# 基于一致判别相关分析的低分辨率人脸识别算法

张恩豪,陈晓红

(南京航空航天大学理学院,南京,211106)

摘 要:相比于高分辨率(High resolution, HR)人脸图像,低分辨率(Low resolution, LR)人脸图像的 识别效果较差。针对此问题,已有研究者提出基于典型相关分析和核典型相关分析的LR人脸识别算 法,但其并未考虑样本的类信息和视图间的一致性。本文同时利用数据的类信息和视图间的一致性信 息,提出一致判别相关分析(Consistent discriminant correlation analysis, CDCA),进而得到基于CDCA 的LR人脸识别算法。该算法先利用主成分分析从HR和LR人脸图像中提取主成分特征,然后利用 CDCA学习HR和LR人脸的特征投影矩阵,进而实现LR人脸识别。实验结果表明,相比现有的LR人 脸识别算法,该算法具有较好的识别效果和鲁棒性。

# Low Resolution Face Recognition Algorithm Based on Consistent Discriminant Correlation Analysis

ZHANG Enhao, CHEN Xiaohong

(College of Science, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 211106, China)

**Abstract**: Compared with high-resolution (HR) face image, the low-resolution (LR) face image recognition effect is poorer. Researchers have put forward several LR face recognition algorithms based on the canonical correlation analysis (CCA) and kernel canonical correlation analysis (KCCA) to solve this problem, which ignored the supervised information and the consistency information between different views. In this paper, we put forward a novel dimensionality reduction algorithm—consistent discriminant correlation analysis (CDCA) by virtue of the class information and consistency information of different views. Furthermore, we design a LR face recognition algorithm based on CDCA. Concretely, we extract the principal component features from HR and LR face images respectively, use CDCA to learn the characteristic projection matrix of HR and LR face, and realize LR face recognition with the help of projection matrix. The experimental results show the superiority of the proposed method on recognition effect and robustness compared with the existing LR face recognition algorithms.

**Key words:** low resolution face recognition; canonical correlation analysis; principal component analysis; radial basis function

基金项目:国家自然科学基金(61703206, 61661136001)资助项目;中央高校基本科研业务费专项资金(NG2019004)资助项目。 收稿日期:2018-12-27;修订日期:2019-12-20

# 引 言

近几十年来,人脸识别技术在日常生活中取得了广泛应用。现有的人脸识别系统或算法很多都是面对高分辨率(High resolution, HR)或超分辨率(super resolution, SR)的人脸图像,而在现实生活中,常需要对低分辨率(Low resolution,LR)人脸图像进行识别<sup>[1]</sup>。例如:为了社会安全保障和执法目的,很多公共区域安装监控系统,由于相机与被摄对象之间的距离较大,所捕获图像中的人脸区域通常较小,导致所捕捉的图像是LR人脸图像。与HR图像相比,LR图像分辨率比较低,包含更多的噪声,且所含有的判别信息较少,这在很大程度上影响了传统人脸识别技术的性能,因而对LR人脸图像的识别成为一种挑战<sup>[2]</sup>。

为解决LR人脸图像的识别问题,研究者们针对LR人脸图像相继提出众多算法。早期的算法中, 主要采用基于超分辨率(Super resolution,SR)的方法<sup>[3-5]</sup>,将LR图像重建得到对应的SR图像,然后在超 分辨率空间中基于SR图像进行识别,也被称为"两步走"。如:Gunturk等<sup>[6]</sup>在低维人脸空间中直接构造 识别信息,从而实现SR图像的重组,大大降低了重建超分辨率图像的计算复杂度;Freeman等<sup>[7]</sup>提出 VISTA-Vision算法,通过使用逐对马尔科夫链进行SR图像重组;Dong等<sup>[8]</sup>基于字典学习的方法,在 LR和HR特征空间中通过字典学习得到稀疏编码系数来生成SR人脸图像;Kim等<sup>[9]</sup>基于回归的方法首 先学习从LR特征空间到SR特征空间的映射函数,然后利用学得的映射函数重新构造SR人脸图像。 "两步走"算法虽然提高了LR人脸图像的识别率,但是这些算法的识别对象主要是SR图像,忽略了LR 本身的特征信息,并且重建SR图像会提高算法的时间复杂度。

针对"两步走"算法的缺点,Li等<sup>[10]</sup>提出了一种无需构建SR图像的LR人脸图像识别新方法,基于 联合映射(Coupled mapping,CM),将LR和HR人脸图像投影到一致的特征空间中,通过优化目标函数 来学习CMs;然后基于投影后的训练样本,采用K近邻(K-nearest neighbor,KNN)分类器进行分类。 Huang等<sup>[11]</sup>提出一种基于典型相关分析(Canonical correlation analysis,CCA)<sup>[12]</sup>的超分辨率人脸识别方 法,将HR和LR人脸图像的线性相关性最大化,然后将LR和HR图像特征投影到一致特征空间中。基 于CCA的超分辨率算法比"两步走"算法获得更高的识别结果,但是CCA本质上是一种线性学习方法, 不能获得LR图像和HR图像的非线性关系。Zhang等<sup>[13]</sup>在此基础上,利用核CCA(Kernel canonical correlation analysis,KCCA)<sup>[14]</sup>学得LR和HR图像的非线性关系,由径向基函数(Radial basis function,RBF) 建立LR和HR图像间的非线性投影,进一步提高了LR图像的识别能力。

综上可知,以上算法大都属于无监督学习,学习过程忽略了数据所包含的类标号信息,为提取更有 利于分类的特征,并克服 Huang和 Zhang等所提出算法的局限性,本文考虑将数据的监督信息引入到 LR人脸识别算法中,可提取 HR和LR人脸图像的有利于分类的低维特征,实验表明该方法对于LR人 脸图像的识别效果有所提升。进一步,从多视图学习的角度分析,不同的视图具有相同的源域,所以不 同的视图间存在潜在的视图一致性,而这正是多视图学习取得成功的基石<sup>[15-16]</sup>。本文提出一致判别相 关分析(Consistent discriminant correlation analysis, CDCA)。CDCA算法同时考虑数据的监督信息和视 图间的一致性信息,使得所提取的不同视图的低维特征存在较好一致性。进一步将 CDCA算法融入低 分辨率人脸识别框架中,利用 CDCA 算法提取 LR和 HR 人脸图像的低维特征,之后利用径向基函数和 最近邻算法实现低分辨率的人脸识别。实验表明,相比于其他算法,该算法有较好的识别结果和鲁棒 性,而且随着所提取的低维特征的维数和分辨率的不同,该算法有更好的稳定性。

#### 1 多视图降维算法

#### 1.1 典型相关分析

CCA是一种用于建模两个变量集之间关系的技术,能够识别并量化两组变量之间的关联程度,旨

1164

在最大化两个数据集的低维映射之间的相关性<sup>[12]</sup>。给定随机变量 $X_1 = [x_{11}^{(1)}, \dots, x_{1n_i}^{(c)}, x_{12}^{(c)}, \dots, x_{1n_e}^{(c)}] \in \mathbb{R}^{d_1 \times n}$ 和 $X_2 = [x_{21}^{(1)}, \dots, x_{2n_i}^{(1)}, \dots, x_{21}^{(c)}, x_{22}^{(c)}, \dots, x_{2n_e}^{(c)}] \in \mathbb{R}^{d_2 \times n}$ ,其中 $x_{1j}^{(i)}, x_{2j}^{(i)}$ 分别表示 $X_1$ 和 $X_2$ 样本集第*i*类的第*j*个样本,  $n_i$ 表示第*i*类的样本数目。CCA旨在寻找一组投影矩阵 $w_1, w_2, 使得w_1^T X_1$ 和 $w_2^T X_2$ 的相关性最大。不失一般性, 假设两个视图的样本均已中心化,则CCA的目标函数定义为

$$\max_{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2} \frac{\boldsymbol{w}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{X}_2} \boldsymbol{w}_2}{\left(\boldsymbol{w}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{X}_1} \boldsymbol{w}_1\right)^{1/2} \left(\boldsymbol{w}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}_2 \boldsymbol{X}_2} \boldsymbol{w}_2\right)^{1/2}}$$
(1)

 $\vec{\mathbf{x}} \oplus : C_{X_1X_1} = X_1 X_1^{\mathsf{T}}; C_{X_1X_2} = X_1 X_2^{\mathsf{T}}; C_{X_2X_2} = X_2 X_2^{\mathsf{T}} \circ$ 

CCA是从两视图数据中提取信息的技术,仅适用于线性空间中,而文献[14]则把核技巧融入CCA 得到KCCA。Huang和Zhang分别将CCA和KCCA算法应用到低分辨率人脸识别中,得到了较好的识别效果。

#### 1.2 一致判别典型相关分析

1.2.1 判别信息

在分类学习中,各样本的判别信息非常重要,CCA和KCCA的无监督特性限制了降维后的可分离性。针对该问题,孙廷凯等<sup>[17]</sup>在典型相关分析中融入数据的判别信息,得到如下目标函数

$$\max_{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2} L_1(\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2) = \frac{\boldsymbol{w}_1^{\mathrm{T}} \widetilde{\boldsymbol{C}}_{\boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{X}_2} \boldsymbol{w}_2}{\left( \boldsymbol{w}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{X}_1} \boldsymbol{w}_1 \cdot \boldsymbol{w}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}_2 \boldsymbol{X}_2} \boldsymbol{w}_2 \right)^{1/2}}$$
(2)

基于尺度不变性,可转化为

$$\max_{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2} L_1(\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2) = \boldsymbol{w}_1^{\mathrm{T}} \widetilde{\boldsymbol{C}}_{\boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{X}_2} \boldsymbol{w}_2$$
s.t.  $\boldsymbol{w}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{X}_1} \boldsymbol{w}_1 + \boldsymbol{w}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}_2 \boldsymbol{X}_2} \boldsymbol{w}_2 = 1$ 
(3)

式中: $\tilde{C}_{x_1x_2} = C_w - \eta C_b$ ; $C_w$ 为类内相关矩阵; $C_b$ 为类间相关矩阵;平衡系数 $\eta > 0$ 用于调整类内相关与 类间相关的相对重要性。令

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I}_{n_{ll} \times n_{ll}} & \cdots & \boldsymbol{0} \\ \vdots & \boldsymbol{I}_{n_{ll} \times n_{ll}} & \vdots \\ \boldsymbol{0} & \cdots & \boldsymbol{I}_{n_{lr} \times n_{lr}} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N \times N}, \boldsymbol{e}_{n_{l}} = \begin{bmatrix} \underbrace{0, \cdots, 0}_{\substack{i=1 \\ j=1 \\ n_{j}}}, \underbrace{1, \cdots, 1}_{n_{l}}, \underbrace{0, \cdots, 0}_{\substack{n-j \\ j=1 \\ n_{j}}} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{n} , \boldsymbol{I}_{n} = \begin{bmatrix} 1, \cdots, 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{n}$$

式中C<sub>w</sub>和C<sub>b</sub>分别定义为

$$C_{w} = \sum_{i=1}^{c} \sum_{k=1}^{c} \sum_{l=1}^{n_{i}} x_{1k}^{(i)} x_{2l}^{(j)\mathrm{T}} = \sum_{i=1}^{c} (X_{1}e_{n_{i}})(X_{2}e_{n_{i}})^{\mathrm{T}} = X_{1}AX_{2}^{\mathrm{T}}$$

$$C_{b} = \sum_{i=1}^{c} \sum_{j=1}^{c} \sum_{k=1}^{n_{i}} \sum_{l=1}^{n_{j}} x_{1k}^{(i)} x_{2l}^{(j)\mathrm{T}} = \sum_{i=1}^{c} \sum_{j=1}^{c} \sum_{k=1}^{n_{i}} \sum_{l=1}^{n_{j}} x_{1k}^{(i)} x_{2l}^{(j)\mathrm{T}} - \sum_{i=1}^{c} \sum_{k=1}^{n_{i}} \sum_{l=1}^{n_{j}} x_{1k}^{(i)} x_{2l}^{(j)\mathrm{T}} = X_{1}AX_{2}^{\mathrm{T}}$$

 $(\boldsymbol{X}_1\boldsymbol{I}_n)(\boldsymbol{X}_2\boldsymbol{I}_n)^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{X}_1\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}_2^{\mathrm{T}} = -\boldsymbol{X}_1\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}_2^{\mathrm{T}}$ 

因为样本已经中心化,则有 $X_1I_n = 0, X_2I_n = 0,$ 则式(3)可转化为

$$\max_{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2} \boldsymbol{w}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{A} \boldsymbol{X}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_2$$

s.t.  $\boldsymbol{w}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{X}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_1 + \boldsymbol{w}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}_2 \boldsymbol{X}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_2 = 1$ 

由拉格朗日乘子法易得投影矩阵w<sub>1</sub>,w<sub>2</sub>。

1.2.2 视图一致性信息

因为多视图数据大都是由同一个目标生成的,所以各个视图间应该存在着一定的对应关系。例如:HR人脸图像和LR人脸图像均来自于同一个人,分别将其定义为X<sub>1</sub>和X<sub>2</sub>,则X<sub>1</sub>和X<sub>2</sub>存在着某种转换关系,即存在矩阵*R*,使得

$$\boldsymbol{X}_1 = \boldsymbol{R} \boldsymbol{X}_2 \tag{4}$$

文献[16]已证明,投影矩阵w1,w2同样存在转换关系

$$\boldsymbol{w}_1 = \boldsymbol{R} \boldsymbol{w}_2 \tag{5}$$

且第i个视图的投影矩阵wi可以写为等价形式

$$\boldsymbol{w}_i = \boldsymbol{X}_i \boldsymbol{\beta}_i \quad i = 1, 2 \tag{6}$$

式中 $\beta_i$ (*i*=1,2)表示投影矩阵 $w_i$ (*i*=1,2)的特征结构,由式(4-6)可得

$$\boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{\beta}_1 = \boldsymbol{w}_1 = \boldsymbol{R} \boldsymbol{w}_2 = \boldsymbol{R} \boldsymbol{X}_2 \boldsymbol{\beta}_2 = \boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{\beta}_2 \tag{7}$$

从而有 β<sub>1</sub> = β<sub>2</sub>,即对于不同的视图,每个投影矩阵 w<sub>i</sub>(*i*=1,2)所提取的特征结构 β<sub>i</sub>相同。不失一 般性,可以认为对应于同一目标的多视图数据有相似的特征结构,即不同视图的投影矩阵是相关的,这 可称为视图一致性<sup>[15]</sup>,从而得到描述视图一致性的函数,有

$$\min_{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2} L_2(\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2) = \sum_{i,j=1}^2 \left\| \boldsymbol{\beta}_i - \boldsymbol{\beta}_j \right\|_2^2$$
(8)

1.2.3 判别信息与一致性信息结合

结合1.2.1节和1.2.2节的分析,同时考虑数据的类信息和视图间的一致性,得到一致性判别相关分析。具体而言,就是在目标函数L1中引入一致性信息,结合L2得到CDCA目标函数

$$\max_{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2} \operatorname{Tr}(\boldsymbol{w}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{A} \boldsymbol{X}_2 \boldsymbol{w}_2) - \eta \sum_{i,j=1}^{2} \left\| \boldsymbol{\beta}_i - \boldsymbol{\beta}_j \right\|_2^2$$
s.t. 
$$\operatorname{Tr}(\boldsymbol{w}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{X}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_1 + \boldsymbol{w}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}_2 \boldsymbol{X}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_2) = 1$$
(9)

η为平衡系数,式(6)可转化为

$$\boldsymbol{\beta}_{i} = (\boldsymbol{X}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}_{i})^{-1} \boldsymbol{X}_{i}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{i} \stackrel{\scriptscriptstyle \Delta}{=} \boldsymbol{P}_{i} \boldsymbol{w}_{i} \quad i = 1, 2$$

$$\tag{10}$$

式中 $P_i \stackrel{\Delta}{=} (X_i^{\mathrm{T}} X_i)^{-1} X_i^{\mathrm{T}}$ ,则式(8)转化为

$$\sum_{i,j=1}^{2} \left\| \boldsymbol{\beta}_{i} - \boldsymbol{\beta}_{j} \right\|_{2}^{2} = \operatorname{Tr}(\boldsymbol{W}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{M} \boldsymbol{W})$$
(11)

式中

$$\boldsymbol{W} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{w}_1 \\ \boldsymbol{w}_2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{M} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}, \boldsymbol{M}_{ij} = \begin{cases} 2\boldsymbol{P}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_i & i=j \\ -2\boldsymbol{P}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_j & i\neq j \end{cases} \quad i,j=1,2$$

将式(11)代入式(9),CDCA目标函数可表示为

$$\max_{\boldsymbol{W}} \operatorname{Tr}(\boldsymbol{W}(\boldsymbol{C} - \boldsymbol{\eta}\boldsymbol{M})\boldsymbol{W})$$
  
s.t.  $\operatorname{Tr}(\boldsymbol{W}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{W}) = 1$  (12)

式中

$$C = \begin{pmatrix} 0 & X_1 A X_2^{\mathrm{T}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad C_x = \begin{pmatrix} X_1 X_1^{\mathrm{T}} & 0 \\ 0 & X_2 X_2^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}$$

由拉格朗日乘子法,可得

$$\frac{1}{2}C_{X}^{-1}[(C-\eta M)+(C-\eta M)^{\mathrm{T}}]W = \lambda W$$
(13)

1166

# 2 算法描述

本节中给出算法的详细过程。首先提取HR和LR人脸图像的主成分特征,然后利用CDCA学习 HR与LR面部特征以提取监督信息,再利用RBF模型构建相关特征之间的非线性映射,最后由KNN 分类器进行识别(图1)。



Fig.1 Flowchart of algorithm

# 2.1 用 PCA 提取特征

假设给定 HR 和 LR 人脸图像是来自 c 个类的 n 对训练样本  $\{(h_i, l_i)\}_{i=1}^n \in \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^q$ , 记为  $H = [h_1^{(1)}, \dots, h_{n_1}^{(c)}, \dots, h_{n_c}^{(c)}]$ 和 $L = [l_1^{(1)}, \dots, l_{n_1}^{(c)}, \dots, l_{n_c}^{(c)}]$ ,  $n_i$ 定义为每类的样本总数,  $n = \sum_{i=1}^i n_i$ 为各个视图样本总数。对于人脸识别而言, 通常训练样本的维数很高, 导致巨大的计算成本。为降低时间复杂度, 首先利用主成分分析(Principal component analysis, PCA)<sup>[18]</sup>对样本进行降维。记

$$u_{\rm H} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{c} \sum_{j=1}^{n_i} h_j^i, u_{\rm L} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{c} \sum_{j=1}^{n_i} l_j^i$$
$$x_{1j}^{(i)} = (B^{\rm H})^{\rm T} (h_j^{(i)} - u_{\rm H}), x_{2j}^{(i)} = (B^{\rm L})^{\rm H} (l_j^{(i)} - u_{\rm L}) \quad i = 1, \cdots, c; j = 1, \cdots, n_i$$

式中:**B<sup>H</sup>和B<sup>L</sup>分别表示由PCA得到的特征提取矩阵**, u<sub>H</sub>和u<sub>L</sub>分别表示HR和LR人脸图像训练集的均值, **x**<sup>(i)</sup><sub>1</sub>, **x**<sup>(i)</sup><sub>2</sub>表示经过PCA降维后得到的特征向量。记为

 $X_1 \!=\! \left[ x_{11}^{(1)}, \cdots, x_{1n_1}^{(1)}, \cdots, x_{11}^{(c)}, \cdots, x_{1n_c}^{(c)} \right], X_2 \!=\! \left[ x_{21}^{(1)}, \cdots, x_{2n_1}^{(1)}, \cdots, x_{21}^{(c)}, \cdots, x_{2n_c}^{(c)} \right]$ 

# 2.2 利用 CDCA 计算相关特性

为分别探究融入监督信息和一致性信息对识别结果的影响,本文也研究了只融入监督信息对识别 结果的影响。首先研究监督信息对识别结果的影响。对得到的新特征矩阵*X*<sub>1</sub>和*X*<sub>2</sub>(假设*X*<sub>1</sub>和*X*<sub>2</sub>已零 均值化),由目标函数*L*<sub>1</sub>计算相关特性,得到如下优化问题

$$\max_{\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2} L_1(\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2) = \boldsymbol{w}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{A} \boldsymbol{X}_2 \boldsymbol{w}_2$$
(14)

s.t. 
$$\boldsymbol{w}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}_1 \boldsymbol{X}_1^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_1 + \boldsymbol{w}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}_2 \boldsymbol{X}_2^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_2 = 1$$

通过拉格朗日乘子法转化为广义特征值问题,可得到投影矩阵 w<sub>1</sub>和 w<sub>2</sub>。其次研究监督信息和一 致性信息对识别结果的共同影响。由 CDCA 算法计算相关特性,由式(12)可得

$$\max_{W} \operatorname{Tr}(W^{\mathrm{T}}(C - \eta M)W)$$
  
s.t. 
$$\operatorname{Tr}(W^{\mathrm{T}}C_{X}W) = 1$$

1168

$$W = \begin{pmatrix} w_1' \\ w_2' \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} 2P_{X_1}^{\mathrm{T}} P_{X_1} & -2P_{X_1}^{\mathrm{T}} P_{X_2} \\ -2P_{X_2}^{\mathrm{T}} P_{X_1} & 2P_{X_2}^{\mathrm{T}} P_{X_2} \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & X_1 A X_2^{\mathrm{T}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, C_X = \begin{pmatrix} X_1 X_1^{\mathrm{T}} & 0 \\ 0 & X_2 X_2^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}$$
$$P_{X_1} = \begin{pmatrix} X_1^{\mathrm{T}} X_1 \end{pmatrix}^{-1} X_1^{\mathrm{T}}, P_{X_2} = \begin{pmatrix} X_2^{\mathrm{T}} X_2 \end{pmatrix}^{-1} X_2^{\mathrm{T}}$$

同样可由拉格朗日乘子法得到投影矩阵 W。

# 2.3 LR和HR人脸相关特征的非线性映射

在学习训练集HR与LR的相关特间的非线性映射关系时,这个问题可以转化为寻找一个近似函数,建立HR与LR人脸图像的相关特征之间的映射。RBF通常用于构建这类函数的近似。径向函数是一种取值只依赖于样本到与原点(或其他中心点)的距离的函数,即 $\varphi(x) = \varphi(||x||),||•||通常指欧式距离。RBF就是用一组径向函数的加权和来实现某种函数逼近<sup>[19-20]</sup>。根据Huang的方法<sup>[11]</sup>,利用以下映射建立LR与HR人脸图像相关特征之间的关系$ 

$$F^{\rm H} = \widetilde{W} \, \boldsymbol{\Phi}^{\rm L} \tag{15}$$

$$\vec{\mathbf{x}} \quad \stackrel{\text{\tiny $!$}}{=} \quad \mathbf{f}_{1}, \cdots, \mathbf{f}_{n}], \quad \widetilde{\mathbf{W}} = [w_{1}, \cdots, w_{n}], \quad \boldsymbol{\varPhi}^{\text{\tiny $!$}} = \begin{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{1} - \hat{l}_{1} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{1} \right\| \right) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi \left( \left\| \hat{l}_{1} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \end{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{i} - \hat{l}_{j} \right\| \right) = \begin{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{1} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \end{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{i} - \hat{l}_{j} \right\| \right) = \begin{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{1} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \end{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{i} - \hat{l}_{j} \right\| \right) = \begin{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{1} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \end{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{i} - \hat{l}_{i} \right\| \right) = \begin{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{1} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \end{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{i} - \hat{l}_{i} \right\| \right) = \begin{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{1} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \end{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{i} - \hat{l}_{i} \right\| \right) = \begin{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{1} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \end{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) = \begin{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{1} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \end{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) = \begin{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \end{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) = \begin{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \end{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) = \begin{bmatrix} \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \\ \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \\ \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \\ \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \\ \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \\ \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \\ \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) & \cdots & \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \\ \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \\ \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \\ \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \\ \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \\ \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right) \\ \varphi \left( \left\| \hat{l}_{n} - \hat{l}_{n} \right\| \right)$$

 $\sqrt{\|\hat{l}_i - \hat{l}_j\|^2 + 1}, \hat{l}_i, \hat{l}_j(i, j = 1, \dots, n)}$ 表示所提取LR数据集的特征向量。由式(15)可得

$$\widetilde{\boldsymbol{W}} = F^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{L}})^{-}$$

在实验中,如果 $\boldsymbol{\Phi}^{L}$ 不可逆,取 $\boldsymbol{\Phi}^{L} = \boldsymbol{\Phi}^{L} + \tau I, I$ 为单位矩阵, $\tau$ 为较小的正值,如 $\tau = 10^{-3}$ 。由投影矩 阵 $\widetilde{\boldsymbol{W}}$ 可以得到给定LR人脸图像所对应的HR人脸特征图像,从而实现LR人脸图像的识别。

# 3 实验结果与分析

为了验证所提出方法的有效性,分别在ORL、Multi-PIE和Yale人脸数据集上进行实验对比。本文选取了直接使用原始HR人脸图像进行识别(HR-PCA),使用LR人脸图像进行识别(LR-PCA)、Wang的方法(PCA-RBF)<sup>[5]</sup>,Huang的方法(Huang's method)<sup>[11]</sup>以及Zhang的方法(Zhang's method)<sup>[13]</sup>进行了比较。在实验中,Method(1)是只使用监督信息进行的特征提取,而Method(2)是使用CDCA算法进行的特征提取,加粗字体表示每组实验的最优结果,括号里的数表示循环 30次识别率的方差(方差不足 0.01%)的记为0.01%)。

#### 3.1 ORL人脸数据集实验

ORL 人脸数据集,又称 AT&T 人脸数据集,包含 40 个的不同受试者,其中每人有 10 幅不同的图像,图像是在不同的时间、不同的照明、面部表情(开/闭着眼睛,微笑/不笑)和面部的细节(眼镜/不带眼镜)分别拍摄的,图像为均匀黑色背景的正面人脸(允许有小角度偏离)。实验中,每次随机选取每个个体 5 个不同的视角作为训练集,剩余的不同视角作为测试集,选择的 HR 图像为 32 像素 × 32 像素,LR 图像为 8 像素 × 8 像素,如图 2 所示。在 Zhang's 的方法中,设置核参数为 0.9,径向基函数中的参数设置为 2;在使用 CDCA 算法提取特征时,设置参数  $\eta = 0.8$ 。表1列出 ORL 人脸数据集上各算法在不同特征 维数下的识别率。



维数	HR_PCA	LR_PCA	PCA_RBF	Huang's	Huang's Zhang's		Mothod(2)
				method	method	Wiethou(1)	Wiethou(2)
40	89.95(0.11)	80.21(0.43)	81.83(0.23)	82.67(0.24)	81.13(0.03)	83.88(0.37)	90.25(0.14)
50	91.90(0.03)	84.23(0.08)	87.45(0.12)	91.72(0.08)	90.89(0.12)	91.60(0.17)	93.37(0.04)
60	91.54(0.09)	83.69(0.52)	89.27(0.11)	94.47(0.05)	93.14(0.18)	97.20(0.04)	95.55(0.04)

通过表1的实验结果不难发现,当选取的特征维数是40维时,Method(2)的识别率为90.25%,超过 直接使用原始HR图像进行实验的识别率89.95%,并且Method(1)和Method(2)的识别率显著高于其他 算法;特征维数为50维时,Method(1)和Method(2)的识别率分别是91.60%和93.74%,Method(2)的识别 率略高于直接使用原始HR图像进行实验的识别率91.90%;当选取特征为数位60维时,Method(2)的 Method(2)的识别率分别为97.20%和95.55%均高于其他算法的识别率。尽管在60维时,Method(2)的 识别率仅有95.55%,但是对于不同的特征维数,Method(2)算法变化幅度不大,说明Method(2)算法相比 于其他算法更稳定,鲁棒性更好。综上说明提取特征时融入类信息,可提取更有利于分类的低维特征, 并且视图一致性信息的融入能够提高算法的鲁棒性。

#### 3.2 Multi-PIE 人脸数据集实验

Multi-PIE (Pose illumination and expression)数据集被用来评估面部识别的姿态,它包含了75万张 不同视图下的337个人的人脸图片。研究对象在15个视角和19个光照条件下拍摄了一系列面部表情, 此外还获得了高分辨率的正面图像。在实验中,选取30个的不同受试者,其中选取每人的10幅不同的 图像,共300张灰度图像进行实验,每次随机选取每个个体的5张人脸作为训练集,剩余图像作为测试 集,选择的HR图像为32像素×32像素,LR图像为11像素×11像素。表2列出各算法在Multi-PIE人 脸数据集对于不同PCA特征维数(30维,40维和50维)下的实验结果。同3.1节的实验结果相似,Method(2)算法在特征维数较低时,有较好的识别结果,当选取的PCA特征维数较高时,Method(1)算法有较 好的识别结果。说明当特征维数较低,判别信息和视图一致性的融入,能够显著提高识别结果。尽管

	Table 2         Recognition rate of different feature dimensions in Multi-PIE database							
维数	HR_PCA	LR_PCA	PCA_RBF	Huang's method	Zhang's method	Method(1)	Method(2)	
30	89.82(0.06)	81.15(0.12)	80.67(0.15)	83.07(0.81)	82.98(0.02)	84.67(0.32)	96.53(0.04)	
40	93.27(0.01)	89.13(0.22)	89.09(0.15)	94.20(0.13)	87.06(0.32)	95.09(0.13)	95.42(0.13)	
50	94.67(0.04)	88.44(0.13)	90.33(0.04)	98.91(0.05)	93.98(0.05)	99.13(0.01)	93.67(0.04)	

表 2 各算法在 Multi-PIE 数据集上不同特征维数的识别率

1169

当特征维数为50维时, Method(2)的识别率仅有93.67%, 但是可以看出 Method(2)算法随着特征维数的 增加, 变化比较稳定, 并且在低维情况下相比于其他算法有更好的识别结果, 说明在低维情况下, CDCA 算法能更充分利用数据本身的特征信息。

#### 3.3 在Yale人脸数据集进行识别

Yale人脸数据集包含15个的不同受试者,其中每人有11幅不同的图像,共165张灰度图像,图像是 在不同的面部表情和环境下拍摄的。实验中,每次仅随机选取每个个体的5张人脸作为训练集,另外任 选5张人脸作为测试集,该实验中选择的HR图像为32像素×32像素,LR图像的分辨率分别为 9像素×9像素、10像素×10像素、11像素×11像素。实验目的是研究不同分辨率的LR人脸图像对各 算法识别率的影响,图3列出了实验需要的部分HR和LR人脸图像。实验中,在Zhang's的方法中,设 置核参数为1.06,径向基函数中的参数设置为2,CDCA算法参数设置为0.01。表3列出在Yale人脸数 据集上各算法在不同分辨率下的识别率。由表3容易发现,当选取的分辨率是9像素×9像素时,Method(1)的识别率为95.89%,显著高于其他算法的识别率;分辨率为10像素×10像素时,Method(1)和 Method(2)的识别率分别为98.93%和97.91%,显著高于其他算法的识别率。容易发现,当所选取的人脸图 像分辨率相同时,Method(2)的识别率优于其他算法。



Fig.3 HR/LR face image II

表 3	各算法在	Yale数据集。	上不同分别	F率下的识别率
				1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

Table 3	Recognition rate of each algorithm at different resolutions on Yale database	
Lable e	necognition fute of cuch algorithm at anterent resolutions on fute autubuse	

%

分辨率/ 像素×像素	LR_PCA	PCA_RBF	Huang's method	Zhang's method	Method(1)	Method(2)
$9 \times 9$	79.34(0.22)	80.13(0.35)	92.60(0.10)	93.42(0.13)	95.89(0.02)	92.18(0.12)
10  imes 10	83.57(0.13)	86.80(0.15)	97.07(0.16)	94.52(0.32)	98.93(0.17)	97.91(0.09)
$11 \times 11$	84.66(0.09)	87.64(0.21)	98.67(0.03)	97.21(0.19)	98.78(0.01)	99.64(0.03)

# 3.4 CDCA算法参数的分析

在优化求解 CDCA 算法时,参数 η 可能会影响实验效果,所以该实验主要考察参数 η 对实验结果的 影响。实验中,通过对 Multi-PIE 和 Yale 数据集上 Method(2)算法设置不同的参数 η 值,观察识别率的变 化情况。表 4 和表 5 分别是在 Multi-PIE 和 Yale 数据集上,不同参数对识别率的影响情况。实验中选取 的 HR 图像为 32像素 × 32 像素,LR 图像为 11像素 × 11 像素,所提取的 PCA 特征维数是 90 维。

表 4 Multi-PIE 数据集上不同参数对识别率的影响 Table 4 Effect of different parameters on the Multi-PIE database

η	0.01	0.03	0.05	0.08	0.10	0.20	0.30	0.80
识别率/%	87.33(0.27)	91.84(0.16)	92.93(0.06)	94.11(0.09)	93.71(0.09)	96.62(0.03)	95.53(0.04)	96.27(0.04)
η	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
识别率/%	95.91(0.02)	95.84(0.05)	95.89(0.34)	96.07(0.23)	96.09(0.03)	95.78(0.05)	95.98(0.34)	95.79(0.02)

表 5 Yale数据集上不同参数对识别率的影响 Table 5 Effect of different parameters on the Yale database

η	0.01	0.03	0.05	0.08	0.10	0.20	0.30	0.80
识别率/%	91.42(0.29)	91.69(0.34)	93.51(0.19)	94.27(0.21)	93.98(0.46)	94.51(0.35)	94.71(0.12)	96.71(0.18)
η	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
识别率/%	96.76(0.01)	98.49(0.01)	98.80(0.03)	98.93(0.01)	99.47(0.01)	99.24(0.04)	99.33(0.01)	99.32(0.01)

由表4和表5可以得到,识别率随着参数值的增大呈递增的趋势。在Multi-PIE和Yale数据集上, 当参数值分别为0.2和3.0时,识别率达到最大,之后识别率随着参数值的增大趋于稳定。容易发现,识 别率的变化随着参数的改变波动不大,说明该算法比较稳定,鲁棒性较好。图4给出了在Multi-PIE和 Yale人脸数据集上,Method(2)算法的识别率随着参数值变化趋势图。



本节通过实验分析,验证本文所提出算法的优越性。在3.1节和3.2节中,分别在ORL和Multi-PIE 人脸数据集上进行实验,目的是为探究当提取的LR人脸图像的特征维数不相同时,对实验结果的影 响。实验表明本文所提出的算法在不同特征维数下均有较好的识别率;在3.3节中,通过在Yale人脸数 据集上实验,研究了各算法在不同分辨率的LR人脸图像的识别效果,实验表明本文提出的算法在不同 分辨率的LR人脸图像上有较好的识别结果;在3.4节中,通过对Multi-PIE和Yale数据集上设置不同的 参数值,观察Method(2)算法对LR人脸图像识别率的变化情况,实验表明识别率的变化随着参数的改 变波动不大,说明该算法比较稳定,鲁棒性较好。

#### 4 结束语

本文在CCA的基础上,同时考虑数据的判别信息和视图间的一致性,提出CDCA算法;并针对LR

人脸图像识别率较低的问题,提出基于CDCA的低分辨率人脸识别算法。在LR人脸识别算法中,利用 CDCA获取HR与LR人脸图像整体特征之间的相关子空间,之后利用RBF和KNN分类器进行人脸识 别。本文所提出的算法不仅利用数据的标签信息,而且考虑了视图间一致性信息。实验表明,与其他 低分辨率人脸识别算法相比,本文提出的方法在不同的数据集下有较高的识别率和更好的鲁棒性。 CDCA是从双视图数据中提取特征的算法,仅适用于线性空间中;在非线性情况下可以参考文献[21-23]中的方法,将该算法拓展到非线性空间中,从而可以提取HR与LR人脸图像特征之间的非线性关 系,进一步提高识别率;针对CDCA仅适用于双视图数据的问题,可以利用文献[24-26]的方法将CDCA 算法推广到多个视图。

## 参考文献:

- [1] 周旭东,陈晓红,陈松灿.半配对半监督场景下的低分辨率人脸识别[J]. 计算机研究与发展, 2012, 49(11): 2328-2333.
   ZHOU Xudong, CHEN Xiaohong, CHEN Songcan. Low-resolution face recognition in semi-paired and semi-supervised scenario[J]. Journal of Computer Research and Development, 2012, 49(11): 2328-2333.
- [2] CHU Y, AHMAD T, BEBIS G, et al. Low-resolution face recognition with single sample per person[J]. Signal Processing, 2017, 141: 144-157.
- [3] OUWERKERK J D V. Image super-resolution survey[J]. Image & Vision Computing, 2006, 24(10): 1039-1052.
- [4] LIN F, FOOKES C, CHANDRAN V, et al. Super-resolved faces for improved face recognition from surveillance video[C]// Proceedings of International Conference on Biometrics. Berlin, Heidelberg: Springer, 2007: 1-10.
- [5] WANG X, TANG X. Hallucinating face by eigentransformation [J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part C, 2005, 35(3): 425-434.
- [6] GUNTURK B K, BATUR A U, ALTUNBASAK Y, et al. Eigenface-domain super-resolution for face recognition [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003,12(5): 597-606.
- [7] FREEMAN W T, PASZTOR E C. Learning low-level vision [J]. International Journal of Computer Vision, 2000, 40(1): 25-47.
- [8] DONG W, ZHANG L, LUKAC R, et al. Sparse representation based image interpolation with nonlocal autoregressive modeling[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22(4): 1382-1394.
- [9] KIM K I, KWON Y. Single-image super-resolution using sparse regression and natural image prior [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2010, 32(6): 1127-1133.
- [10] LI B, CHANG H, SHAN S, et al. Low-resolution face recognition via coupled locality preserving mappings [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 17(1): 20-23.
- [11] HUANG H, HE H. Super-resolution method for face recognition using nonlinear mappings on coherent features [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2011, 22(1): 121-130.
- [12] HOTELLING H. Relations between two sets of variates[J]. Biometrika, 1936, 28(3/4): 321-377.
- [13] ZHANG Z, YUAN Y H, LI Y, et al. Face hallucination and recognition using kernel canonical correlation analysis[C]// Proceedings of International Conference on Neural Information Processing. Switzerland: Springer International Publishing AG, 2017: 633-641.
- [14] ARAKI T, HINO H, AKAHO S. A kernel method to extract common features based on mutual information[C]//Proceedings of International Conference on Neural Information Processing. Cham: Springer, 2014: 26-34.
- [15] KAN M, SHAN S, ZHANG H, et al. Multi-view discriminant analysis[C]//Proceedings of the 12th European Conference on Computer Vision. [S.1.]: IEEE, 2012: 188-194.
- [16] 沈继锋,时士伟, 左欣,等. 基于多通道图判别投影 HAAR 特征的多视角人脸检测[J]. 数据采集与处理, 2018, 33(2): 270-279.

SHEN Jifeng, SHI Shiwei, ZUO Xin, et al. Multi-view face detection based on multi-channel discriminative projection HAAR

#### 张恩豪 等:基于一致判别相关分析的低分辨率人脸识别算法

features[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2018, 33(2): 270-279.

- [17] SUN T, CHEN S, YANG J, et al. A novel method of combined feature extraction for recognition[C]//Proceedings of 8th IEEE International Conference on. [S.1.]: IEEE, 2008: 1043-1048.
- [18] HERVÉ A, WILLIAMS L J. Principal component analysis[J]. Wiley Interdisciplinary Reviews Computational Statistics, 2010, 2(4): 433-459.
- [19] 张学工.模式识别[M].北京:清华大学出版社,2010:102.

ZHANG Xuegong. Pattern recognition[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2010: 102.

- [20] LOEFFLER C, FROSSARD A, LARA L. Testing complete and compact radial basis functions for solution of eigenvalue problems using the boundary element method with direct integration[J]. International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics, 2018, 19(2): 117-128.
- [21] DIAZCHITO K, RINCON J M D, HERNANDEZSABATE A, et al. Fast kernel generalized discriminative common vectors for feature extraction[J]. Journal of Mathematical Imaging & Vision, 2018, 60(4): 512-524.
- [22] WU Q, ZHOU X, ZHENG W. Facial expression recognition using fuzzy kernel discriminant analysis[M]. Fuzzy Systems and Knowledge Discovery. Berlin Heidelberg: Springer, 2006.
- [23] Shahdoosti H R, JAVAHERI N. A new kernel fuzzy based feature extraction method using attraction points[J]. Multidimensional Systems & Signal Processing, 2018(10): 1-19.
- [24] TAN Y, OU W, LONG F, et al. Multi-view clustering via co-regularized nonnegative matrix factorization with correlation constraint[C]//Proceedings of Cloud Computing and Big Data (CCBD), 2016 7th International Conference. [S.I.]: IEEE, 2016: 1-6.
- [25] GAO L, QI L, CHEN E, et al. Discriminative multiple canonical correlation analysis for information fusion[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2018, 27(4): 1951-1965.
- [26] BENTON A, KHAYRALLAH H, GUJRAL B, et al. Deep generalized canonical correlation analysis[EB/OL]. (2017-06-15) [2018-12-01]. http://arXiv Preprint arXiv:1702.02519.

#### 作者简介:



究生,研究方向:模式识别 与机器学习, E-mail: 791948215@qq.com。



陈晓红(1977-), 女, 副教授, 硕士生导师,研究方向:模 式识别与机器学习,Email:lyandcxh@nuaa.edu.

(编辑:刘彦东)