

# 基于平滑伪维格纳分布和最小熵的 BPSK 信号参数估计

蒙 妍<sup>1</sup> 李立功<sup>2</sup> 张林让<sup>1</sup> 彭炜杰<sup>1</sup> 赵永志<sup>2</sup>

(1. 西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 西安 710071; 2. 中国电子科技集团公司第四十一研究所, 青岛, 266555)

**摘要:** 针对低信噪比环境下二相编码(Binary phase shift keying, BPSK)信号的性能估计性能差问题提出了一种新方法。该方法首先对信号进行平滑伪维格纳分布(Smooth pseudo Wigner-Ville distribution, SPWVD)变换得到时频矩阵  $S_{\text{SPWVD}}(t_m, f_n)$ , 再利用最小熵法对得到的时频矩阵进行处理得到 BPSK 信号载频的较高精度估计。SPWVD 变换将 BPSK 信号相位突变信息转换为时频域内信号载频处的幅度突变信息, 通过搜索相邻负尖峰并进一步处理得到 BPSK 信号的码宽、码率、码数以及编码序列的估计。仿真结果验证了方法的有效性。

**关键词:** 参数估计; 低信噪比; 二相编码信号; 平滑伪维格纳分布; 最小熵

**中图分类号:** TN951      **文献标志码:** A

## Parameter Estimation of BPSK Signal Based on SPWVD & Minimum Entropy

Meng Yan<sup>1</sup>, Li Ligong<sup>2</sup>, Zhang Linrang<sup>1</sup>, Peng Weijie<sup>1</sup>, Zhao Yongzhi<sup>2</sup>

(1. National Key Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, 710071, China; 2. The 41st Research Institute, China Electronics Technology Group Corporation, Qingdao, 266555, China)

**Abstract:** A new approach is proposed to improve BPSK signal parameter estimation performance under low SNR environment. First, the smooth pseudo Wigner-Ville distribution (SPWVD) is applied to the BPSK signal and time-frequency matrix  $S_{\text{SPWVD}}(t_m, f_n)$  is obtained, which can estimate carrier frequency of the signal combined with the minimum entropy criterion. What's more, the discontinuity of signal phase is mapped to negative magnitude peaks on its carrier frequency in the time-frequency domain. Then, the code width of the BPSK signal can be estimated by searching the interval between adjacent negative peaks, and then the code rate, code number and phase-coded sequence could also be estimated. Finally, simulations show the validity of the proposed approach.

**Key words:** parameter estimation; low SNR; binary phase shift keying (BPSK) signal; smooth pseudo Wigner-Ville distribution (SPWVD); minimum entropy

## 引 言

低截获概率雷达常采用具有较高距离分辨率和较强抗干扰能力的相位编码信号等脉冲压缩信号来

减少平均发射功率,以降低信号被截获概率。因此,相位编码信号的参数估计是雷达对抗等领域内的典型问题<sup>[1-2]</sup>。目前很多文献采用时域频域联合分析法来充分获取相位编码信号等脉内时变信号的信息。文献[3-4]利用小波变换识别相位编码信号,但是当小波母函数取值不合理以及信噪比过低时,会导致算法的性能降低,而且运算量大、不利于工程实现。文献[5-7]分别采用非线性运算去调制法、相位差分法以及改进的循环谱截面法估计单个 BPSK 信号参数,但是都不适用于低信噪比的情况。文献[8]和[9]分别采用线短时傅里叶变换(Short time Fourier transform, STFT)和赵-阿特拉斯-马克斯分布(Zhao-Atlas-Marks, ZAM)对二相编码信号的码元信息及编码序列进行有效的估计,但在较低信噪比的环境 STFT 方法失效,ZAM 的估计精度也会下降。文献[10]采用阈值判别的检测方法并通过搜索时频矩阵最大值取平均的方法,可以实现低信噪比环境下二相编码信号参数估计,但是估计精度低。又因需要进行多脉冲积累,运算量大。文献[11]采用四阶循环累积量对 BPSK 信号的载频进行估计,算法较复杂运算量大。文献[12-13]采用常用的 3 dB 带宽功率谱重心法来估计载频,只能实现在一定的低信噪比范围内对相移键控(Phase shift keying, PSK)信号载频的较高精度估计,而且算法稳定度差。因此本文提出了基于平滑伪维格纳分布和最小熵<sup>[14]</sup>的 BPSK 信号参数估计新方法。该方法将信号的相位变化信息映射为时频域内信号在载频处的幅度变化信息,进而实现对 BPSK 信号的各项参数估计。由于 SPWVD 变换有很强的噪声滤除作用,该方法适用于较低信噪比下对 BPSK 的信号估计,而且算法实现简单、运算量低,适合于工程应用。

## 1 BPSK 信号模型及其 SPWVD 变换

BPSK 信号的时域表达式为

$$s(t) = A \sum_{i=1}^n \exp\{j(2\pi f_c t + \varphi(t))\} u_{T_p}(t - iT_p) + n(t) \quad (1)$$

式中:  $A$  为幅度;  $f_c$  为载频;  $\varphi(t) = \pi C_{\text{BPSK}}(t) + \varphi_0$ ,  $\varphi_0$  为初始相位;  $C_{\text{BPSK}}(t)$  可能的取值为 0 和 1, 对应的相位分别为  $0, \pi$ ;  $u_{T_p}(t) = \begin{cases} 1 & -\frac{T_p}{2} \leq t \leq \frac{T_p}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$ ,  $T_p$  为码元宽度,  $n$  为码元长度,  $n(t)$  为高斯白噪声。从

式(1)可以看出, BPSK 信号具有相位跳变特性, 在不发生相位跳变的情况下, 为频率不发生改变的单频信号, 时频分布的能量会在此频率处集中。为了抑制非线性变换产生的频率交叉项影响, Auger 和 Flandrin 等提出平滑伪 Wigner-Vile 分布(Smooth pseudo Wigner-Ville distribution, SPWVD), SPWVD 是一种时频分析方法, 其核函数在时间和频率上采用独立的平滑窗函数, 因此在保持强时频聚集性的同时降低了交叉项干扰。信号的 SPWVD 变换公式<sup>[15]</sup>为

$$\text{SPWVD}(t, f) = \iint g(u-t) s(t + \frac{\tau}{2}) s^*(t - \frac{\tau}{2}) h(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau du \quad (2)$$

式中:  $h$  和  $g$  分别为时域窗函数和频域窗函数。当  $g(t) = \delta(t)$  时, SPWVD 即为伪 Wigner-Vile 分布(Pseudo Wigner-Ville distribution, PWVD)。为了分析 BPSK 信号的 SPWVD, 可以从单频信号的 PWVD 入手, 单频信号数学模型为

$$p(t) = \begin{cases} A e^{j2\pi f_0 t + \varphi_0} & t < t_0 \\ A e^{j2\pi f_0 t + \varphi_0 + \Delta\varphi} & t \geq t_0 \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $A$  为幅度,  $f_0$  为载频,  $\varphi_0$  为初始相位,  $\Delta\varphi$  为在时刻  $t_0$  的跳变相位。假设 PWVD 采用窗长为  $T$ , 中心为  $t = T_0$  处的矩形窗, 则积分区域为  $[-\frac{T}{2} + T_0, \frac{T}{2} + T_0]$ 。当  $t_0 \notin [-\frac{T}{2} + T_0, \frac{T}{2} + T_0]$  时, 有

$$\lim_{f \rightarrow f_0} \text{PWVD}(t, f) = A^2 T \quad (4)$$

当  $t_0 = T_0$  时,有

$$\lim_{f \rightarrow f_0} \text{PWVD}(t, f) = A^2 T \cos \Delta \varphi \tag{5}$$

当  $t_0 = T_0 + \frac{\tau}{2}$  时,有

$$\lim_{f \rightarrow f_0} \text{PWVD}(t, f) = A^2 |\tau| + A^2 (T + |\tau|) \cos \Delta \varphi \tag{6}$$

由以上分析可得,信号 PWVD 变换后的幅值在载频相位跳变点处达到极小值。由于 BPSK 相当于含有多个跳变相位的单频信号,SPWVD 相当于 PWVD 在频域上加窗平滑,因此上述分析同样适用于 BPSK 的 SPWVD。13 位巴克码序列为[11111-1-111-11-11]。在本文中,当码元为 1 时,  $\varphi_i$  取为  $\pi$ , 否则为 0。图 1(a,b)分别给出了 13 位 Barker 码信号经过 SPWVD 变换后的三维图和在载频处的切片图。可以看出,当编码序列码元在 +1, -1 间转换时,SPWVD 变换结果在载频处呈现明显的负尖峰。

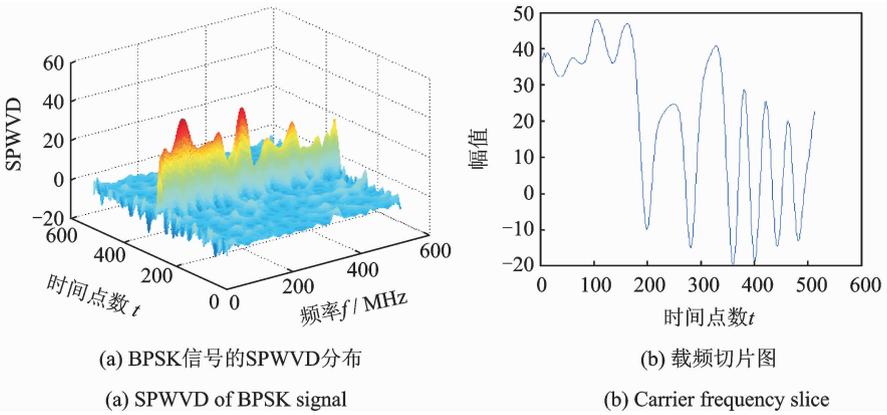


图 1 BPSK 信号的 SPWVD 分布和载频切片图

Fig. 1 SPWVD of BPSK signal and carrier frequency slice

## 2 BPSK 信号参数估计算法

### 2.1 算法流程

对 BPSK 信号进行 SPWVD 变换得到矩阵  $\mathbf{S}_{\text{SPWVD}}(t_m, f_n)$ , 并根据最小熵法估计出信号的载频  $\hat{f}_0$ , 搜索  $\mathbf{S}_{\text{SPWVD}}(t_m, f_n)$  在载频  $\hat{f}_0$  处的负尖峰突变点位置, 依此估计出 BPSK 信号的相关参数。具体流程如图 2 所示。

### 2.2 BPSK 信号载频估计

由于 BPSK 信号经过 SPWVD 变换后在信号载频处出现幅度负尖峰, 因此需要对载频进行精确估计。本文通过平滑伪维格纳分布和最小熵法来估计 BPSK 信号载频, 算法具体步骤如下:

(1) 对 BPSK 信号进行 SPWVD 变换, 得到二维时频矩阵  $\mathbf{S}_{\text{SPWVD}}(t_m, f_n)$ ,  $A(t_m, f_n)$  为时频矩阵在时间点数为  $m$ 、频点数为  $n$  处的幅度值。其中,  $m = 1, 2, \dots, M$ ,  $M$  为时域数据点数。  $n = 1, 2, \dots, N$ ,  $N$  为频域数据点数。时频矩阵  $\mathbf{S}_{\text{SPWVD}}(t_m, f_n)$  为

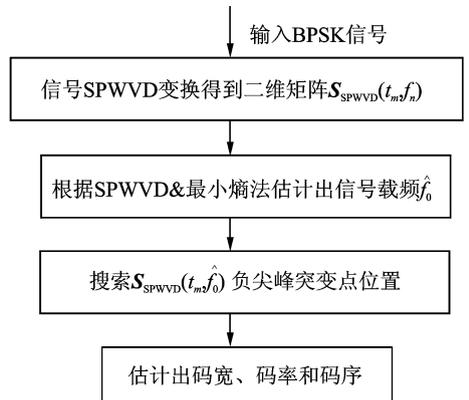


图 2 算法流程图

Fig. 2 Flow chart of the algorithm

$$\mathbf{S}_{\text{SPWVD}}(t_m, f_n) = \begin{bmatrix} A(t_1, f_1), \dots, A(t_m, f_1), \dots, A(t_M, f_1) \\ A(t_1, f_2), \dots, A(t_m, f_2), \dots, A(t_M, f_2) \\ \vdots \\ A(t_1, f_n), \dots, A(t_m, f_n), \dots, A(t_M, f_n) \\ \vdots \\ A(t_1, f_N), \dots, A(t_m, f_N), \dots, A(t_M, f_N) \end{bmatrix}$$

(2) 根据最小熵法估计信号  $s(t)$  的载频  $\hat{f}_0$ : 固定时频矩阵  $\mathbf{S}_{\text{SPWVD}}(t_m, f_n)$  的频率维, 取  $n=1$ , 计算频点  $f_1$  在时间维上  $M$  个点的能量并求和得到  $f_1$  处信号的能量为

$$P_{f_1} = \sum_{m=1}^M |A(t_m, f_1)|^2 \quad (7)$$

依次取  $n=2, 3, \dots, N$ , 计算出各频点  $f_n$  处的信号能量  $P_{f_n}$ 。搜索  $P_{f_n}$  中的最大值并得到最大能量值所在的频点位置  $n$ , 根据式(8)计算出信号  $s(t)$  的载频为

$$\hat{f}_0 = \frac{f_s}{N} \cdot \left[ \underset{n}{\operatorname{argmax}} \left( \sum_{m=1}^M |A(t_m, f_n)|^2 \right) \right] \quad n=1, 2, \dots, N \quad (8)$$

其中,  $f_s$  为信号采样频率。

### 2.3 BPSK 信号码宽、码率和编码序列估计

首先根据 2.2 节中的算法估计出 BPSK 信号的载频  $\hat{f}_0$ , 再搜索信号 SPWVD 变换后的幅度序列负尖峰位置, 与起始位置, 终止位置构成位置序列  $[m_0, m_1, \dots, m_i, \dots, m_n, m_{n+1}]$ , 其中  $m_0$  为信号起始采样位置,  $m_{n+1}$  为信号终止采样位置,  $m_i (1 \leq i \leq n)$  表示第  $i$  个负尖峰对应的采样点位置,  $n$  为负尖峰数。为了避免将负尖峰处出现的毛刺误判为负尖峰, 在搜索负尖峰时, 将间隔很小(通常为 5 个采样点以内)的相邻负尖峰认为是一个负尖峰。然后进一步对位置序列进行差分运算得到位置序列中各相邻位置的采样点间隔  $[\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_j, \dots, \Delta_{n+1}]$ , 其中  $\Delta_j = m_j - m_{j-1}, j=1, 2, \dots, n+1$ 。令最小采样间隔为  $\Delta_{\min} = \min \Delta_j$ , 则码宽估计值为

$$\hat{T}_b = \Delta_{\min} \cdot T_s \quad (9)$$

其中,  $T_s$  为采样周期。信号码率的估计值为

$$\hat{f}_b = 1/\hat{T}_b \quad (10)$$

通过

$$n_j = \operatorname{round} \left( \frac{\Delta_j}{\Delta_{\min}} \right) \quad (11)$$

估计出由负尖峰分隔开的每段信号中包含的码元个数, 其中  $\operatorname{round}$  为四舍五入取整。并由此估计出码元序列  $\hat{P}_m$ 。但是, 存在的问题是估计出的码元序列有两种情况  $P_m, P_{-m}$ 。其中一种是原码, 一种是原码的反码。按照如式(12)所示的估计器<sup>[12]</sup>对序列进行判断即可估计出真正的码元序列。

$$\hat{P}_m = \operatorname{argmin} \{ \|\hat{S}_m(\hat{f}_0, \hat{T}_b, \hat{P}_m, t) - x(t)\| \}_{P_m \in (P_m, -P_m)} \quad (12)$$

## 3 仿真及性能分析

Matlab 仿真验证了本文算法的有效性。仿真参数设置为: 采用 13 位 Barker 码序列 [11111-1-111-11-11] 对 BPSK 信号进行编码, 载频  $f_0 = 75$  MHz, 码率  $f_b = 7.5$  MHz, 采样率  $f_s = 300$  MHz, 快拍数取 512, 噪声为高斯白噪声。

**实验 1** 对于 BPSK 信号载频估计, 对比仿真了最小熵法和现有常用的 3 dB 带宽功率谱重心法两种方法。在  $-14 \sim 0$  dB 的信噪比环境下, 对两种方法分别进行 500 次 Monte Carlo 实验仿真, 仿真结果如图 3 所示。可以看出当信噪比低于  $-8$  dB 时, 现有方法对载频的估计精度迅速下降, 而本文提出的算法对载频的估计精度在  $-14$  dB 时仍可达到 83.9%。仿真结果证明, 本文提出的平滑伪维格纳分布和最小熵法提高了对 BPSK 信号的载频估计精度, 并且适用于更低的信噪比环境。

**实验 2** 对于 BPSK 信号的码宽、码序的估计,对比仿真了 SPWVD 变换和 ZAM 变换两种方法。信噪比选为  $-7$  dB,SPWVD 及 ZAM 分布的窗函数选为 Hamming 窗,窗长分别为 33,65 进行仿真分析。图 4 为信号经 ZAM 变换后在载频处的切片图,可以看到在低信噪比的情况下信号负尖峰处出现大量毛刺。图 5 为信号经 SPWVD 变换后在载频处的切片图。从图 5 可以看出,信号在载频处幅度突变出现负尖峰,其对应的时间点序列为  $[202, 283, 360, 402, 442, 484]$ ,做差分得到相邻负尖峰间距为  $[81, 77, 42, 40, 42]$ ,最小负尖峰间距为 40,按照式(9)计算出 BPSK 信号码宽为  $\hat{T}_b = 0.13 \mu s$ ,按照式(10)算出信号码率为  $\hat{f}_b = 7.5$  MHz,按照码序估计方法得到相邻负尖峰间包含的码元个数序列为  $[5, 2, 2, 1, 1]$ ,估计出码序为  $[11111-1-111-11-11]$ 。仿真结果与仿真参数设置一致。图 6 为进行 500 次 Monte Carlo 实验得到的码宽估计精度随信噪比变化的曲线。从图 6 可以看出,SPWVD 变换与 ZAM 变换在低信噪比条件下相比,前者对码元宽度的估计精度明显高于后者。

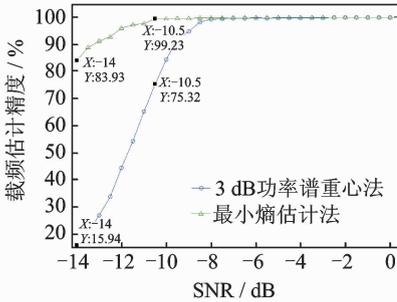


图 3 载频估计精度随信噪比变化曲线  
Fig. 3 Center frequency estimation accuracy with SNR curve

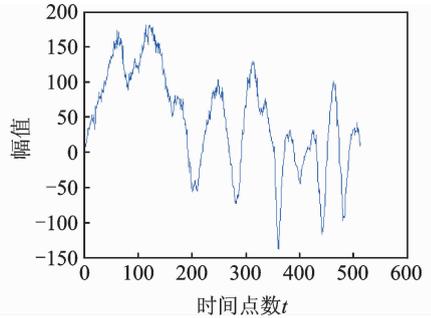


图 4 ZAM 变换后载频处切片图 (SNR=7 dB)  
Fig. 4 ZAM transform slice at center frequency (SNR=7 dB)

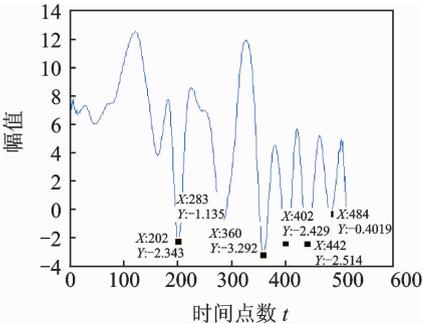


图 5 SPWVD 变换后载频处切片图  
Fig. 5 SPWVD transform slice at center frequency

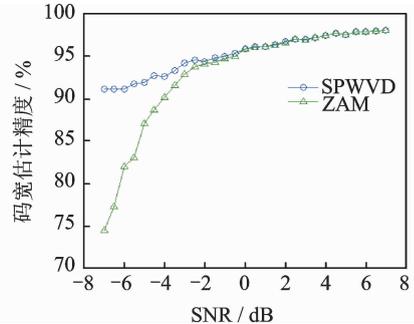


图 6 码宽估计精度随 SNR 变化曲线  
Fig. 6 Code width estimation accuracy with SNR curve

## 4 结束语

本文提出用平滑伪维格纳分布和最小熵法对二相编码信号参数估计,利用了最小熵法对 BPSK 信号经过 SPWVD 变换得到的二维时频矩阵进行处理,提高了对 BPSK 信号的载频估计精度。然后利用 SPWVD 变换结果对在载频处出现的幅度负尖峰突变信息估计出信号码宽,由此进一步实现码率、编码序列的估计。本算法对 BPSK 信号参数估计精度高,并且适用于更低的信噪比环境。仿真结果以及性能分析均验证了算法的有效性。

## 参考文献:

[1] Kawaleo A, Owczarek R. Radar emitter recognition using intra pulse data[C]//Proceedings of 15th International Conference on Microwaves, Radar and Wireless. Warsaw, Poland;IEEE,2004;435-438.

- [2] Cui T, Tang J, Gao F F, et al. Moment-based parameter estimation and blind spectrumsensing for quadrature amplitude modulation[J]. *IEEE Transaction on Communications*, 2011, 59(2): 613-623.
- [3] Wang Long, Zhang Gengxin, Bian Dongming, et al. Blind symbol rate estimation of satellite communication signal by Harr wavelet transform[J]. *Journal of Electronics*, 2011, 28(2): 198-203.
- [4] 吴江标, 万方, 郁春来. 基于小波变换法的相位编码信号脉内特征提取[J]. *航天电子对抗*, 2005, 21(3): 38-40.  
Wu Jiangbiao, Wan Fang, Yu Chunlai. Intra pulse feature extraction based on wavelet transform [J]. *Journal of Aerospace Electronic Warfare*, 2005, 21(3): 38-40.
- [5] 朱霞, 刘渝, 狄慧. 一种低信噪比下 QPSK 信号盲处理方法[J]. *数据采集与处理*, 2011, 26(5): 553-558.  
Zhu Xia, Liu Yu, Di Hui. Blind processing method for QPSK signal under low SNR[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2011, 26(5): 553-558.
- [6] 黄知涛, 周一宇, 姜文利. 一种相位编码序列恢复方法[J]. *信号处理*, 2002, 18(2): 141-146.  
Huang Zhitao, Zhou Yiyu, Jiang Wenli. A new approach to restoring the phase-coding sequence[J]. *Journal of Signal Processing*, 2002, 18(2): 141-146.
- [7] 崔伟亮, 江桦, 李剑强, 等. 改进的循环谱快速算法与性能分析[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(7): 1594-1599.  
Cui Weiliang, Jiang Hua, Li Jianqiang, et al. Improved fast cyclic spectral estimation algorithm and performance analysis [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(7): 1594-1599.
- [8] 殷吉昊, 汪玲, 陈天麒. 一种多个二相编码信号载频、码率与编码序列估计方法[J]. *信号处理*, 2006, 22(5): 639-543.  
Yin Jihao, Wang Ling, Chen Tianqi. An algorithm of estimating carrier frequency, symbol rate and phase-coded sequence of binary phase-coded signals[J]. *Journal of Signal Processing*, 2006, 22(5): 639-543.
- [9] 曾小东, 曾德国, 唐斌. 基于 ZAM-GTFR 的 2FSK/BPSK 复合信号参数估计方法[J]. *电子信息对抗技术*, 2011, 26(2): 9-14.  
Zeng Xiaodong, Zeng Deguo, Tang Bin. Parameter estimation approach of 2FSK/BPSK hybrid signal based on ZAM-GTFR [J]. *Electronic Warfare Technology*, 2011, 26(2): 9-14.
- [10] 吕明久, 周铭, 韩俊, 等. 一种低信噪比二相编码信号时频分析方法[J]. *雷达科学与技术*, 2010, 8(6): 549-552.  
Lv Mingjiu, Zhou Ming, Han Jun, et al. A time-frequency analysis method for low SNR BPSK signals[J]. *Radar Science and Technology*, 2010, 8(6): 549-552.
- [11] 付琴琴. 相位编码信号的参数估计[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2012.  
Fu Qinqin. The parameters estimation of phase-coded signals[D]. Xi'an: Xidian University, 2012.
- [12] 张雯雯, 刘黎平. 一种新的相位编码信号识别方法[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2009, 30(10): 1204-1208.  
Zhang Wenwen, Liu Liping. A new recognition method for phase-shift keying signals[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2009, 30(10): 1204-1208.
- [13] 马秀荣, 张媛. 基于功率谱 FFT 的 BPSK 信号参数估计[J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(5): 1252-1256.  
Ma Xiurong, Zhang Yuan. Parameters estimations of BPSK signals based on power spectral FFT[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(5): 1252-1256.
- [14] Xing M D, Su J H, Wang G Y, et al. New parameter estimation and detection algorithm for high speed small target[J]. *IEEE Trans Aerosp Electron Syst*, 2011, 47(1): 214-224.
- [15] 熊刚, 杨小牛, 赵惠昌. 基于平滑伪 Wigner 分布的伪码与线性调频复合侦查信号参数估计[J]. *电子与信息学报*, 2008, 30(9): 2115-2119.  
Xiong Gang, Yang Xiaoniu, Zhao Huichang. Parameters estimations of reconnaissance signal combined PN and LFM based on smoothed pseudo Wigner distribution[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(9): 2115-2119.

#### 作者简介:



蒙妍(1993-), 女, 硕士研究生, 研究方向: 雷达信号多域联合分析, E-mail: 2621762259@qq.com.



李立功(1966-), 研究员级高级工程师, 研究方向: 电子测量技术研究、产品开发和项目管理。



张林让(1966-)男, 教授, 博士生导师, 研究方向: 自适应信号处理、阵列信号处理、非平稳信号处理、雷达系统建模、仿真与评估。



彭辉杰(1993-), 男, 硕士研究生, 研究方向: 针对多种雷达信号进行多域联合分析。



赵永志(1982-), 男, 工程师, 研究方向: 信号接收与分析技术研究和产品开发。