

基于矩阵格的 BIBD-LDPC 码构造方法

李 通¹, 韩建萍², 王光耀³

(1. 山西工程职业学院计算机信息系, 太原, 030032; 2. 山西能源学院电气与动力工程系, 太原, 030600; 3. 北京工业大学信息与通信工程学院, 北京, 100124)

摘要: 针对目前采用传统方法构造 $(3, m)$ LDPC 码时会产生大量陷阱集的问题, 以矩阵格 (Rectangular lattices, RL) 为基础提出了一种消除基本陷阱集的 $(3, m)$ QC-LDPC 码的改进构造方法。通过分析矩阵格中基本陷阱集与斜率的关系, 选取合适的斜率满足相应的约束条件以避免基本陷阱集的出现; 同时, 改进方案中的校验矩阵采用准循环结构, 降低了 LDPC 码编译码复杂度。在 AWGN 信道中的仿真实验结果表明, 本文提出的码字构造算法可以有效地降低 LDPC 码的错误平层。

关键词: LDPC 码; 矩阵格; 基本陷阱集; 错误平层

中图分类号: TN911.22 **文献标志码:** A

Construction Method of BIBD-LDPC Codes Based on Rectangle Lattice

LI Tong¹, HAN Jianping², WANG Guangyao³

(1. Department of Computer Science and Information, Shanxi Engineering Vocational College, Taiyuan, 030032, China; 2. Department of Electrical and Power Engineering, Shanxi Institute of Energy, Taiyuan, 030600, China; 3. School of Information and Communication Engineering, Beijing University of Technology, Beijing, 100124, China)

Abstract: At present, aiming at the problem of many trapping sets are generated when applying the traditional method to construct $(3, m)$ LDPC codes, this paper proposes an improved scheme to construct $(3, m)$ LDPC codes, which eliminate elementary trapping sets (ETS) based on rectangle lattice. By analyzing the relationship between ETSs and slopes, we can select the proper slopes which satisfy the corresponding constrained condition so as to avoid the emergence of ETSs; Simultaneously, quasi-cyclic structure is applied to the parity-check matrix in optimized scheme, which reduces the complexity of encoding and decoding for LDPC codes. The results of simulation experiments on the AWGN channel demonstrate that the proposed constructional algorithm in this paper can reduce the error floor effectively.

Key words: LDPC codes; rectangle lattice; elementary trapping set; error floor

引 言

LDPC 码在采用置信传播算法译码时, 具有逼近香农限的优异译码性能, 然而在高信噪比区域的错误平层问题严重地限制了 LDPC 在某些特殊领域的应用。一般地, 陷阱集是造成错误平层的主要原因, 而基本陷阱集的危害在所有陷阱集中最为严重。

近年来,针对陷阱集对码字构造的危害,相关研究人员展开了大量的研究。文献[1]提出了采用 Tanner图覆盖的方法来消除低密度奇偶校验(Low density parity check, LDPC)码中的陷阱集,错误平层有所改善,不过需要提前得知陷阱集的组合特性。Asvadi等基于环提升思想,通过消除LDPC码中的短环进而避免大部分陷阱集^[2]。文献[3,4]以渐进边增长(Progressive edge growth, PEG)算法为基础,在每次添加新边时都会搜索是否会生成基本陷阱集,然而寻找陷阱集任务量过于庞大,虽然至今为止已经有许多高效的搜索算法相继出现^[5-10],仍然造成了计算机资源的浪费。文献[11]基于平衡不完全区组和循环置换矩阵提出一种高围长准循环LDPC码的构造方法,可快速消除陷阱集,然而只适用于特定的码长或码率。

鉴于此,本文摒弃常规的根据 Tanner图去除短环的方法,提出以矩阵格为基础的 $(3, m)$ QC-LDPC码的无陷阱集构造方案。借助矩阵格中基本陷阱集与斜率之间的关系,将LDPC码的构造转化为在矩阵格中建立新边的问题。仿真结果显示其码字性能好于常规的PEG码,且适用于所有列重大于3的码字。

1 矩阵格构造法

矩阵整数格构造法以平衡不完全区组设计^[12](Balanced incomplete block design, BIBD)为基础。将一个参数为 (v, k, λ) 的BIBD定义为一个有序对 (V, B) ,其中 V 是由 v 个元素组成的集合, V 被分为 b 个子块,所有的子块构成集合 B 。分块的原理是:每个子块中有 k 个点, V 中的任意两点确定 λ 个子块, V 中的任意一点存在于 r 个不同的子块中,故称 r 为复制数(行重),满足 $bk = vr, \lambda(v-1) = r(k-1)$ 。特别地,本文取 $\lambda = 1, k = 3$,此时 $(v, 3, 1)$ -BIBD被称为Steiner三重系统。

$v = 15$ 当时,令 $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$, B 是25个子块的集合。

$$B = \left\{ \begin{array}{ccccc} (1, 6, 11) & (1, 7, 13) & (1, 8, 15) & (1, 9, 12) & (1, 10, 14) \\ (2, 7, 12) & (2, 8, 14) & (2, 9, 11) & (2, 10, 13) & (2, 6, 15) \\ (3, 8, 13) & (3, 9, 15) & (3, 10, 12) & (3, 6, 14) & (3, 7, 11) \\ (4, 9, 14) & (4, 10, 11) & (4, 6, 13) & (4, 7, 15) & (4, 8, 12) \\ (5, 10, 15) & (5, 6, 12) & (5, 7, 14) & (5, 8, 11) & (5, 9, 13) \end{array} \right\}$$

此时 (V, B) 就是一个 $(15, 3, 1)$ -BIBD。如果BIBD中若干子块将集合 V 中的所有点无重复地完全覆盖,则将这些子块的集合称为平行类,如 B 中的每1列即为一个平行类。相较于去除单个子块,将平行类中的子块全部消除能够构造出更大围长的LDPC码。

定义有序对 (V, B) 所对应的点块关联矩阵 $H = (h_{ij})_{v \times b}$ 。如果集合 V 中的第 i 个元素出现在 B 的第 j 个子块中,则 $h_{ij} = 1$,否则 $h_{ij} = 0$ 。 $(15, 3, 1)$ -BIBD对应的奇偶校验监督矩阵 H 表示为

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

可以看出 H 为 Gallager 码的奇偶校验矩阵, 行重为 r , 列重为 k , 码率 $R \geq (b - \min(v, b)) / b$ 。因为 $\lambda = 1$, 所以集合 V 中的任意两点仅出现在 B 中的唯一子块内, 由 BIBD 得到的点块关联矩阵 H 所对应的 Tanner 中不存在 4 环^[13]。

定义一个二元矩形整数格 $L = \{(x, y) : 0 \leq x \leq k - 1, 0 \leq y \leq m - 1\}$, 其中 $m = v/k = 5$, 整数格内的矩形子集 L 如图 1 所示: 令 $\text{lab}(x, y) = m \cdot x + y + 1$ 表示矩形格 L 内所有的整数坐标点, 称为点标签, 所以图 1 中的整数点依次表示为 1~15。点标签在 y 轴方向是周期循环的, 故斜率为 1 的直线包括三元组 $\{1, 7, 13\}, \{2, 8, 14\}, \{3, 9, 15\}, \{4, 10, 11\}, \{5, 6, 12\}$ 。正好与 B 中的一个平行类对应, 即块 B 中的第 2 列, 其他斜率的情况依次类推。对于非整数及无穷大斜率的情况本文不作研究, 于是斜率 s 满足: $0 \leq s \leq m - 1, s \in \mathbb{Z}$ 。构造 LDPC 码的问题可视为在矩形格 L 指定合适的点集与一系列直线, 从而构造出高围长、低错误平层的 LDPC 码^[14-16]。

从点 $(0, a)$ 出发, 每条斜率为 s 的直线经过 3 个点, 即是 3 个点的集合 $\{(x, a + x \cdot s \bmod m) : 0 \leq x \leq 2\}$, m 组直线对应 m 个斜率, 线点关联矩阵对应 LDPC 码的校验矩阵。定义斜率集 $\Psi = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$, 只要 m 满足 $\text{mod}((s_i - s_j) \cdot c, m) \neq 0, \forall s_1, s_2 \in \Psi, \forall c, i, j \in [0, m - 1]$, 则矩阵格 L 中的任意两条直线至多有 1 个交点, 对应 Tanner 图中的 4 环被消除。一般地, m 为素数, 不过即使 m 为非素数也能够通过选取合适的斜率集构造低错误平层的 LDPC 码。

2 陷阱集消除

因为基于矩阵格构造的 LDPC 码不含四环, 所以从环长为 6 的情况开始处理。图 2(a) 为一种描述 $(3, 3)$ 陷阱集的“三角状态”, 可以产生 6 环。3 条直线 l_0, l_2, l_4 对应的斜率分别为 s_0, s_2 和 s_4 , 相交于点 p_0, p_1 和 p_2 。从 p_2 出发到 p_0 共有两条路径: 一种是直达; 另一种是经过点 p_1 , 则点 p_0 的 y 坐标的两种表达形式分别为 $(a + 2s_2 \bmod m)$ 和 $(a + s_0 + s_4 \bmod m)$, 所以所谓的“三角状态”满足

$$s_0 + s_4 - 2s_2 = 0 \pmod{m} \quad (1)$$

所以只需指定合适的 3 条直线, 使其斜率不满足式 (1), 就可以避免 6 环的出现^[17]。

$(4, 4)$ 陷阱集是生成 8 环的主要原因, 其结构共有 6 种, 如图 2 (b-g) 所示, 称之为“四边形状态”, 此时所构造的正则 $(3, m)$ LDPC 码的围长为 8; 图 2(h) 表示的是矩阵格中 $(8, 0)$ 陷阱集的结构, 由一个 $(4, 4)$ 陷阱集 (实线所示) 经翻转后 (虚线所示) 形成, 此时

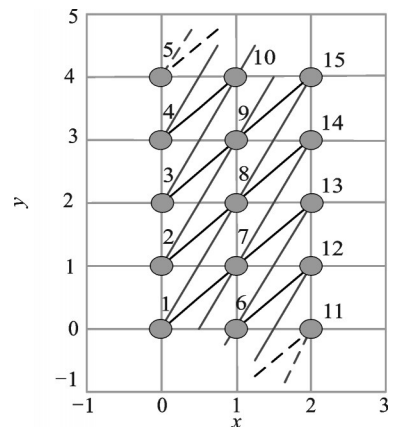


图 1 $m=5$ 和 $k=3$ 时的矩阵网格示意图

Fig.1 Matrix grid schematic diagram when $m=5$ and $k=3$

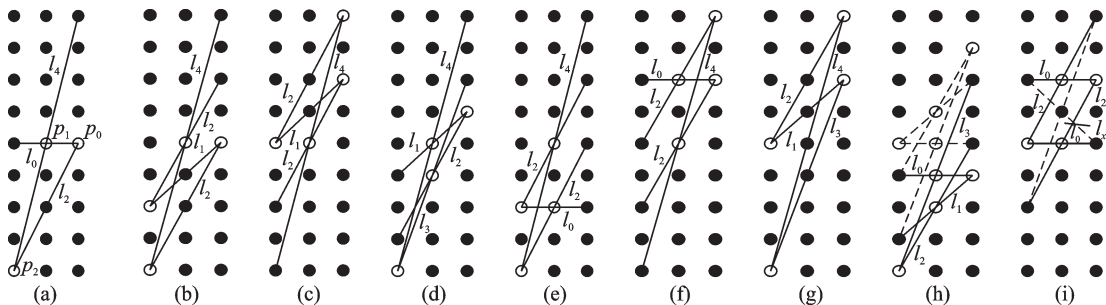


图 2 4 种陷阱集在矩形格中的表示图

Fig.2 Representing graph in rectangle lattice of four trapping sets

LDPC 码的围长为 6 或 8。为了消除码中的 (8, 0) 陷阱集, 同式 (1) 推导方式类似, 所选取的斜率应满足

$$(s_0 - s_1) - (s_3 - s_2) \neq 0 \pmod{m} \tag{2}$$

与式 (1) 的推导方式类似, 能够消除 6 种 (4, 4) 陷阱集结构的斜率需分别满足

$$\left. \begin{aligned} &2(s_1 - s_2) - (s_2 - s_4) \\ &2(s_1 - s_2) - (s_2 - s_4) \\ &(s_1 - s_2) - (s_4 - s_3) \\ &(s_0 - s_2) - (s_2 - s_4) \\ &(s_0 - s_2) - (s_2 - s_4) \\ &(s_1 - s_2) - (s_3 - s_4) \end{aligned} \right\} \neq 0 \pmod{m} \tag{3}$$

所以只需找到合适的斜率集 $\{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4\}$ 满足式 (3), 便可避免所有 (4, 4) 陷阱集的出现, 使所构造的正则 (3, m) LDPC 码围长至少为 10。然而, 经过计算发现, 为了消除更多的 (4, 4) 陷阱集结构, 除了式 (3) 中的第 3 个不等式, 其他不等式均可同时成立, 也就是说图 2(d) 的这种陷阱集结构无法避免, 所构造出的 LDPC 码围长至多为 8。

从文献[15]中可发现, (4, 4) 陷阱集产生的危害性比较大的陷阱集有 (5, 3) 和 (6, 4) 陷阱集, 所以接下来问题可转化为如何消除这两个陷阱集。

如果陷阱集 TS2 的结构中包含 TS1 陷阱集, 或者说 TS2 由 TS1 扩展而来, 则称 TS1 为 TS2 的父类 (TS2 为 TS1 的子类)。为了便于阐述各种陷阱集之间的父子关系, 引入了点线表示法。如图 3 就是由父类 (4, 4) 陷阱集生成的子类 (5, 3) 和 (6, 4) 陷阱集的点线表示图, 其中直线代表变量节点, 空心圆代表度为“2”的校验节点, 实心圆代表度为“1”的校验节点, 则一个 $(\alpha, \beta) \{i\}$ 陷阱集的点线表示图由 α 条直线和 β 个实心圆构成, 系数为 i 。每条直线上有 3 个圆, 表明该变量节点与 3 个校验节点相邻, 即对应的校验矩阵 H 列重为 3。 a, b, c 分别表示图 1 中直线 $x=0, x=1, x=2$ 上校验

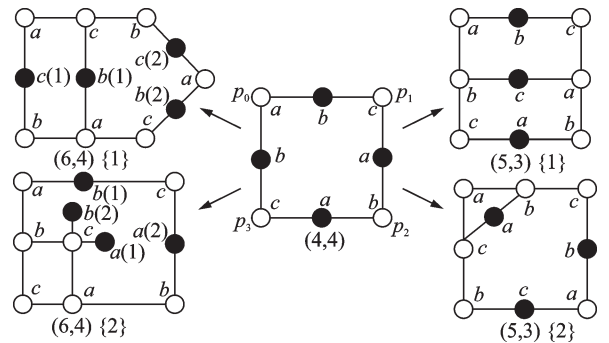


图 3 (4, 4) 陷阱集生成 (5, 3) 与 (6, 4) 陷阱集的点线图表示

Fig.3 Line-point graph representation of (4, 4) trapping set to (5, 3) and (6, 4) trapping sets

节点的横坐标, 有 $a \neq b \neq c, a, b, c \in \{0, 1, 2\}$, 每条线上的 a, b, c 均不相同。若在度为“1”的校验节点 a, b 之间连接一条线, 则这两个节点的度数变为“2”, 为保证校验矩阵 H 的列重不变, 在新线上添加一个度为“1”的校验节点, 则 (4, 4) 陷阱集就生成了其子类 (5, 3) {1} 陷阱集, 在矩阵格中表示如图 2(i) 所示。由于添加新线的原则是不能改变原图的围长, 而如果连接两个度为“1”的校验节点 a 或 b 则会引入 6 环, 围长会从 8 减小到 6, 矩阵格中表现为添加的新线斜率为无穷大, 仅存在理论研究意义。

令添加的新线 l_x 的斜率为 s_x , 则可推导出避免 (5, 3) {1} 陷阱集应满足

$$\left. \begin{aligned} &2(s_x - s_2) - (s_2 - s_0) \\ &2(s_x - s_0) - (s_0 - s_2) \end{aligned} \right\} \neq 0 \pmod{m} \tag{4}$$

从文献[15]可得,一旦 $(5,3)\{1\}$ 陷阱集被消除,则其子类陷阱集 $(6,0)$ 、 $(6,2)\{1\}$ 和 $(8,4)\{1\}$ 也随之被消除。同样地, $(6,2)\{1\}$ 的两个子类陷阱集 $(7,1)\{1\}$ 和 $(8,2)\{1\}$ 也将不会出现,此时所有的 $(7,3)$ 陷阱集只能由 $(6,4)$ 陷阱集衍生而来。只要消除了 $(6,4)$ 陷阱集,则所有的 $(7,3)$ 、 $(8,0)$ 、 $(8,2)$ 陷阱集也被一并清除,那么图3中的陷阱集基本都可以被避免,极大地提高所构造的正则 $(3,m)$ LDPC码的围长,具备优异的错误平层特性。

$(6,4)$ 陷阱集的点线表示如图3所示,同 $(4,4)$ 陷阱集生成 $(5,3)$ 陷阱集的方法类似,只需在 $(6,4)$ 陷阱集的点线表示图中添加一条新线便可得到 $(7,3)$ 陷阱集。对于 $(6,4)\{1\}$ 陷阱集,由一个8环和两个10环构成。若在两个度为“1”的校验节点 $b(1)$ 与 $b(2)$ 之间或 $c(1)$ 与 $c(2)$ 之间建立新边,则对应矩阵格中的斜率为无穷大;若在 $b(1)$ 与 $c(2)$ 之间或 $b(2)$ 与 $c(1)$ 之间建立新边,则生成 $(8,0)$ 陷阱集;若在 $b(1)$ 与 $c(1)$ 之间建立新边,则生成 $(5,3)$ 陷阱集从而引入更多的子陷阱集;若在 $b(2)$ 与 $c(2)$ 之间建立新边,则会生成 $(3,3)$ 陷阱集,将围长缩小到6,严重影响码字的性能。同样地,对于 $(6,4)\{2\}$ 陷阱集,由两个8环和一个12环构成。若在两个度为“1”的校验节点 $a(1)$ 与 $a(2)$ 之间或 $b(1)$ 与 $b(2)$ 之间建立新边,则对应矩阵格中的斜率为无穷大;若在 $a(1)$ 与 $b(1)$ 之间或 $a(2)$ 与 $b(2)$ 之间建立新边,会衍生出 $(8,0)$ 陷阱集;若在 $a(1)$ 与 $b(2)$ 之间或 $a(2)$ 与 $b(1)$ 之间建立新边,会衍生出 $(3,3)$ 陷阱集,所构造的LDPC码中包含6环。如果在 $(6,4)$ 陷阱集中添加新边时能够满足上述约束条件,就可以避免出现所有的 $(7,3)$ 陷阱集,从而消除其衍生的大量陷阱集。

通过分析陷阱集之间的父子结构关系,可以摒弃以往暴力搜索陷阱集的手段,采用高效的陷阱集搜索方案。首先搜索出对码字性能影响最大的陷阱集,然后查找该陷阱集中的度为“1”的校验节点是否在其子图外存在共享的变量节点,若存在,则将变量节点添加至该陷阱集中即可得到一个新的陷阱集;若不存在则继续搜索。

3 算法描述

对于 (v,k,λ) -BIBD中的有序列 (V,B) ,若集合 B 中的所有子块能够按照其对应矩阵格中斜率分为 m 个平行类,则称该设计为可分解的,每个平行类称为可分解类。令 $B(s)$ 为一可分解类,对应于某一斜率 s ; B' 为由一系列可分解类的集合,对应于斜率集 Ψ ,表示为 $B' = \bigcup_{s \in \Psi} B(s)$, Ψ' 为不可分解类所对应斜率组成的集合。算法设计的原则是:集合 Ψ 应含有尽量多的元素 s ,这直接影响LDPC码的围长,要求围长大于10。

如果直接采用暴力搜索的方式寻找 $(15,3,1)$ -BIBD所对应矩阵格中的最大 Ψ ,整个搜索算法的复杂度为 v 的指数级,可行性不大。鉴于此,本文提出一种多项式算法来生成最大斜率集 Ψ ,算法步骤包括斜率的选取、判断、再判断和剔除,确保只有满足式(2,3)约束条件的斜率才能添加进 Ψ 中。令函数 $\kappa(\Psi, m)$ 表示所选取的斜率是否满足上述约束, $g(V, B)$ 表示有序对 (V, B) 对应LDPC的围长,则算法伪代码如下所示。

构造正则 $(3,m)$ LDPC码的多项式算法流程

- (1) 初始化 $s=0, \Psi = \{s\}, B' = B(s), \Psi' = \{1, 2, \dots, m-1\}$
- (2) while $S' \neq \emptyset$
- (3) $s = s + 1$
- (4) if $g(V, B' \cup B(s)) \geq 12$ do
- (5) $\Psi = \Psi \cup \{s\}$
- (6) $\Psi' = \Psi' \setminus \{s\}$

(7) $B' = B' \cup B(s)$

(8) else if $\kappa(\Psi, m)$ 为真

(9) $\Psi = \Psi \cup \{s\}$

(10) $\Psi' = \Psi \setminus \{s\}$

(11) else $\Psi' = \Psi \setminus \{s\}$

(12) end if

(13) end if

(14) end while

4 复杂度分析

本文多项式算法构造出的 BIBD-LDPC 码对应的校验矩阵包含 $|\Psi| \times |\Psi|$ 个单位矩阵, 每行有 m 个单位循环子矩阵, 每列有 k 个单位循环子矩阵, 每个单位循环子矩阵的内部元素决定其循环移位次数和在校验矩阵中的相对位置。因此, 该算法占用的存储量 $S = m \times k \times (\lceil \ln m \rceil + \lceil \ln k \rceil + \lceil \ln |\Psi| \rceil)$ bit, 只需存储每个子矩阵的移位次数与相对位置即可。而当 LDPC 码采用随机构造法时, 需要存储校验矩阵中每一个具体元素的值, 总体存储空间 $S' = m \times k \times |\Psi| \times \{\lceil \ln(|\Psi| \cdot m) \rceil + \lceil \ln(|\Psi| \cdot k) \rceil\}$ bit, 存储量大大增加。综上所述, 本文的优化算法节省了大量的系统存储资源, 从而为编译码空留出更多的运行存储空间, 提高编译码效率与性能。

5 仿真结果及分析

为了验证本文算法的有效性, 选用 3 种相等码长、码率的 PEG^[18] 构造码进行性能仿真实验并比较。仿真条件为: 信号经 BPSK 调制后在 AWGN 信道中传输, 设置最大译码迭代次数为 30 次, 每个信噪比点的译码帧数为 1 000 帧, 最小错误帧为 20 帧, 译码方案均采用对数域 BP 算法。为了在保证较小量化损耗的同时改善误码性能, 仿真实验均采用中等码率的 LDPC 码。

码 C1 为本文算法基于斜率集 $\{0, 1, 4, 9, 11\}$ 所构造的 BIBD-LDPC 码, 码长为 225, 码率为 0.4; 码 C2 为本文算法基于斜率集 $\{0, 1, 4, 9, 11, 23\}$ 所构造的 BIBD-LDPC 码, 码长为 504, 码率为 0.5。由图 4 可以看出, 码 C1、码 C2 同与之相同码长、码率的 PEG 码相比, 有效地降低了误码率, 在高信噪比区域效果更为明显。对于码 C1, 当 $\text{SNR} \geq 3.5$ dB 后, 能够稳定获得约 0.25 dB 的编码增益, 这是由于在构造码时消除了 (5, 3), (6, 4), (7, 3) 和 (8, 2) 陷阱集。对于码 C2, 与之对应的 PEG 码在信噪比约为 2.5 dB 时就表现出明显的错误平层, 码 C2 在整个译码信噪比区域可以得到 0.1~0.25 dB 编码增益。当 $\text{SNR} = 3.5$ dB 时, 误码率由原先的 10^{-5} 数量级降到了 10^{-6} 数量级, 有效地降低了错误平层。

当 $k=3, m=53$ 时, 搜索出的最大斜率集为 $\{0, 1, 3, 4, 9, 10, 12, 13\}$, 由此构造出的码 C3, C4 的码率均为 0.5。在图 5(a, b) 中, 码 C3, C4 分别与其同码长同码率的 Mackay 码、Gallager 码作性能比较。由图 5(a) 可得, 当 $1.75 \text{ dB} \leq \text{SNR} \leq 2.25 \text{ dB}$ 时, 码 C3 可以获得约 0.2 dB 的编码增益, 虽然在高信噪比区域也出现了错误平层现象, 但是比 Mackay 码的错误平层要低; 由图 5(b) 可看出, 在 $\text{SNR} \geq 2.5$ dB 的中高信噪比区域, 码 C4 能够稳定获得约 0.23 dB 的编码增益, 尤其是在 $\text{SNR} = 3.75$ dB 时, 误码率由原先的 10^{-6} 数量级降到了 10^{-7} 数量级, 误码性能提升了一个数量级。

综上所述, 采用本文码字构造算法所构造的列重为 3 的 LDPC 码, 相较于 PEG 码、Mackay 码与 Gallager 码, 性能有着明显的提升, 尤其是在高信噪比区域。

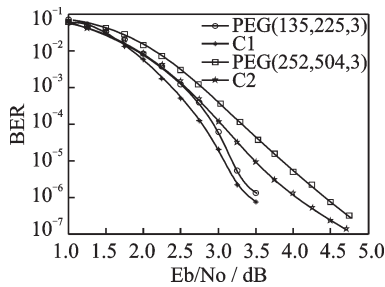
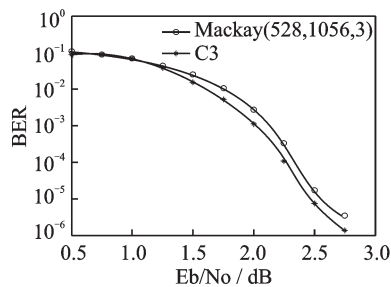
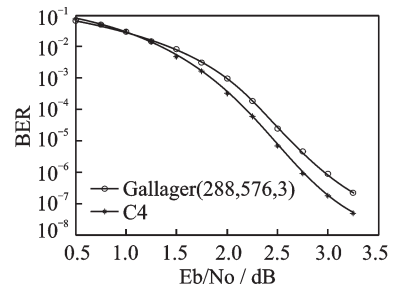


图4 码 C1, C2 与其对应 PEG 码的误码性能比较

Fig.4 Comparison of error-performance for C1, C2 and its corresponding PEG codes



(a) 码 C3 与其对应 LDPC 码的误码性能比较
(a) Comparison of error-performance for C3 and its corresponding LDPC codes



(b) 码 C4 与其对应 LDPC 码的误码性能比较
(b) Comparison of error-performance for C4 and its corresponding LDPC codes

图5 码 C3, C4 与其对应 LDPC 码的误码性能比较

Fig.5 Comparison of error-performance for C3, C4 and its corresponding LDPC codes

6 结束语

本文从改进 LDPC 码的拓扑结构出发,将 LDPC 码的构造转化为在矩阵格中建立新边的问题。若新边的斜率满足文中的陷阱集约束条件,并且围长不小于 10,则将该斜率添加入斜率集。继续添加新边并判断,直至得到一个基数尽可能大的斜率集,以此消除大多数的陷阱集。仿真实验结果表明,本文算法所构造的正则 $(3, m)$ LDPC 码的围长不小于 10,错误平层有所降低,该算法对于列重大于 3 的校验矩阵依然适用。

参考文献:

- [1] IVKOVIC M, CHILAPPAGARI S K, VASIC B. Eliminating trapping sets in low-density parity-check codes by using Tanner graph covers[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2016, 54(8): 3763-3768.
- [2] ASVADI R, BANIHASHEMI A H, AHMADIAN-ATTARI M. Lowering the error floor of LDPC codes using cyclic liftings [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(4): 2213-2224.
- [3] KHAZRAIE S, ASVADI R, BANIHASHEMI A H. A PEG construction of finite-length LDPC codes with low error floor[J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(8): 1288-1291.
- [4] 傅婷婷,吴湛击,王文博.基于 PEG 算法的准循环 LDPC 码的编码构造方法[J].数据采集与处理,2009,24(S1): 182-186. FU Tingting, WU Zhanji, WANG Wenbo. Coding construction method of quasi-cyclic LDPC codes based on PEG algorithm [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2009, 24 (S1): 182-186.
- [5] KARIMI M, BANIHASHEMI A H. Efficient algorithm for finding dominant trapping sets of LDPC codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 58(11): 6942-6958.
- [6] WANG C C, KULKARNI S R, POOR H V. Finding all small error-prone substructures in LDPC codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5): 1976-1999.
- [7] ABU SURRA S, DECLERCQ D, DIVSALAR D, et al. Trapping set enumerators for specific LDPC codes[C]//Proceedings of 2010 Information Theory and Applications Workshop (ITA). La Jolla, USA: IEEE, 2010: 1-5.
- [8] TASDIGHI A, BANIHASHEMI A H, SADEGHI M R. Symmetrical constructions for regular girth-8 QC-LDPC codes[J]. IEEE Transactions on Communications, 2017, 65(1): 14-22.
- [9] CHEN B, LI S, DU X, et al. Design of LDPC fast encoding based on dynamic memory structure of linked list queue[C]//Proceedings of International Symposium on Pervasive Systems, Algorithms and Networks. Exeter, UK: IEEE, 2017: 156-161.
- [10] HANI I. Designing and encoding QC-LDPC codes using matrices over commutative rings[C]//Proceedings of Science of Electrical Engineering.Coimbatore, India: IEEE, 2017: 1-5.

- [11] 焦新泉, 陈建军, 单彦虎. 基于BIBD和循环置换矩阵的LDPC码[J]. 计算机工程, 2012, 38(2): 282-283, 287.
JIAO Xinquan, CHEN Jianjun, DAN Yanhu. LDPC codes based on BIBD and cyclic permutation matrix[J]. Computer Engineering, 2012, 38 (2): 282-283, 287.
- [12] MACKAY D J C, DAVEY M C. Evaluation of gallager codes for short block length and high rate applications[M]. New York: Springer, 2001: 113-130.
- [13] TANNER R. A recursive approach to low complexity codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1981, 27(5): 533-547.
- [14] TAO X, LIU P, FENG Z, et al. On the construction of low error floor LDPC codes on rectangular lattices[J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(12): 2073-2076.
- [15] VASIC B, PEDAGANI K, IVKOVIC M. High-rate girth-eight low-density parity-check codes on rectangular integer lattices [J]. Communications IEEE Transactions on, 2004, 52(8): 1248-1252.
- [16] 龚群侃. 基于BIBD高围长LDPC码的构造[D]. 天津:天津大学, 2009.
GONG Qunkan. Construction of high girth LDPC codes based on BIBD [D]. Tianjin: Tianjin University, 2009.
- [17] NGUYEN D V, CHILAPPAGARI S K, MARCELLIN M W, et al. On the construction of structured LDPC codes free of small trapping sets[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(4): 2280-2302.
- [18] HU X Y, ELEFThERIOU E, ARNOLD D M. Regular and irregular progressive edge-growth[C]//Proceedings of IEEE Trans Inform Theory. San Antonio, Texas, USA: IEEE, 2003: 386-398.

作者简介:



李通(1982-), 男, 讲师, 研究方向: 电子信息工程技术、物联网应用技术, E-mail: 9414251@qq.com。



韩建萍(1966-), 女, 副教授, 研究方向: 电子信息工程技术、计算机应用技术。



王光耀(1982-), 男, 博士, 副教授, 研究方向: 通信技术。

(编辑: 刘彦东)