度 (100%)	1	100	100	100	100	100	100	100
	2	99.44	99.32	99.15	89.98	59.89	97.24	99.92
	3	0.00	42.25	28.41	98.37	49.05	98.54	69.29
	4	85.65	94.24	74.48	87.34	98.31	66.80	99.55
	5	25.00	55.39	98.53	0.00	52.86	0.00	97.25
	6	66.00	95.36	99.37	59.02	96.95	98.86	94.55
用户精度 (100%)	1	00.26	99.74	99.74	99.49	99.49	99.49	99.49
	2	39.99	54.36	25.91	56.14	40.80	97.10	91.44
	3	0.00	99.17	100	88.15	37.66	87.50	100
	4	61.44	47.21	47.28	95.87	99.41	100	86.49
	5	95.25	99.85	99.41	0.00	100	0.00	99.70
	6	94.49	95.12	98.37	99.12	91.49	97.37	97.62
Kappa		0.438 0	0.673 1	0.596 4	0.672 4	0.708 9	0.804 1	0.920 4
OA		0.537 0	0.726 3	0.660 2	0.736 7	0.764 8	0.848 0	0.935 7

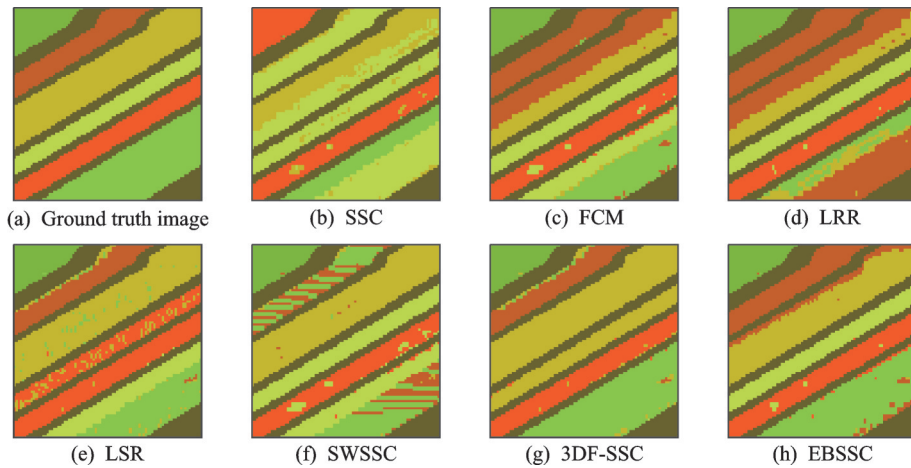


图4 Salinas-A影像地面图与7种算法聚类结果图

Fig.4 Ground truth image and clustering results of seven algorithms on Salinas-A

由表5可知,EBSSC算法实现的总体聚类精度达93.57%,高于FCM、SSC、LRR、LSR、SWSSC、3DF-SSC这几种经典算法的聚类精度,同时可以看到每个类别的制图精度与用户精度。

图4给出了EBSSC算法与6种算法在Salinas-A数据集上实现的聚类结果比较图。由图4可知,与传统的聚类算法SSC、FCM、LRR和LSR算法相比较,本文算法很大程度提高了稀疏子空间算法在高光谱图像的地物识别能力,与现有的加权SSC算法相比较,本文算法聚类结果噪声和异常值几乎消失,而SWSSC算法与3DF-SSC算法存在少量椒盐噪声。

5 结束语

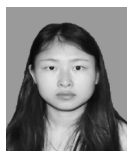
本文提出了EBSSC算法,该算法在提取权重时首先对像素数据做了波段选择,克服了波段信息冗余和噪声的干扰,利用像素相关系数的信息熵确定 l_1 范数的权重,不仅可以促进像素的表达矩阵尽可能稀疏,而且可以在仿真实验前获得两像素属于同一类别的先验概率,从而正向干预模型求解出的解趋于最优解;其次,该算法引入像素表达矩阵的块对角约束,使模型获得对抗噪声和异常值的性能,得到具有块对角结构的最优近似解。本文算法在3个经典数据集上的总聚类精度分别达到了78.62%、95.27%和93.57%,实验结果表明,EBSSC算法的聚类性能和聚类效果均优于现有的几种经典流行的子空间聚类算法,能够有效解决传统子空间聚类算法在处理高光谱遥感影像时地物分类精度较低的问题。

参考文献:

- [1] 王卫卫, 李小平, 冯象初, 等. 稀疏子空间聚类综述[J]. 自动化学报, 2015, 41(3): 1373-1384.
WANG Weiwei, LI Xiaoping, FENG Xiangchu, et al. A survey on sparse subspace clustering[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(3): 1373-1384.
- [2] ELHAMIFAR E, VIDAL R. Sparse subspace clustering[C]// Proceedings of the 2009 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Miami: Center for Imaging Science, 2009: 2790-2797.
- [3] LIU G, LIN Z, YU Y. Robust subspace segmentation by low-rank representation[C]// Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning. HaiFa: IMLS, 2010: 663-670.
- [4] LUXBURG U V. A tutorial on spectral clustering[J]. Statistics and Computing, 2007, 17(4): 395-416.
- [5] 李文洲, 邓秀勤, 刘富春. 融合高光谱影像三维空谱特征的子空间聚类算法[J]. 计算机应用研究, 2019, 36(11): 3496-3498.

- LI Wenzhou, DENG Xiuqin, LIU Fuchun. Subspace clustering algorithm fused three-dimensional spatial spectral features of hyperspectral images[J]. Application Research of Computers, 2019, 36(11): 3496-3498.
- [6] LU C, FENG J, LIN Z, et al. Subspace clustering by block diagonal representation[J]. IEEE Trans Pattern Anal Mach Intell, 2019, 41(2): 487-501.
- [7] WANG L, HUANG J, YIN M, et al. Block diagonal representation learning for robust subspace clustering[J]. Information Sciences, 2020, 526: 54-67.
- [8] 李涛, 王卫卫, 翟栋, 等. 图像分割的加权稀疏子空间聚类方法[J]. 系统工程与电子技术, 2014, 36(3): 580-585.
LI Tao, WANG Weiwei, ZHAI Dong, et al. Weighted-sparse subspace clustering method for image segmentation[J]. Systems Engineering and Electronics, 2014, 36(3): 580-585.
- [9] ZHANG H, ZHAI H, ZHANG L, et al. Spectral-spatial sparse subspace clustering for hyperspectral remote sensing images [J]. IEEE Transactions on Geoenvironment & Remote Sensing, 2016, 54(6): 3672-3684.
- [10] BOYD S, PARIKH N, CHU E, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers[J]. Foundations & Trends in Machine Learning, 2010, 3(1): 1-122.
- [11] HUANG H, LUO F, LIU J, et al. Dimensionality reduction of hyperspectral images based on sparse discriminant manifold embedding[J]. Journal of Photogrammetry & Remote Sensing, 2015, 106: 42-52.
- [12] PHAM D S, BUDHADITYA S, PHUNG D, et al. Improved subspace clustering via exploitation of spatial constraints[C]// Computer Vision & Pattern Recognition. [S.l.]: IEEE, 2012: 550-557.
- [13] DATTORRO J. Convex optimization and euclidean distance geometry[M]. US: Springer, 2005: 243-263.
- [14] LU C Y, MIN H, ZHAO Z Q, et al. Robust and efficient subspace segmentation via least squares regression[J]. Springer-Verlag, 2012: 347-360
- [15] 金明煜. 基于高分影像的盐田信息提取方法研究[D]. 北京: 中国地质大学, 2018.
JIN Mingyu. Study of methodology in the salt pan information extraction based on high-resolution images[D]. Beijing: China University of Geosciences, 2018.
- [16] BALAFAR M A, RAHMAN RAMLI A B D, SARIPAN M I, et al. Medical image segmentation using fuzzy C-Mean (FCM) and user specified data[J]. Journal of Circuits, Systems and Computers, 2010, 19(1): 1-14.
- [17] GRUPO D I C. Hyperspectral remote sensing scenes [EB/OL]. (2014-4-7) [2020-11-6]. http://alweb.ehu.es/ccwintco/index.php?title=Hyperspectral_Remote_Sensing_Scenes.

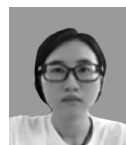
作者简介:



龙咏红(1995-),女,硕士研究生,研究方向:数据挖掘,智能计算。



邓秀勤(1966-),通信作者,女,教授,硕士生导师,研究方向:机器学习、智能计算, E-mail: dxq706@gdut.edu.cn。



王卓薇(1985-),女,博士,副教授,硕士生导师,研究方向:高性能计算。



刘玉兰(1977-),女,博士,副教授,硕士生导师,研究方向:最优化理论与应用。

(编辑:张彤)