

## 均匀线阵中基于降秩 Capon 的近场源定位

陈未央, 徐乐, 张小飞

(南京航空航天大学电子信息工程学院, 南京, 211106)

**摘要:** 提出了一种应用于均匀线阵中近场源定位的降秩 Capon 算法。该算法能够将经典二维 Capon (Two-dimensional Capon, 2D-Capon) 算法中的二维谱峰搜索转化为一维谱峰搜索, 得到自动配对的近场信源角度和距离参数估计。与经典的 2D-Capon 算法相比, 本文提出的算法无需信源数估计, 同时由于避免二维谱峰搜索过程, 其计算复杂度大大降低, 且该算法参数估计性能与 2D-Capon 算法非常接近。仿真结果表明该算法可有效用于近场信源参数估计。

**关键词:** 近场信源; 参数估计; Capon; 降秩

**中图分类号:** TN911.7      **文献标志码:** A

### A Rank-Reduced Capon Algorithm for Near-Field Sources Localization with Uniform Linear Array

CHEN Weiyang, XU Le, ZHANG Xiaofei

(College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 211106, China)

**Abstract:** In this paper, we propose a rank-reduced Capon algorithm for parameter estimation of near-field sources with uniform linear array. The proposed algorithm can simplify the two-dimensional (2D) peak search within the conventional 2D-Capon algorithm to one-dimensional peak search, which significantly reduces the computational complexity. In addition, the proposed algorithm can obtain automatically paired angle and range estimations of near-field sources, and the parameter estimation performance of the proposed algorithm is very close to the conventional 2D-Capon algorithm. The simulation experiments indicate the effectiveness and superiority of the proposed algorithm.

**Key words:** near-field sources; parameters estimation; Capon; rank-reduced

## 引言

空间信源定位是阵列信号处理领域中的一项关键技术, 它在医学成像、雷达、无线通信、声呐等方面都有着广泛的应用<sup>[1-2]</sup>。针对这一问题, 国内外学者已经提出了多种经典算法, 其中, 包括最大似然 (Maximum likelihood, ML) 算法<sup>[3-7]</sup>、借助旋转不变性估计信号参数 (Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT) 算法<sup>[8-10]</sup>、基于子空间理论的多重信号分类 (Multiple signal classification, MUSIC) 算法<sup>[11-13]</sup>等。根据信源距离接收阵列的远近, 空间信源定位又可分为近场信源定

**基金项目:** 国家自然科学基金 (61371169) 资助项目; 南京航空航天大学研究生创新基地 (实验室) 开放基金 (kfj20170412) 资助项目。

**收稿日期:** 2018-04-26; **修订日期:** 2018-06-06

位和远场信源定位。对于近场信源而言,信号入射至各个阵元时产生的相位差是关于阵元位置的非线性函数,因此远场信源波达方向(Direction of arrival, DOA)的估计方法大多不能直接应用于近场信源定位。对于近场来说,空间信源的定位问题不仅与信源的波达方向有关,还与信源与阵列之间的距离有关。因此,近场信源定位的数据模型中,既包括信源的角度信息,也包括距离信息,这样能够更加准确地描述信源在空间中相对于阵列的位置。

针对近场信源的定位问题,国内外学者做了大量研究工作,提出了多种应用于近场的信源定位方法,根据原理的不同,可大致分为非谱峰搜索和谱峰搜索两类。非谱峰搜索类的算法一般借助二阶或高阶统计量,通过计算闭式解得到信源的参数估计。近年来学者们提出了多种基于二阶统计量的算法<sup>[14-15]</sup>。由于高阶统计量具有保持信号相位并去除高斯噪声干扰的良好特性,一些基于高阶统计量的算法也被陆续提出<sup>[16-17]</sup>。由于不需要进行谱峰搜索,该类算法的计算复杂度普遍较低,但信号参数的估计精度也明显降低。同时,该类算法需要多次矩阵分解操作,且需要对所获得的参数估计进行额外配对<sup>[18-19]</sup>。

谱峰搜索类算法的共同特点是估计精度高,但计算量巨大。Swindlehurst等<sup>[20]</sup>首先提出了基于最大似然的近场源参数估计方法,该方法具有优异的统计特性,但计算复杂度非常高。Huang等<sup>[21]</sup>证明了信源位于近场时,子空间理论中信号子空间和噪声子空间的正交特性依然是成立的,并由此提出了基于近场信源的经典二维MUSIC算法,该方法估计精度高,但由于需要二维全局空域空间谱搜索,所以计算量同样巨大。近年来,许多其他近场信源定位算法被提出,如Root-MUSIC算法<sup>[22]</sup>、路径跟踪法<sup>[23]</sup>、加权线性预测法<sup>[24]</sup>、改进型路径跟踪算法<sup>[25]</sup>等,这些算法均对已有算法进行了改进与优化,在一定程度上降低了计算复杂度。

从上述两类算法的介绍与分析中可知,如何有效地降低计算复杂度,避免谱峰搜索和进行参数配对,同时最大限度地提升参数估计精度,是近场信源定位技术研究的关键点。基于此,本文将矩阵降秩思想与Capon算法结合,对经典的近场源估计方法进行简化,提出了一种均匀线阵中基于降秩(Rank reduce, RARE)思想的近场源参数估计方法。本文的主要贡献如下:(1)提出了基于降秩思想的角度和距离参数联合估计方法;(2)相较于经典二维Capon(Two-dimensional Capon, 2D-Capon)算法,本文算法避免了二维谱峰搜索,大大减小了计算复杂度;(3)本文算法的参数估计性能接近经典2D-Capon算法,具有较高的参数估计精度;(4)本文算法无需信源数估计。

## 1 数据模型

如图1所示,方位角与距离分别为 $(\theta_k, r_k)$ 的 $K$ 个近场信源发射信号,入射到由 $M=2N+1$ 个沿 $x$ 轴均匀排列的阵元组成的均匀线阵上,选取中心阵元为阵列的相位参考点。对于近场信源而言,信源的距离满足 $r_k \in [0.62(D^3/\lambda)^{1/2}, 2D^2/\lambda]$ ,其中 $\lambda$ 为信源波长, $D$ 为阵列孔径。此时信源位于阵列的非涅尔区域,信号到达阵列时呈球面形式<sup>[20]</sup>,不能再近似为平面波。假设 $K$ 个接收信号互不相关且具有相同的中心频率 $\omega_0$ ,阵元间距不大于四分之一波长<sup>[24]</sup>。

则第 $m$ 个阵元上的接收信号可以表示为<sup>[26]</sup>

$$x_m(t) = \sum_{k=1}^K s_k e^{j(\gamma_k m + \phi_k m^2)} + n_m(t) \quad (1)$$

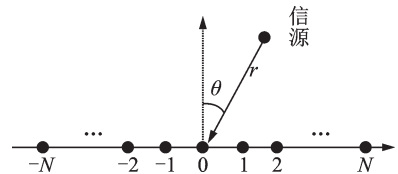


图1 近场信源定位均匀线阵模型

Fig.1 Structure of uniform linear array for near-field sources localization



$$\zeta(\theta) = \begin{bmatrix} e^{j(-N)\gamma} \\ e^{j(-N+1)\gamma} \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ e^{j(N-1)\gamma} \\ e^{jN\gamma} \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}(\theta, r) = \begin{bmatrix} e^{j(-N)^2\phi} \\ e^{j(-N+1)^2\phi} \\ \vdots \\ e^{j(-1)^2\phi} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:  $\zeta(\theta) \in \mathbb{C}^{(2N+1) \times (N+1)}$  仅包含信源的角度信息,  $\mathbf{v}(\theta, r) \in \mathbb{C}^{(N+1) \times 1}$  同时包含角度和距离信息。由式(8)可知  $\mathbf{v}(\theta, r) \neq \mathbf{0}$ , 故可将式(7)代入式(5), 得到

$$f(\theta, r) = \frac{1}{\mathbf{v}^H(\theta, r) \zeta^H(\theta) \mathbf{R}_x^{-1} \zeta(\theta) \mathbf{v}(\theta, r)} = \frac{1}{\mathbf{v}^H(\theta, r) \mathbf{C}(\theta) \mathbf{v}(\theta, r)} \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{C}(\theta) = \zeta^H(\theta) \mathbf{R}_x^{-1} \zeta(\theta)$ , 可见  $\mathbf{C}(\theta) \in \mathbb{C}^{(N+1) \times (N+1)}$  中只包含信源角度参数信息。又  $\mathbf{v}(\theta, r) \neq \mathbf{0}$  可知,  $\mathbf{C}(\theta)$  为非负定的共轭对称矩阵, 因此  $\mathbf{v}^H(\theta, r) \mathbf{C}(\theta) \mathbf{v}(\theta, r) = 0$  成立的充要条件为当且仅当  $\mathbf{C}(\theta)$  为奇异矩阵。由假设条件可知, 当  $K \leq N$  时, 噪声子空间  $U_n$  的列秩不小于  $N+1$ , 则可知  $\mathbf{C}(\theta)$  为满秩矩阵, 只有当角度参数信息取到信源的实际位置时, 矩阵  $\mathbf{C}(\theta)$  会降秩, 即  $\text{rank}\{\mathbf{C}(\theta)\} < N+1$ , 此时  $\mathbf{C}(\theta)$  就会变成奇异矩阵, 正交性成立。因此可以通过式(10)的一维谱峰搜索得到信源的 DOA 估计为

$$\hat{\theta}_k = \arg \max_{\theta} \frac{1}{\det[\mathbf{C}(\theta)]} \quad (10)$$

式中:  $\arg \max(\cdot)$  表示取最大值时对应的角度值;  $\det(\cdot)$  表示取行列式值;  $k = 1, \dots, K$ 。

由式(10)得到信源的角度估计参数之后, 将  $\hat{\theta}_k$  依次逐个代入经典 2D-Capon 谱函数中, 并构造式(11)中的距离搜索的谱函数, 在距离上进行一维谱峰搜索, 可得到距离参数的估计  $\hat{r}_k$  为

$$\hat{r}_k = \arg \max_r f(\hat{\theta}_k, r) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\hat{\theta}_k, r) \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{a}(\hat{\theta}_k, r)} \quad (11)$$

式中: 距离的搜索范围  $r \in [0.62(D^3/\lambda)^{1/2} \ 2D^2/\lambda]$ ,  $k = 1, \dots, K$ , 由于需要将  $K$  个角度估计逐个代入, 可知需要进行  $K$  次一维搜索。上述搜索过程能使得距离估计  $\hat{r}_k$  与角度估计  $\hat{\theta}_k$  自动配对。

至此, 已经完成了均匀线阵中近场信源基于降秩 Capon 算法的角度和距离参数的估计, 该降秩 Capon 算法的主要步骤总结如下:

**步骤 1** 根据式(4)计算接收信号协方差矩阵  $\mathbf{R}_x$ ;

**步骤 2** 根据式(5)构造谱峰搜索函数, 并按式(7)将导向矢量  $\mathbf{a}(\theta, r)$  拆分为  $\mathbf{a}(\theta, r) = \zeta(\theta) \mathbf{v}(\theta, r)$ , 并构造  $\mathbf{C}(\theta) = \zeta^H(\theta) \hat{\mathbf{R}}_x^{-1} \zeta(\theta)$ ;

**步骤 3** 利用  $\mathbf{C}(\theta)$ , 由式(10)构造关于角度信息的一维函数, 通过角度搜索得到接收信号的 DOA 估计;

**步骤 4** 将得到的信源 DOA 估计结果逐个代入式(11), 然后再通过距离的一维谱峰搜索, 得到与角度参数配对的距离估计。

### 3 算法分析

降秩 Capon 算法的复杂度主要包括: 计算接收信号的协方差矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_x$  需要  $O\{M^2 J\}$ , 求  $\hat{\mathbf{R}}_x^{-1}$  需要

$O\{M^3\}$ , 角度搜索需要  $O\{n_g M(N+1)(M+N+1)\}$ ,  $K$  次距离搜索  $O\{n_l KM(M+1)\}$ , 因此总的复杂度为  $O\{M^3 + M^2 J + n_g M(N+1)(M+N+1) + n_l KM(M+1)\}$ ; 传统的经典 2D-Capon 算法的复杂度为  $O\{M^3 + M^2 J + n_g n_l M(N+1)(M+N+1)\}$ 。其中,  $n_g = \lceil \pi/2 - (-\pi/2) \rceil / \Delta_g$  为角度空间的谱峰搜索次数;  $n_l = \lceil 2D^2/\lambda - 0.62(D^3/\lambda)^{1/2} \rceil / \Delta_l$  为近场距离区间内的谱峰搜索次数,  $\Delta_g$  和  $\Delta_l$  为搜索步长;  $M$  为阵元个数;  $N = (M-1)/2$ ;  $J$  为快拍数;  $K$  为信源个数。图 2 分别给出了本文所提出的降秩 Capon 算法与经典的 2D-Capon 算法在不同的阵元数和快拍数下的复杂度对比。由图 2 可以看出, 相较于经典的 2D-Capon 算法, 降秩 Capon 算法大大降低了计算的复杂度。

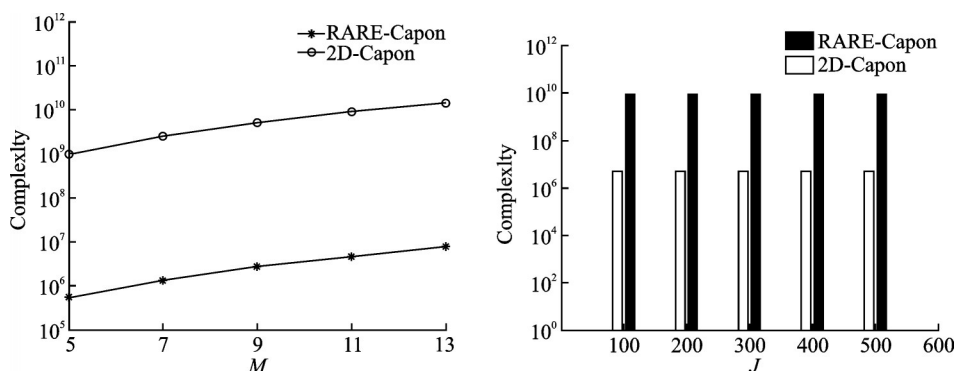


图 2 算法复杂度对比图

Fig.2 Complexity comparison of two algorithms

本文所提算法优点总结如下:

- (1) 该算法能够有效实现近场源角度与距离参数的联合估计, 且参数自动配对;
- (2) 该算法避免二维谱峰搜索, 相比较于经典的 2D-Capon 算法, 大大降低了计算的复杂度;
- (3) 该算法的参数估计性能非常接近经典 2D-Capon 算法, 具有较高的参数估计精度;
- (4) 该算法无需信源数估计。

#### 4 仿真结果

本文采用蒙特卡洛实验仿真, 仿真中假设有两个近场信号被阵列所接收, 其角度和距离参数分别为  $(10^\circ, 0.3\lambda)$  和  $(40^\circ, 0.8\lambda)$ 。  $M$ 、 $K$ 、 $J$  分别为阵列阵元数、信源数和接收信号快拍数。为了评估算法的参数估计性能, 仿真实验次数为 1 000 次。角度和距离估计的求根均方误差(Root mean square error, RMSE)分别定义如下

$$\text{RMSE}_\theta = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{i=1}^{1000} (\hat{\theta}_{k,i} - \theta_k)^2} \quad (12)$$

$$\text{RMSE}_r = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{i=1}^{1000} (\hat{r}_{k,i} - r_k)^2} \quad (13)$$

式中:  $\theta_k$  和  $r_k$  分别为第  $k$  个信源的角度和距离的实际值,  $\hat{\theta}_{k,i}$  和  $\hat{r}_{k,i}$  分别为第  $i$  次实验中得到的第  $k$  个信源的角度和距离参数的估计值。

**仿真 1** 图 3 为本文算法在信噪比 SNR=10 dB 的情况下,角度和距离估计结果分布图。仿真中,阵元数  $M=9$ ,信源数  $K=2$ ,快拍数  $J=200$ 。从图 3 可以看出本文算法可以有效用于近场信源的角度和距离参数估计。

**仿真 2** 图 4 和图 5 分别给出了本文算法在不同的快拍数下的角度和距离参数估计性能。仿真 2 中阵元数  $M=9$ ,信源数  $K=2$ ,分别设置信源数为  $J=100, J=200, J=300$ 。由图中可以看到,随着快拍数的增大,本文算法角度和距离估计性能越来越好。

**仿真 3** 图 6 和图 7 分别给出了本文所提的 RARE-Capon 算法与传统的 2D-Capon 算法角度和距离参数估计性能对比图。仿真 3 中,考虑阵元数  $M=9$ ,信源数  $K=2$  和快拍数  $J=200$ 。从图 6,7 可以看出,本文中的 RARE-Capon 算法与经典 2D-Capon 算法参数估计性能非常接近。

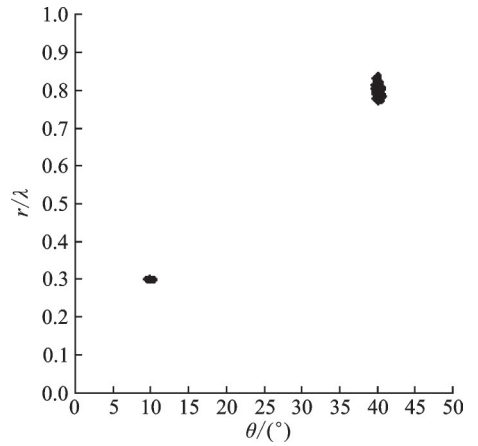


图 3 角度和距离参数估计的散布图

Fig.3 Angle and range estimation of the proposed algorithm

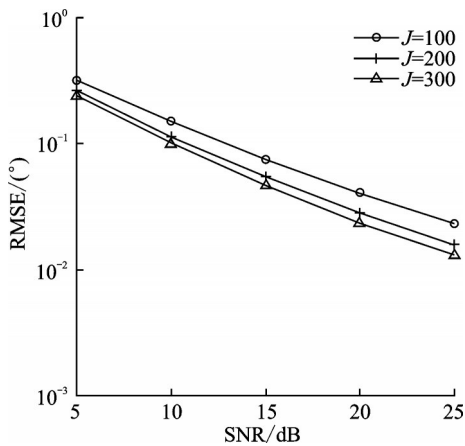


图 4 角度的估计性能随快拍数变化情况

Fig.4 Angle estimation performance versus different snapshots

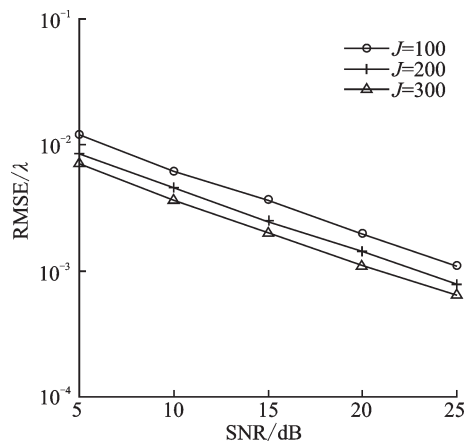


图 5 距离的估计性能随快拍数变化情况

Fig.5 Range estimation performance versus different snapshots

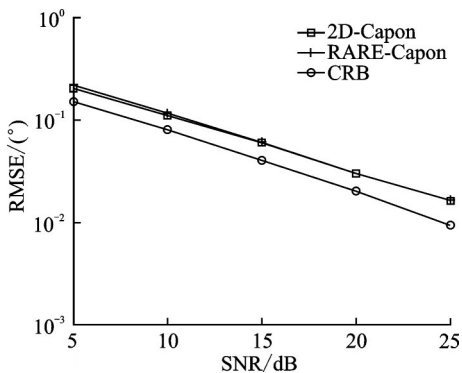


图 6 角度估计性能对比

Fig.6 Angle estimation performance comparison

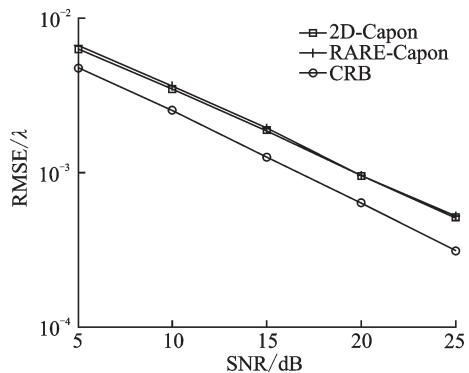


图 7 距离估计性能对比

Fig.7 Range estimation performance comparison



## 5 结束语

针对均匀线阵中近场信源的角度和距离参数联合估计问题,本文提出了一种降秩Capon算法。该算法无需信源数估计,且由于不需要进行二维谱峰搜索,其计算复杂度远远低于传统的2D-Capon算法。同时,该算法能够获得自动配对的角度和距离参数估计。仿真表明,其参数估计性能与经典的2D-Capon算法非常接近,且具有较高的参数估计精度。

### 参考文献:

- [1] 张小飞,沈金清,汪云飞. 电磁矢量互质阵中基于降维Capon的DOA和极化估计算法[J]. 数据采集与处理, 2018, 33(6): 953-961.  
ZHANG Xiaofei, SHEN Jinqing, WANG Yunfei. DOA and polarization estimation for electromagnetic vector sensor coprime array via reduced-dimension Capon[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2018, 33(6): 953-961.
- [2] 陈未央,张小飞,张立岑. 声矢量传感器阵中基于Kalman滤波和OPASTd的DOA跟踪算法[J]. 南京航空航天大学学报, 2015, 47(3): 377-383.  
CHEN Weiyang, ZHANG Xiaofei, ZHANG Licen. DOA tracking algorithm for acoustic vector-sensor array via Kalman filter and OPASTd[J]. *Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 2015, 47(3): 377-383.
- [3] 徐乐,张小飞,林新平,等. 电磁矢量阵中基于PARALIND分解的相干DOA估计算法[J]. 数据采集与处理, 2019, 34(4): 697-705.  
XU Le, ZHANG Xiaofei, LIN Xinping, et al. PARALIND decomposition-based coherent direction of arrival estimation algorithm for electro-magnetic vector array[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2019, 34(4): 697-705.
- [4] CAO Renzheng, ZHANG Xiaofei. A generalized propagator algorithm for localization of non-circular sources using arbitrary array geometry[J]. *Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2019, 36(2): 341-351.
- [5] ZHAI Hui, CHEN Weiyang, ZHANG Xiaofei, et al. Low-complexity DOA estimation of noncircular signals for coprime sensor arrays[J]. *Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2019, 36(4): 599-608.
- [6] YE H, DEGROAT R D. Maximum likelihood DOA estimation and asymptotic Cramer-Rao bounds for additive unknown colored noise[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(4): 938-949.
- [7] PESAVENTO M, GERSHMAN A B. Maximum-likelihood direction-of-arrival estimation in the presence of unknown nonuniform noise[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(7): 1310-1324.
- [8] ROY R, KAILATH T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. *IEEE Transactions on Acoustics Speech & Signal Processing*, 1989, 37(7): 984-995.
- [9] SWINDLEHURST A L, OTTERSTEN B, ROY R, et al. Multiple invariance ESPRIT[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1992, 40(4): 867-881.
- [10] MATHEWS C P, ZOLTOWSKI M D. Eigenstructure techniques for 2-D angle estimation with uniform circular array[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(9): 2395-2407.
- [11] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 1986, 34(3): 276-280.
- [12] ZOLTOWSKI M D, KAUTZ G M, SILVERSTEIN S D. Beam-space root-MUSIC[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(1): 344-364.
- [13] RAO B D, HARI K V S. Weighted subspace methods and spatial smoothing: Analysis and comparison[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1993, 41(2): 788-803.
- [14] ABED-MERAİM K, HUA Y, BELOUCHRANI A. Second-order near-field source localization: Algorithm and performance analysis[C]//*Proceedings of Conference on Signals, Systems & Computers*. [S.l.]: [s.n.], 1996(1): 723-727.
- [15] ABED-MERAİM K, HUA Y. 3-D near field source localization using second order statistics[C]//*Proceedings of Asilomar Conference on IEEE*. [S.l.]: IEEE. 1997(2): 1307-1311.
- [16] CHALLA R N, SHAMSUNDER S. High-order subspace-based algorithms for passive localization of near-field sources[C]//

- Proceedings of Asilomar Conference on Signals. [S.l.]: [s.n.], 1995(2): 777.
- [17] HAARDT M, CHALLA R N, Shamsunder S. Improved bearing and range estimation via high-order subspace based Unitary ESPRIT[C]//Proceedings of Conference on Signals, Systems & Computers. [S.l.]: [s.n.], 1996(1): 380-384.
- [18] 王波, 王树勋. 一种基于二阶统计量的近场源三维参数估计方法[J]. 电子与信息学报, 2006, 28(1): 45-49.  
WANG Bo, WANG Shuxun. A three-dimensional parameter estimation method of near field sources based on second statistics [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2006, 28(1): 45-49.
- [19] 梁军利, 杨树元, 王诗俊, 等. 一种新的基于二阶统计量的近场源定位算法[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(3): 596-599.  
LIANG Junli, YANG Shuyuan, WANG Shijun, et al. A new near-field source localization algorithm using second-order statistics[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(3): 596-599.
- [20] SWINDLEHURST A L, KAILATH T. Passive direction-of-arrival and range estimation for near-field sources[C]//Proceedings of the Workshop on Spectrum Estimation & Modeling.[S.l.]: IEEE, 1988: 123-128.
- [21] HUANG Y D, BARKAT M. Near-field multiple source localization by passive sensor array[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 1991, 39(7): 968-975.
- [22] WEISS A J, FRIEDLANDER B. Range and bearing estimation using polynomial rooting[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1993, 18(2): 130-137.
- [23] STARER D, NEHORAI A. Passive localization of near-field sources by path following[J]. IEEE Transactions on Signal Process, 2002, 42(3): 677-680.
- [24] GROSICKI E, ABED-MERAİM K, HUA Y. A weighted linear prediction method for the near-field source localization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(10): 3651-3660.
- [25] LEE J H, LEE C M, LEE K K. A modified path-following algorithm using a known algebraic path[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(5): 1407-1409.
- [26] LIANG J, LIU D. Passive localization of mixed near-field and far-field sources using two-stage MUSIC algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 58(1): 108-120.
- [27] XIE J, TAO H, RAO X, et al. Passive localization of noncircular sources in the near-field[C]//Proceedings of Radar Symposium. [S.l.]: IEEE, 2015: 493-498.

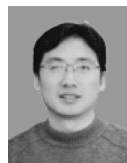
## 作者简介:



陈未央(1984-),女,博士研究生,研究方向:阵列信号处理, E-mail: weiweigenes@nuaa.edu.cn。



徐乐(1993-),男,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理, E-mail: xule@nuaa.edu.cn。



张小飞(1977-),男,教授,博士研究生导师,研究方向:阵列信号处理、移动通信技术, E-mail: zhangxiaofei@nuaa.edu.cn。

(编辑:夏道家)