

基于迭代 p 阈值投影算法的压缩感知磁共振成像

杜秀丽^{1,2}, 刘晋廷^{1,2}, 吕亚娜^{1,2}, 邱少明^{1,2}

(1. 大连大学通信与网络重点实验室, 大连, 116622; 2. 大连大学信息工程学院, 大连, 116622)

摘要: 针对迭代软阈值投影算法中的软阈值函数收缩功能较差的问题, 提出了迭代 p 阈值投影算法。用 p 阈值函数替换迭代软阈值投影算法中的软阈值函数, 对小系数的惩罚更大, 对大系数产生更小的偏置, 以抑制噪声, 减少重建误差。为加快算法速度, 利用Nesterov梯度加速技术, 设计了快速迭代 p 阈值投影算法, 用于磁共振图像重建。在紧标架为平移不变离散小波变换和轮廓波下, 将快速迭代 p 阈值投影算法用于压缩感知磁共振成像。与光滑化的快速迭代软阈值算法、迭代软阈值投影算法和交替方向乘子法进行仿真对比分析的结果表明, 快速迭代 p 阈值投影算法提高了磁共振成像的重建速度和重建质量。分析了 p 值对算法性能的影响, 给出了适合的 p 值选择方法, 以获得较好的收敛速度、减小重构误差。

关键词: 磁共振图像; 迭代软阈值投影算法; 紧标架; 软阈值; p 阈值

中图分类号: TN911.73

文献标志码: A

Compressed Sensing Magnetic Resonance Imaging Based on Projected Iterative p -Thresholding Algorithm

DU Xiuli^{1,2}, LIU Jinting^{1,2}, LYU Yana^{1,2}, QIU Shaoming^{1,2}

(1. Communication and Network Laboratory, Dalian University, Dalian, 116622, China; 2. College of Information Engineering, Dalian University, Dalian, 116622, China)

Abstract: Aiming at the problem of poor shrinkage of the soft thresholding function in the projected iterative soft thresholding algorithm, a projected iterative p -thresholding algorithm is proposed. It replaces the soft thresholding function in the projected iterative soft thresholding algorithm with p -thresholding function, which will bring greater penalty for small coefficients and produce smaller bias for large coefficients to suppress the noise and reduce reconstruction errors. To speed up the algorithm, using the Nesterov gradient acceleration technology, a projected fast iterative p -thresholding algorithm is designed for magnetic resonance image reconstruction. When the tight frames are shift-invariant discrete wavelet transform and Contourlets, the projected fast iterative p -thresholding algorithm is used for compressed sensing magnetic resonance imaging. Compared with the smoothed fast iterative soft thresholding algorithm, projected iterative soft thresholding algorithm and alternating direction multiplier method, simulation results show that the projected fast iterative p -thresholding algorithm promotes the reconstruction speed and the reconstruction quality of magnetic resonance imaging. And the influence of the p value on the performance of the algorithm is analyzed, and a suitable p value selection method is given to

obtain a better convergence speed and reduce the reconstruction error.

Key words: magnetic resonance imaging; projected iterative soft thresholding algorithm; tight frames; soft thresholding; p -thresholding

引言

磁共振成像(Magnetic resonance imaging, MRI)^[1]在临床诊断中扮演着重要角色。尽管MRI可以提供具有优异软组织对比度信息的高质量图像,但其成像速度不尽如人意,主要是因为受到物理上(如梯度脉冲的幅度和变化率)以及生理上(神经刺激)的约束。压缩感知技术(Compressed sensing, CS)^[2]被引入到MRI中用以显著提升成像速度,称其为CS-MRI。近年来,在磁共振成像领域越来越多学者开始使用冗余变换。紧标架^[3]的冗余变换提高了对复杂图像的稀疏表示能力。文献[4]提出了一个简单而有效的基于紧标架的压缩感知磁共振图像重建算法——快速迭代软阈值投影算法(projected fast iterative soft-thresholding algorithm, pFISTA),它借鉴了快速迭代软阈值算法(Fast iterative soft-thresholding algorithm, FISTA),利用编程使得pFISTA避免存储整个冗余系统下的表示系数,因此pFISTA可以处理高冗余度变换下的大规模MRI重建问题。pFISTA的另一个优点是重建误差对步长不敏感,因此可以在磁共振图像重建中广泛应用于不同的紧标架。与迭代软阈值算法(Iterative soft-thresholding algorithm, ISTA)^[5]、FISTA^[6]、光滑化的快速迭代软阈值算法(Smoothed FISTA, SFISTA)^[7]、基于Moreau包络的近似平滑迭代算法(Proximal smoothing iterative algorithm, PSIA)^[8]、交替方向乘子法(Alternating direction multiplier method, ADMM)^[9]相比取得了比较好的重建效果。文献[10]进一步证明了并行成像版本的pFISTA的收敛性,特别证明了由pFISTA求解的两个著名的并行成像重建模型SENSE和SPIRiT的收敛性。文献[11]提出了pISTA-SENSE残差网络来解决并行磁共振成像重建问题。但以上算法中采用的软阈值函数收缩功能较差,导致成像速度慢、质量差。

文献[12]提出了一种有效的 p 阈值算法,使用 p 阈值替换ISTA中软阈值来解决稀疏信号恢复问题,并证明了所提出算法的全局收敛性。文献[13]建立了用于恢复稀疏信号的确切条件。Li等^[14]提出用迭代奇异值 p 阈值算法来解决低秩矩阵恢复问题,并使用随机奇异值分解给出了它的两个加速版本。文献[15]提出了一种基于交替方向法的算法——迭代 p 阈值算法,用于解决低秩张量恢复问题,进一步证明了迭代 p 阈值算法的有效性;并得出:最小化 p 阈值算子的惩罚函数是经典凸 L_1 范数和非凸Schatten- p 范数的良好替代。

针对pFISTA使用的软阈值函数收缩功能较差的问题,本文利用 p 阈值对小系数的惩罚更大、对大系数产生较小偏置的优势,提出迭代 p 阈值投影算法(projected iterative p -thresholding algorithm, pIpTA),并利用文献[6]中的Nesterov加速方法,提出快速迭代 p 阈值投影算法(projected fast iterative p -thresholding algorithm, pFIpTA),以提高有效提高MRI的重构精度和重构速度。

1 迭代软阈值投影算法

1.1 紧标架下CS-MRI的重建模型

CS-MRI对全采样 k 空间数据进行欠采样,数学模型可以表示为

$$y = UFx + \eta \quad (1)$$

式中: $y \in \mathbb{C}^M$ 表示采样得到的 k 空间数据, $U \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ($M < N$)表示采样算子, $F \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 表示傅里叶算子, $x \in \mathbb{C}^N$ 表示磁共振图像, η 为噪声。CS-MRI重建的目的是要从 y 中恢复出 x ,这是一个欠定的线性

反问题。

磁共振图像本身不具有稀疏性,磁共振图像的稀疏性有两种表现:一种是被某个字典中的原子信号稀疏表示,另一种是经过某个变换后是稀疏的,因此也对应有两类重建模型:综合型和分解型^[16]。

综合型

$$\min_{\alpha} \|\alpha\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{y} - U\mathbf{F}\Phi\alpha\|_2^2 \quad (2)$$

分解型

$$\min_x \|\Psi x\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{y} - U\mathbf{F}x\|_2^2 \quad (3)$$

式中: Φ 表示标架,当 Ψ 正交且满足 $\Phi = \Psi^* = \Psi^{-1}$ 时,综合型模型和分解型模型重建效果相同。 α 为标架表示的图像系数, λ 为正则化参数,权衡稀疏项和数据保真项,标架能够有效地利用图像的冗余信息实现图像信息与噪声的分离,通过求解 $\|\Psi x\|_1$ 范数的凸优化问题重构出高质量的图像,通过求解 $\|\mathbf{y} - U\mathbf{F}x\|_2^2$ 范数的数据保真项来拟合噪声。

为了联合紧标架下分解型和综合型模型,文献[16]同时给出了平衡型重建模型,即

$$\min_{\alpha} \|\alpha\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{y} - U\mathbf{F}\Phi\alpha\|_2^2 + \frac{1}{2\beta} \|(I - \Phi^H\Phi)\alpha\|_2^2 \quad (4)$$

式中: Φ^H 表示一个分解矩阵,当 $\Phi^H\Phi = I$ 时,称 Φ 为标准紧标架, β 为一个近似参数。

1.2 迭代软阈值投影算法

文献[4]提出,pISTA先将分解型模型改写成一个形似综合型模型的等价模型,如式(4)所示,然后计算目标函数中非光滑项的近邻映射,并引进Beck和Teboulle在文献[6]中提出的加速策略,得到快速迭代软阈值投影算法。

pISTA和pFISTA实际求解的是平衡型模型式(4),而不是精确的分解型模型。对于平衡型模型式(4),首先令

$$h(\alpha) = \|\alpha\|_1 \quad (5)$$

$$u(\alpha) = \frac{\lambda}{2} \|\mathbf{y} - U\mathbf{F}\Phi\alpha\|_2^2 + \frac{1}{2\beta} \|(I - \Phi^H\Phi)\alpha\|_2^2 \quad (6)$$

对式(4)中的最小化问题应用ISTA就需要求解如下的近邻映射(Proximal map)^[5]

$$\alpha_{k+1} = \text{prox}_{\lambda}(\alpha_k - \gamma \nabla u(\alpha_k)) \quad (7)$$

$$\alpha_{k+1} = T_{\lambda}(\Phi^H(\Phi\alpha_k + \gamma F^H U^T(\mathbf{y} - U\mathbf{F}\Phi\alpha_k))) \quad (8)$$

式中: γ 为步长, α_{k+1} 表示第 $k+1$ 迭代的系数, F^H 为离散傅里叶反变换, U^T 为 U 的转置。prox表示近邻映射,其定义为

$$\text{prox}_f(x) = \arg \min_z f(z) + \frac{\lambda}{2} \|z - x\|_2^2 \quad (9)$$

式中: z 表示重建图像, x 表示磁共振图像, f 代表一个基于 L_1 范数的函数。对于综合型模型, $f(z) = \|z\|_1$,因此近邻映射即为

$$\text{prox}_f(x) = \arg \min_z \|z\|_1 + \frac{\lambda}{2} \|z - x\|_2^2 = T_{\lambda}(x) \quad (10)$$

式中: $T_{\lambda}(\cdot)$ 代表对每一个数值计算的软阈值函数,即

$$T_{\lambda}(x_i) = \text{sgn}(x_i) \max\{0, |x_i| - \lambda\} \quad (11)$$

式中: $\text{sgn}(x_i)$ 表示符号函数, x_i 表示 x 其中一个元素,即当 $x_i > 0$ 时为1,当 $x_i < 0$ 时为-1; λ 表示阈值。

将式(8)的左右两边同乘以 Φ ,同时令 $x_{k+1} = \Phi T_\lambda(\Phi^H(x_k + \gamma F^H U^T(y - UFx_k)))$,可得

$$x_{k+1} = \Phi T_\lambda(\Phi^H(x_k + \gamma F^H U^T(y - UFx_k))) \quad (12)$$

式中: x_{k+1} 表示第 $k+1$ 迭代的图像。式(12)为pISTA的迭代公式,再引入FSITA的加速策略就可以得到pFISTA。

2 迭代 p 阈值投影算法

2.1 迭代 p 阈值

不论是ISTA还是FISTA,求解惩罚函数的近端映射的迭代广义 p 阈值算法是求解正则化逆问题的有效算法。

文献[12]提出一种新的迭代 p 阈值函数

$$T_{\lambda p}(x_i) = \text{sgn}(x_i) \max\{0, |x_i| - \lambda |x_i|^{p-1}\} \quad (13)$$

式中: p 值表示为 x_i 增加权重的值。 p 阈值操作函数如图1所示。

从图1可以看出,当 $p < 1$ 时, p 阈值函数比软阈值函数对小系数的惩罚更大,而对大系数产生更小的偏差。噪声分量在所有频带中以小系数进行散射^[17],在图像重建过程中,通过 p 阈值函数与小系数之间的比较来抑制小系数进行去噪,从而获得更好的重建图像。当 $p = 1$ 时,变成了软阈值算子^[4],当 $p \rightarrow \infty$ 时,为硬阈值算子。通过保留大系数来克服软阈值函数容易失真的问题,通过收缩中间系数来减少硬阈值函数不连续。文献[13]已经证明,当 $p < 1$ 时,稀疏恢复所需的测量比使用 $p = 1$ 的ISTA情况下少,或者使用相同数量的测量时,使用 $p < 1$ 可获得更好的质量。

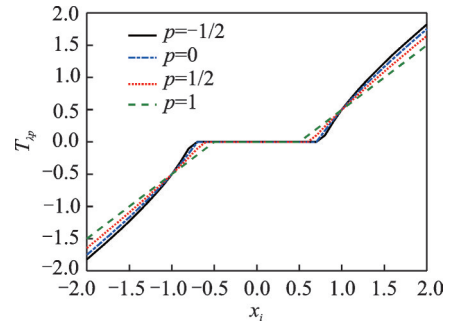


图1 p 阈值函数图

Fig.1 Plot of p -thresholding function

2.2 迭代 p 阈值投影算法

惩罚函数的近端映射可以解决正则化反问题,因此软阈值函数作为相应的惩罚函数的近端映射十分有效。 p 阈值函数可以看作是具有稀疏约束更宽泛的惩罚函数的映射。针对软阈值函数收缩功能较差的问题,本文提出将收缩性能更好的 p 阈值函数替换pISTA中的软阈值,并设计了相关的算法。

因此,针对紧标架下模型重建问题设计迭代 p 阈值算法。迭代 p 阈值投影算法求解紧标架下模型重建问题模型如式(4)所示,通过1.2节了解到迭代软阈值投影算法的迭代公式可以解决平衡型模型重建问题,将 p 阈值替换软阈值,并融入到pISTA的核心公式中,得到pIpTA的迭代公式为

$$x_{k+1} = \Phi T_{\lambda p}(\Phi^H(x_k + \gamma F^H U^T(y - UFx_k))) \quad (14)$$

式中: $T_{\lambda p}(t)$ 为迭代 p 阈值函数, λ 表示阈值, γ 为步长。

通过灵活改变 p 值来设计新的稀疏目标函数,以获得更好的重建效果。同时,引入文献[6]提出的Nesterov加速策略,Nesterov方法采用从上一步迭代点处朝前走一步处的梯度,以极少的额外计算量大幅度提高了迭代 p 阈值投影算法的收敛速度,从而得到pFIPTA。紧标架下MRI重建的pIpTA和pFIPTA算法分别如算法1和算法2所示。

算法1 pIpTA算法

参数: λ, γ

初始化: x_0

循环直到停止:

$$x_{k+1} = \Phi T_{\lambda p}(\Phi^H(x_k + \gamma F^H U^T(y - UFx_k)))$$

输出: x

算法2 pFIpTA算法

参数: λ, γ

初始化: $x_0, \tilde{x}_0, t_0 = 1$

循环直到停止:

$$x_{k+1} = \Phi T_{\lambda p}(\Phi^H(x_k + \gamma F^H U^T(y - UFx_k)))$$

$$t_{k+1} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4t_k^2}}{2}$$

$$\tilde{x}_{k+1} = x_{k+1} + \frac{t_k}{t_{k+1}}(x_{k+1} - x_k)$$

输出: x

3 实验结果与分析

3.1 实验环境及数据集

图2(a)和图2(b)中的脑图均是使用一台3T的西门子 Trio Tim 磁共振成像仪扫描一个健康的志愿者头部得到的图像,成像仪使用32线圈,脉冲序列为T2加权的Turbo自旋回波序列,两幅图像分别来自第7、10层,其中 $TR/TE=6100/99$ ms, $FOV=220$ mm \times 220 mm,厚度为3 mm。其中图2(c)模拟三维成像中的二维相位编码,图2(d)模拟二维成像中的伪放射性线采样,它的采样点都是在笛卡尔坐标的网格上最接近真实放射线采样轨迹的点。 k 空间数据的中心区域信噪比较高,远离中心区域的噪声较为凸显,因此CS-MRI中的采样模板在 k 空间的中心采集更多的数据。以上所有数据来源于<http://csrc.xmu.edu.cn/>。

仿真实验的硬件配置为:英特尔酷睿 i5-3360M 处理器、主频 3.4 GHz、内存 16 GB;软件配置为 Matlab 2081b。

利用式(15)定义的相对 L_2 范数误差作为图像重建质量的数字指标。

$$RLNE = \frac{\|\tilde{x} - x\|_2}{\|x\|_2} \quad (15)$$

式中: \tilde{x} 代表重建图像, x 表示原始图像。数值越小,代表磁共振图像重建质量越高。

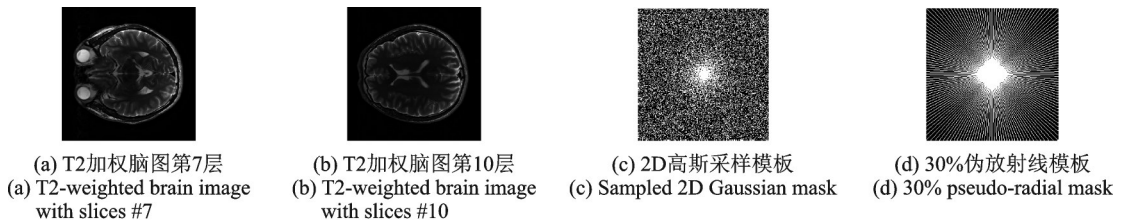


图2 实验数据集

Fig.2 Experimental datasets

3.2 实验结果及讨论

3.2.1 pFIpTA算法性能分析

本文选用平移不变离散小波变换(Shift-invariant discrete wavelet transform, SIDWT)作为典型实验中的紧标架,使用的是具有4个分解尺度的Daubechies小波。对于实验中所用到的算法,首先需要对其调节参数,这些参数包括:FIpTA中的步长 γ_{Fp} ,SFISTA中的步长 γ_s 和光滑参数 μ ,pFISTA中的步长 γ_p 。按如下规则设置: $\gamma_{Fp} = 1$;根据文献[6], $\gamma_s = 1/(1 + 1/\mu)$,而 μ 也根据文献取不同的推荐值;对于pFISTA,根据文献[2],将 γ_p 设置为1。pFIpTA算法中 p 的值为0.7。

图3为T2加权脑图第7层图像重建结果,其中第1行为原图和4种算法得到的重建图像,第2行第1幅为30%伪放射线采样模板,剩余4幅为4种算法的残差图。图中FIpTA, SFISTA, pFISTA和pFIpTA的RLNE分别为0.132 426, 0.097 078, 0.097 029和0.083 288。图4为加权脑图第10层重建结果,使用30%高斯采样模板进行采样。图中FIpTA, SFISTA, pFISTA和pFIpTA的RLNE分别为0.104 166, 0.091 703, 0.091 573和0.069 123。从图3,4可以看出,FIpTA的重建图像含有明显的伪影,而SFISTA和pFISTA的重建图像中这些伪影被很好地压制了,pFIpTA中的伪影最少。pFIpTA的重建误差比其他3种算法的重建误差要低。对应的收敛曲线如图5,6所示,所提出的pFIpTA比pFIS-

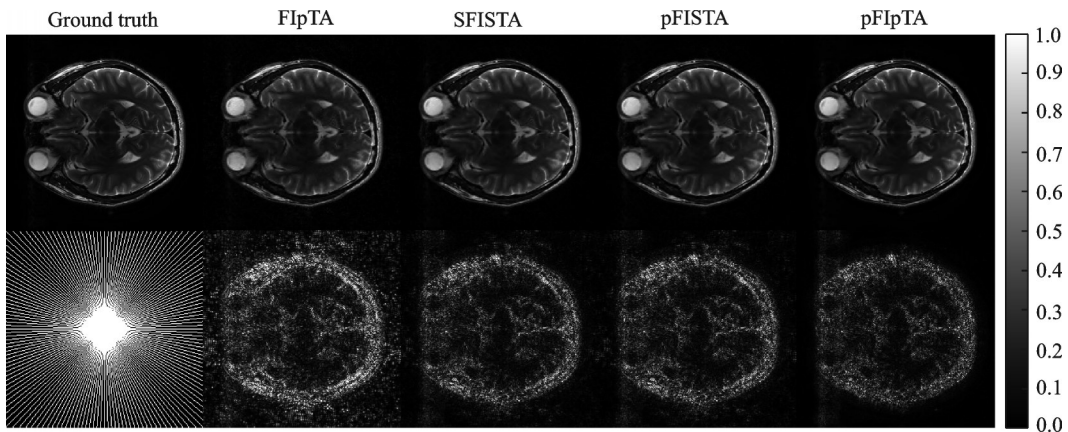


图3 T2加权脑图第7层图像重建结果

Fig.3 Reconstructed T2-weighted brain images with #7

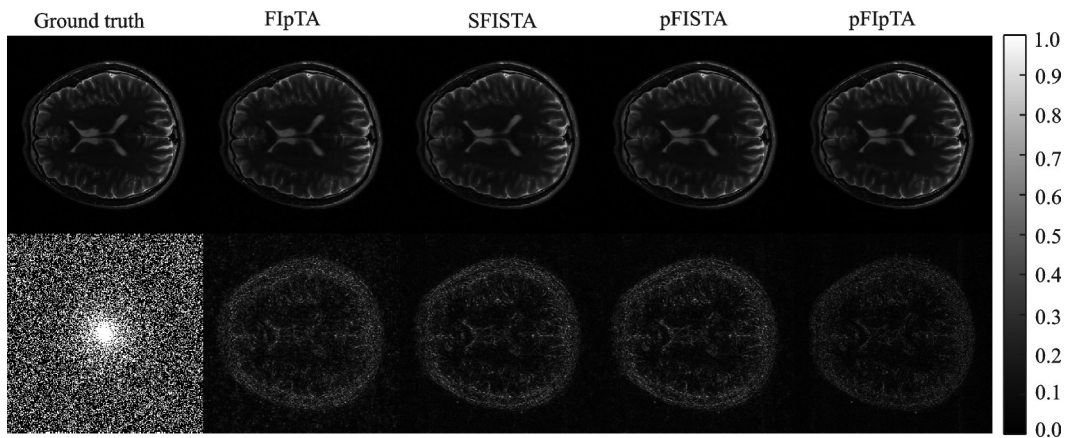


图4 T2加权脑图第10层图像重建结果

Fig.4 Reconstructed T2-weighted brain images with #10

TA, SFISTA 提高了大约 0.013 79 个单位。

不同的稀疏化磁共振图像的紧标架对 CS-MRI 的重建误差影响很大。为了全面评估 pFIpTA, 在本节实验中选用轮廓波 (Contourlets) 作为紧标架, Contourlets 应用图像的局部边缘方向性来进一步稀疏化图像, 使得重建结果能够尽可能保留边缘信息, 并和求解分解型模型的通用算法 ADMM 进行了对比, 实验结果如图 7 所示。图中结果显示, 和使用 SIDWT 作为紧标架效果一样, pFIpTA 比其他的重建误差都要低, 而且 pFIpTA 收敛更快。因此, pFIpTA 具备 pFISTA 的优势不随使用的紧标架而变化, 并且效果更好。

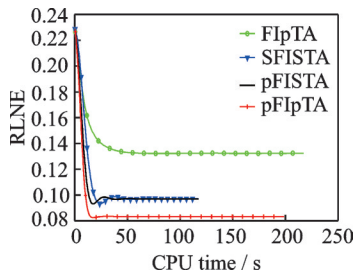


图 5 T2 加权脑图第 7 层图像收敛曲线

Fig.5 Convergence curve of T2-weighted brain images with #7

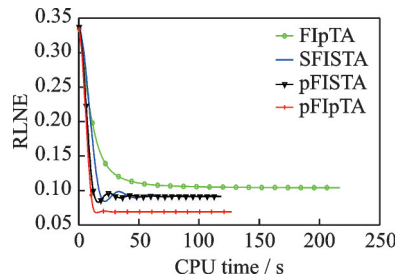


图 6 T2 加权脑图第 10 层图像收敛曲线

Fig.6 Convergence curve of T2-weighted brain images with #10

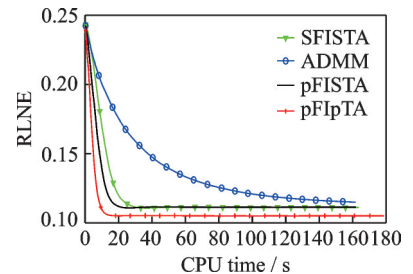


图 7 Contourlets 下的收敛曲线

Fig.7 Convergence curve using Contourlets

因为 pFIpTA 求解的是平衡型模型, 而非精确的分解型模型, 这部分通过对比 ADMM, 可了解 pFIpTA 与分解型重建结果的效果。从图 7 可知, SFISTA 和 pFISTA 重建误差比 ADMM 的重建误差更小, 且本文所提 pFIpTA 算法收敛速度更快, 精度更高。

为了验证本文提出的重构算法在不同采样率下的磁共振图像的重建性能, 对不同采样率下 SFISTA、pFISTA、ADMM 和 pFIpTA 的重建误差进行了分析。表 1 是不同采样率下各算法的重建误差, 实验分别采用 1%、5%、10%、20%、30%、40% 和 50% 的高斯采样模板, 紧标架为轮廓波。从表 1 可以看出在 1%、5%、10%、20%、30%、40% 和 50% 采样率下, SFISTA 和 pFISTA 重建误差差距不大, pFIpTA 与其他 3 种算法相比重建误差更小; 在 50% 采样率下, 4 种算法重建误差趋于平稳。

表 1 不同采样率下重建误差

Table 1 Reconstruction error at different sampling ratios

Algorithm	Sampling ratio / %						
	1	5	10	20	30	40	50
SFISTA	0.470 167	0.402 184	0.203 772	0.143 989	0.100 681	0.073 241	0.053 232
pFISTA	0.470 440	0.401 429	0.203 206	0.143 459	0.100 166	0.072 677	0.052 842
ADMM	0.481 464	0.417 889	0.208 496	0.146 249	0.101 371	0.073 522	0.053 361
pFIpTA	0.452 582	0.355 713	0.185 486	0.124 564	0.089 692	0.068 322	0.054 022

3.2.2 p 值的选择

本节将从数值实验验证 p 值如何影响重建速度和重建误差。图 8 中, 选用 p 值分别为 1.0, 0.8, 0.7, 0.6 时的收敛曲线, $p=1$ 为 pFISTA。图 9 为在紧标架为 SIDWT 和 Contourlets 时, 取不同 p 值对应的

RLNE。

从图8和图9可以看出,随着 p 值减小,收敛速度变快,但是RLNE并不遵循这个规律。从图8可以看出在0.8,0.7出现拐点,0.8和0.7的收敛精度差不多,但是在0.7时,速度有所提升。图9中在Contourlets下所代表的曲线,也表明在0.7时重建精度更好一点。综合考虑,本文建议将 p 的值设置为0.7。

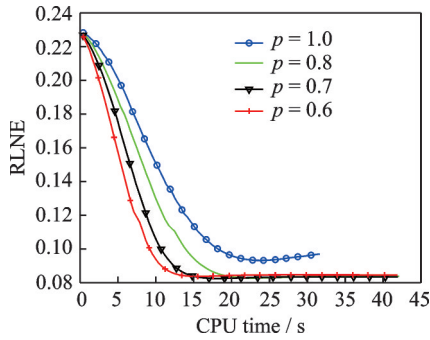


图8 PFIPTA不同 p 值的收敛曲线

Fig.8 Convergence curve of PFIPTA at different p values

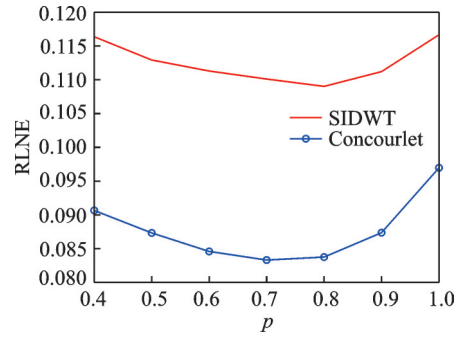


图9 SIDWT和Contourlets条件下不同 p 值对应的RLNE

Fig.9 RLNE with different p values under SIDWT and Contourlets

4 结束语

针对迭代软阈值投影算法中软阈值函数收缩功能较差的问题,本文提出了迭代 p 阈值投影算法和它的加速版快速迭代 p 阈值投影算法来求解紧标架下的压缩感知磁共振图像重建问题,将收缩性能更好的 p 阈值函数替换pISTA中的软阈值。数值实验显示,pFIPTA的重建结果比SFISTA和pFISTA的好,而且pFIPTA收敛速度比pFISTA更快;与ADMM相比收敛精度也有一定提高。 p 阈值具有能灵活的收缩功能,验证了pFIPTA在 p 为0.7时表现出色。pFIPTA不仅继承了pFISTA不随使用的紧标架而变化的优势,甚至效果更好,而且继承了 p 阈值函数的优势,获得了更好的重构效果。

参考文献:

- [1] 孙权森,纪则轩.基于模糊聚类的脑磁共振图像分割算法综述[J].数据采集与处理,2016,31(1): 28-42.
SUN Quansen,JI Zexuan. Fuzy clustering for brain MR image segmentation[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2016, 31(1): 28-42.
- [2] CHEN X, QI Z, XU J. A high-accuracy distributed iterative hard thresholding algorithm for compressed sensing[J]. IEEE Access, 2020, 8: 49180-49186.
- [3] 李鹏,陈嘉琦,马味敏,等.Contourlet域下基于多尺度特征的声呐图像分割[J].计算机工程,2019,45(9): 253-259.
LI Peng, CHEN Jiaqi, MA Weimin, et al. Sonar image segmentation based on multiscale features in Contourlet domain[J]. Computer Engineering, 2019, 45(9): 253-259.
- [4] LIU Yunsong, ZHAN Zhifang, CAI Jianfeng, et al. Projected iterative soft-thresholding algorithm for tight frames in compressed sensing magnetic resonance imaging[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2016, 35(9): 2130-2140.
- [5] PARIKH N, BOYD S. Proximal algorithms [J]. Foundations and Trends in Optimization, 2013, 1(3): 123-231.
- [6] BECK A, TEOULLE M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems [J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(1): 183-202.
- [7] TAN Z, ELDAR Y, BECK A, et al. Smoothing and decomposition for analysis sparse recovery [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(7): 1762-1774.

- [8] 刘晓晖,路利军,冯前进,等.基于Moreau-包络的近似平滑迭代磁共振图像重建算法[J].计算机应用,2018,38(7):2076-2082.
LIU Xiaohui, LU Lijun, FENG Qianjin, et al. Proximal smoothing iterative algorithm for magnetic resonance image reconstruction based on Moreau-envelope [J]. Journal of Computer Applications, 2018, 38(7): 2076-2082.
- [9] YANG Y, SUN J, LI H, et al. ADMM-CSNet: A deep learning approach for image compressive sensing[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2020, 42(3): 521-538.
- [10] ZHANG X, LU H, GUO D, et al. A convergence proof of projected fast iterative soft-thresholding algorithm for parallel magnetic resonance imaging[J/OL].[2020-06-01]. <https://arxiv.org/abs/1909.07600>.
- [11] LU Tiejuan, ZHANG Xinlin, HUANG Yihui, et al. pISTA SENSE ResNet for parallel MRI reconstruction[J]. Journal of Magnetic Resonance, 2020, 318: 106790.
- [12] VORONIN S, CHARTRAND R. A new generalized thresholding algorithm for inverse problems with sparsity constraints [C]//Proceedings of 2013 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Vancouver, BC:IEEE, 2013: 1636-1640.
- [13] WOODWORTH J, CHARTRAND R. Compressed sensing recovery via nonconvex shrinkage penalties[J]. Inverse Problems, 2016, 32(7): 075004.
- [14] LI Yufan, SHANG Kun, HUANG Zhenghai. A singular value p -shrinkage thresholding algorithm for low rank matrix recovery [J]. Computational Optimization and Applications. 2019, 72(2): 453-476.
- [15] SHANG Kun, LI Yufan, HUANG Zhenghai. Iterative p -shrinkage thresholding algorithm for low Tucker rank tensor recovery [J]. Information Sciences, 2019, 482: 374-391.
- [16] LIU Yunsong, CAI Jianfeng, ZHAN Zhifang, et al. Balanced sparse model for tight frames in compressed sensing magnetic resonance imaging[J].Plos One, 2015, 10(4): e0119584.
- [17] 周克良,刘亚亚.新阈值小波变换的心音去噪[J].计算机工程与设计,2020,41(9):2476-2481.
ZHOU Keliang, LIU Yaya. Heart sound denoising of new threshold wavelet transform[J]. Computer Engineering and Design, 2020, 41(9): 2476-2481.

作者简介:



杜秀丽(1977-),女,教授,博士,研究方向:压缩感知、数字图像处理,E-mail: dxlxts@126.com。



刘晋廷(1994-),男,硕士研究生,研究方向:压缩感知、数字图像处理。



吕亚娜(1985-),女,讲师,研究方向:数字图像处理。



邱少明(1980-),男,副教授,研究方向:计算机技术与应用。

(编辑:王静)