## 无线信道下基于可译集的喷泉码增量译码算法

张瑞丹 徐大专 邓大椿

(南京航空航天大学电子信息工程学院,南京,211106)

摘 要:针对无线信道中数字喷泉码BP译码算法复杂度高、增量译码效率低下的问题,提出了一种基于可译集的增量译码算法。该算法给出变量节点成功译码时似然比所需达到的合适门限值 Tre的理论分析方法,将译码过程中似然比高于门限值的变量节点归入可译集,提前译出以减少计算量;另一方面,若译码失败,增加开销重新译码时可先利用已成功译出的部分变量节点简化 Tanner 图,只对未达到译码门限的变量节点进行迭代,进一步减少计算量,并给出了算法描述和复杂度分析。最后通过仿真表明,该算法与传统的 BP译码算法性能相同,但计算量大大减少,效率显著提高。

关键词: 数字喷泉码;无线信道;BP算法;可译集;增量译码

中图分类号: TN911 文献标志码: A

## Delta Decoding Algorithm of Fountain Codes Based on Ripple Set on Wireless Channels

Zhang Ruidan, Xu Dazhuan, Deng Dachun

(College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 211106, China)

**Abstract:** To improve the performance of BP decoding algorithm of digital fountain codes on wireless channels, a delta decoding algorithm based on the ripple set is proposed. The algorithm analyzes the likelihood ratio threshold of the variable nodes. When the likelihood ratio of the variable node is greater than the threshold, it can be successfully decoded in advance. On the other hand, when the overhead is increased, we can delete those variable nodes that have been decoded, and decode the nodes that have not achieved the decoding threshold, to further reduce the amount of calculation. The simulation shows that the performance of the new algorithm is as good as the traditional BP decoding algorithm, but the decoding efficiency is greatly improved.

**Key words:** digital fountain; wireless channel; BP algorithm; ripple set; delta decoding

#### 引 言

为解决大规模数据分发和可靠广播等问题,1998年 Luby 等首次提出数字喷泉码(Digital fountain, DF)的概念<sup>[1]</sup>,它具有无码率特性、无需反馈、不限用户以及实时性好等优良特性。此后第一种实用喷泉码LT码<sup>[2]</sup>和具有优良性能的 Raptor码<sup>[3]</sup>的提出使得喷泉码逐渐受到业界的广泛关注<sup>[4-6]</sup>。

基金项目:国家自然科学基金(61471192,61371169)资助项目;江苏高校优势学科建设工程资助项目;南京航空航天大学研究生创新基地(实验室)开放基金(kfjj20160414)资助项目;中央高校基本科研业务费专项资金资助项目。

喷泉码的译码多采用 BP (Belief propagation)译码算法,该算法思路简单,但复杂度较高。已有大量文献对降低 BP译码算法的复杂度进行研究。文献[7-8]提出了一种最小和算法,将迭代过程中的乘法运算转化成加法,避免了非线性函数的复杂运算,降低了复杂度,但由于近似计算导致性能变差。文献[9-10]对 LDPC 码中的最小和算法进行了改进,改善了其收敛特性和译码性能。文献[11-13] 通过对信息节点进行可靠性分析,加快了其收敛速度。Frey 等还曾提出过"及早判决"的概念[14],将迭代过程中似然比超过某个门限值的节点及时译出,不再继续更新,以减少计算量,但并未给出门限值的具体计算方法。利用"及早判决"的思想,文献[15-17]对 Turbo 码和 LDPC 码的译码算法进行了改进,给出了门限值选取的一些理论依据。

虽有以上研究对传统BP算法进行了改进,但应用于喷泉码时,复杂度依然较高。译码需接收到一定数量的码字后开始译码,迭代至预设最大次数后再对变量节点进行硬判决。若译码失败,需继续接收更多数量的码字重新迭代,使得之前迭代的信息没有得到有效利用,复杂度依然较大。利用"及早判决"的思想,为提高BP译码算法应用于喷泉码时的效率,本文分析了二进制加性高斯白噪声(Binary input additive white Gaussian noise,BIAWGN)信道下LT码的BP算法原理,根据理想误码率与信噪比及似然比之间的关系,推导出了变量节点加入可译集成功译码时似然比所需达到的门限值Tre。将迭代过程中似然比达到门限值的变量节点加入可译集提前译出,不再继续参与迭代,一方面减少了迭代过程中的计算量;另一方面,即使译码失败,开销增加时也可利用已经达到门限值成功译出的部分变量节点简化Tanner图,只对未达到译码门限的变量节点进行迭代,进一步减少计算量。仿真实验表明,该算法与传统的BP译码算法性能相同,但计算量大大减少,效率显著提高。

### 1 传统BP译码算法原理

无线信道中,喷泉码常用的译码算法为对数域 BP 算法,也称和积译码算法(Sum-product, SP)。本 文 讨 论 BIAWGN 信 道 中 LT 码 的 BP 译 码 算 法 。 假 设 喷 泉 的 原 始 信 息 比 特 序 列 为  $x=(x_1,x_2,\cdots,x_k)$ ,喷泉编码后生成的序列为  $y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$ ,生成矩阵为 G,则 y=x\*G。 对编码序列 g 进行 BPSK(Binary phase shift keying)调制,得到序列 g 。 经 BIAWGN 信道传输后,接收端收到的信息序列为 g 。

$$r = y' + z \tag{1}$$

式中:z为信道噪声,服从 $N(0,\sigma^2)$ 分布。利用生成矩阵 Tanner 图中的联系,在变量节点和校验节点之间不断地相互传递似然比信息来逐渐收敛到可靠值,节点的对数似然比定义为

$$LLR = \ln\left(\frac{p(x=0)}{p(x=1)}\right)$$
 (2)

令  $Lx_{ij}^l$ 表示第 l次迭代时变量节点  $x_i$ 传递给校验节点  $y_j$ 的似然比信息。  $Ly_{ii}^l$ 表示第 l次迭代时校验节点  $y_j$ 传递给变量节点  $x_i$ 的似然比信息。 M(i)表示与变量节点  $x_i$ 相连的所有校验节点的集合, M(i) j表示除校验节点  $y_j$  外与  $x_i$  相邻的其他校验节点组成的集合。 N(j)表示与校验节点  $y_j$  相连的所有变量节点构成的集合, N(j) l 表示除变量节点  $x_i$  外与  $y_j$  相连的其他变量节点组成的集合。 l 。 表示信道的似然比,计算公式如下

$$L_{0j} = \ln \frac{p(y_j = 0|r_j)}{p(y_j = 1|r_j)} = \ln \frac{p(r_j|y_j = 0)}{p(r_j|y_j = 1)} = \ln \frac{p(r_j|y_j' = +1)}{p(r_j|y_j' = -1)} = \ln \frac{p(z_j = r_j - 1)}{p(z_j = r_j + 1)} = \ln \frac{\exp(-(r_j - 1)^2/2\sigma^2)}{\exp(-(r_j + 1)^2/2\sigma^2)} = \frac{2r_j}{\sigma^2}$$
(3)

则变量节点和校验节点的似然比迭代公式为[18]

$$Lx_{ij}^{l} = \begin{cases} 0 & l = 0\\ \sum_{j' \in M(i) \setminus j} Ly_{ji}^{l-1} & l \geqslant 1 \end{cases} \qquad i = 1, 2, \dots, k$$

$$\tanh\left(\frac{Ly_{ji}^{l}}{2}\right) = \tanh\left(\frac{L_{0j}}{2}\right) \prod_{i' \in N(j) \setminus i} \tanh\left(\frac{Lx_{ij}^{l}}{2}\right) \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$(4)$$

BP译码步骤为

- (1) 初始化。由于没有先验信息,变量节点是0和1的概率相同,因此变量节点的初始似然比为零,即 $Lx_{ii}^{0}=0$ 。
  - (2) 校验节点信息更新。如图1所示,根据式(4)计算校验节点的似然比信息并更新。
- (3)变量节点信息更新。在校验节点已更新的基础上,根据式(4)计算变量节点的似然比信息并更新,如图2所示。

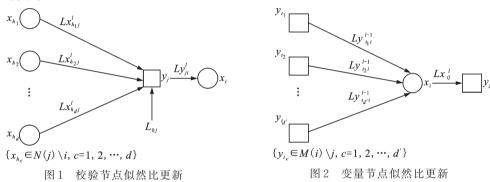


Fig.1 Likelihood ratio update of check nodes

Fig.2 Likelihood ratio update of variable nodes

(4) 判决。步骤(2)和(3)重复进行迭代,达到规定次数后进行硬判决,此时变量节点似然比信息计算公式为

$$Lx_{i}^{l} = \sum_{j \in M(i)} Ly_{ji}^{l-1} \tag{5}$$

判决准则为

$$x_i' = \begin{cases} 0 & Lx_i' \geqslant 0 \\ 1 & Lx_i' < 0 \end{cases} \tag{6}$$

应用于喷泉码进行译码时,需接收到一定数量的数据包之后开始译码。若译码失败,需增加开销,继续接收更多数量的数据包重新开始迭代,直到完全译码成功。

#### 2 可译门限值 Tre 的估计

为减少传统 BP 译码算法迭代过程中的计算量,并利用到低开销译码中的有用信息,定义了无线信道中可译集的概念,将似然比达到门限值 Tre 的变量节点加入可译集提前译出。关于门限值 Tre 的取值,若太小,则不能保证已加入到可译集中变量节点的正确性,可能造成错误传播;若太大,则不能保证将正确节点尽快译出以减少计算量。本文根据理想误码率与信噪比和似然比的关系,推导出了门限值 Tre 的合适取值,过程如下。

已知在BIAWGN信道中,BPSK调制模式下,误码率BER和信噪比SNR的关系为

$$BER = Q(\sqrt{2SNR}) \tag{7}$$

式中:
$$Q(x) = \int_{x}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}t^{2}\right) dt$$
,可求得

$$SNR = \frac{1}{2} [Q^{-1}(BER)]^2$$
 (8)

又因为 SNR =  $\frac{P}{\sigma^2}$ ,其中 P 为信号功率, $\sigma^2$  为噪声功率。假设信号功率 p=1,则有

$$\sigma^2 = \frac{1}{\text{SNR}} \tag{9}$$

根据式(3)有

$$E\left[LLR^{2}(r)\right]\left[LLR^{2}(r)\right] = E\left[\left(\frac{2r}{\sigma^{2}}\right)^{2}\right] = \frac{4}{\sigma^{4}}E(r^{2}) = \frac{4}{\sigma^{4}}E\left[(y'+z)^{2}\right] = \frac{4}{\sigma^{4}}(P+\sigma^{2}) = \frac{4}{\sigma^{2}}(1+SNR)$$

$$(10)$$

因此在期望达到误码率BER时,需满足

$$E[LLR^{2}(r)] \geqslant \frac{4}{\sigma^{2}}(1 + SNR)$$
(11)

可将条件放大至

$$LLR^{2}(r) \geqslant \frac{4}{\sigma^{2}} (1 + SNR)$$
(12)

因此似然比需满足

$$LLR(r) \geqslant \sqrt{\frac{4}{\sigma^2} (1 + SNR)}$$
 (13)

将式(9)代入式(13)即可得译码门限值 Tre 为

$$Tre = \sqrt{4SNR(1+SNR)} \tag{14}$$

式中SNR可由式(8)求得。

## 3 基于可译集的增量译码算法

上面已推导出变量节点可正确译码时似然比所需达到的门限值 Tre,将该门限值作为变量节点加入可译集的判定依据,利用可译集从两方面减少传统 BP译码算法中的计算量。

(1) 如图 3 所示,在开销固定的一次译码过程中,该算法在每次迭代结束后对变量节点的似然比进行一次判定,将似然比  $Lx_i \ge T$  re 的变量节点  $x_i$ 利用式(6)提前进行硬判决,并删除  $x_i$  在 Tanner 图中的连接。图中,若  $x_2$ , $x_4$  的似然比达到译码门限值,则加入可译集并删去与其相连的边,不再继续参与迭代,以减少计算量。

为保证缩小后的 Tanner 图可继续正确迭代, 需对删除后的信道似然比加以修正:

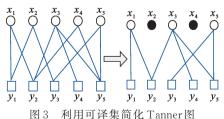


图 3 利用可译集简化 Tanner 图 Fig. 3 Simplify Tanner graphs using translatable sets

- (a) 若变量节点 x. 判决为 0. 则无需修正:
- (b) 若变量节点 x. 判决为 1. 需对所有与其相连的校验节点所在的信道似然比进行修正:

$$L'_{0i} = -L_{0i} \quad j \in M(i) \tag{15}$$

令S表示所有已经译出的所有变量节点集合,将 $x_i$ 加入集合S,则提前译出部分节点后的似然比迭代公式变为

$$\begin{cases} Lx_{ij}^{l} = \sum_{j \in M(i)\setminus j} Ly_{ji}^{l-1} & x_{i} \in x - S \\ \tanh(\frac{Ly_{ji}^{l}}{2}) = \tanh(\frac{L'_{0j}}{2}) \prod_{j' \in N(j)\setminus i - S} \tanh(\frac{Lx_{ij}^{l}}{2}) & y_{j} \in y \end{cases}$$
(16)

继续迭代,直至所有变量节点全部译出或达到预设最大迭代次数。若迭代次数达到  $l_{max}$ 后变量节点未能全部译出,则根据迭代结束后的最终似然比对剩余变量节点进行硬判决,判决公式同式(6)。

(2) 进行增量译码时,在固定开销下利用上面的迭代算法进行迭代及提前译出。若当前开销下未能成功译码,需增大开销接收更多数据包,先利用可译集简化 Tanner 图,再对未译出节点进行译码。如图 4,传统 BP 算法在开销增大时需进行译码的 Tanner 图为图 4(a)。而图 4(b)中基于可译集的增量译码算法可利用集合 S 中已经成功译出的部分变量节点  $x_2$ ,  $x_4$  简化 Tanner 图,只对未译出的变量节点按照步骤(1)中固定开销的情况进行迭代及提前译出,进一步减少计算量。

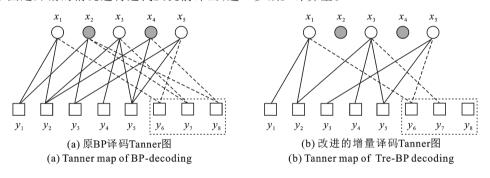


图 4 增加开销 y<sub>6</sub> y<sub>7</sub> y<sub>8</sub> 时两种算法 Tanner 图比较

Fig.4 Tanner map comparison when increasing overhead

#### 4 仿真分析

利用 Matlab 为工具对提出的基于可译集的增量译码算法和传统 BP 译码算法进行了仿真比较。考虑 LT 码在 BIAWGN 信道中,BPSK 调制下,取不同码长时的性能和时间效率比较。仿真次数取  $1\,000$ 次,最大迭代次数  $l_{\rm max}=30$ ,实际信道的信噪比 SNR′取  $3{\rm dB}$ ,期望误码率取 BER =  $10^{-6}$ ,本文中用接收到的校验节点数目 n 与变量节点数目 K 的商表示开销,利用式(14)计算得到的译码门限值 Tre=23.57。

图 5 和图 6 分别仿真了码长为 2 000 和 5 000 时两种算法的误码率曲线。可以看出,新提出的译码算法与传统 BP 译码算法性能几乎相同,改进的算法并没有造成性能的下降。

## 5 复杂度分析

当码长趋于无穷时,若信道是二元对称信道,则BP译码迭代过程中节点的似然比服从对称高斯分布。可利用高斯近似法[19]分析追踪每次迭代结束后的高斯均值,即可知此时的节点似然比分布。定义度分布函数

$$\Omega(x) = \sum_{d=1}^{d_{\text{max}}} \Omega_d x^d \tag{17}$$

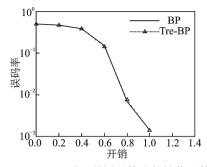


图 5 K=2000时两种译码算法的性能比较

Fig. 5 Decoding performance comparison when K=2000

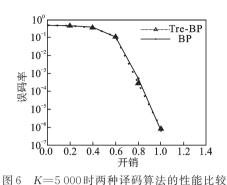


Fig. 6 Decoding performance comparison

when  $K=5\,000$ 

式中: $\Omega_d$ 表示变量节点度为d的概率。同时边角度的输入度分布函数 $\lambda(x)$ 和输出度分布函数 $\omega(x)$ 分别定义为

$$\lambda(x) = \sum_{d=1}^{D_i} \lambda_d x^d \tag{18}$$

$$\omega(x) = \sum_{d=1}^{D_j} \omega_d x^d \tag{19}$$

式中: $\lambda_a$ 表示与某条边相连的输入节点的度为d的概率, $\omega_a$ 表示与某条边相连的输出节点的度为d的概率,则输入节点的似然比均值迭代公式为

$$E\left[Lx_{ij}^{l}\right] = \sum_{d=1}^{D_{l}} \lambda_{d} (d-1) \sum_{b=1}^{D_{j}} \omega_{b} \varphi^{-1} \left(1 - E\left[\tan\left(\frac{L_{0}}{2}\right)\right]\right)$$

$$\left(1 - \sum_{d=1}^{D_{l}} \lambda_{d} \varphi(E\left[Lx_{ij}^{l-1}|\deg(i) = d\right])\right)^{b-1}$$
(20)

式中 $\varphi(x)$ 定义为

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & x = 0\\ 1 - \frac{1}{2\sqrt{\pi x}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tanh\left(\frac{t}{2}\right) \exp\left(-\frac{(t-x)^2}{4x}\right) dt & x > 0 \end{cases}$$
 (21)

定义 $P_{\text{Tre}}$ 为码长无穷时,似然比达到门限值的变量节点所占比例,即

$$P_{\text{Tre}} = p(Lx_i > \text{Tre}) \tag{22}$$

计算得理想状态下增量译码算法在不同开销下,对应的仍需参与迭代的变量节点所占比例为图7 所示。

由图 7 可知,理想状态下 90% 以上的变量节点在译码过程中已达到门限值可提前译出,并释放存储空间。而传统 BP算法仍需完全迭代所有变量节点,即完全译码成功前参与迭代的变量节点比例一直为1。因此,基于可译集的增量译码算法在理想情况下在时间和空间上均可减少 90% 的复杂度。

但在实际应用中,码长一般为有限值,因此图 8仿真了码长为 2 000 时两种算法计算量的比较。设Tanner 图中每条边进行一次信息相互传递的计算量为 1,取最大迭代次数  $l_{max}=30$ ,开销取  $0\sim1.4$  变化。因为传统 BP算法参与迭代的变量节点固定为最大值不变,因此计算量随着开销的增大而线性递增。而利用可译集的增量译码算法在开销较小时并没有节点的似然比达到门限值,所以和传统 BP算法的计算量相同。但随着开销的增大,达到门限可译出并删去的节点越来越多,计算量反而逐渐减少,

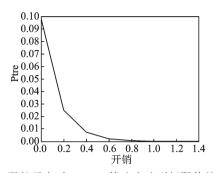


图 7 码长无穷时 Tre-BP算法未达到门限值的比例 Fig. 7 Ratio of no-decoding infinite length codes with Tre-BP decoding

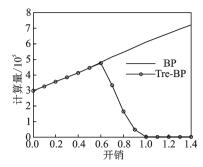


图 8 码长 K=1 000 时两种算法在不同开销下计算量 Fig. 8 Computation complexity comparison in different overhead when K=1 000

直到开销为1时节点全部译出。虽不能达到理想情况下减少90%的复杂度,但相比传统BP算法计算量已大大减少。

表 1 给出了相同仿真条件下基于可译集的增量译码算法和传统 BP 译码算法的执行时间。可以看出基于可译集的增量译码算法执行效率大大提高,约为传统 BP算法的 5 倍。

# 表 1 不同码长下两种译码算法的运行时间比较 Tab. 1 Time comparison of different code lengths

算法	BP/s	Tre-BP/s
K = 1 000	$8.708~8 \times 10^{4}$	$1.605~6 \times 10^{4}$
$K=2\ 000$	$3.202~2\times10^{5}$	$6.123~7 \times 10^{4}$
K = 5000	$2.332~3\times10^{6}$	$3.973~6 \times 10^{5}$

注:仿真1000次,最大迭代次数 $l_{max}$ =30,开销取0:0.2:2

#### 6 结束语

本文针对无线信道中传统 BP 译码算法应用于数字喷泉码时复杂度较高、效率低下的问题,提出了一种基于可译集的增量译码算法。该算法首先提出了无线信道中可译集的概念,并给出了合适门限值 Tre 选取的理论依据。一方面,在开销固定时将译码过程中似然比高于门限值 Tre 的变量节点归入可译集,提前译出并停止参与迭代,减少了迭代过程中的计算量。另一方面,利用可译集的概念,即使在低开销译码失败时,也可利用其中已经达到门限值成功译出的部分变量节点先简化 Tanner 图,增加开销时只对未达到译码门限的变量节点进行迭代译码,进一步减少了计算量。此外,利用高斯近似法对改进后的译码算法进行复杂度理论分析,在码长趋于无穷的理想状态下分析得出 90%以上的变量节点在译码过程中已达到门限值可提前译出,并释放存储空间,在时间和空间上均可减少 90% 的复杂度。最后又通过仿真实验表明,在码长有限的实际情况中,该算法与传统 BP 译码算法相比,拥有相同的译码性能,但大大减少了计算量,译码效率显著提高。

#### 参考文献:

- [1] Byers J W, Luby M, Mitzenmacher M, et al. A digital fountain approach to reliable distribution of bulk data[J]. ACM SIGCOMM Computer Communication Review, 1998, 28(4): 56-67.
- [2] Luby M. LT codes[J]. The 43rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, 2002, 20(2): 271-280.
- [3] Shokrollahi A. Raptor codes[J]. Information Theory IEEE Transactions on, 2009, 52(6): 2551-2567.
- [4] 徐大专,邵汉钦,张小飞,等. 数字喷泉码及网络喷泉码的最新进展[J]. 数据采集与处理, 2014, 29(3): 351-359. Xu Dazhuan, Shao Hanqin, Zhang Xiaofei, et al. Recent research progress on digital fountain codes and network fountain codes [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2014, 29(3): 351-359.
- [5] 徐大专, 许生凯, 华洁,等. 数字喷泉码度分布优化设计的最新研究进展[J]. 数据采集与处理, 2015, 30(4): 733-746.

- Xu Dazhuan, Xu Shengkai, Hua Jie, et al. Recent progress on optimization design of degree distributions in digital fountain codes[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2015, 30(4): 733-746.
- [6] 徐大专,邓大椿,张瑞丹,等.一种新的基于数字喷泉码的传输协议[J]. 数据采集与处理, 2016, 31(6): 1106-1114. Xu Dazhuan, Deng Dachun, Zhang Ruidan, et al. New transmission protocol based on digital fountain codes[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2016, 31(6): 1106-1114.
- [7] Fossorier M P C, Mihaljevic M, Imai H. Reduced complexity iterative decoding of low-density parity check codes based on belief propagation[J]. Communications IEEE Transactions on, 1999, 47(5): 673-680.
- [8] Chen J, Fossorier M P C. Density evolution for two improved BP-based decoding algorithms of LDPC codes[J]. IEEE Communications Letters, 2002, 6(5): 208-210.
- [9] 廖薇, 刘锦高. 基于最小和的高效 LDPC 译码算法[J]. 计算机工程, 2009, 35(21): 1-3. Liao Wei, Liu Jingao. Efficient LDPC decoding algorithm based on min-sum[J]. Computer Engineering, 2009, 35(21): 1-3.
- [10] 陈旭灿, 刘冬培. 改进的LDPC译码算法研究[J]. 电子科技大学学报, 2010, 39(2): 219-222.

  Chen Xucan, Liu Dongpei. Modified decoding algorithm of LDPC codes[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2010, 39(2): 219-222.
- [11] Hocevar D E. A reduced complexity decoder architecture via layered decoding of LDPC codes[C] //IEEE Workshop Signal Processing and Systems (SIPS.04). Austin, TX: [s.n.], 2004: 107-112.
- [12] 郭锐, 刘济林. LDPC码的一种低复杂度 BP译码算法[J]. 浙江大学学报:(工学版), 2008, 42(3): 450-455.

  Guo Rui, Liu Jilin. New low complexity belief propagation decoding of low density parity check codes[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2008, 42(3): 450-455.
- [13] 侯登峰,朱晓晶,张庆军,等. LT码的改进BP译码算法[J]. 数据采集与处理, 2012, 27(S2): 336-341.

  Hou Dengfeng, Zhu Xiaojing, Zhang Qingjun, et al. Improved BP-recoding algorithm of LT codes[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2012, 27(S2): 336-341.
- [14] Frey B J, Kschischang F R. Early detection and Threllis splicing: Reduced-complexity iterative decoding[J]. Selected Areas in Communications IEEE Journal on, 2006, 16(2): 153-159.
- [15] Jing L, Lei W, Qiang F U. Analysis of LDPC decoding algorithm based on serial schedule[J]. Journal of Sichuan University, 2006, 43(4): 790-795.
- [16] 李祥明, 乐光新, 尹长川. Turbo 码译码器"及早判决"门限的确定及输出信噪比停止迭代准则[J]. 北京邮电大学学报, 2000, 23(1): 46-50.
  - Li Xiangming, Yue Guangxin, Yin Changchuan. A threshold for the "Early detection" method and an output SNR stop criterion for turbo codes[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2000, 23(1): 46-50.
- [17] 许成谦,杨兴丽,霍新整.一种简化的低密度校验码译码算法的研究[J]. 燕山大学学报, 2004, 28(6): 508-511.

  Xu Chengqian, Yang Xingli, Huo Xinzheng. An improved algorithm for accelerating decoding implementation of low-density parity-check codes[J]. Journal of Yanshan University, 2004, 28(6): 508-511.
- [18] Etesami O, Shokrollahi A. Raptor codes on binary memoryless symmetric channels[J]. Information Theory IEEE Transactions on, 2006, 52(5): 2033-2051.
- [19] Chung S Y, Richardson T J, Urbanke R L. Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a Gaussian approximation[J]. Information Theory IEEE Transactions on, 2001, 47(2): 657-670.

#### 作者简介:



张瑞丹(1993-),女,硕士研究生,研究方向:数字通信技术、喷泉码,E-mail:zhangrd630@163.com。



徐大专(1963-),男,教授, 博士生导师,研究方向:通 信理论与信号处理。



**邓大椿**(1993-),男,硕士研究生,研究方向:数字通信。