

一种强干扰环境下的离格稀疏贝叶斯 DOA 估计方法

张 赫¹ 陈华伟^{1,2}

(1. 南京航空航天大学电子信息工程学院, 南京, 211106; 2. 上海交通大学系统控制与信息处理教育部重点实验室, 上海, 200240)

摘 要: 强干扰的环境下, 基于传感器阵列的波达方向 (Direction of arrival, DOA) 估计是阵列信号处理中的重要问题。虽然对于网格点目标现有方法的 DOA 估计精度较高, 但对于离格点目标现有方法的 DOA 估计性能会严重下降。本文提出一种离格情况下的 DOA 估计方法, 首先设计一种鲁棒的正交零陷矩阵滤波法 (Robust orthogonal matrix filter with nulling, ROMFN), 它结合了正交零陷滤波法 (Orthogonal matrix filter with nulling, OMFN) 和最差性能下的鲁棒自适应波束形成, 在对离格点目标达到滤波效果的同时只需设计较少的网格点。此外, 新的矩阵滤波法保留了高斯白噪声的特性, 避免了噪声白化的预处理过程。其次基于离格点稀疏贝叶斯推断 (Off-grid sparse Bayesian inference, OGSBI) 和 ROMFN, 形成一种强干扰下 DOA 估计的新方法。与现有方法相比, 仿真结果表明该方法可以在不同的网格间距、不同的信噪比和干噪比下获得更高的估计精度。

关键词: 强干扰; 波达方向估计; 空域矩阵滤波; 鲁棒自适应波束形成; 稀疏贝叶斯

中图分类号: TN911.7 **文献标志码:** A

Off-Grid Sparse Bayesian DOA Estimation Method in Strong Interference Environment

Zhang He¹, Chen Huawei^{1,2}

(1. College of Electronics and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 211106, China; 2. Key Laboratory of System Control and Information Processing, Ministry of Education, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, 200240, China)

Abstract: Direction of arrival (DOA) estimation using sensor arrays with strong interferences is an important problem in array signal processing. Although the DOA estimation accuracy of existing methods for on-grid targets is high, the DOA estimation performance of these methods for off-grid targets degrades seriously. In this paper, a new DOA estimation method is proposed. Firstly, a new matrix filter called robust orthogonal matrix filter with nulling (ROMFN) which combines the orthogonal matrix filter with nulling (OMFN) and robust adaptive beamforming using worst-case is used for filtering of off-grid targets. ROMFN is effective for off-grid targets just with a few grid points designed. Besides, the new matrix filter preserves the white Gaussian noise property, avoiding the pretreatment of noise whitening. Secondly, a

基金项目: 浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室开放课题 (A1906) 资助项目; 系统控制与信息处理教育部重点实验室基金 (Scip201802) 资助项目。

收稿日期: 2019-05-16; **修订日期:** 2019-06-24

new DOA estimation method is used to estimate DOAs of off-grid sources with strong interferences based on off-grid sparse Bayesian inference (OGSBI) and ROMFN. Compared to previous methods, simulation results validate the proposed method can achieve better resolution in different grid intervals, different SNRs and different INRs.

Key words: strong interference; DOA estimation; orthogonal matrix filter with nulling; robust adaptive beamforming; sparse Bayesian

引 言

近几十年来在雷达和通信等领域,采用传感器阵列进行波达方向(Direction of arrival, DOA)估计一直备受关注^[1]。基于信号稀疏性的方法^[2-6]可以在较少的快拍数、低信噪比和相干信源条件下实现高分辨率的DOA估计。DOA估计中最具代表性的稀疏信号重构方法是L1-SVD^[2]和稀疏贝叶斯学习(Sparse Bayesian learning, SBL)^[3]。L1-SVD属于凸优化类的方法,虽然可以获得高分辨率,但此算法复杂度较高,同时需要选择适当的优化参数。与L1-SVD相比,SBL采用贝叶斯概率模型来获得高分辨率的估计结果。但是,SBL算法无法获得严谨的理论保证。这些方法都是假设潜在DOA位于离散的采样网格点上。然而,真正的DOA并不完全位于网格点上,这样便会产生离格点问题,离格点问题会严重降低DOA估计的精度。为解决离格点的问题,基于离格点模型的算法如离格点稀疏贝叶斯推断(Off-grid sparse Bayesian inference, OGSBI)^[4-5]和离格点根稀疏贝叶斯学习(Off-grid root sparse Bayesian learning, OGRSBL)^[6]依次被提出。OGSBI采用一阶泰勒公式来近似真实的离格点,OGRSBL旨在简化OGSBI以更有效地估计DOA。除了基于离格点模型的方法之外,无网格方法^[7]也相继被提出,它们将整个空间角度看成连续的参数,而后将DOA估计问题转换为高复杂度的半正定规划问题。文献[8]采用了一种网格点进化的方法,将重构幅度值较大的网格点作为潜在DOA,并在其附近生成新的网格点进行下次更新,这种方法虽然在一定程度上可以减小离格点的影响,但无法保证信源落入不同的网格间距内,且更新效率较低。

当环境中包含强干扰时,较弱的期望信源可能会被掩盖,DOA估计精度将会受到严重影响。因此强干扰中的DOA估计是一个需要解决的重要问题。文献[9]通过构造干扰阻塞矩阵来滤除强干扰信号,但此方法需要精确已知干扰信号的方位。文献[10]基于噪声子空间扩充的方法将强干扰信号的导向矢量空间与噪声子空间合并,并利用MUSIC算法来估计期望信源的DOA,但这种方法同样具有MUSIC算法的缺点。文献[11]使用类似Capon波束形成的方法来抑制干扰并估计DOA,但如果信号源是相干的,则该方法不能有效估计DOA。文献[12]介绍了一种基于空间矩阵滤波的方法,该方法使用矩阵进行滤波来获得理想的通带和阻带性能。但是,其干扰抑制能力取决于阻带衰减指数的设置(Stopband attenuation, SA),如果SA设置得太低,通带性能会受到影响,如果SA设置得太高,则无法充分滤除干扰。文献[13]中提出了一种称为稀疏频谱拟合-矩阵滤波(Sparse spectrum fitting-matrix filter, SPSF-MF)的方法,此方法结合了稀疏频谱拟合(Sparse spectrum fitting, SPSF)^[14]和传统矩阵滤波(Conventional matrix filter, CMF)。与文献[12]类似,SPSF-MF的干扰滤除能力依赖于SA的设置,过高的SA无法充分滤除干扰。为了解决这个问题,文献[15]提出了一种基于SPSF和零陷矩阵滤波(Matrix filter with nulling, MFN)^[16]的新方法SPSF-MFN。MFN可以在矩阵滤波时最小化输出功率来自适应地形成对干扰的零陷抑制,这样便可以保证干扰的彻底滤除。

以上干扰环境下估计DOA的方法均假设期望信源和干扰位于网格点上。面对离格点目标,即使网格点选取的非常密集,这些方法也无法在整个连续空域中获得理想的性能。以上方法在矩阵滤波的幅值

响应中,相邻网格之间会发生幅值的振荡,矩阵滤波的性能稳定性较差,不能用于离格点目标的DOA估计。此外,由于设计的矩阵是非正交矩阵,阵列接收信号进行矩阵滤波后,接收端高斯白噪声也会变为有色噪声,需要对接收数据进行去均值和空间解相关的预处理过程,使得信号处理过程变得较为复杂。

本文采用鲁棒的正交零陷矩阵滤波(Robust orthogonal matrix filter with nulling, ROMFN)和OGSBI来解决上述问题。首先,设计新滤波法ROMFN,它结合了正交零陷滤波法(Orthogonal matrix filter with nulling, OMFN)^[17]和最差性能下的鲁棒自适应波束形成^[18]。通过逐列优化的方式和附加的约束条件,ROMFN设计的矩阵是正交的。对于每个离散网格点,鲁棒性使矩阵滤波对包含该网格点的邻近区域均有效。这样,ROMFN设计的矩阵滤波对包括离格点目标在内的整个空域都有效。此外,ROMFN滤波后仍然能保持噪声的白高斯特性,免去了色噪声白化的预处理过程,这也是其余的矩阵滤波法所不具有的优势。其次,结合OGSBI,形成了一种基于OGSBI和ROMFN的新方法OGSBI-ROMFN。与SPSF-MFN相比,仿真表明该方法在强干扰的环境下可以对离格点目标的DOA估计获得更高的精度。

1 信号模型

假设 K 个远场窄带信源 $s_k(t)$ ($k=1, \dots, K$),分别以方向 θ_k ($k=1, \dots, K$)入射到阵元数为 M 的等距均匀线阵上,其中各阵元都是全向性的,则此时阵列接收数据的模型为^[4]

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}(\theta) \mathbf{s}(t) + \mathbf{e}(t) \quad t=1, 2, \dots, T \quad (1)$$

式中: T 为快拍数, $\mathbf{y}(t)=[y_1(t), y_2(t), \dots, y_M(t)]^T$, $\mathbf{s}(t)=[s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ 和 $\mathbf{e}(t)=[e_1(t), e_2(t), \dots, e_M(t)]^T$ 分别为阵列在 t 时刻接收的数据向量、信源向量以及噪声向量。 $\mathbf{A}(\theta)=[\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$ 为各方向的导向矢量,其中 $\mathbf{a}(\theta_k)$ 为第 k 个信源对应方向的导向矢量,它取决于信源的入射方向和阵列结构,同时和信源的频率也有关系。对于阵元数为 M 的等距均匀线阵,以第1个阵元为参考阵元, $\mathbf{a}(\theta_k)$ 可以表示为

$$\mathbf{a}(\theta_k)=[1, e^{-j2\pi d \cos(\theta_k)/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi(M-1)d \cos(\theta_k)/\lambda}]^T \quad (2)$$

式中: d 为相邻两阵元的间距, λ 为波长。

当真实的信源未处在划分的离散网格点上时,式(1)的模型便会产生较大的误差,因此引入以下的离格点模型^[4]。对于整个空间角度域,假设划分的网格点为 $\tilde{\theta}=\{\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_N\}$,网格点数为 N ,此时存在离格点 $\theta_k \notin \tilde{\theta}$, $k \in \{1, 2, \dots, K\}$,与 θ_k 相距最近的网格点记为 $\theta_{k_n} \in \tilde{\theta}$, $k_n \in \{1, 2, \dots, N\}$,则对于离格点 θ_k 的导向矢量 $\mathbf{a}(\theta_k)$ 可用一阶泰勒展开式来近似得到,则

$$\mathbf{a}(\theta_k) \approx \mathbf{a}(\theta_{k_n}) + \mathbf{b}(\theta_{k_n})(\theta_k - \theta_{k_n}) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{b}(\theta_{k_n})=\mathbf{a}'(\theta_{k_n})$,记 $\mathbf{A}=[\mathbf{a}(\tilde{\theta}_1), \mathbf{a}(\tilde{\theta}_2), \dots, \mathbf{a}(\tilde{\theta}_N)]^T$, $\mathbf{B}=[\mathbf{b}(\tilde{\theta}_1), \mathbf{b}(\tilde{\theta}_2), \dots, \mathbf{b}(\tilde{\theta}_N)]^T$, $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbf{C}^{M \times N}$, $\boldsymbol{\beta}=[\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N]^T$,则式(1)中的模型可以写为基于离格点的模型

$$\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\beta}) \mathbf{x}(t) + \mathbf{e}(t) \quad (4)$$

$\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{A} + \mathbf{B} \text{diag}(\boldsymbol{\beta})$, $\mathbf{x}(t)$ 是对应整个角度域的稀疏信号, $\mathbf{x}(t)=[x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$,则

$$x_n(t) = \begin{cases} s_{k_n}(t) & \beta_n = \theta_k - \theta_{k_n}, n = k_n \\ 0 & \beta_n = 0, \text{其他} \end{cases} \quad k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (5)$$

基于多快拍的情况将以上离格点模型写成矩阵的形式

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\beta}) \mathbf{X} + \mathbf{E} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{Y}=[\mathbf{y}(1), \mathbf{y}(2), \dots, \mathbf{y}(T)]$, $\boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{A} + \mathbf{B} \text{diag}(\boldsymbol{\beta})$, $\mathbf{E}=[\mathbf{e}(1), \mathbf{e}(2), \dots, \mathbf{e}(T)]$, $\mathbf{X} =$

$[x(1), x(2), \dots, x(T)]$ 。

2 强干扰下的离格点 DOA 估计

2.1 正交零陷矩阵滤波设计

记矩阵滤波器为 $G \in \mathbb{C}^{M \times M}$, 则经过滤波后的阵列数据为

$$\tilde{\mathbf{y}}(t) = G^H \mathbf{y}(t) = G^H A(\theta) \mathbf{s}(t) + G^H \mathbf{e}(t) \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (7)$$

矩阵滤波设计的目的是根据通带和阻带设计合适的矩阵, 使得输出中期望信源能平稳通过, 干扰信源能彻底滤除, 假设期望信源分别为 $s_1(t)$ 和 $s_2(t)$, 干扰信源为 $s_3(t)$, 期望信源所处的空间角度范围为通带 P , 干扰信源所处的角度范围为阻带 S , 则矩阵滤波的设计目标可以表示为

$$\begin{aligned} G^H s_i(t) &= s_i(t) & i = 1, 2, \theta \in P \\ G^H s_3(t) &= 0 & \theta \in S \end{aligned} \quad (8)$$

矩阵滤波后的信号能量为

$$E\{\tilde{\mathbf{y}}^H \tilde{\mathbf{y}}\} = \text{tr}\{E\{\tilde{\mathbf{y}} \tilde{\mathbf{y}}^H\}\} = \text{tr}\{G^H R G\} \quad (9)$$

式中: $E\{\cdot\}$ 表示求期望, $\text{tr}\{\cdot\}$ 表示求迹, R 表示阵列接收数据的协方差矩阵, $R = E\{\mathbf{y}\mathbf{y}^H\} = A(\theta) R_s A(\theta)^H + \sigma^2 I$, R_s 为信源的协方差矩阵, σ^2 为高斯白噪声的能量值, I 为对应维度的单位阵。基于能量最小化的准则, 零陷矩阵滤波器的设计问题为^[15]

$$\begin{aligned} & \text{Min}_G \text{tr}\{G^H R G\} \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \|G^H A(P) - A(P)\|_F \leq \epsilon \\ \|G^H \mathbf{a}(\theta_s)\|_2 \leq \delta \quad \theta_s \in S, s = 1, 2, \dots, v \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

式中 ϵ 为通带扰动指数, 它是一个很小的正数, 保持了通带内的平稳性, δ 为阻带衰减指数。 $A(P) = [\mathbf{a}(P_1), \mathbf{a}(P_2), \dots, \mathbf{a}(P_u)]$ 对应通带内各离散角度点的导向矢量, u 和 v 分别表示通带和阻带内离散角度点的个数。这种方法能保持在干扰方向有一个很大的衰减, 即使滤波响应的阻带旁瓣值很高, 也能够对单一的干扰方向形成零陷。然而这种方法是假设潜在目标均处在网格点上, 无法保证离格点期望信源的平稳通过和离格点干扰信源的完全滤除, 同时 G 不是正交阵, 滤波后的噪声成分 $G^H \mathbf{e}(t)$ 此时不再是高斯白噪声, 这为后续的处理增加了难度。为了解决此方法存在的问题, 本文提出 ROMFN。

为了确保最终得出的矩阵为正交矩阵, 依次对矩阵的各列进行设计并添加正交的优化条件

$$\begin{aligned} & \text{Min}_{g_p} g_p^H R g_p \\ \text{s.t.} & \begin{cases} g_p^H g_b = 0 & 1 \leq b < p < c(G) \\ g_p^H \mathbf{a}(\theta_p) = 1 & \theta_p \in P, p = 1, 2, \dots, u \\ \|g_p^H \mathbf{a}(\theta_s)\|_2 \leq \delta & \theta_s \in S, s = 1, 2, \dots, v \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

式中: g_p 为矩阵 G 的第 p 列, θ_p 为通带中离散的网格点, $c(G)$ 为矩阵 G 的列数。相比于式(10), $g_p^H g_b = 0$ 保证了当前列即 g_p 正交于先前已设计好的各列, 所以最终形成的矩阵为正交阵。

为了保证对离格点目标具有良好的效果, 在此引入鲁棒波束形成技术^[18]来在连续的空域中设计各个离散的网格点。假设存在一离格目标记为 $\theta_{p_c} \notin P$, 其最近的网格点为 $\theta_p \in P$, $|\theta_{p_c} - \theta_p| \leq r/2$, r 为网格间距。对于网格点 θ_p , 目标是使以下的空域范围都起到滤波的作用, 即

$$\mathcal{D} = \left\{ \tilde{\theta}_p \mid \tilde{\theta}_p = \theta_p + e, e \in [-r/2, r/2] \right\} \quad (12)$$

相应地,可以把空域范围记为偏差矢量

$$\zeta = \left\{ \mathbf{a}(\hat{\theta}_p) = \mathbf{a}(\theta_p) + \bar{\mathbf{e}}, \|\bar{\mathbf{e}}\|_2 \leq \tilde{w} \right\} \quad (13)$$

式中 \tilde{w} 是一个正数。为了保证在空域范围 ϑ 内的滤波效果,式(11)中的限制条件 $\mathbf{g}_p^H \mathbf{a}(\theta_p) = 1$ 相应地变为

$$\left| \mathbf{g}_p^H \mathbf{a}(\hat{\theta}_p) \right| \geq 1 \quad \forall \mathbf{a}(\hat{\theta}_p) \in \zeta \quad (14)$$

根据文献[18]中的最差性能原理,式(14)中的限制条件最终可以表示为

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \{ \mathbf{g}_p^H \mathbf{a}(\theta_p) \} &\geq \tilde{w} \|\mathbf{g}_p\|_2 + 1 \\ \operatorname{Im} \{ \mathbf{g}_p^H \mathbf{a}(\theta_p) \} &= 0 \quad \theta_p \in P, p = 1, 2, \dots, u \end{aligned} \quad (15)$$

故矩阵滤波设计的优化问题为

$$\begin{aligned} &\underset{\mathbf{g}_p}{\operatorname{Min}} \mathbf{g}_p^H \mathbf{R} \mathbf{g}_p \\ \text{s.t.} &\begin{cases} \mathbf{g}_p^H \mathbf{g}_b = 0 & 1 \leq b < p < c(\mathbf{G}) \\ \operatorname{Re} \{ \mathbf{g}_p^H \mathbf{a}(\theta_p) \} \geq \tilde{w} \|\mathbf{g}_p\|_2 + 1 \\ \operatorname{Im} \{ \mathbf{g}_p^H \mathbf{a}(\theta_p) \} = 0 & \theta_p \in P, p = 1, 2, \dots, u \\ \|\mathbf{g}_p^H \mathbf{a}(\theta_s)\|_2 \leq \delta & \theta_s \in S, s = 1, 2, \dots, v \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

基于以上的矩阵滤波设计,离格点 DOA 估计问题可以表示为

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{G}^H \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\beta}) \mathbf{X} + \tilde{\mathbf{E}} \quad (17)$$

式中 $\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{G}^H \mathbf{Y}, \tilde{\mathbf{E}} = \mathbf{G}^H \mathbf{E}$ 。

2.2 离格稀疏贝叶斯 DOA 估计

在 Gaussian 白噪声的假设下^[4],可以将噪声的概率密度函数写为

$$p(\tilde{\mathbf{E}}|\alpha_0) = \prod_{t=1}^T \operatorname{CN}(\mathbf{G}^H \mathbf{e}(t)|0, \alpha_0^{-1} \mathbf{I}) \quad (18)$$

式中 $\alpha_0 = \sigma^{-2}, \sigma^2$ 表示 Gaussian 白噪声的方差,根据式(17)可以进一步得到

$$p(\tilde{\mathbf{Y}}|\mathbf{X}, \alpha_0, \boldsymbol{\beta}) = \prod_{t=1}^T \operatorname{CN}(\mathbf{G}^H \mathbf{y}(t)|\mathbf{G}^H \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{\beta}) \mathbf{x}(t), \alpha_0^{-1} \mathbf{I}) \quad (19)$$

α_0 一般认为是未知的,在这里认为 α_0 服从参数为 c 和 d 的伽马分布,伽马分布与高斯分布互为共轭,则

$$p(\alpha_0; c, d) = \Gamma(\alpha_0|c, d) \quad (20)$$

式中 $\Gamma(\alpha_0|c, d) = [\Gamma(c)]^{-1} d^c \alpha_0^{c-1} \exp\{-d\alpha_0\}, \Gamma(\cdot)$ 是伽马函数,像文献[4]中一样,设置 $c, d \rightarrow 0$ 。

为了保证重构信源的稀疏性,信源所对应的联合稀疏矩阵 \mathbf{X} 的先验分布必须是一个稀疏先验,假设信源在不同快拍之间相互独立,采用一个二阶先验分布,则

$$p(\mathbf{X}; \Delta) = \prod_{t=1}^T \operatorname{CN}(\mathbf{x}(t)|0, \boldsymbol{\Delta}) \quad (21)$$

式中 $\boldsymbol{\Delta} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{\alpha})$ 为信号的协方差矩阵,而且

$$p(\boldsymbol{\alpha}; \varphi) = \prod_{n=1}^N \Gamma(\alpha_n|1, \varphi) \quad (22)$$

φ 是一个很小的正数,假设网格误差 $\boldsymbol{\beta}$ 服从均匀分布,采用贝叶斯分阶模型可以得到联合的概率密度函数,即

$$p(\mathbf{X}, \tilde{\mathbf{Y}}, \alpha_0, \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = p(\tilde{\mathbf{Y}}|\mathbf{X}, \alpha_0, \boldsymbol{\beta}) P(\mathbf{X}|\boldsymbol{\alpha}) p(\boldsymbol{\alpha}) p(\alpha_0) p(\boldsymbol{\beta}) \quad (23)$$

根据文献[4],后验分布 $p(\mathbf{X}, \alpha_0, \boldsymbol{\alpha}, \beta | \tilde{\mathbf{Y}})$ 无法直接得知,为此用一种基于最大期望的方法来进行稀疏贝叶斯推断。首先由之前的模型可知 \mathbf{X} 的后验分布是一个复高斯分布,则

$$p(\mathbf{X} | \tilde{\mathbf{Y}}, \alpha_0, \boldsymbol{\alpha}, \beta) = \prod_{t=1}^T \text{CN}(\mathbf{x}(t) | \boldsymbol{\mu}(t), \boldsymbol{\Sigma}) \quad (24)$$

式中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}(t) &= \alpha_0 \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\phi}^H \mathbf{G}^H \mathbf{y}(t) \quad t=1, 2, \dots, T \\ \boldsymbol{\Sigma} &= (\alpha_0 \boldsymbol{\phi}^H \mathbf{G}^H \mathbf{G} \boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\Lambda}^{-1})^{-1} \end{aligned} \quad (25)$$

$\boldsymbol{\Sigma}$ 和 $\boldsymbol{\mu}(t)$ 的计算需要参数值 $\alpha_0, \boldsymbol{\alpha}$ 和 β 的估计值,在推断步骤中,通过最大后验概率法即最大化 $p(\alpha_0, \boldsymbol{\alpha}, \beta | \tilde{\mathbf{Y}})$ 来求取以上的参数值。因为 $p(\tilde{\mathbf{Y}})$ 与各参数是相互独立的,且 $p(\tilde{\mathbf{Y}}, \alpha_0, \boldsymbol{\alpha}, \beta) = p(\alpha_0, \boldsymbol{\alpha}, \beta | \tilde{\mathbf{Y}}) p(\tilde{\mathbf{Y}})$,所以最大化 $p(\alpha_0, \boldsymbol{\alpha}, \beta | \tilde{\mathbf{Y}})$ 就等于最大化联合概率密度函数 $p(\tilde{\mathbf{Y}}, \alpha_0, \boldsymbol{\alpha}, \beta)$ 。基于前一步估计出的参数,将 \mathbf{X} 视为隐藏变量并采用最大期望法来求解,即对 $E\{\log p(\mathbf{X}, \tilde{\mathbf{Y}}, \alpha_0, \boldsymbol{\alpha}, \beta)\}$ 进行最大化。

令 $\mathbf{m} = [\mu(1), \mu(2), \dots, \mu(T)] = \alpha_0 \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\rho}^H \tilde{\mathbf{Y}}, \underline{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{X}}{\sqrt{T}}, \tilde{\mathbf{Y}} = \frac{\tilde{\mathbf{Y}}}{\sqrt{T}}, \underline{\mathbf{m}} = \frac{\mathbf{m}}{\sqrt{T}}, \underline{\varphi} = \frac{\boldsymbol{\phi}}{\sqrt{T}}$,依据文献[4]中的步骤, $\boldsymbol{\alpha}$ 和 α_0 的更新表达式为

$$\begin{aligned} \alpha_n^{\text{new}} &= \frac{\sqrt{1 + 4 \underline{\varphi} E\{\|\underline{\mathbf{X}}^n\|_2^2\}} - 1}{2 \underline{\varphi}} \quad n=1, \dots, N \\ \alpha_0^{\text{new}} &= \frac{M + \frac{c-1}{T}}{E\{\|\tilde{\mathbf{Y}} - \boldsymbol{\phi} \underline{\mathbf{X}}\|_F^2\} + \frac{d}{T}} \quad \beta^{\text{new}} = \arg \text{Min}_{\beta \in [-\frac{1}{2}r, \frac{1}{2}r]^N} \{\beta^T \mathbf{Z} \beta - 2\mathbf{f}^T \beta\} \end{aligned} \quad (26)$$

参数 β 的公式中, \mathbf{Z} 为半正定矩阵, \mathbf{Z} 和 \mathbf{f} 用来更新,公式为

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= R\{\overline{\mathbf{B}^H \mathbf{B}} \odot (\underline{\mathbf{m}} \cdot \underline{\mathbf{m}}^H + \boldsymbol{\Sigma})\} \\ \mathbf{f} &= R\left\{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \text{diag}(\overline{\boldsymbol{\mu}(t)}) \mathbf{B}^H \mathbf{G}^H (\mathbf{y}(t) - \mathbf{A} \boldsymbol{\mu}(t))\right\} - R\{\text{diag}(\mathbf{B}^H \mathbf{G}^H \mathbf{A} \boldsymbol{\Sigma})\} \end{aligned} \quad (27)$$

OGSBI-ROMFN的优势可以归结为以下3点:

(1) ROMFN中通过逐列的设计方式,通带和阻带性能变得更为稳定。此外,使用鲁棒波束形成技术使得矩阵滤波设计在整个连续空间区域都有效。因此,这种设计方法可用于离格点目标,而SPSF-MFN在离格情况下性能较差。此方法对于离格点目标的优越性也通过以下的仿真得到了验证。

(2) 与文献[17]类似, γ 一定的情况下,只要 $\delta \geq \delta^*$,其中 δ^* 为阻带衰减指数的下限值,则最终都能得出一个可行的矩阵滤波设计,而MFN的设计则需要取得通带扰动指数 ϵ 和阻带衰减指数 δ 的平衡,过低的旁瓣值则会牺牲通带的性能,而选取合适的 ϵ 和 δ 非常困难。

(3) ROMFN中设计的矩阵为正交阵,滤波后的噪声仍然为高斯白噪声,这使得信号重构可以采用离格稀疏贝叶斯推断,此方法前提是噪声必须是高斯白噪声,相比于文献[15]中采用的基于网格点的 L_1 范数重构法,此方法能够更准确地估计离格点信源的DOA。

3 仿真结果

为了验证本文方法的有效性,将本文方法与SPSF-MFN^[15]进行比较。仿真中采用间距为半波长的全向均匀线阵,假设参考点选为阵列的中心点,阵元个数 M 为32,快拍数设置为1 200,两信源以及干扰的真实方位角为 $31.3^\circ, 48.6^\circ$ 和 97.4° 。ROMFN中通带 P 以及阻带 S 分别为 $[30^\circ:5^\circ:60^\circ]$ 和 $[0^\circ:r:20^\circ \ 70^\circ:r:$

$180^\circ]$, r 为网格间距。矩阵滤波器的幅值响应计算公式为 $20\lg\{\|G^H a(\theta_i)\|_2/\|a(\theta_i)\|_2\}$, δ 设置为 0.1, $\tilde{\omega}$ 为 1.5。稀疏贝叶斯采用文献[4]中的迭代终止准则,即如果 $\|\alpha^{i+1} - \alpha^i\|_2/\|\alpha^i\|_2 < \tau$ 或者迭代次数达到了上限值,则终止OGSBI的运算,其中 τ 是一个较小的正数, i 代表着当前迭代的次数。设置 $\varphi = 0.001$, 信源数 $K = 2$, $\alpha = \left(\sum_{i=1}^K |A^H Y|\right)/MK$, $\alpha_0 = 100K/\sum_{i=1}^K \text{Var}\{Y\}$, $\beta = 0$, $\tau = 10^{-5}$, 最大的迭代次数设置为 2 000。

仿真中采用均方根误差(Root-mean-squared error, RMSE)值来衡量各种方法DOA估计的精度。RMSE的计算公式为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{2 \times 1200} \sum_{i=1}^{1200} \sum_{k=1}^2 (\hat{\theta}_i^k - \theta_i^k)^2} \quad (28)$$

式中: $\hat{\theta}_i^k$ 为第 i 次仿真中第 k 个信源对应的DOA估计结果, θ_i^k 为第 i 次仿真中第 k 个信源的真实DOA。

3.1 矩阵滤波器的设计性能

设置信噪比为 10 dB, 干噪比为 40 dB, 网格间距 r 为 4° , SPSF-MFN的通带以及阻带分别为 $[30^\circ:4^\circ:60^\circ]$ 和 $[0^\circ:4^\circ:20^\circ \ 70^\circ:4^\circ:180^\circ]$, ROMFN的通带以及阻带分别为 $[30^\circ:5^\circ:60^\circ]$ 和 $[0^\circ:4^\circ:20^\circ \ 70^\circ:4^\circ:180^\circ]$, SPSF-MFN以及ROMFN的矩阵滤波幅值响应如图1所示,图1中的空域角度间隔为 0.1° 。

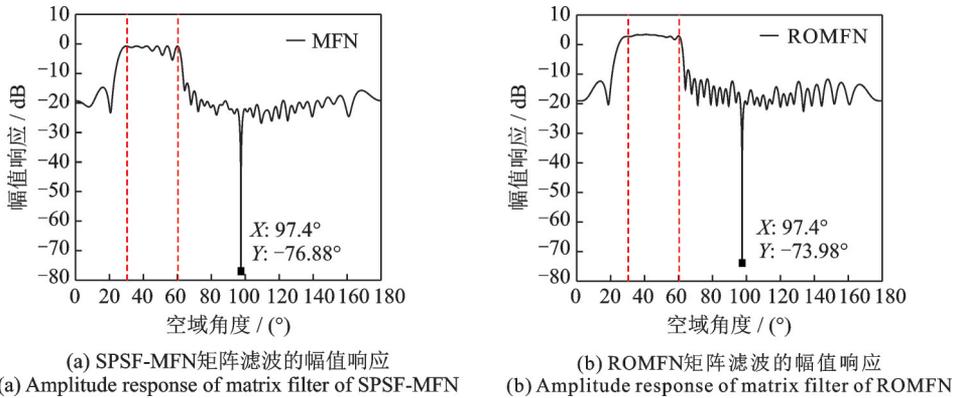


图1 矩阵滤波的幅值响应

Fig.1 Amplitude response of matrix filter

在图1(a)中, MFN可以在 97.4° 的方向上形成零陷来完全消除干扰, 但是其通带的性能仅存在于其网格点上, 其幅度响应对于通带中的离格目标具有一定的振荡, 这可能会导致离格点信源无法平稳通过。在图1(b)中, ROMFN不仅能够形成较深的零陷来充分抑制干扰, 而且能够在通带中保持稳定性能来平滑地通过离格点信源。ROMFN在连续空间域具有出色的滤波性能, 如果 SPSF-MFN 要获得理想的矩阵滤波设计, 它们要采用很密的网格点进行设计, 这会导致稀疏重构时矩阵的维度过大, 运算量急剧上升, 同时各方向导向矢量相关性很大, DOA 估计不能获得较高的精度。

3.2 不同网格间距下的DOA估计精度

针对非相干信源和相干系数为 0.99 的相干信源, 不同网格间距下的 RMSE 分别如图 2 和图 3 所示。图 2 和图 3 中网格间距依次为 0.5° 到 10° 。两种方法均随着网格间距的增大 RMSE 值有所上升。SPSF-MFN 能够在干扰方向形成零陷, 期望信源的 DOA 估计可以不受干扰的影响, 然而 SPSF-MFN 仍然具有较大的估计误差, 因为它无法对离格点目标产生相应的效果。与 SPSF-MFN 相比本文方法能够充分抑制离格点干扰, 同时使离格点信源平稳通过。在每个网格间隔下, OGSBI-ROMFN 的 RMSE 远低于

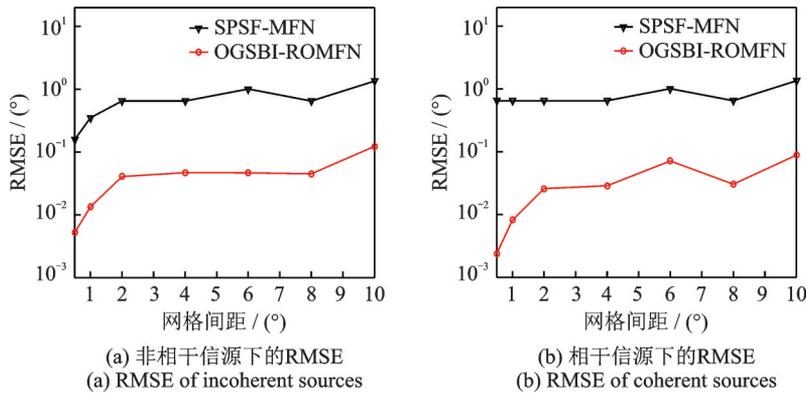


图2 不同网格间距下的RMSE (信噪比为 10 dB, 干噪比为 40 dB)

Fig.2 RMSE of different grid intervals (SNR = 10 dB, INR = 40 dB)

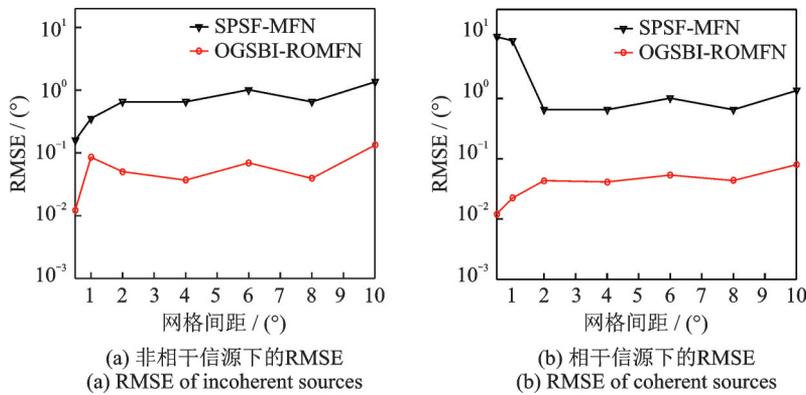


图3 不同网格间距下的RMSE (信噪比为 0 dB, 干噪比为 40 dB)

Fig.3 RMSE of different grid intervals (SNR = 0 dB, INR = 40 dB)

SPSF-MFN 的 RMSE。网格点间距为 10° 的情况下 OGSBI-ROMFN 依然能够准确估计出离格点信源的 DOA, 同时 OGSBI-ROMFN 在粗网格下可以节省大量时间, 从而提高效率。

为了进一步说明本文方法的优势, 展示网格间距为 6° 下的 DOA 估计结果。两种方法在网格间距为 6° 时的 DOA 估计结果如图 4 所示, 信噪比和干噪比依次为 10 dB 和 40 dB。在图 4(a) 中 SPSF-MFN

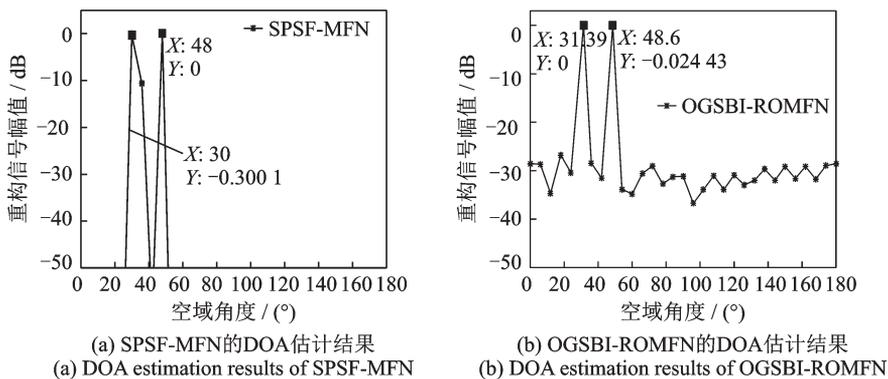


图4 两种方法的DOA估计结果

Fig.4 DOA estimation results of two methods

的结果为 30° 和 48° ,和实际方位有较大的偏差,但如图4(b)所示,本文方法可以实现DOA的高精度估计,OGSBI-ROMFN的DOA估计结果为 31.39° 和 48.6° , 6° 的网格间距下两个方位角的误差仅为 0.09° 。

3.3 不同SNR下的DOA估计精度

图5和图6分别为网格间距为 2° 和 8° 下RMSE随SNR的变化图。干噪比始终为40 dB,信噪比范围为 $-10\sim 20$ dB。非相干信源下,SPSF-MFN在不同的信噪比下RMSE保持不变,这表明非相干信源条件下,SPSF-MFN的矩阵滤波设计在噪声抑制程度一定的情况下,估计DOA的能力保持相对稳定,而本文方法相较于SPSF-MFN其RMSE要低得多,这再次体现了采用方法的高精度特性。

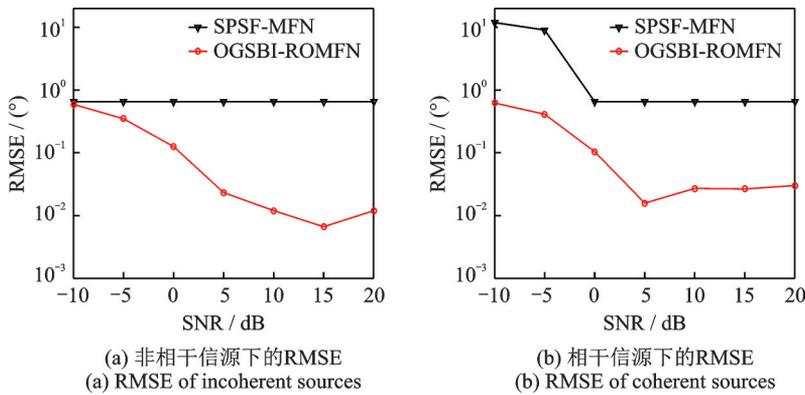


图5 不同信噪比下的RMSE (干噪比为40 dB,网格间距为 2°)

Fig.5 RMSE of different SNRs (INR = 40 dB, grid interval = 2°)

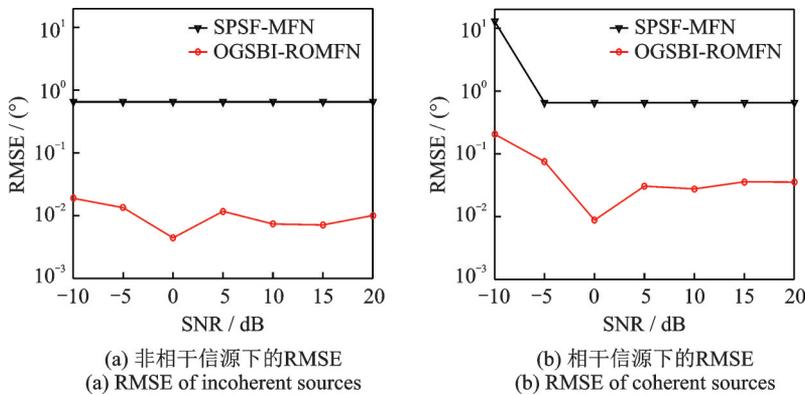


图6 不同信噪比下的RMSE (干噪比为40 dB,网格间距为 8°)

Fig.6 RMSE of different SNRs (INR = 40 dB, grid interval = 8°)

3.4 不同INR下的RMSE

图7和图8给出了DOA估计精度随干噪比的变化趋势,图7的网格点间距为 2° ,图8的网格点间距为 8° ,INR的范围 $25\sim 55$ dB。从图7和图8中可以看出SPSF-MFN在不同的干扰情况下DOA估计精度保持稳定,OGSBI-ROMFN的RMSE相较于SPSF-MFN始终保持较低的水准,同时具有一定的稳定性,这表明了不同干扰下本文方法DOA估计的高精度特性。

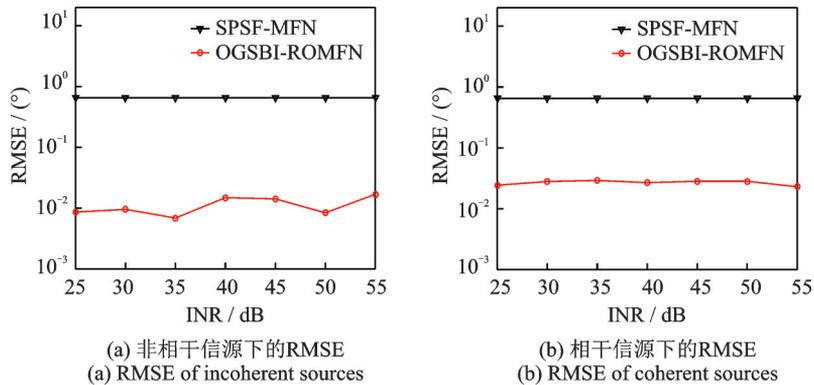


图7 不同干噪比下的RMSE (信噪比为10 dB, 网格间距为2°)

Fig.7 RMSE of different INRs (SNR = 10 dB, grid interval = 2°)

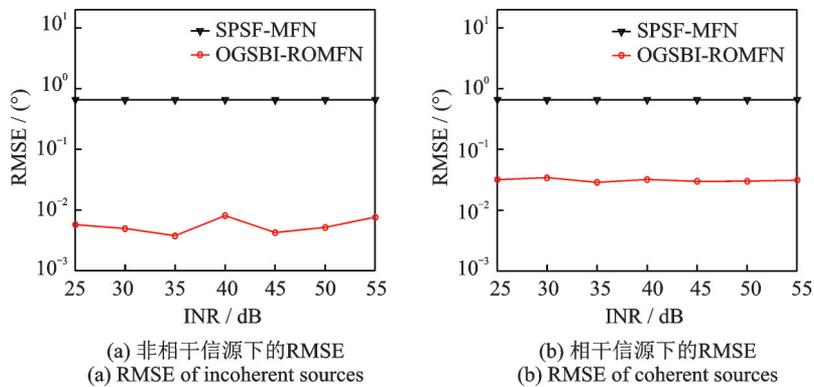


图8 不同干噪比下的RMSE (信噪比为10 dB, 网格间距为8°)

Fig.8 RMSE of different INRs (SNR = 10 dB, grid interval = 8°)

4 结束语

本文首先设计了一种具有鲁棒性的正交零陷滤波法对离格目标进行处理,这种滤波法不仅能够对离格目标产生良好的效果,而且能够保持噪声的白高斯特性,结合离格点稀疏贝叶斯,形成一种新的DOA估计方法即OGSBI-ROMFN。通过仿真结果表明,相比于SPSF-MFN,OGSBI-ROMFN在强干扰的环境下针对离格点目标的DOA估计能够获得更高的精度。本文方法为各种强干扰环境下的DOA估计问题提供了算法支撑,具有较大的实际意义,此方法能否对宽带信号产生比较好的效果仍然需要进行更多的研究。

参考文献:

- [1] Hu Anzhong. DOA-based beamforming for multi-cell massive MIMO systems[J]. *Journal of Communications and Networks*, 2016, 18(5): 735-743.
- [2] Malioutov D, Cetin M, Willsky A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(8): 3010-3022.
- [3] Carlin M, Rocca P, Oliveri G, et al. Directions-of-arrival estimation through Bayesian compressive sensing strategies[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2013, 61(7): 3828-3838.
- [4] Yang Zai, Xie Lihua, Zhang Cishen. Off-grid direction of arrival estimation using sparse Bayesian inference[J]. *IEEE*

- Transactions on Signal Processing, 2013, 61(1): 38-43.
- [5] Das A, Sejnowski T J. Narrowband and wideband off-grid direction-of-arrival estimation via sparse Bayesian learning[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 43(1): 108-118.
- [6] Dai Jisheng, Bao Xu, Xu Weichao, et al. Root sparse Bayesian learning for off-grid DOA estimation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2017, 24(1): 46-50.
- [7] Yang Zai, Xie Lihua. On gridless sparse methods for line spectral estimation from complete and incomplete data[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(12): 3139-3153.
- [8] Wang Qianli, Zhao Zhiqin, Chen Zhuming, et al. Grid evolution method for DOA estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(9): 2374-2383.
- [9] 柴立功, 罗景青. 一种强干扰条件下微弱信号 DOA 估计的新方法[J]. 电子与信息学报, 2005, 27(10): 1517-1520.
Chai Ligong, Luo Jingqing. A novel algorithm for weak signals DOA estimation under intensive interferences[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2005, 27(10): 1517-1520.
- [10] 张静, 廖桂生, 张洁. 强信号背景下基于噪声子空间扩充的弱信号 DOA 估计方法[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(6): 1279-1283.
Zhang Jing, Liao Guisheng, Zhang Jie. DOA estimation based on extended noise subspace in the presence of strong signals[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(6): 1279-1283.
- [11] Yu Yao, Sun Shunqiao, Petropulu A P. A capon beamforming method for clutter suppression in colocated compressive sensing based MIMO radars[C]//Proceedings of SPIE8717, Compressive Sensing II. Baltimore:SPIE, 2013: 87170J-1-87170J-7.
- [12] Tao Yu, Zhang Gong, Zhang Yu. Spatial filter measurement matrix design for interference/jamming suppression in colocated compressive sensing MIMO radars[J]. Electronics Letters, 2016, 52(11): 956-958.
- [13] Yang Long, Yang Yixin, Zhu Jiannan. Source localization based on sparse spectral fitting and spatial filtering[C]//Oceans 2016 MTS/IEEE Monterey. Monterey:IEEE, 2016: 1-4.
- [14] Zheng Jimeng, Kaveh M. Sparse spatial spectral estimation: A covariance fitting algorithm, performance and regularization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(11): 2767-2777.
- [15] Yang Yixin, Zhang Yahao, Yang Long. Wideband sparse spatial spectrum estimation using matrix filter with nulling in a strong interference environment[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2018, 143(6): 3891-3898.
- [16] Hassanien A, Elkader S A, Gershman A B, et al. Convex optimization based beam-space preprocessing with improved robustness against out-of-sector source[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(5): 1587-1595.
- [17] Hassanien A, Vorobyov S A. A robust adaptive dimension reduction technique with application to array processing[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 16(1): 22-25.
- [18] Vorobyov S A, Gershman A B, Luo Zhiqian. Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization: A solution to the signal mismatch problem[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(2): 313-324.

作者简介:



张赫(1995-),男,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理、波达方向估计、压缩感知 DOA 估计, E-mail: 18861821809@163.com。



陈华伟(1977-),男,教授,研究方向:音频与语音信号处理、阵列信号及统计信号处理。

(编辑:陈珺)