

基于拉格朗日的雷达方位超分辨率方法

蒋平虎 张鑫 苏萍贞

(中国电子科技集团公司第五十一研究所, 上海, 201802)

摘要: 民用导航雷达的方位分辨率与天线孔径尺寸相关, 大孔径天线在工程实践中受等多种条件制约, 难以广泛应用。本文提出一种基于拉格朗日的方位超分辨率方法。对方位信号向量进行数据补充, 将卷积扫描模型转换为矩阵-向量乘积形式。对天线方向图奇异值分解, 结合BFGS算法构造二次规划观测模型。利用拉格朗日法计算模型最优解, 进而重建目标原始方位信号, 实现目标方位超分辨率。实验结果表明, 在信噪比(Signal to noise ratio, SNR)为10~20 dB时, 本文方法具有良好的分辨效果, 与对偶-对数障碍法相比, 该方法可获得较高的信号重构误差比(Signal reconstruction to error ratio, SRER)。

关键词: 雷达; 方位超分辨率; 二次规划; 拉格朗日函数

中图分类号: TN959 **文献标志码:** A

Method of Radar Azimuth Super-resolution via Lagrange Theory

Jiang Pinghu, Zhang Xin, Su Pingzhen

(The 51st Research Institute of CETC, Shanghai, 201802, China)

Abstract: The azimuth resolution of civil navigation radar depends on the size of antenna aperture. Large aperture antenna is restricted by many factors in engineering project, and it is difficult to be widely used. For this problem a super-resolution method based on Lagrange theory is proposed in this paper. The convolutional echo is converted into the form of matrix-vector product by supplementing elements to azimuth signal vector. Combining singular value decomposition (SVD) to antenna pattern with BFGS algorithm a new observed model is established, and Lagrange function is utilized to solve the new model for restoring original azimuth signals, by which azimuth super-resolution can be realized. Experimental performances manifest that the proposed method has good super-resolution, and a higher signal reconstruction to error ratio (SRER) is obtained comparing with dual-logarithmic method while the signal to noise ratio (SNR) ranges from 10dB to 20 dB.

Key words: radar; azimuth super-resolution; quadratic programming; Lagrange function

引言

雷达方位超分辨率是指在同一波束内, 雷达对相同距离单元上的相邻目标进行分辨。雷达波束宽度越窄, 其方位分辨率越高^[1-2], 同时波束宽度与雷达的天线孔径尺寸紧密相关, 可表示为 $\theta \propto \lambda/d$ 。式中 θ 为波束宽度, d 为天线孔径尺寸, λ 为波长。因此可通过提高雷达工作频率或增大天线孔径 d 提高雷达

方位分辨率。然而,由于民用航海雷达采用实孔径波束扫描雷达,通常受探测距离、天线物理尺寸、实际工程中的安装工作及价格成本等诸多因素的制约,无法使用大孔径雷达天线^[3]。

为解决上述问题,大量文献采用反卷积方位超分辨方法,主要包括:维纳滤波法^[3-4]、最大后验概率法(Maximum a posteriori, MAP)^[5-9]以及约束优化方法等^[10-14]。维纳滤波法自20世纪80年代起已应用于雷达方位超分辨之中,如文献[3]提出快速限定迭代反卷积(Fast constrained iterative deconvolution, FCID)方位超分辨方法,依据时频域卷积特性,通过非线性约束条件下构造收敛模型,恢复目标方位信号。在信噪比为30 dB以上时,该方法能够将雷达方位分辨率提高两倍,但无法采用自适应方式确定收敛参数,需经过大量迭代运算,因而导致其运算复杂度极高,且可控性较差。文献[4]根据傅里叶与小波变换,提出频域反卷积超分辨方法,对回波向量与天线方向图向量分别做小波变换与傅里叶变换处理,在频域中进行正交化展开,可有效降低运算复杂度。但该方法受波束宽度影响较大,无法在较宽的波束环境下进行应用。

除维纳滤波法外,相关文献中提出基于MAP理论的超分辨方法。文献[5]提出Richardson-Lucy(RL)方位超分辨方法。将回波信号与噪声以向量形式进行表示,通过引入正则化参数将扫描模型改写为正则化约束模型与贝叶斯估计模型对回波图像中的方位信号进行标识,信噪比为30 dB以上时,可获得清晰的雷达目标图像。文献[6]依据回波图像中目标方位信号的稀疏特性,提出稀疏反卷积超分辨方法,凭借稀疏目标这一先验信息,利用MAP准则对方位信息进行判断。文献[7]通过建立双层模型,提出基于局部自适应边缘保留的方位超分辨方法,可将低分辨率目标图像重构为高分辨率图像,不仅有效抑制振铃现象,同时可使高分辨率扫描图像趋于平滑。同样文献[8]采用极大似然估计与MAP理论提出超分辨方法。通过迭代运算逐步获取目标方位信息,该方法运算复杂度低,收敛性好。但由于噪声适应能力相对较差,信噪比需满足30 dB以上。文献[9]依据扫描角与可视角间的空间方位关系,构造天线调制函数,建立分段常数模型,提出一种基于空间变换的方位超分辨方法,针对高速运动的实孔径雷达,可有效提高数据处理速度,降低运算复杂度。

尽管采用上述两类反卷积方法可有效提高雷达方位分辨率,然而若接收机存在大量噪声,其幅度经卷积运算后会被放大,导致重建信号方位与真实信号方位存在较大偏差,因此这类方法的最大局限在于噪声适应能力有限。文献[10]给出范数正则化超分辨方法,针对 L_1 范数模型,采用预测原始对偶路径跟踪算法对观测模型进行求解,可在低信噪比下实现目标信号重构。但由于无法对正则化参数进行自适应选取,导致该方法的运算复杂度相对较高。文献[11]将超分辨问题转化为无约束凸优化问题,利用Newton法实现方位信息预测,尽管可有效提高方位分辨率,但该方法对信噪比要求较高。文献[12]提出对偶-对数障碍超分辨方法,通过对天线方向图矩阵进行分解,构造凸二次规划模型,利用对数障碍法对求解模型最小二乘解,恢复目标方位信号,该方法在信噪比为10 dB以上时,可成功实现方位超分辨。运动平台与目标之间的距离-多普勒频移会对前视扫描雷达的方位分辨率会产生较大影响,对此文献[13]对运动平台与目标分别进行运动补偿,解决回波与观测矩阵的失配问题,对正则化观测模型内采用 L_p 范数法进行求解,成功获取目标方位信号。文献[14]提出基于交替方向思想的超分辨方法,利用拉格朗日法构造回波模型,在运算中无需对目标进行运动补偿。在信噪比大于15 dB时,可实现方位超分辨。而在实际工程应用中,文献[15]将多人多出(Multiple input multiple output, MIMO)技术应用于高频地波雷达之中,设计出高频-MIMO雷达,针对远场中存在的小时宽带宽乘积信号,能够准确计算出目标的距离、方位以及速度信息。文献[16]为提高实际工程中的信号处理的运算速度,在GPU框架内对MAP超分辨法进行编写,实时重构目标信号,有效降低系统运算。

基于上述分析,本文根据二次规划理论,提出改进的方位超分辨方法。采用矩阵向量乘积形式将卷积回波模型进行改写,结合奇异值分解与BFGS算法构造观测模型,将方位超分辨问题转化为约束优化问题,利用拉格朗日优化定理计算模型的最优解,成功恢复目标原始方位信号。仿真结果表明,该方

2 方位信号重构

若实现目标方位信号重构,可构造符合凸二次规划形式的观测模型,本文提出拟BFGS模型构造方法,首先对天线方向图矩阵进行奇异值分解,则有

$$A = USV^T \tag{8}$$

依据式(1)将 U 作为观测矩阵对目标进行观测,得到新的回波向量 w , 即 $w = Ux + n$ 。

构造迭代矩阵 M_k , 令 $M_k = U_k J_k (k=0, 1 \dots)$, 其中 U_k 与 J_k 分别表示为

$$U_{k+1} = U_k + \sigma_k P_k \tag{9}$$

$$J_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \nu_k \end{bmatrix} \tag{10}$$

式(9)中 σ_k 为尺度因子, U_k 初始值满足 $U_0 = U$ 。式(10)中 ν_k 为 J_k 的迭代因子, 由一极小正数表示。 P_k 为尺度矩阵。假设利用Newton法生成一维向量 $\{x_k\}$, 令 $\tau(k)$ 表示 x_k 的梯度, 可简化表示为 τ_k , x_k 与 τ_k 分别写作

$$x_{k+1} = x_k + \beta_k \tau_k \tag{11}$$

$$\nabla f(x_k) = \tau_k = U^T(Ux_k - w) \tag{12}$$

式中 x_k 初始值满足 $x_0 = w$ 。式(11)中 β_k 为迭代步长, 为降低运行复杂度可令 $\beta_k = 1$ 。

令 $b_k = -U\tau_k$, $\epsilon_k = \tau_{k+1} - \tau_k$ 。依据文献[17-18]构造 ϵ_k (初始值为零向量), 并对其进行更新, 更新准则为

$$\epsilon_k^* = \epsilon_k + s_k \tau_k \tag{13}$$

由文献[18]可知尺度矩阵 P_k 可表示为

$$P_k = \frac{\epsilon_k^* (\epsilon_k^*)^T}{\tau_k^T \epsilon_k^*} \tag{14}$$

式(13)中 s_k 满足条件 $s_k > 0$, 由文献[19] s_k 可表示为

$$s_k = \bar{C} \|b_k\|^{\bar{C}} + \max\left\{\frac{\tau_k^T \epsilon_k}{\|\tau_k\|^2}, 0\right\} \tag{15}$$

式中 $\|\cdot\|$ 表示欧几里得范数。若存在极小正数 \bar{C} 和 μ , 可确定 σ^k 与 ν_k , 即

$$\begin{cases} \sigma_k = \min\left\{\frac{\mu}{k+1} \|\tau_0\|^{\bar{C}}, \bar{C} \frac{\|b_k\|}{\|\tau_k^T \epsilon_k\|}\right\} \\ \nu_k = (1 - \mu)^k \end{cases} \tag{16}$$

更新矩阵 U_k 与 M_k , 更新准则为

$$\begin{cases} U_{k+1} = U_k + \sigma_k \frac{\epsilon_k^* (\epsilon_k^*)^T}{\tau_k^T \epsilon_k^*} \\ M_{k+1} = U_{k+1} J_{k+1} \end{cases} \tag{17}$$

U 与 x 的初始值分别为 $U_0 = U$ 与 $x_0 = w$ 。令 $M_{k+1} = M$, $G = M^T M$, 由此构造拉格朗日观测模型为

$$L(x, \lambda) = \frac{1}{2} x G x + c^T x + \lambda^T (Mx - w) - \frac{1}{2} w^T w \tag{18}$$

式中 $M^T w = c$, 可知上式为近似的凸二次规划模型。

$$\text{依据多元函数极值条件:} \begin{cases} \frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial \lambda} = 0 \end{cases}, \text{则有} \begin{cases} Gx - c - M^T \lambda = 0 \\ Mx - w = 0 \end{cases} \quad (19)$$

$$\text{假设存在 } K \text{ 与 } D, \text{ 分别满足} \begin{cases} K = G^{-1} M^T (MG^{-1} M^T)^{-1} MG^{-1} - G^{-1} \\ D = (MG^{-1} M^T)^{-1} MG^{-1} \end{cases}, \text{则式(19)的最优解可表示为} \\ \hat{x} = Kc + D^T w \quad (20)$$

式中 \hat{x} 值与 ν_k 相关,若 $k \rightarrow \infty$,则 ν_k 接近于零,此时矩阵 M 的最小特征值也接近于零,因此存在可逆矩阵 M^{-1} ,当满足条件

$$\frac{\|M_{k+1} - M_0\|_2}{\|M_{k+1}\|_2} > \nu_k \quad (21)$$

终止迭代运算,此时模型最优解为重构之后的目标方位信号。

3 实验仿真

实验条件与文献[12]相同,假设雷达脉冲重复频率(Pulse repetition frequency, PRF)为 1 000 Hz,天线转速为 $100^\circ/\text{s}$,扫描范围为 $-15^\circ \sim 15^\circ$,天线方向图由 sinc 函数进行表示,波束宽度为 2.5° 。扫描区域内存在 4 个点目标,其方位分别为 $-1^\circ, -0.5^\circ, 0.7^\circ$ 和 0.9° 。 $\bar{C}=0.01, \mu=0.1$ 。系统噪声模型采用高斯白噪声,信噪比为 10 dB,目标方位信号与天线方向图如图 2 所示。

回波信号如图 3 所示,当目标方位间隔小于一个波束宽度时,无法通过回波图像进行方位分辨。对此分别采用本文方法、维纳滤波法、RL 法、MAP 法、文献[12]方法及 L_2 范数法重构目标方位信号。

如图 4 所示,当信噪比为 10 dB,目标最小方位间隔为 0.2° 时,可计算出本文方法、 L_2 范数法与文献[12]3 种方法重构后相邻目标方位信号间的峰谷差^[20],因此判定好该 3 种方法均可成功恢复目标方位信号,而采用其他方法重构的方位信号之间不存在峰谷差,即无法实现方位超分辨。

假设目标方位分别为 $-1^\circ, -0.5^\circ, 0.7^\circ$ 以及 0.8° ,此时目标最小方位间隔(Minimum azimuthal interval, MAI)为 0.1° ,分辨结果如图 5 所示。可知,位于 0.7° 与 0.8° 的重构信号间不存在峰谷差,即无法实现方位超分辨,由此判断 3 种方法的可分辨的最小方位间隔为 0.2° 。

令信噪比为 0dB,其方位分别为 $-1^\circ, -0.5^\circ, 0.7^\circ$ 以及 0.9° ,本文方法分辨结果如图 6 所示。

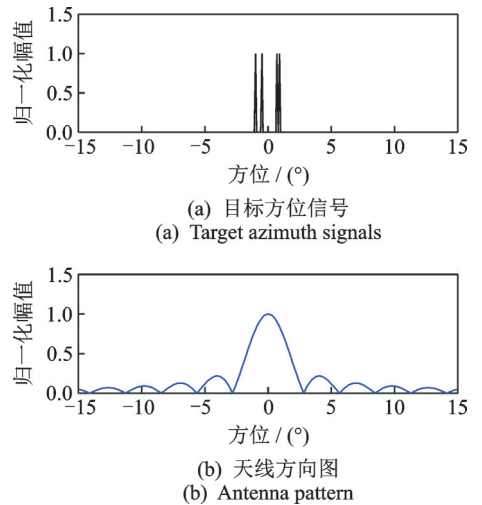


图 2 目标方位信号与天线方向图
Fig.2 Target azimuth signals and antenna pattern

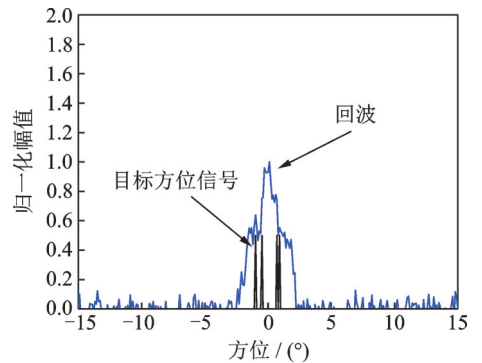


图 3 回波信号(信噪比为 10 dB)
Fig.3 Echo signals (SNR=10 dB)

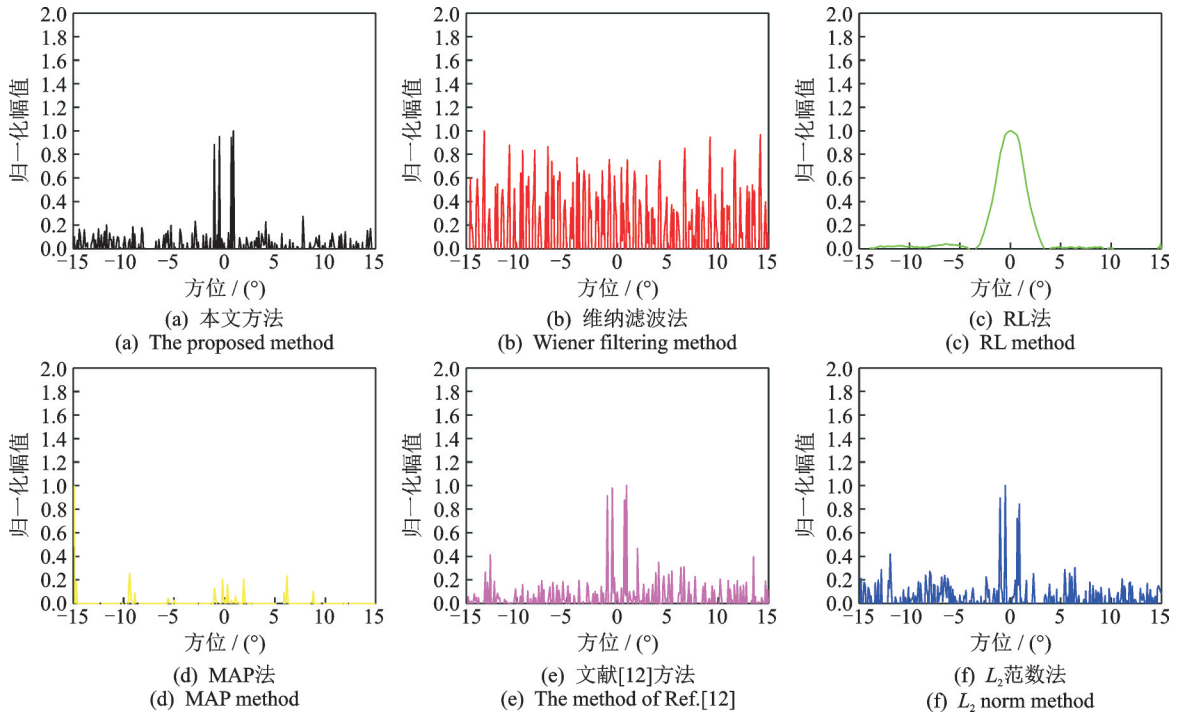


图4 不同方法分辨结果(最小方位间隔 0.2° ,信噪比为10 dB)

Fig.4 The resolution performances of different methods (MAI= 0.2° , SNR=10 dB)

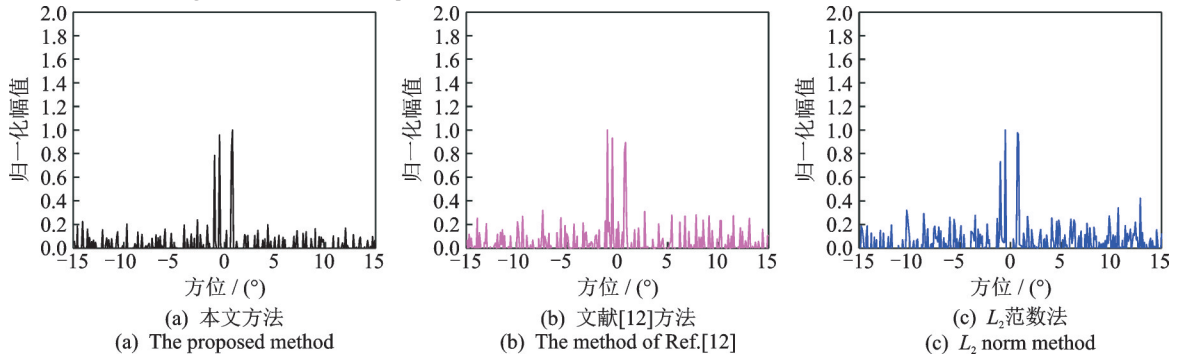


图5 不同方法分辨结果(最小方位间隔 0.1° ,信噪比为10 dB)

Fig.5 The resolution performances of different methods (MAI= 0.1° , SNR=10 dB)

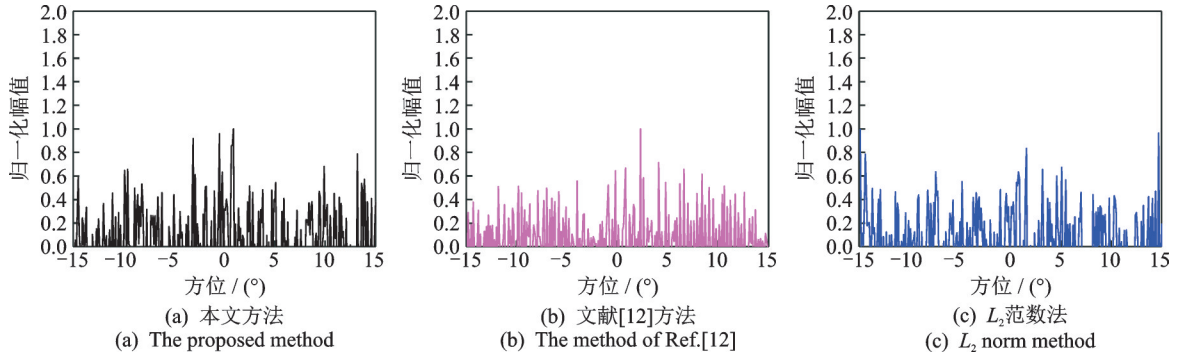


图6 不同方法分辨结果(信噪比为0 dB)

Fig.6 The resolution performances of different methods (SNR=0 dB)

如图6所示,当信噪比为0 dB时,与 L_2 范数法及文献[12]方法相同,本文方法无法实现方位超分辨,依据式(22)分别计算文本方法与文献[12]方法信号重构误差比(SRER),有

$$SRER = 10\log \frac{\|A\|_2}{\|\bar{A} - A\|_2} \quad (22)$$

其中SRER最大,噪声适应能力越强,分辨效果越佳。SRER,其中 \bar{A} 表示重构信号幅值, A 表示原始信号幅度值。SRER曲线如图7所示。当信噪比为22 dB以下时,本文方法能够获得较大SERE值,由此证明本文方法在低信噪比具有更好的噪声适应能力。除噪声适应能力外,分辨倍数(分辨倍数=波束宽度/可分辨最小方位间隔)为衡量分辨效果的另一重要指标,本文方法与文献[10]方法以及文献[12]方法的分辨结果如表1所示。

由表1可知,当信噪比为0 dB时,文献[10]方法可实现方位超分辨,而本文方法与文献[12]方法无法实现,因此该情况下应选择文献[10]方法。如图7与表1所示,当信噪比为10~20 dB时,本文方法与文献[12]方法的分辨倍数均为12.5倍,优于文献[10]方法,同时本文可获取较大的SRER值,具有更好的噪声适应能力,此时应选择本文方法。当信噪比大于20 dB以上时,本文方法与文献[12]方法分辨倍数相同,但文献[12]方法具有较大的SRER值,则应选择该方法。

4 结束语

本文提出基于拉格朗日的方位超分辨率方法,将超分辨问题转化为约束优化问题。通过对天线方向图矩阵进行奇异值分解,构造二次规划形式的观测模型。结合BFGS算法与Lagrange优化定理计算模型最优解,完成目标信号重构。本文方法在信噪比为10~20 dB时,具有良好的方位分辨能力以及噪声适应能力。

参考文献:

[1] Richards M A (编). 雷达信号处理基础[M]. 邢孟道, 王彤, 李真芳, 等(译). 北京:电子工业出版社, 2008:8-9.
Richards M A. The Fundamentals of Radar Signal Processing[M]. Xing Mengdao, Wang Tong, Li Zhenfang (translator). Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008:8-9.

[2] 谭珂. 机载前视雷达扫描波束锐化方法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2018.
Tan Ke. Research on beam sharpening method of airborne forward-looking scanning radar[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2018.

[3] Richards M A. Iterative non-coherent angular superresolution[C]//Proceedings of the 1988 IEEE National Radar Conference. New York:[s.n.], 1988:100-105.

[4] Jiang Wen, Li Wenchao, Huang Yulin, et al. Radar angular super-resolution algorithm based on Fourier-Wavelet regularized de-convolution[C]//Proceedings of IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Melbourne: [s.n.], 2013: 1669-1672.

[5] Zha Yubo, Huang Yulin, Yang Jianyu, et al. An improved Richardson-Lucy algorithm for radar angular super-resolution[C]//

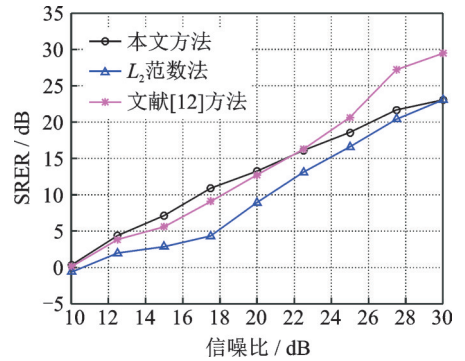


图7 SRER计算结果
Fig.7 SRER performances

表1 分辨倍数比较

Tab. 1 Comparison of resolution magnification

算法	∞	30	20	10	0
本文方法	∞	12.5	12.5	12.5	—
文献[10]	∞	7.8	3.13	2	1
文献[12]	∞	12.5	12.5	12.5	—

- Proceedings of IEEE International Radar Conference. Cincinnati: [s.n.], 2014: 406-410.
- [6] Zhang Yin, Huang Yulin, Zha Yubo, et al. Sparse maximum posterior algorithm for high angular resolution of scanning radar [C]//IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS). Milan: [s.n.], 2015: 3259-3262.
- [7] Wang Yue, Zhang Yongchao, Huang Yulin, et al. Advantages and challenges of power spectral density estimation methods for scanning radar angular superresolution[C]//Proceedings of IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS). Milan: [s.n.], 2015:1925-1928.
- [8] Guan Jinchun, Huang Yulin, Li Wenchao. Improving angular resolution based on maximum a posteriori criterion for scanning radar[C]//Proceedings of IEEE Radar Conference. Atlanta: [s.n.], 2012: 451-454.
- [9] Tan Ke, Li Wenchao, Zhang Yongchao, et al. Space variant-based maximum a posteriori angular super-resolution algorithm for real-beam scanning radar[C]//2018 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Valencia: [s.n.], 2018: 585-588.
- [10] Zou Jianwu, Zhu Mingbo, Gao Mingzhe, et al. Norm regularization method and its application in radar azimuth super-resolution [C]//IEEE Region 10 Conference (TENCON). Xi'an: [s.n.], 2014:1-4.
- [11] Zha Yuebo, Huang Yulin, Yang Jianyu. An improved angular super-resolution approach based on constrained optimization[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Communications Workshops. Budapest: [s.n.], 2013: 931-935.
- [12] 张鑫,柳晓鸣,刘畅. 船舶导航雷达方位超分辨率方法[J].大连海事大学学报(自然科学版),2017:43(2):45-52.
Zhang Xin, Liu Xiaoming, Liu Chang. Angular super-resolution method of marine navigation radar[J]. Journal of Dalian Maritime University, 2017:43(2):45-52.
- [13] Xia Jie, Lu Xinfei, Chen Chang, et al. Angular superresolution of moving target for airborne forward-looking scanning radar [C]//2016 CIE International Conference on Radar (RADAR). Guangzhou: [s.n.], 2016:1-5.
- [14] Zha Yuebo, Liu Lu, Yang Jianyu, et al. An alternating direction method for angular super-resolution in scanning radar[C]// 2017 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS). Fort Worth: [s.n.], 2017:1626-1629.
- [15] Dang Baojun, Yang Qiang, Deng Weibo, et al. Angular resolution performance analysis for HF-MIMO radar[C]//IET International Radar Conference. Hangzhou: [s.n.], 2015:1-4.
- [16] Mao Deqing, Zhang Yin, Zhang Yongchao, et al. Realization of airborne forward-looking radar super-resolution algorithm based on GPU frame[C]//2016 CIE International Conference on Radar (RADAR). Guangzhou: [s.n.], 2016:1-5.
- [17] Li Donghui, Fukushima M. A modified BFGS method and its global convergence in non-convex minimization[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2001, 129(1): 15-35.
- [18] Xiao Yunhai, Sun Huijuan, Wang Zhiguo. A globally convergent BFGS method with non-monotone line search for non-convex minimization[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2009, 230(1): 95-106.
- [19] Xiao Yunhai, Wei Zengxin, Wang Zhiguo. A limited memory BFGS-type method for large-scale unconstrained optimization[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2008, 56(4): 1001-1009.
- [20] 张鑫. 雷达方位超分辨率关键技术研究[D].大连:大连海事大学, 2018.
Zhang Xin. Research on the key technology of radar azimuth super-resolution [D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2018.

作者简介:



蒋平虎(1974-),男,高级工程师,研究方向:雷达对抗总体技术、反电子侦察技术及复杂环境构建技术, E-mail: jiangpinghu@sina.com。



张鑫(1988-),男,博士,研究方向:信号处理、雷达对抗技术方向, E-mail: xzhang-1988@yeah.net。



苏萍贞(1979-),女,工程师,研究方向:自动测试和智能测试, E-mail: smile-momomo@163.com。

(编辑:刘彦东)