

# 一种基于压缩感知的离格阵列测向方法

陈 侯

(南瑞集团有限公司/国网电力科学研究院有限公司, 南京, 211000)

**摘 要:** 基于稀疏表示的阵列测向技术中的一系列高精度鲁棒性方法都基于网格假设, 即假设入射信号来向无误差地落在网格上, 这一假设与现实中信号来向落在连续角度域内相违背, 所造成的网格偏差效应会带来模型失配, 从而导致估计性能的恶化。针对这一问题, 本文提出了一种基于泰勒展开的离格类信号模型, 该模型允许信号来向偏离网格, 从而消除了网格误差效应, 减小了估计误差。同时采用一种交替迭代优化的方法对模型进行求解, 并利用奇异值分解等方法降低计算量。该方法能够有效减小网格误差, 提高估计精度。仿真结果验证了所提方法的有效性。

**关键词:** 阵列测向; 离格方法; 交替迭代优化; 压缩感知

**中图分类号:** TN911      **文献标志码:** A

## A Compressed Sensing Based Off-Grid Direction-of-Arrival Estimation Method

Chen Yu

(Nari Group Corporation/State Grid Electric Power Research Institute, Nanjing, 211000, China)

**Abstract:** Benefiting from the development of compressed sensing (CS) theory, sparse representation based off-grid direction-of-arrival (DOA) estimation technique has been extensively exploited, resulting in several high accuracy methods. However, most of these methods are based on the grid assumption, i.e., the DOAs of the incident signals are accurately located on the grid points, which violates the fact that the true DOAs belong to the continuous angle space. This grid bias effect may bring in model mismatch, leading to performance deterioration. In this paper, we propose an off-grid signal model based on Taylor expansion, which allows the DOAs to deviate from the grid points, so the grid bias effect can be eliminated, and the estimation accuracy can be improved. We employ an alternating iterative method to solve the problem and use the singular value decomposition to reduce the computational cost. The proposed method is able to reduce the grid bias, resulting in high estimation accuracy. Simulation results are provided to verify the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** direction-of-arrival estimation; off-grid method; alternating iterative method; compressed sensing

## 引 言

阵列信号处理技术经过了几十年的研究, 目前被广泛运用在语音信号处理、无线通信、雷达和声纳

等多个领域。阵列测向是阵列信号处理中的重要研究方向,已发展出了大量的经典方法<sup>[1]</sup>,如多重信号分类法(Multiple signal classification, MUSIC)<sup>[2]</sup>、旋转不变法(Rotational invariant techniques, ESPRIT)<sup>[3]</sup>等。这些子空间类测向方法通过探索信号子空间和噪声子空间之间的正交性来实现角度的精确估计,具有比波束成形方法更加精确的超分辨率能力,能够区分出角度间隔较近的两个信号。子空间类方法在信号不相关的场景中可以看作是一种最大似然方法的大块拍实现,其估计能力能够逼近克拉美罗下界。然而,子空间方法的缺点也比较明显:由于这类方法的估计过程建立在噪声子空间和信号子空间的正交性之上,当这种正交性得不到保证时,子空间类方法很容易失效<sup>[4]</sup>。因此,子空间类方法难以适用于诸如小快拍、高相关性等场景。尽管通过诸如空间平滑等方法能够降低相关性,但同时也损失了阵列孔径,其应用场景受到了局限<sup>[5]</sup>。

为了克服子空间类方法的这些缺点,近些年来研究者从压缩感知算法中受到启发,根据入射信号来向在整个空间角度域中的稀疏特性,提出了基于压缩感知的阵列测向方法<sup>[6-10]</sup>。这一类方法充分利用了角域稀疏性,而不是信号子空间和噪声子空间之间的正交性,因此从原理上有别于传统的子空间类测向方法,也能够有效克服子空间类方法的各种缺点。压缩感知类方法能够适用于高相干性,甚至是相干信号,也能够适用于小快拍,甚至是单快拍场景,从而大大扩展了测向方法的适用范围。基于这一原理,近10年来已经发展出了大量的测向方法,如以 $l_1$ 范数奇异值分解重构法( $l_1$  reconstruction after singular value decomposition, L1SVD)为代表的 $l_1$ 范数类测向方法<sup>[6-8]</sup>和以相关向量机(Relevance vector machine, RVM)为代表的稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian learning, SBL)类测向方法<sup>[9-10]</sup>。L1SVD不仅可以适用于单快拍和相干信号场景,同时由于SVD技术的使用,L1SVD的信号重构模型维数得到了大幅降低,因此其计算量不受限于快拍数的大小,在大快拍的场景中仍然能够保持较小的计算量。但L1SVD的求解过程需要已知信号个数,而这一先验知识在实际应用中通常难以获取。同时,在L1SVD中还需要涉及到正则化因子的选取,而正则化因子最优选取的问题还没有得到较好的解决,不合适的正则化因子会对估计结果产生不良影响。基于SBL的RVM方法被证明与 $l_0$ 范数具有相同的全局收敛性<sup>[11]</sup>,因此能够获得比L1SVD更加精确的估计结果,但SBL的计算复杂度较高。

需要注意的是,现在已有的压缩感知类测向方法均基于网格划分,即预先用大量网格对空间域进行划分,并假设入射信号无误差地落在预设的网格之上。这一假设显然与物理场景相违背,因为入射信号来向在整个角度域内是连续分布的。如果信号来向偏离预先划分的网格,就会使得信号模型与真实模型之间存在误差<sup>[12]</sup>。虽然可以通过增加网格数来减小这一误差,但由于有限等距准则(Restricted isometry property, RIP)准则的存在,这一减小量也非常有限。同时,大量的网格划分还会带来高计算量,从而进一步降低了这一模型的适用场景。

针对这一问题,研究者提出了基于一阶泰勒展开的离格类DOA估计方法:离格稀疏贝叶斯推断法(Off-grid sparse Bayesian inference, OGSBI)<sup>[13]</sup>。该方法利用泰勒展开式,引入量化误差参数对真实的阵列流形进行逼近,从而能够更好地拟合真实信号模型。由于量化参数的引入使得优化模型为非凸模型,该方法引入稀疏贝叶斯学习理论对测向问题进行求解。然而,该方法在很多情况下无法达到理论下界。

针对以上问题,本文提出了一种基于迭代优化的离格测向方法。首先,利用接收信号建立起基于压缩感知的在格信号模型,再将模型中的流形矩阵运用泰勒公式进行一阶展开,从而建立起离格信号模型。为了实现模型求解,本文利用交替迭代法来求解对应的网格角度和偏差大小,同时通过降低模型维数、推导闭式解等方法来降低迭代过程中的计算复杂度。仿真结果验证了所提出方法的有效性。

## 1 信号模型

### 1.1 物理模型

如图1所示,有 $k$ 个远场窄带信号 $s_k(t), k=1, \dots, K$ 以入射角 $\theta_k, k=1, \dots, K$ 入射到一个均匀线阵上。该线阵由 $N$ 个全向接收阵元所组成。这一模型的阵列输出 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_N(t)]^T$ 为

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{a}(\theta_k) s_k(t) + \mathbf{v}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$ 为阵列流形矩阵; $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_K(t)]^T$ 为入射信号; $\mathbf{a}(\theta_k) = [1, e^{j\pi \sin \theta_k}, \dots, e^{j(N-1)\pi \sin \theta_k}]^T$ 为第 $k$ 个人射信号来向所对应的阵列导向矢量; $\mathbf{v}(t)$ 为加性高斯白噪声。当阵列接收到 $L$ 个快拍时,阵列信号模型式(1)可以表示为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \mathbf{S} + \mathbf{V} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{X} = [x(1), \dots, x(L)]$ 为阵列接收信号; $\mathbf{S} = [s(1), \dots, s(L)]$ 为入射信号波形; $\mathbf{V} = [v(1), \dots, v(L)]$ 为阵列接收到的观测噪声。

### 1.2 扩展模型

根据压缩感知原理,利用入射信号来向的角域稀疏性,本文对整个角度域空间 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 进行网格划分,得到一个超完备的角度集合 $\tilde{\mathcal{D}} = \{\vartheta_1, \dots, \vartheta_{\tilde{N}}\}$ 。在格类测向方法的基本假设是信号来向落在网格之上,即 $\theta \subset \tilde{\mathcal{D}}$ ,从而可以得到扩展的阵列输出模型为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}(\tilde{\mathcal{D}}) \tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{V} = \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{V} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{A}(\tilde{\mathcal{D}})$ 为扩展之后的阵列流形矩阵,其第 $i$ 列为角度 $\vartheta_i$ 对应的导向矢量。为了简化表述,记 $\mathbf{A}(\tilde{\mathcal{D}}) = \tilde{\mathbf{A}}$ 。 $\tilde{\mathbf{S}}$ 为入射信号 $\mathbf{S}$ 在角度集合 $\tilde{\mathcal{D}}$ 上的扩展信号,由于仅仅在 $k$ 个网格位置有信号,因此扩展信号 $\tilde{\mathbf{S}}$ 呈现出行稀疏特性,即每一列 $\tilde{s}(l)$ 都是一个 $k$ -稀疏的向量,且 $\tilde{s}(l)$ 表现出相同的稀疏特性,其非零值的位置均相同。从而式(3)可以看作是一个多观测向量(Multiple measurement vectors, MMV)模型,所挑选出来的 $k$ 个原子的位置就对应了各信号的来向。因此,本文建立如下的优化模型

$$\min_{\tilde{\mathbf{S}}} \eta \|\tilde{\mathbf{S}}\|_{2,0} + \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{S}}\|_{\text{F}}^2 \quad (4)$$

式中 $\|\tilde{\mathbf{S}}\|_{2,0}$ 表示 $\tilde{\mathbf{S}}$ 非零行的个数。然而,由于 $l_{2,0}$ 范数是非凸的,因此式(4)是一个NP-hard问题,求解起来变得困难。根据压缩感知理论,式(4)可转换为如下凸优化问题

$$\min_{\tilde{\mathbf{S}}} \eta \|\tilde{\mathbf{S}}\|_{2,1} + \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{S}}\|_{\text{F}}^2 \quad (5)$$

该模型为典型的LASSO问题,可以用CVX等工具箱进行求解<sup>[14]</sup>,进而画出空间功率谱便可以得到角度的估计值。然而,这种扩展模型与真实模型直接存在一个拟合误差,因此该模型将始终无法得到真实的测向结果,当网格划分不够密时,所得到的结果会更加偏离真实方向。

### 1.3 离格扩展模型

在离格信号模型中,入射信号来向不再假设精确落在网格之上,而是采用更加一般的假设,即入射信号来向集合不再属于预先划分好的超完备角度集合,即 $\theta \not\subset \tilde{\mathcal{D}}$ 。基于这一假设,本文从式(3)出发得到离格条件下的信号模型为

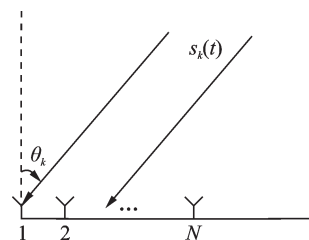


图1 均匀线阵中DOA估计示意图  
Fig.1 Illustration of DOA estimation with ULA

$$\mathbf{X} = (\tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{\Delta}) \tilde{\mathbf{S}} + \mathbf{V} \quad (6)$$

式中:  $\tilde{\mathbf{B}} = [\mathbf{b}(\vartheta_1), \dots, \mathbf{b}(\vartheta_N)]$ ,  $\mathbf{b}(\vartheta_{n_k})$  表示  $\alpha(\vartheta)$  在  $\vartheta = \vartheta_{n_k}$  处的导数;  $\mathbf{\Delta} = \text{diag}(\boldsymbol{\delta})$ ,  $\boldsymbol{\delta} = [\delta_1, \dots, \delta_N]^T$  表示模型的量化误差。结合式(3)可以看到,在格类信号模型可以看成是离格类信号模型的一种特殊形式:当量化误差  $\mathbf{\Delta}$  为零时,式(6)与式(3)等价<sup>[13]</sup>。由于真实信号来向是分布在一个连续的角度域空间,因此式(6)能够更加精确地模拟真实信号模型,进而得到更加精确的估计结果。根据式(5)的推导,可以得到如下用以求解式(6)的优化模型

$$\min_{\tilde{\mathbf{S}}, \boldsymbol{\delta}} \eta \|\tilde{\mathbf{S}}\|_{2,1} + \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - (\tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{\Delta}) \tilde{\mathbf{S}}\|_{\text{F}}^2 \quad (7)$$

然而,由于双线性变量  $\tilde{\mathbf{S}}$  的存在,式(7)仍然是一个非凸问题,因此难以直接使用 CVX 等工具箱进行求解。为了求解这一模型,参考文献[15],本文提出一种交替迭代优化的方法。

## 2 交替迭代方法

交替迭代方法利用迭代优化思想,通过对式(7)中  $\tilde{\mathbf{S}}$  和  $\boldsymbol{\delta}$  进行交替更新来实现模型求解。该方法是一个迭代过程,每次迭代包含两步操作。

第1步:保持  $\boldsymbol{\delta}$  的大小不变,对  $\tilde{\mathbf{S}}$  进行更新

$$\tilde{\mathbf{S}}^{(q+1)} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{S}}} \eta \|\tilde{\mathbf{S}}\|_{2,1} + \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - (\tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{\Delta}^{(q)}) \tilde{\mathbf{S}}\|_{\text{F}}^2 \quad (8)$$

式中上标( $q$ )表示第  $q$  次迭代过程。

第2步:保持  $\tilde{\mathbf{S}}$  的大小不变,更新  $\boldsymbol{\delta}$

$$\boldsymbol{\delta}^{(q+1)} = \arg \min_{\boldsymbol{\delta}} \left\| \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{S}}^{(q+1)} + \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{\Delta} \tilde{\mathbf{S}}^{(q+1)} - \mathbf{X} \right\|_{\text{F}}^2 \quad (9)$$

在第1步中,模型的维数取决于快拍数  $L$ 。而在测向过程中,快拍数通常远大于阵元数,因此求解该问题需要大量的计算量。为了避免高计算复杂度,参考 L1SVD 方法,本文利用 SVD 方法来降低模型维数。将  $\mathbf{X}$  进行 SVD 分解得到

$$\mathbf{X} = \mathbf{U}_x \boldsymbol{\Sigma}_x \mathbf{V}_x^H \quad (10)$$

令  $\mathbf{X}_{\text{SV}} = \mathbf{X} \mathbf{V}_x \mathbf{D}_K^T$ ,  $\tilde{\mathbf{S}}_{\text{SV}} = \tilde{\mathbf{S}} \mathbf{V}_x \mathbf{D}_K^T$ ,  $\mathbf{V}_{\text{SV}} = \mathbf{V} \mathbf{V}_x \mathbf{D}_K^T$ , 其中  $\mathbf{D}_K \triangleq [\mathbf{I}_K, \mathbf{0}]$ 。式(8)可以转换为

$$\min_{\tilde{\mathbf{S}}_{\text{SV}}} \eta \|\tilde{\mathbf{S}}_{\text{SV}}\|_{2,1} + \frac{1}{2} \|\mathbf{X}_{\text{SV}} - (\tilde{\mathbf{A}} + \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{\Delta}^{(q)}) \tilde{\mathbf{S}}_{\text{SV}}\|_{\text{F}}^2 \quad (11)$$

而在第2步对  $\boldsymbol{\delta}$  的优化过程中,式(9)是一个关于  $\boldsymbol{\delta}$  的加权最小二乘问题,可以通过类似文献[14, 15]的方法求得最优解。为了对式(9)求得闭式解以简化计算,本文先将其中的目标函数进行如下转换(为了简化表述,式(9)忽略了上标表示)

$$\begin{aligned} \|\mathbf{A} \hat{\mathbf{S}} - \mathbf{X} + \mathbf{B} \mathbf{\Delta} \hat{\mathbf{S}}\|_{\text{F}}^2 &= \text{tr} \{ \mathbf{\Delta} \mathbf{B}^H \mathbf{B} \mathbf{\Delta} \hat{\mathbf{S}} \hat{\mathbf{S}}^H \} - 2\text{R} \left\{ \text{tr} \left[ \hat{\mathbf{S}} (\mathbf{X} - \mathbf{A} \hat{\mathbf{S}})^H \mathbf{B} \mathbf{\Delta} \right] \right\} = \hat{\boldsymbol{\delta}}^T \left( \underbrace{\mathbf{B}^H \mathbf{B}}_{\mathbf{D}} \circ (\hat{\mathbf{S}} \hat{\mathbf{S}}^H)^* \right) \boldsymbol{\delta} - \\ &2\text{R} \left\{ \underbrace{\text{diag} \left[ \hat{\mathbf{S}} (\mathbf{X} - \mathbf{A} \hat{\mathbf{S}})^H \mathbf{B} \right]}_{\mathbf{g}^T} \boldsymbol{\delta} \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

式中:  $\circ$  和  $*$  分别表示哈达玛乘积和共轭运算;  $\text{tr}$  和  $\text{R}$  分别表示求矩阵的迹和取实部运算;  $\text{diag}$  表示取矩阵的对角线元素。根据式(12),对式(9)的求解可通过对式(12)中的  $\boldsymbol{\delta}$  进行求导得到,即

$$\hat{\boldsymbol{\delta}}^{(q+1)} = \text{R} \{ \mathbf{D}^{-1} \mathbf{g} \} \quad (13)$$

当迭代终止时,阵列测向结果可表示为

$$\hat{\theta} = \hat{\theta}^{\text{final}} + \hat{\delta}^{\text{final}} \quad (14)$$

式中:  $\hat{\theta}^{\text{final}}$  为迭代终止时对  $\|\tilde{\mathbf{S}}_{\text{sv}}\|_{2,1}$  进行一维谱峰搜索得到的角度粗估值;  $\hat{\delta}^{\text{final}}$  为迭代终止时式(13)的输出。

该算法的流程图如表 1 所示。

### 3 仿真实验

本文将通过若干仿真实验来验证所提出算法的有效性。为了进行对比,本文在实验中加入了子空间类代表性方法 MUSIC、在格类代表性方法 L1SVD 和离格类代表性方法 OGSBI 等测向方法,并且选用 7 阵元的均匀线阵作为接收阵列。压缩感知类方法均采用网格  $\tilde{\mathcal{D}} = \{-90^\circ, -88^\circ, \dots, 88^\circ, 90^\circ\}$  对整个空间域进行角度划分,同时 L1SVD 还引入迭代网格优化的思想对其进行网格细分<sup>[6]</sup>。MUSIC 方法在一维搜索中的搜索步长依据信噪比选取为  $(10^{-\frac{\text{SNR}}{20}} - 1)^\circ$ 。本文所提方法将最大迭代次数设置为 50,并且采用测向均方根误差(Root mean square error, RMSE)对各方法的估计性能进行评估,表达式为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{\bar{N}K} \sum_{n=1}^{\bar{N}} \|\hat{\theta}^{(n)} - \theta^{(n)}\|_2^2} \quad (15)$$

式中:  $\bar{N}$  表示仿真次数;  $\hat{\theta}^{(n)}$  和  $\theta^{(n)}$  分别对应于第  $n$  次仿真实验中的角度估计值和真实值。

**实验 1** 收敛情况验证。假设两个不相关信号以  $[-5^\circ, 5^\circ]$  的方向入射,快拍数为 100。本文方法在迭代过程中的 RMSE 如图 2 所示,可以看出,本文方法具有较好的收敛性,且大约在 30 次迭代时能够接近收敛。

**实验 2** 估计精度验证。本文假设 2 个窄带不相关信号以  $[-5^\circ, 5^\circ]$  的入射角射入接收阵列上。阵列接收到 200 个快拍且接收信噪比为 0 dB。本文对比 MUSIC, L1SVD, OGSBI 和本文方法的空间谱如图 3 所示。可以看出,4 种方法均能够对这 2 个信号进行正确测向。相比较 MUSIC 和 OGSBI 来说,本文方法具有更加尖锐的谱峰。同时,从 2 个子图可以看出,本文方法的估计精度优于其他方法。

**实验 3** 不同信噪比下的 RMSE 对比。假设 2 个不相关信号以  $[-5^\circ, 5^\circ]$  的入射角射入接收阵列上。接收快拍数为 200。本文比较了上述 4 种方法的 RMSE,其结果如图 4 所示。可以看出,本文方法能够始终具有最佳的估计性能,并且在信噪比大于 5 dB 时就能够贴近克拉美罗下界(Cramer-Rao lower bound, CRLB)。相比之下, MUSIC 在低信噪比时的性能不佳,而 L1SVD 和 OGSBI 则始终不能达到 CRLB。

**实验 4** 不同相关性下的 RMSE 对比。假设 2 个相关信号以  $[-15^\circ, 5^\circ]$  入射到接收阵列上,快拍数为 100,信噪比为 10 dB。本文对各方法 RMSE 随信号相关性的变化情况进行了研究,结果如图 5 所示。可以看出,随着相关性的不断增强,各个方法的估计性能都在不断恶化。MUSIC 和 L1SVD 在信号高度相关时的估计性能严重下降。相比之下,本文方法仍然能够贴近 CRLB 且要优于 OGSBI,体现出了良好的抗

表 1 算法流程

Tab. 1 Flow of the proposed algorithm

输入:  $X, K, \tilde{\mathcal{D}}$

初始化:  $\delta(0) = 0$

$X$  和  $\delta$  的联合估计:

(1) 根据式(11)更新  $\tilde{\mathbf{S}}_{\text{sv}}$ ;

(2) 根据式(13)更新  $\delta$ ;

(3) 如果收敛,则迭代终止;否则,返回(1)。

根据式(14)得到角度估计值  $\hat{\theta}$ 。

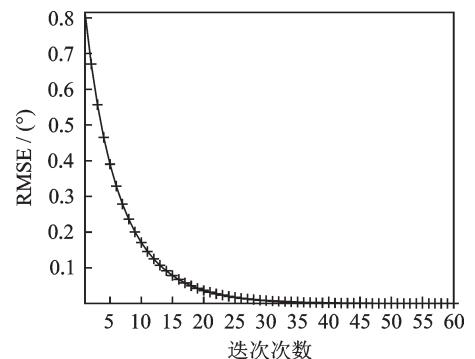


图 2 本文方法的收敛性分析

Fig.2 Convergence analysis of the proposed method

相干特性。

实验 5 不同快拍数下的 RMSE 对比。假设两个不相关信号以  $[-5^\circ, 5^\circ]$  的入射角射入接收阵列上,且信噪比为 10 dB。本文对不同快拍数下各方法的 RMSE 进行比较。如图 6 所示,L1SVD 和 OGSBI 均不能达到误差下界,并且在这种情况下,其精度没有随着快拍数的增加而提高。而 MUSIC 和本文方法能够较好地逼近 CRLB,并且精度随着快拍数的增加而提高。

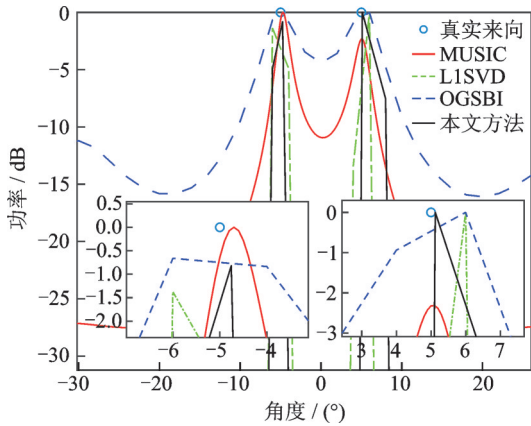


图 3 MUSIC,L1SVD,OGSBI和本文方法的空间谱  
Fig.3 Spectra comparison of the proposed method, MUSIC, L1SVD and OGSBI

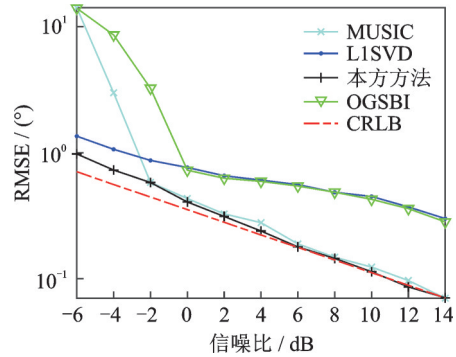


图 4 MUSIC、L1SVD、OGSBI 和本方法在不同信噪比下的估计性能比较

Fig.4 Estimation performance comparison of the proposed method, MUSIC, L1SVD and OGSBI with different SNRs

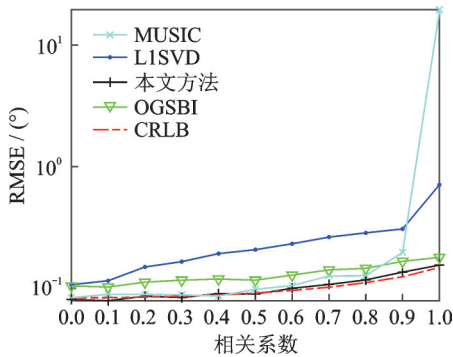


图 5 MUSIC、L1SVD、OGSBI 和本方法在相关信号场景下的估计性能比较

Fig.5 Estimation performance comparison of the proposed method, MUSIC, L1SVD and OGSBI with correlated sources

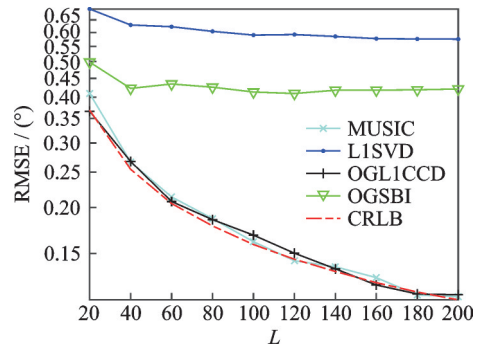


图 6 MUSIC、L1SVD、OGSBI 和本方法在不同快拍数下的估计性能比较

Fig.6 Estimation performance comparison of the proposed method, MUSIC, L1SVD and OGSBI with different number of snapshots

### 4 结束语

本文研究了基于压缩感知的阵列测向方法中的网格失配情况。在分析在格类模型存在缺陷的基础上提出了一种离格类测向模型,该模型可以看成是在格类模型的一般化形式。在特定场景中,所提模型可退化为在格类模型。同时,针对这一模型,本文提出了基于交替迭代优化的测向算法。该算法可以实现对信号来向的精确估计,仿真实验结果也验证了所提方法的有效性。

## 参考文献:

- [1] Krim H, Viberg M. Two decades of array signal processing research: The parametric approach[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1996, 13(4): 67-94.
- [2] Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276-280.
- [3] Roy R, Kailath T. ESPRIT - estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1986, 37(7): 984-995.
- [4] 刘章孟. 基于信号空域稀疏性的阵列处理理论与方法[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2012.  
Liu Zhangmeng. Spatial sparsity-based theory and methods of array signal processing[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2012.
- [5] 张小飞, 张立岑, 陈未央, 等. MIMO阵列中基于PM和降维变换的高效DOA估计算法[J]. *数据采集与处理*, 2014, 29(3): 372-377.  
Zhang Xiaofei, Zhang Licen, Chen Weiyang, et al. Computationally efficient DOA estimation for MIMO array using propagator method and the reduced-dimension transformation[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2014, 29(3): 372-377.
- [6] Malioutov D, Çetin M, Willsky A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8): 3010-3022.
- [7] Liu Z M, Huang Z T, Zhou Y Y. Array signal processing via sparsity-inducing representation of the array covariance matrix[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(3): 1710-1724.
- [8] Yin J, Chen T. Direction-of-arrival estimation using a sparse representation of array covariance vectors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(9): 4489-4493.
- [9] Liu Z M, Huang Z T, Zhou Y Y. An efficient maximum likelihood method for direction-of-arrival estimation via sparse Bayesian learning[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(10): 1-11.
- [10] Liu Z M, Huang Z T, Zhou Y Y. Sparsity-inducing direction finding for narrowband and wideband signals based on array covariance vectors[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2013, 12(8): 1-12.
- [11] Wipf D, Nagarajan S. Iterative reweighted  $l_1$  and  $l_2$  methods for finding sparse solutions[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(2): 317-329.
- [12] Wu X, Zhu W P, Yan J. Direction of arrival estimation for off-grid signals based on sparse bayesian learning[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(7): 2004-2016.
- [13] Yang Z, Xie L, Zhang C. Off-grid direction of arrival estimation using sparse Bayesian inference[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 61(1): 38-43.
- [14] Grant M, Boyd S. CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 2.1[EB/OL].(2018-12)[2019-01]. <http://cvxr.com/cvx>, 2018.
- [15] Wu X, Zhu W P, Yan J, et al. Two sparse-based methods for off-grid direction-of-arrival estimation[J]. *Signal Processing*, 2018, 142: 87-95.

## 作者简介:



陈侯(1988-),男,工程师,研究方向:阵列信号处理、电网虚拟现实应用等,E-mail: chenyl1@sgepri. sgcc.com.cn。

(编辑:张黄群)