

电磁矢量阵中基于 PARALIND 分解的相干 DOA 估计算法

徐乐 张小飞 林新平 周梦婕

(南京航空航天大学电子信息工程学院, 南京, 211106)

摘要: 将电磁矢量传感器阵列参数估计问题与平行线性相关剖面模型(Parallel profiles with linear dependencies, PARALIND)相结合, 利用 PARALIND 分解, 提出了一种线性电磁矢量阵中相干信号波达方向(Direction of arrival, DOA)估计算法。该算法能够实现对电磁矢量阵中相干信源的角度估计, 同时能得到相应的相干系数矩阵, 其估计过程无需谱峰搜索, 对均匀线阵以及非均匀线阵都适用。该算法角度估计性能优于传统的前后向平滑借助旋转不变性进行信号参数估计(Forward backward spatial smoothing-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, FBSS-ESPRIT)算法和前后向平滑传播算子(Forward backward spatial smoothing-propagator method, FBSS-PM)算法, 且对于角度相隔较近的相干信源, 该算法也能进行有效的辨识与估计。

关键词: PARALIND 分解; 波达方向; 电磁矢量传感器; 相干信源

中图分类号: TN911.7 **文献标志码:** A

PARALIND Decomposition-Based Coherent Direction of Arrival Estimation Algorithm for Electro-magnetic Vector Array

Xu Le, Zhang Xiaofei, Lin Xinping, Zhou Mengjie

(College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 211106, China)

Abstract: The paper combines the parameter estimation problem of electromagnetic vector array with the parallel profiles with linear dependencies (PARALIND) model, and proposes a PARALIND decomposition-based coherent direction of arrival (DOA) estimation algorithm for electromagnetic vector array. The proposed algorithm is effective for coherent sources angle estimations without the need for peak searching. In addition, the corresponding correlated matrix also can be obtained and it is effective for both uniform and non-uniform linear array. Compared with traditional forward backward spatial smoothing-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques (FBSS-ESPRIT) algorithm and forward backward spatial smoothing-propagator method (FBSS-PM) algorithm, the proposed approach has better angle estimation performance and moreover it can distinguish closely-spaced coherent sources and achieve their angle estimations effectively.

Key words: PARALIND decomposition; direction of arrival; electromagnetic vector sensor; coherent sources

基金项目: 国家自然科学基金(61371169)资助项目; 南京航空航天大学研究生创新基地(实验室)开放基金(kfj20170412)资助项目。

收稿日期: 2017-11-18; **修订日期:** 2018-4-19

引言

对于空间中所传播的电磁信号,除了接收方向外,信号极化参数也是一类经常需要考虑的信息。普通的天线所组成的信号接收阵列通常只能从中得到信号的角度信息,无法从中提取出信号的极化状态。而由电磁矢量传感器所组成的电磁矢量阵,在监测入射信号强度的同时,还能够有效地感应其中所包含的磁场分量和电场分量信息。与普通天线阵列相比,电磁矢量传感器能够有效地分辨信号的极化信息,在系统检测能力、极化多址能力和抗干扰能力等方面,都有较大的优势^[1-2]。

在传统的波达方向(Direction of arrival, DOA)估计算法的研究基础上,国内外学者们已经提出了众多关于电磁矢量阵多参数估计的算法。其中,文献[3]将借助旋转不变性进行信号参数估计(Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT)算法运用到了电磁矢量传感器中,实现了接收信号角度与极化参数的估计。文献[4]将多重信号分类(Multiple signal classification, MUSIC)算法进行推广,实现了角度和极化参数的联合估计。文献[5]对传统MUSIC算法进行了改进,提出了一种电磁矢量阵中低复杂度的降维MUSIC算法。另外,电磁矢量传感器也被运用到了多输入多输出(Multiple-input multiple-output, MIMO)雷达的信号参数估计算法研究中^[6-7]。

然而,在实际应用中由于传播环境的复杂性,接收阵列包括电磁矢量传感器所接收的信号中有相干信号的存在。信号之间的相干性会造成阵列所接收信号协方差矩阵的亏秩^[8],由此,上述的许多算法便不再适用于对这种相干信源进行多参数估计。关于相干信源多参数估计,学者们已经提出了许多有效算法^[9-13],例如 Toeplitz 矩阵重构算法^[9]、最大似然算法^[10]以及基于前后向平滑(Forward backward spatial smoothing, FBSS)的 FBSS-ESPRIT 算法和 FBSS-传播算子(Propagator method, PM)算法^[11]。

三线形分解,又称为平行因子(Parallel factor, PARAFAC)模型,最早于生理学中提出,用于对多维数据的分析^[14]。近年来,该技术被成功地运用到信号处理领域。基于 PARAFAC 模型框架,文献[15]提出一种在电磁矢量阵中,基于 PARAFAC 分解的角度和极化参数联合估计算法。该算法利用 PARAFAC 模型分解的唯一性,能够得到配对的角度和极化参数估计,拥有较好的参数估计性能。然而如同上述算法一样,该算法同样无法对相干信源参数作出有效估计。

平行线性相关剖面模型(Parallel profiles with linear dependencies, PARALIND)可以看作是平行因子模型的扩展^[16-18],该方法能够有效解决相干信源的多参数估计问题。文献[17]将声矢量传感器与 PARALIND 模型相结合,解决了声矢量传感器阵列中相干信号 DOA 估计问题。文献[18]则将 PARALIND 模型应用到了 MIMO 雷达中,解决了 MIMO 雷达中的相干信号角度估计问题。

本文将 PARALIND 模型与电磁矢量阵列相结合,提出了一种线性电磁矢量阵中基于 PARALIND 分解的相干 DOA 估计算法。相比于文献[15],本文所做的工作主要有以下贡献:(1)对电磁矢量传感器阵列所接收的相干信号进行建模,将电磁矢量阵中的 PARAFAC 模型扩展到 PARALIND 模型;(2)由 PARALIND 模型的分解得到信号的角度估计,解决了电磁矢量阵中相干信号参数估计问题,并详细描述了算法的完整过程。

本文算法在进行接收信号 DOA 估计的同时,还能够得到信号的相干关系矩阵。另外,该算法对均匀线阵和非均匀线阵都适用,其角度估计性能优于传统的 FBSS-ESPRIT 算法和 FBSS-PM 算法。对于角度相隔很小的相干信源,该算法也能够进行有效估计。

1 数据模型

考虑一个由 M 个电磁矢量传感器组成的线性阵列,第 m 个接收天线与参考阵元($m=1$)之间的距离

为 $d_m(m=1,2,\dots,M)$ 。假设有 K 个远场信号入射到该阵列,对于第 k 个目标, θ_k, γ_k 和 η_k 分别是其到达角、极化角和极化相位。

对于电磁矢量传感器,假设入射信源 $b(t)$,其仰角和方位角分别为 θ 和 φ ,极化参数分别为 γ 和 η ,则对于阵列中的第 m 个传感器, t 时刻的输出为^[15]

$$\mathbf{x}_m(t) = e^{-j2\pi d_m \sin\theta_k/\lambda} \mathbf{s}b(t) \quad (1)$$

式中 \mathbf{s} 为极化矢量,包含有信号极化参数和角度信息,其表达式为

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} -\sin\varphi & \cos\theta\cos\varphi \\ \cos\varphi & \cos\theta\sin\varphi \\ 0 & -\sin\theta \\ -\cos\theta\cos\varphi & -\sin\varphi \\ -\cos\theta\sin\varphi & \cos\varphi \\ \sin\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\gamma \\ \sin\gamma e^{j\eta} \end{bmatrix} \quad (2)$$

由于本文研究的阵列为线性阵列,因此接收信号方位角 $\varphi_k = 90^\circ, k=1,2,\dots,K$ 。

对于入射的 K 个信源,定义极化矩阵 $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_K] \in \mathbf{C}^{6 \times K}$,其中 $\mathbf{s}_k = [-\cos\gamma_k, \cos\theta_k \sin\gamma_k \exp(j\eta_k), -\sin\theta_k \sin\gamma_k \exp(j\eta_k), -\sin\gamma_k \exp(j\eta_k), -\cos\theta_k \cos\gamma_k, \sin\theta_k \cos\gamma_k]^T \in \mathbf{C}^{6 \times 1}$ 。

根据文献[19],整个电磁矢量传感器阵列 t 时刻的接收信号可以表示为

$$\mathbf{x}(t) = (\mathbf{A} \circ \mathbf{S})\mathbf{b}_0(t) + \mathbf{n}(t) \quad (3)$$

式中:“ \circ ”表示 Khatri-Rao 积, $\mathbf{b}_0(t) = [b_1(t), b_2(t), \dots, b_K(t)]^T \in \mathbf{C}^{K \times 1}$, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$ 为整个阵列的方向矩阵, $\mathbf{a}(\theta_k) = [1, \exp(-j2\pi d_2 \sin\theta_k/\lambda), \dots, \exp(-j2\pi d_M \sin\theta_k/\lambda)]^T \in \mathbf{C}^{M \times 1}$, $\mathbf{n}(t) \in \mathbf{C}^{6M \times 1}$ 代表独立、零均值高斯白噪声。

对于 J 个快拍,整个阵列接收数据 $\tilde{\mathbf{X}} \in \mathbf{C}^{6M \times J}$ 可以表示为

$$\tilde{\mathbf{X}} = [\mathbf{x}(t_1), \mathbf{x}(t_2), \dots, \mathbf{x}(t_J)] = [\mathbf{A} \circ \mathbf{S}]\mathbf{B}_0 + \mathbf{N} \quad (4)$$

式中: $\tilde{\mathbf{X}}$ 表示含噪接收信号, $\mathbf{B}_0 = [\mathbf{b}_0(t_1), \mathbf{b}_0(t_2), \dots, \mathbf{b}_0(t_J)] \in \mathbf{C}^{K \times J}$, $\mathbf{N} = [\mathbf{n}(t_1), \mathbf{n}(t_2), \dots, \mathbf{n}(t_J)] \in \mathbf{C}^{6M \times J}$ 为 J 个快拍接收信号的噪声。式(4)中的接收数据,便是传统的 PARAFAC 模型,然而当接收信号中存在相干信源时,该模型的分解不唯一,无法得到有效的 DOA 估计。

假设入射到阵列中的 K 个信源中,最多可以找到 K_1 个互不相干的信源,则式(4)中的接收信号可以表示为

$$\tilde{\mathbf{X}} = [\mathbf{A} \circ \mathbf{S}]\mathbf{\Gamma}\mathbf{B} + \mathbf{N} \quad (5)$$

式中: $\mathbf{B} \in \mathbf{C}^{K_1 \times J}$ 是 K_1 个互不相干信源的信源矢量, $\mathbf{\Gamma} \in \mathbf{C}^{K \times K_1}$ 为相干系数矩阵,且满足 $\mathbf{\Gamma}\mathbf{B} = \mathbf{B}_0$ 。根据文献[16],式(5)中的相干信号接收数据可以转化为 PARALIND 模型,该模型可以看作是三线形模型的推广,可以有效地用于相干信号参数估计。

2 相干 DOA 估计算法

2.1 PARALIND 分解

定义 $\tilde{\mathbf{Y}} = \tilde{\mathbf{X}}^T$,则根据式(5)中的接收信号, $\tilde{\mathbf{Y}}$ 可以表示为

$$\tilde{\mathbf{Y}} = (\mathbf{\Gamma}\mathbf{B})^T (\mathbf{A} \circ \mathbf{S})^T + \mathbf{N}^T = \mathbf{Y} + \mathbf{N}^T \quad (6)$$

式中: $\mathbf{Y} = (\mathbf{\Gamma}\mathbf{B})^T (\mathbf{A} \circ \mathbf{S})^T$ 为无噪接收信号。式(6)中的接收信号模型即为 PARALIND 模型^[16],其最小二乘目标函数为

$$\min_{\mathbf{r}, \mathbf{S}, \mathbf{A}, \mathbf{B}} \|\tilde{\mathbf{Y}} - (\mathbf{GB})^T (\mathbf{A} \circ \mathbf{S})^T\|_{\mathbf{F}} \quad (7)$$

式中: $\|\cdot\|_{\mathbf{F}}$ 表示 Forbenius 范数。在无噪声环境下有

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_M] = [(\mathbf{GB})^T \mathbf{D}_1(\mathbf{A}) \mathbf{S}^T, (\mathbf{GB})^T \mathbf{D}_2(\mathbf{A}) \mathbf{S}^T, \dots, (\mathbf{GB})^T \mathbf{D}_M(\mathbf{A}) \mathbf{S}^T] \quad (8)$$

式中: $\mathbf{D}_n(\mathbf{A})$ 表示取矩阵 \mathbf{A} 第 n 行元素组成的对角矩阵, $\mathbf{Y}_n = (\mathbf{GB})^T \mathbf{D}_n(\mathbf{A}) \mathbf{S}^T \in \mathbf{C}^{J \times 6}, n = 1, 2, \dots, M$ 。

向量化 \mathbf{Y}_n 得到^[17]

$$\text{vec}(\mathbf{Y}_n) = \text{vec}((\mathbf{GB})^T \mathbf{D}_n(\mathbf{A}) \mathbf{S}^T) = (\mathbf{SD}_n(\mathbf{A}) \otimes \mathbf{B}^T) \text{vec}(\mathbf{G}^T) \quad (9)$$

式中: “ \otimes ” 表示 Kronecker 积, 将这 M 个向量堆叠起来为

$$\begin{bmatrix} \text{vec}(\mathbf{Y}_1) \\ \text{vec}(\mathbf{Y}_2) \\ \vdots \\ \text{vec}(\mathbf{Y}_M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{SD}_1(\mathbf{A}) \otimes \mathbf{B}^T \\ \mathbf{SD}_2(\mathbf{A}) \otimes \mathbf{B}^T \\ \vdots \\ \mathbf{SD}_M(\mathbf{A}) \otimes \mathbf{B}^T \end{bmatrix} \text{vec}(\mathbf{G}^T) \quad (10)$$

式(10)也可以表示为

$$\text{vec}(\mathbf{Y}) = [(\mathbf{A} \circ \mathbf{S}) \otimes \mathbf{B}^T] \text{vec}(\mathbf{G}^T) \quad (11)$$

在噪声存在情况下, 由式(11)可得

$$\text{vec}(\mathbf{G}^T) = [(\mathbf{A} \circ \mathbf{S}) \otimes \mathbf{B}^T]^+ \text{vec}(\tilde{\mathbf{Y}}) \quad (12)$$

计算出 $\text{vec}(\mathbf{G}^T)$ 后, 将其转换为原来的矩阵形式即可得到矩阵 \mathbf{G} 。

根据式(7), \mathbf{B}^T 的最小二乘更新为

$$\mathbf{B}^T = \tilde{\mathbf{Y}} \left(((\mathbf{A} \circ \mathbf{S}) \mathbf{G})^T \right)^+ \quad (13)$$

根据式(8)有

$$\sum_{n=1}^M \mathbf{Y}_n^H \mathbf{Y}_n = \left(\sum_{n=1}^M \mathbf{Y}_n^H (\mathbf{GB})^T \mathbf{D}_n(\mathbf{A}) \right) \mathbf{S}^T = \mathbf{S}^* \left(\sum_{n=1}^M \mathbf{D}_n^*(\mathbf{A}) (\mathbf{GB})^* (\mathbf{GB})^T \mathbf{D}_n(\mathbf{A}) \right) \mathbf{S}^T \quad (14)$$

式中: \mathbf{S} 为满秩矩阵, 通过下式即可获得矩阵 \mathbf{S}^* 的值

$$\mathbf{S}^* = \left(\sum_{n=1}^M \tilde{\mathbf{Y}}_n^H (\mathbf{GB})^T \mathbf{D}_n(\mathbf{A}) \right) \left(\sum_{n=1}^M \mathbf{D}_n^*(\mathbf{A}) (\mathbf{GB})^* (\mathbf{GB})^T \mathbf{D}_n(\mathbf{A}) \right)^{-1} = \left(\sum_{n=1}^M \tilde{\mathbf{Y}}_n^H (\mathbf{GB})^T \mathbf{D}_n(\mathbf{A}) \right) \left(\sum_{n=1}^M ((\mathbf{GB})^* (\mathbf{GB})^T) \oplus (\mathbf{A}^H \mathbf{A}) \right)^{-1} \quad (15)$$

式中: $\tilde{\mathbf{Y}}_n$ 为含噪信号, “ \oplus ” 表示 Hadamard 积。由式(15)得到 \mathbf{S}^* 后, 取其共轭矩阵即可得到 \mathbf{S} 的值。

根据式(8)中的子阵, 也可以得到

$$(\mathbf{GB})^* \mathbf{Y}_n \mathbf{S} = (\mathbf{GB})^* (\mathbf{GB})^T \mathbf{D}_n(\mathbf{A}) \mathbf{S}^T \mathbf{S} \quad (16)$$

取式(16)两边对角元素有

$$\text{diag}^{-1}((\mathbf{GB})^* \mathbf{Y}_n \mathbf{S}) = ((\mathbf{GB})^* (\mathbf{GB})^T) \oplus (\mathbf{S}^T \mathbf{S}) \text{diag}^{-1}(\mathbf{D}_n(\mathbf{A})) \quad (17)$$

式中: $\text{diag}^{-1}(\cdot)$ 表示取矩阵的对角元素组成的列向量。根据式(17), 在噪声环境中

$$\text{diag}^{-1}(\mathbf{D}_n(\mathbf{A})) = ((\mathbf{GB})^* (\mathbf{GB})^T) \oplus (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \text{diag}^{-1}((\mathbf{GB})^* \tilde{\mathbf{Y}}_n \mathbf{S}) \quad (18)$$

通过 $\text{diag}^{-1}(\mathbf{D}_n(\mathbf{A}))$, $n = 1, 2, \dots, M$ 的值即可求得矩阵 \mathbf{A} 。

上面的推导已经给出了完整的 PARALIND 分解推导过程。定义 $\mathbf{E} = \tilde{\mathbf{Y}} - (\hat{\mathbf{GB}})^T (\hat{\mathbf{A}} \circ \hat{\mathbf{S}})^T$, 其中, $\hat{\mathbf{G}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{A}}$ 和 $\hat{\mathbf{S}}$ 分别表示 $\mathbf{G}, \mathbf{B}, \mathbf{A}$ 和 \mathbf{S} 的估计值。PARALIND 模型中的最小二乘冗余和(Sum of squared re-

siduals, SSR)可以定义为 $SSR = \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^{6M} |e_{ji}|^2$, 其中 e_{ji} 表示矩阵 E 的第 (j, i) 元素。根据式(12, 13, 15, 18), 重复地迭代更新 S, B, Γ 和 A 的估计值, 直到 SSR 小于某个设定的门限值即可认为该迭代收敛, 此时得到的 $\hat{S}, \hat{B}, \hat{\Gamma}$ 和 \hat{A} 即为 S, B, Γ 和 A 的最终估计值。

2.2 PARALIND 分解的唯一性

根据文献[16]推导 PARALIND 分解的唯一性。对式(8)中的接收信号模型进行初等行列变换, 可以得到另外一个矩阵重排形式

$$Z = [Z_1, Z_2, \dots, Z_J] = [AD_1((\Gamma B)^T)S^T, AD_2((\Gamma B)^T)S^T, \dots, AD_J((\Gamma B)^T)S^T] \quad (19)$$

式(19)中的任意两个切片 Z_i 和 $Z_j (i \neq j)$ 可以表示为

$$Z_i = AD_i((\Gamma B)^T)S^T = AB_E \quad (20)$$

$$Z_j = AD_j((\Gamma B)^T)S^T = A\Lambda B_E \quad (21)$$

式中: $B_E = D_i((\Gamma B)^T)S^T$, $\Lambda = D_j((\Gamma B)^T)D_i^{-1}((\Gamma B)^T)$ 是一个对角矩阵。将这两个切片堆叠有

$$\begin{bmatrix} Z_i \\ Z_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A\Lambda \end{bmatrix} B_E \quad (22)$$

式中: 矩阵 B_E 是列满秩的, 令 U 为矩阵 $\begin{bmatrix} Z_i \\ Z_j \end{bmatrix}$ 最大的 K 个左奇异向量构成的矩阵, 则根据式(22)有

$\text{span}(U) = \text{span}\left(\begin{bmatrix} A \\ A\Lambda \end{bmatrix}\right)$, 其中, $\text{span}(U)$ 为矩阵 U 的子空间, 由 U 的特征向量构成。由于 U 和 $\begin{bmatrix} A \\ A\Lambda \end{bmatrix}$ 张成的子空间是相等的, 因此存在一个非奇异矩阵 T 使得

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A\Lambda \end{bmatrix} T \quad (23)$$

计算 U_1 自相关矩阵以及 U_1, U_2 互相关矩阵, 有

$$R_1 = U_1^H U_1 = T^H A^H A T = G T \quad (24)$$

$$R_2 = U_1^H U_2 = T^H A^H A \Lambda T = G \Lambda T \quad (25)$$

式中: $G = T^H A^H A$ 。根据式(24, 25)有

$$R_2 R_1^{-1} G = G \Lambda \quad (26)$$

由式(26)可知, Λ 和 G 分别由 $R_2 R_1^{-1}$ 的特征值和对应的特征向量构成。忽略特征值的顺序时, Λ 是唯一确定的, 进而 G 是可辨识的。最后通过式(22—24)可得 $T = G^{-1} R_1$, $A = U_1 T^{-1}$, $B_E = A^+ Z_i$, $S^T = D_i^{-1}((\Gamma B)^T) B_E$ 。

利用上述 PARALIND 分解, 最终可以得到矩阵 A 的估计为

$$\hat{A} = A \Pi \Lambda + W \quad (27)$$

式中: Π 表示列置换矩阵; Λ 为对角矩阵, 由尺度模糊系数构成; W 为估计误差。其中尺度模糊可以利用归一化方法消除。

2.3 相干 DOA 估计

通过 2.2 节中的 PARALIND 分解, 得到了方向矩阵 A 的估计值 \hat{A} , 假设 \hat{A} 第 k 列为 $\hat{a}(\theta_k)$, 先对其归一化, 使其首项为 1, 然后定义

$$\hat{r}_k = -\text{angle}(\hat{a}(\theta_k)) = [0, 2\pi d_2 \sin \hat{\theta}_k / \lambda, \dots, 2\pi d_M \sin \hat{\theta}_k / \lambda]^T \quad (28)$$

利用最小二乘法则估计目标角度^[15], 假设 c_k 为最小二乘解, 则 c_k 满足

$$\min_{c_k} \|B c_k - \hat{r}_k\|_F \quad (29)$$

式中

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2\pi d_2/\lambda \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 2\pi d_M/\lambda \end{bmatrix} \quad (30)$$

由式(29)可以得到 c_k 的估计为

$$\hat{c}_k = \begin{bmatrix} \hat{c}_{k1} \\ \hat{c}_{k2} \end{bmatrix} = \mathbf{B}^+ \hat{\mathbf{r}}_k \quad (31)$$

式中: \hat{c}_{k1} 为常数, \hat{c}_{k2} 为 $\sin\theta_k$ 的估计值, 则 θ_k 的估计值为

$$\hat{\theta}_k = \arcsin(\hat{c}_{k2}) \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (32)$$

式中 $\arcsin(\cdot)$ 表示反正弦函数。

2.4 算法流程及优点、复杂度分析

上述推导已经给出了线性电磁矢量阵中基于 PARALIND 分解的相干 DOA 估计算法的完整过程。该算法主要有以下 3 个步骤:

- (1) 根据式(6), 将接收信号 $\tilde{\mathbf{X}}$ 转化为 PARALIND 模型 $\tilde{\mathbf{Y}}$ 并初始化矩阵 $\mathbf{S}, \mathbf{B}, \mathbf{\Gamma}$ 和 \mathbf{A} 的值;
- (2) 根据式(12, 13, 15, 18), 重复迭代更新矩阵 $\hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{\Gamma}}$ 和 $\hat{\mathbf{A}}$ 的值, 直到 SSR 小于设定的门限值;
- (3) 根据式(29—32), 利用最小二乘算法, 由 \mathbf{A} 的估计值 $\hat{\mathbf{A}}$, 计算接收信号的 DOA 估计。

根据上述步骤分析该算法复杂度。 M, J, K 和 K_1 分别为阵列中的阵元数、快拍数、信源数和非相干信源数。本文中的 PARALIND 算法每次迭代的复杂度为 $O(6MJ(2K^2K_1^2 + 2KK_1 + 2K + K_1) + 6M(2K_1^2 + K^2 + KK_1 + 2K) + K^2(JM + J + M^2 + M + 8) + K^3K_1^3 + 2K^3 + K_1^3 + KK_1J(M + 1))^{[18]}$ 。本文算法中 PARALIND 分解的迭代次数约为几十次^[17], 与 FBSS-ESPRIT 算法和 FBSS-PM 算法相比, 本文中的算法复杂度较高。

本文 PARALIND 算法的优点有:

- (1) 本文算法能够对电磁矢量阵中的相干信号 DOA 进行估计, 并且可以同时得到相应的相干关系矩阵。
- (2) 本文算法角度估计性能优于传统的用于解相干的 FBSS-ESPRIT 算法及 FBSS-PM 算法。
- (3) 本文算法适用于均匀线阵和非均匀线阵, 而 FBSS-ESPRIT 算法和 FBSS-PM 算法只能用于均匀线阵。

3 仿真结果

在仿真中, 假设远场空间有 3 个信源, 第 1 个和第 3 个信源相干, 而第 2 个与另外两个不相干, 相干关系矩阵为 $\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$ 。

假设 3 个信源的到达角分别为 $\theta_1 = 5^\circ, \theta_2 = 15^\circ, \theta_3 = 25^\circ$ 。 M, J, K 分别表示阵元数、快拍数和信源数。在下面的仿真中, 利用高斯随机矩阵对 PARALIND 迭代分解中的参数矩阵进行初始化, 设定 $\text{SSR} = 10^{-5}$, 并利用 1 000 次蒙特卡洛仿真中的角度估计均方根误差(Root mean squares error, RMSE)去评估算法的性能。其中, 角度估计的 RMSE 定义为

$$\text{RMSE} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{1000} \sum_{l=1}^{1000} (\hat{\theta}_{k,l} - \theta_k)^2} \quad (33)$$

式中: θ_k 表示第 k 个目标的准确到达角; $\hat{\theta}_{k,l}$ 是第 l 次蒙特卡洛仿真中 θ_k 的估计值。

图1,图2为本文所提出的算法在信噪比(Signal noise ratio, SNR)为15 dB下,仿真100次的角度估计结果分布图。两次仿真中阵元数 $M=15$ 、快拍数 $J=200$ 。其中仿真1采用均匀线阵,相邻阵元间距为 $\lambda/2$,仿真2采用非均匀线阵,各阵元与参考阵元间的间距为 $d=[0, 0.25, 0.7, 1.15, 1.65, 2, 2.4, 2.85, 3.35, 3.75, 4, 4.4, 4.75, 4.9, 5.1]\lambda$ 。从图1、图2可以看出本文算法对均匀线阵和非均匀线阵都能得到较准确的角度估计结果。

图3为本文算法与FBSS-ESPRIT算法以及FBSS-PM算法的对比仿真结果,仿真中接收阵列采用均匀线阵,相邻阵元间距为 $\lambda/2$, $M=10$, $J=100$ 。从图3可以看出,对于相干信号的角度估计,PARALIND算法性能优于两个传统的前后向平滑算法。

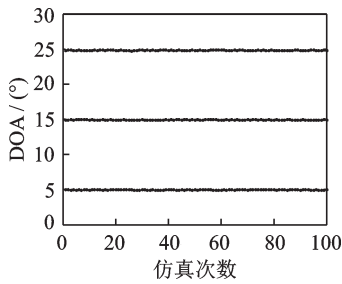


图1 均匀线阵下 PARALIND 算法角度估计结果

Fig.1 Angle estimation of PARALIND algorithm for uniform linear array

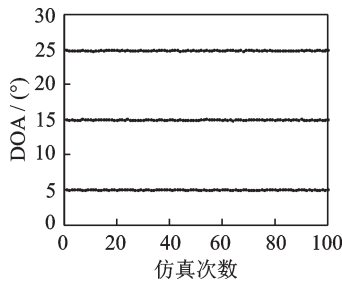


图2 非均匀线阵下 PARALIND 算法角度估计结果

Fig.2 Angle estimation of PARALIND algorithm for non-uniform linear array

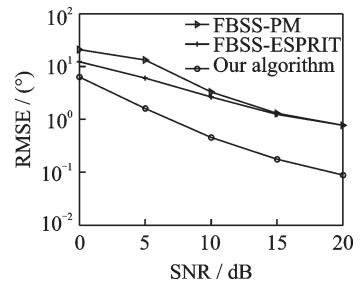


图3 3种相干信号算法角度估计性能对比

Fig.3 Angle estimation performance comparison of three algorithms for coherent signals

图4为本文算法在接收信号全部为非相干信号时,与ESPRIT算法、PM算法以及PARAFAC算法的对比仿真结果,仿真中接收阵列为间距 $\lambda/2$ 的均匀线阵, $M=12$, $J=100$ 。从图4中可以看出,对于非相干信号,本文中的PARALIND算法估计性能优于其他3种算法。

图5给出了本文算法角度估计性能在不同阵元数下的仿真结果,仿真中快拍数 $J=100$,接收阵列为阵元间距 $\lambda/2$ 的均匀线阵。从图5可以看出,该算法性能随着阵元数 M 的增大而提高,其原因是阵元的增多提高了空间分集增益。

图6为本文算法在不同快拍数下的仿真结果,仿真6中阵元数 $M=8$,阵元间距 $d=[0, 0.25, 0.7, 1.15, 1.65, 2, 2.4, 2.85]\lambda$ 。从图6中可知,该算法角度估计误差随着快拍数的增大而减小,其原因为快拍数增大提高了时间分集增益。

假设有两个角度相近的相干信号源入射到该阵列,信号到达角分别为 $\theta_1=5^\circ, \theta_2=7^\circ$, M, J 及SNR设置同图1,本文所提算法仿真100次的角度估计结果分布图如图7所示。从图7中可以看出,两组角度估计结果区分度较高,说明该算法对角度相隔较近的相干信号也能进行有效的辨识与估计。

假设有多个相干信号入射到间距为 $\lambda/2$ 的均匀电磁矢量阵列,信源数 $K=6$,信号到达角为 $\theta=[5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ]$,其中信号1,5,6为第1组相干信号,信号2,4为第2组相干信号。设置阵元数 $M=8$,快拍数 $J=400$, $SNR=20$ 。图8为本文所提算法仿真100次的角度估计结果分布图,从图8可以看出,对于多个相干信源,本文算法也能进行有效区分,并得到较准确的角度估计。同时,由于相干信源增多,信号间的相互干扰增强,该算法对信号的角度估计性能略有下降。

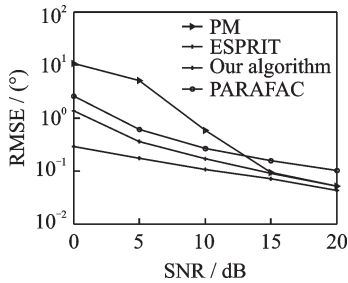


图4 4种非相干信号算法角度估计性能对比

Fig.4 Angle estimation performance comparison of four algorithms for incoherent signals

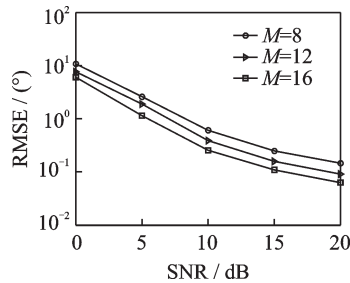


图5 不同阵元数下的算法估计性能

Fig.5 Angle estimation performance under different number of sensors

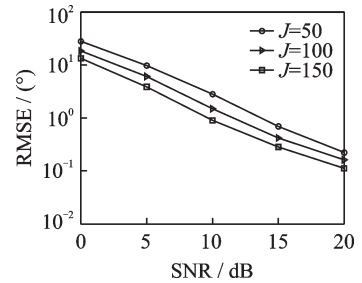


图6 不同快拍数下的算法估计性能

Fig.6 Angle estimation performance under different snapshots

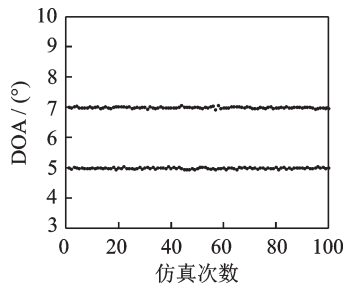


图7 角度相近的相干信源估计结果
Fig.7 Angle estimation for closely spaced coherent sources

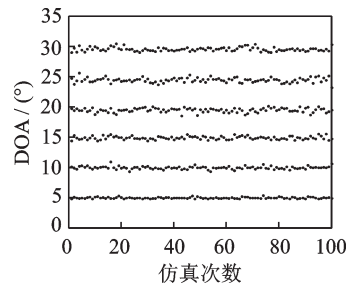


图8 多组相干信源角度估计结果
Fig.8 Angle estimation for multiple coherent sources

4 结束语

本文将PARALIND模型与电磁矢量传感器阵列相结合,解决了线性电磁矢量阵中相干信号DOA估计问题。仿真表明,该算法对于均匀线阵或非均匀线阵都适用,同时能得到信号的相干关系矩阵。从仿真结果可以看出,对于相干信号该算法角度估计性能优于传统的FBSS-ESPRIT算法以及FBSS-PM算法,而对于非相干信号,该算法角度性能也好于常用的ESPRIT算法、PM算法以及PARAFAC算法。同时,该算法能有效区分角度相隔较近的相干信源,并得到较准确的DOA估计结果。

参考文献:

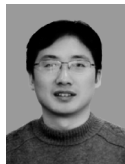
- [1] Ng J W P, Manikas A. Polarisation-sensitive array in blind MIMO CDMA system[J]. *Electronics Letters*, 2005, 41(17): 970-972.
- [2] Nehorai A, Ho K C, Tan B T G. Minimum-noise-variance beamformer with an electromagnetic vector sensor[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(3): 601-618.
- [3] Zoltowski M D, Wong K T. ESPRIT-based 2-D direction finding with a sparse uniform array of electromagnetic vector sensors [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(8): 2195-2204.
- [4] Wong K T, Zoltowski M D. Self-initiating MUSIC-based direction finding and polarization estimation in spatio-polarizational beamspace[J]. *IEEE Transactions on Antennas & Propagation*, 2000, 48(8): 1235-1245.
- [5] Zhang X F, Chen C, Li J F, et al. Blind DOA and polarization estimation for polarization-sensitive array using dimension reduction MUSIC[J]. *Multidimensional Systems & Signal Processing*, 2014, 25(1): 67-82.
- [6] Li S, Zhang X F, Wang F. CS quadrilinear model-based angle estimation for MIMO radar with electromagnetic vector sensors [J]. *International Journal of Electronics*, 2016(3): 485-503.

- [7] Jiang H, Zhang Y, Li J, et al. A PARAFAC-based algorithm for multidimensional parameter estimation in polarimetric bistatic MIMO radar[J]. *Eurasip Journal on Advances in Signal Processing*, 2013, 2013(1): 1-14.
- [8] 徐友根, 刘志文. 电磁矢量传感器阵列相干信号源波达方向和极化参数的同时估计:空间平滑方法[J]. *通信学报*, 2004, 25(5): 28-38.
Xu Yougen, Liu Zhiwen. Simultaneous estimation of 2-D DOA and polarization of multiple coherent sources using an electromagnetic vector sensor array[J]. *Journal of China Institute of Communications*, 2004, 25(5): 28-38.
- [9] Han F M, Zhang X D. An ESPRIT-like algorithm for coherent DOA estimation[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2005, 4: 443-446.
- [10] Stoica P, Ottersten B, Viberg M, et al. Maximum likelihood array processing for stochastic coherent sources[J]. *IEEE Trans Signal Process*, 1996, 44(1): 96-105.
- [11] 叶中付, 罗大为, 韦进强, 等. 相干信号波达方向估计技术综述[J]. *数据采集与处理*, 2017, 32(2): 258-265.
Ye Zhongfu, Luo Dawei, Wei Jinqiang, et al. Review for coherent DOA estimation technique[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2017, 32(2): 258-265.
- [12] Liu Z, He J, Liu Z. Computationally efficient DOA and polarization estimation of coherent sources with linear electromagnetic vector-sensor array[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2011, 2011(1): 1-10.
- [13] Zhang X F, Xu D Z. Improved coherent DOA estimation algorithm for uniform linear arrays[J]. *International Journal of Electronics*, 2009, 96(2): 213-222.
- [14] Pham T D, Möcks J. Beyond principal component analysis: A trilinear decomposition model and least squares estimation[J]. *Psychometrika*, 1992, 57(2): 203-215.
- [15] 陈芸. 电磁矢量传感器阵DOA和极化联合估计[D]. 南京:南京航空航天大学, 2014.
Chen Yun. Joint DOA and polarization estimation for electromagnetic vector sensor array[D], Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014.
- [16] Rasmus B, Harshman R A, Sidiropoulos N D, et al. Modeling multi-way data with linearly dependent loadings[J]. *Journal of Chemometrics*, 2010, 23(7-8): 324-340.
- [17] Zhang X F, Min Z, Li J F. A PARALIND decomposition-based coherent two-dimensional direction of arrival estimation algorithm for acoustic vector-sensor arrays[J]. *Sensors*, 2013, 13(4): 5302.
- [18] Chen C, Zhang X F, Ben D. Coherent angle estimation in bistatic multi-input multi-output radar using parallel profile with linear dependencies decomposition[J]. *Iet Radar Sonar & Navigation*, 2013, 7(8): 867-874.
- [19] 张小飞, 李书, 郑旺. 电磁矢量阵中基于平行因子压缩感知的角度估计算法[J]. *数据采集与处理*, 2016, 31(2): 268-275.
Zhang Xiaofei, Li Shu, Zheng Wang. Angle estimation for electromagnetic vector Sensor array via compressed sensing-parallel factor[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2016, 31(2): 268-275.

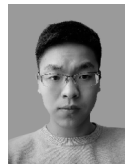
作者简介:



徐乐(1993-),男,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理, E-mail: xule@nuaa.edu.cn。



张小飞(1977-),男,教授,博士生导师,研究方向:阵列信号处理、移动通信技术。



林新平(1994-),男,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理。



周梦婕(1995-),女,硕士研究生,研究方向:阵列信号处理。

(编辑:陈珺)