

# 利用 FFT 实现对 LFM 信号的快速稀疏分解

欧国建<sup>1,2</sup> 张淑芳<sup>2</sup> 邓剑勋<sup>2</sup> 蒋清平<sup>1</sup>

(1. 重庆大学飞行器测控与通信教育部重点实验室, 重庆, 400044; 2. 重庆电子工程职业学院软件学院, 重庆, 401331)

**摘要:** 针对传统稀疏分解算法致使冗余字典中原子数量巨大的缺陷, 提出一种线性调频信号的快速稀疏分解算法。这种算法根据线性调频信号本身的特点构建冗余字典中的原子, 构建了两个冗余字典, 通过级联的方式, 完成了线性调频信号的快速稀疏分解。通过分析, 采用这种级联的方式使得总的原子数量远小于一个冗余字典中的原子数量。在利用第一个冗余字典进行稀疏分解时, 该算法通过快速傅里叶变换寻找最大值在另一个冗余字典中同时得到最匹配的原子。实验结果证实这种算法比其他 3 种采用单一冗余字典的稀疏分解算法, 不仅加快了稀疏分解速度, 而且具有更好的收敛性。

**关键词:** 稀疏分解; 线性调频信号; 匹配追踪; 级联字典

**中图分类号:** TP399      **文献标志码:** A

## Fast Sparse Decomposition of Linear FM Signal Using FFT

Ou Guojian<sup>1,2</sup>, Zhang Shufang<sup>2</sup>, Deng Jianxun<sup>2</sup>, Jiang Qingping<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Aircraft Tracking Telemetry & Command and Communication, Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing, 400044, China; 2. School of software, Chongqing College of Electronic Engineering, Chongqing, 401331, China)

**Abstract:** This paper proposes a fast algorithm for sparse decomposition of linear FM (LFM) signal to solve the deficiency of traditional methods that there are a large number of atoms. The atoms in the over-complete dictionary are structured based on linear FM signal, and fast sparse decomposition of LFM is completed by using combined dictionary. By analysis, the number of atoms in two over-complete dictionaries is much smaller than that in one over-complete dictionaries, and the most matched atom in another dictionary can be found with the use of searching the maximum based on fast Fourier transform. Simulation results show that the computational efficiency of the proposed method is better than that of three other algorithms using one over-completed dictionary, and the sparsity is better.

**Key words:** sparse decomposition; linear FM (LFM) signal; matching pursuit; combined dictionary

## 引 言

多项式相位信号在雷达、声呐、地震波和无线通信等领域都有广泛的应用<sup>[1-8]</sup>。作为一种多项式相

位信号,线性调频信号(Linear FM signal, LFM)也出现在这些科学和工程领域。对于固定的接收机, LFM 信号可用来估计移动目标的运动轨迹;另外,在一定条件下,它也提供了一种成功的数字调制方法。由于它的广泛应用,很多研究者都比较关注于它的检测与参数估计,也提出了很多理论与方法<sup>[9-12]</sup>,这些方法中有些研究者提出了用稀疏分解来实现对 LFM 信号的参数估计,比如文献[6]使用 Gabor 原子实现对 LFM 信号的参数估计,其运算量大,在确定了最匹配的原子后,需采用 Hough 变换对处于直线分布的原子进行参数提取,这种变换也进一步加大了运算量。另外采用 Gabor 原子来实现 LFM 信号的稀疏分解,从结果来看,它的稀疏度并不高,并不利于对 LFM 信号的参数估计。文献[11, 12]采用了与 LFM 信号结构相同的 Chirplet 原子来实现对 LFM 信号的稀疏分解,然而它的运算量依然很大,其复杂度为  $O(N^2)$ 。

贪婪方法和凸松弛方法是信号稀疏分解的两类主要分解方法,前者的主要代表是匹配追踪(Matching pursuit, MP)<sup>[13]</sup>,后者为基追踪(Basis pursuit, BP)<sup>[14]</sup>。不论是贪婪方法或者凸松弛方法,过完备字典中原子都存在数量巨大的问题,从而出现较高的计算复杂度。许多研究者为了提高稀疏分解速度,提出了相应的智能算法,比如遗传算法和粒子群算法<sup>[15-18]</sup>,然而由于这些智能算法中存在一定的随机性,因此它们在某些应用场合可能并不适用,并且即使采用了这些智能算法,其分解速度也有待进一步的提高。另外,基于原子集合划分的快速算法也被一些研究者提出<sup>[19]</sup>,虽然,随机性问题在这类快速算法中不存在,但这类快速算法主要以 Gabor 原子为研究对象,以减少原子库中原子数量为目的,收敛速度和稀疏分解速度仍然需要进一步的提高。还有一些研究者利用分数阶傅里叶变换对多项式相位信号进行稀疏分解<sup>[20, 21]</sup>,虽然分数阶傅里叶变换对多项式相位信号具有能量聚集特性,能反映出信号在时域和频域的信息,但它在稀疏分解中仍然面临过完备字典中原子数量庞大的问题。

为了减少冗余字典中的原子数量,加快 LFM 信号稀疏分解速度,同时提高稀疏分解的收敛速度,本文提出了一种 LFM 信号快速稀疏分解算法。这种算法采用级联字典的方式,在每个字典中,其原子结构更接近于 LFM 信号,并利用快速的傅里叶变换,极大加快了 LFM 信号的稀疏分解和它的收敛速度。这种方法通过实验结果证实,不仅稀疏分解速度快、稀疏度高,而且有利于 LFM 信号的参数估计。

## 1 信号的稀疏分解

稀疏分解就是信号用较少的原子通过线性组合来表示<sup>[13, 22]</sup>,它的模型表达为

$$y = \Phi \alpha \quad \text{满足} \quad \|\alpha\| \quad (1)$$

式中:信号  $y \in \mathbf{R}^{N \times 1}$ ,  $\alpha \in \mathbf{R}^{M \times 1}$ ;  $\|\alpha\|_0$  为稀疏度,  $\|\alpha\|_0 = M$ ,字典  $\Phi \in \mathbf{R}^{N \times M}$ 。对于式(1)的求解,只能用组合方法,需要系统地检验所有项的潜在组合,这是非确定性问题(Non-deterministic polynomial, NP)难的组合优化问题。为了解决该问题, Mallat 和 Zhang 提出了利用贪婪技术的匹配追踪算法<sup>[9]</sup>。匹配追踪的具体做法为:设定初始残余信号  $R^0 y$  等于  $y$ ,接着计算  $R^0 y$  与冗余字典  $\Phi$  中所有原子的内积,并在这些内积中寻找最大内积的原子,通过该原子得到分解系数  $\alpha_0$ ,然后计算下一步残余信号  $R^1 y$  和逼近。

在第  $k$  步,求解  $\alpha_k = [R^k y, g_k] = \max | [R^k y, g_m] |$ ,同时计算新的残余信号  $R^{k+1} y$  和新的逼近,即  $R^{k+1} y = R^k y - \alpha_k g_k$  和  $y = \sum_{i=1}^k \alpha_i g_i + R^{k+1} y$ 。

由于 Gabor 原子频率不随时间变化,对于 LFM 信号的稀疏分解,采用时频域内聚集性好的 Chirplet 原子通过稀疏分解更有利于 LFM 信号的参数估计,并且更稀疏。Chirplet 原子可表示为

$$g_r(s, u, \xi, c) = \frac{1}{\sqrt{s}} g\left(\frac{t-u}{s}\right) \exp\left[j\left(\xi(t-u) + \frac{c}{2}(t-u)^2\right)\right] \quad (2)$$

式中:  $s$  和  $u$  分别为尺度因子和信号的时间中心;  $\xi$  和  $c$  分别为频率中心和信号调频斜率。

## 2 LFM 信号的快速稀疏分解算法

设 LFM 信号模型为<sup>[23]</sup>

$$y(t) = A \exp \left\{ j2\pi \left( f_0 t + \frac{Kt^2}{2} \right) \right\} \quad (3)$$

式中:  $f_0$  为初始频率,  $K$  为调频斜率,  $A$  为信号幅度。当  $A = 1$  时, 离散 LFM 信号模型表示为

$$y(n) = \exp \left\{ j2\pi \left[ f_0 n + \frac{Kn^2}{2} \right] \right\} \quad (4)$$

对 LFM 信号, 采用 Chirplet 原子进行稀疏分解时, 由于采用匹配追踪算法时需要对原子进行归一化处理, 即

$$g'_r(t) = \frac{g_r(t)}{\sqrt{g_r(t)_2}} = \frac{g\left(\frac{t-u}{s}\right) \exp \left[ j \left( \xi(t-u) + \frac{c}{2}(t-u)^2 \right) \right]}{\left[ \left\{ g\left(\frac{t-u}{s}\right) \exp \left[ j \left( \xi(t-u) + \frac{c}{2}(t-u)^2 \right) \right] \right\}^{-T} \times \left\{ g\left(\frac{t-u}{s}\right) \exp \left[ j \left( \xi(t-u) + \frac{c}{2}(t-u)^2 \right) \right] \right\} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (5)$$

从式(5)可以看出, 原子的归一化处理使得尺度因子失去了作用, 另外, 为了使构建的原子更接近 LFM 信号的特点, 可进一步去掉高斯窗函数  $g\left(\frac{t-u}{s}\right)$  和位移因子  $u$ , 根据 LFM 信号模型, 过完备字典的原子可表示为

$$g_\gamma = \left( \frac{1}{N} \right) \exp \left[ j2\pi \left( f_u n + \frac{K_v n^2}{2} \right) \right] \quad (6)$$

式中:  $f_u$  为 LFM 信号的起始频率,  $K_v$  为 LFM 信号的调频斜率。根据搜索精度和范围, 以均匀取值的方式, 设定  $f_u$  的搜索个数为  $U$ ,  $K_v$  搜索个数为  $V$ , 可构造为

$$G_f \{ g_\gamma \}_{\gamma \in \Gamma} = \begin{bmatrix} g_{\gamma=(f_1, K_1)} & g_{\gamma=(f_1, K_2)} & \cdots & g_{\gamma=(f_1, K_V)} \\ g_{\gamma=(f_2, K_1)} & g_{\gamma=(f_2, K_2)} & \cdots & g_{\gamma=(f_2, K_V)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{\gamma=(f_U, K_1)} & g_{\gamma=(f_U, K_2)} & \cdots & g_{\gamma=(f_U, K_V)} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中:  $\gamma = (f_u, K_v)$  为原子时频参数组,  $\Gamma$  为  $\gamma$  的集合, 冗余字典的原子个数为  $U \times V$ , 假设信号长度  $N = 256, U = V = 500$ , 则有  $U \times V = 250\ 000$ , 很明显原子个数比信号长度  $N$  大得多。如果字典中采用 Gabor 原子, 则原子数量为  $L_D = 52(N \log_2 N + N - 1) = 119\ 756$ 。可以看出, 这种原子数量远远超过采用 Gabor 原子得到的原子数量, 因此, 为了加快稀疏分解速度, 需要利用相应的算法来减少计算量, 从而实现快速稀疏分解的目的。

根据匹配追踪算法, 展开系数  $\alpha_0$  的选取采用求解  $R^0 y$  与原子集合  $\{g_m\}$  的最大内积来获得, 根据式(6)的原子, 有

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= [R^0 y, \psi_0] = \max | [R^0 y, \psi_m] | = \\ & \max \left| \sum_{n=1}^N \frac{1}{N} \exp \left\{ j2\pi \left[ f_0 n + \frac{Kn^2}{2} \right] \right\} \exp \left[ -j2\pi \left( f_u n + \frac{K_v n^2}{2} \right) \right] \right| = \\ & \max \left| \sum_{n=1}^N \frac{1}{N} \exp \left\{ j2\pi \left[ (f_0 - f_u) n + \frac{(K - K_v) n^2}{2} \right] \right\} \right| \end{aligned} \quad (8)$$

从式(8)可以看出, 当  $f_0 - f_u = 0$  和  $K - K_v = 0$  时,  $\alpha_0$  必将取得最大值; 当  $K - K_v = 0$  且  $f_0 - f_u \neq 0$ ,

$\exp\left\{j2\pi\left[(f_0 - f_u)n + \frac{(K - K_v)n^2}{2}\right]\right\}$  是一个正弦波信号,通过傅里叶变换,它必将在  $f = f_0 - f_u$  取得最大值。

通过以上分析可知,当 LFM 信号的二次相位系数与调频斜率参量  $K_v$  匹配时,就有一个正弦波信号出现,这样就可以用快速傅里叶变换的方法来实现快速的稀疏分解。

由于采用式(6)的原子来构建过完备字典时原子数量庞大,下面将采用两个字典联合的方式对 LFM 信号进行稀疏分解。

根据式(6),可得

$$g_\gamma = \left(\frac{1}{N}\right) \exp\left[j2\pi\left(f_u n + \frac{K_v n^2}{2}\right)\right] = \left(\frac{1}{N}\right) \exp\left[j2\pi\frac{K_v n^2}{2}\right] \exp[j2\pi f_u n] \quad (9)$$

根据式(7),在构造第一个字典  $\Phi_1$  中,可设定基于调频斜率参量  $K_v$  的原子,为

$$\begin{cases} g_{\gamma_i} = \exp\left[j2\pi\frac{K_v n^2}{2}\right] \\ G_f\{g_{\gamma_i}\}_{\gamma_i \in \Gamma_1} = [g_{\gamma_i=(K_1)} \quad g_{\gamma_i=(K_2)} \quad \cdots \quad g_{\gamma_i=(K_U)}] \end{cases} \quad (10)$$

可以看出,字典  $\Phi_1$  中原子的数量为  $U$ ,因此有

$$\begin{aligned} \alpha_0 = [R^0 y, \phi_0] &= \max | [R^0 y, \psi_m] | = \max \left| \sum_{n=1}^N \exp\left\{j2\pi\left[f_0 n + \frac{K n^2}{2}\right]\right\} \exp\left[-j2\pi\frac{K_v n^2}{2}\right] \right| = \\ &= \max \left| \sum_{n=1}^N \exp\left\{j2\pi\left[f_0 n + \frac{(K - K_v)n^2}{2}\right]\right\} \right| \end{aligned} \quad (11)$$

在式(11)中,当  $K - K_v$  越接近 0,很明显,

$\exp\left\{j2\pi\left[f_0 n + \frac{(K - K_v)n^2}{2}\right]\right\}$  越接近正弦信号,通过傅里叶变换其绝对值越大。从图 1 可看出,当  $K - K_v = 1.25 \times 10^{-10}$  时,信号傅里叶变换的绝对值存在一个明显的尖峰,而  $K - K_v = 1.25 \times 10^{-3}$  和  $K - K_v = 2.25 \times 10^{-3}$  则没有出现这样的尖峰。很明显,当  $K - K_v$  越小,在信号傅里叶变换后的绝对值中存在的最大值也越大。

基于起始频率  $f_u$  来构建第 2 个字典  $\Phi_2$ ,为

$$\begin{cases} g_{\gamma_i} = \exp[j2\pi f_u n] \\ G_f\{g_{\gamma_i}\}_{\gamma_i \in \Gamma_2} = [g_{\gamma_i=(f_1)} \quad g_{\gamma_i=(f_2)} \quad \cdots \quad g_{\gamma_i=(f_U)}] \end{cases} \quad (12)$$

对于式(12)中  $f_u$  参数的设定,根据傅里叶变换表达为

$$\begin{cases} Y(k) = \sum_{j=1}^N y(j) \omega_N^{(j-1)(k-1)} \\ \omega_N = e^{(-2\pi i)/N} \end{cases} \quad (13)$$

可以看出,  $f_u$  的设定对应于傅里叶变换中的  $\omega_N$ ,这就意味着可通过快速傅里叶变换来寻找字典  $\Phi_2$  中最匹配的原子。

根据上面分析,得出 LFM 信号的快速稀疏分解算法为:

(1) 构造基于调频斜率参量  $K_v$  的字典  $\Phi_1$ ,其原子设为  $g_{\gamma_i} = \exp\left[j2\pi\frac{K_v n^2}{2}\right]$ ,根据搜索精度可设定原子的个数为  $V$ 。

(2) LFM 信号与每一个原子共轭相乘,并对乘积后的信号进行快速傅里叶变换。

(3) 求取所有傅里叶变换的最大值,其对应的原子即为最匹配的原子,并且最大值所对应的频率就是构建的基于起始频率  $f_u$  的第 2 个字典  $\Phi_2$  中最匹配的原子频率。

(4) 根据  $\Phi_1$  和  $\Phi_2$  中最匹配的原子参数,得到 LFM 信号最匹配的原子。

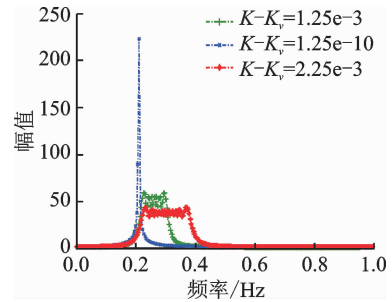


图 1 不同  $K - K_v$  的傅里叶变换  
Fig. 1 Fourier transformation with different  $K - K_v$

### 3 算法复杂度分析

采用Gabor原子的冗余字典,其原子数量为  $L_D = \sum_{j=1}^{\log_2 N} \sum_{p=1}^{N \times 2^{-j+1}} \sum_{k=0}^{2^{j-1}} \sum_{i=0}^{12} 1$ , 简化为  $L_D = 52(N \log_2 N + N - 1)$  [24],

可以看出,原子数量  $L_D$  是一个非常大的数,例如当信号长度  $N = 1024$ ,则原子数量  $L_D = 585676$ ,这使得稀疏分解的计算量很大。而在本文提出的算法里,由于采用了级联字典,对比于采用一个字典,整个原子的数量极大减少了。其级联字典中原子的数量由参数范围和设定的精度决定,与信号的长度无关,比如  $K_v$  的搜索范围设定为  $[1 \times 10^{-3}, 5 \times 10^{-3}]$ ,精度设为  $1 \times 10^{-6}$ ,则冗余字典  $\Phi_1$  中原子数量为 4001个,而字典  $\Phi_2$  中原子的数量由快速傅里叶变换的点数决定,其原子数量也是一个比较小的数,比如信号长度为 712,为了提高快速傅里叶变换的精度,设定其点数为 1024,则  $\Phi_2$  中原子个数为 1024。这样总的原子数为 5025个,这个数与采用Gabor原子相比,其计算复杂度必然大大减少。

从算法的复杂度看,采用Gabor原子的计算复杂度为  $O(N^4)$ ,而本文提出的算法,对于第1个字典,它的稀疏分解复杂度为  $O(N)$ 。对于第2个字典,由于每个原子的处理都要用到FFT,而FFT的计算复杂度为  $O(N \log N)$ ,因此它的稀疏分解复杂度为  $O(N^2 \log N)$ 。

### 4 实验及结果分析

为了验证算法的快速性,实验中采用主频为 3.40 GHz 的双核 Intel(R) Core(TM) i7-6700 CPU 计算机,软件环境为 Matlab 7.0。实验设定 LFM 信号为  $y = \exp(j(a_2 t^2 + a_1 t)) + u(t)$ , 其中  $u(t)$  表示加性高斯白噪声。信号的信噪比分别设为 SNR = 10, 15 和 20 dB,参数  $a_2, a_1$  设为  $(a_2, a_1) = (1.25 \times 10^{-3}, 4.4874)$ , 采样时间间隔  $t_s = 1$  s,信号长度设为  $N = 915$ ,根据本文提出的快速稀疏分解算法,首先构造字典  $\Phi_1$ ,其原子设为  $g_{\nu_i} = \exp(j2\pi \frac{K_{\nu} n^2}{2})$ ,其中  $K_{\nu}$  的搜索范围设为  $[\frac{1 \times 10^{-3}}{\pi}, \frac{2 \times 10^{-3}}{\pi}]$ ,搜索精度设为  $(\frac{1 \times 10^{-6}}{\pi})$ ,则原子个数为 1000。然后,进行算法的其余 3 步,找到最匹配的原子。在第 3 步设定字典  $\Phi_2$  中原子个数时,设定原子个数为 1024 个。在稀疏分解中,设定迭代次数为 20 次。重构信号如图 2 所示,从图 2 可以看出,采用本文提出基于级联字典的快速稀疏分解算法,重构信号能较好地逼近初始信号。

对于本文提出的算法,为了更好地体现它的快速性和收敛速度,以基于Gabor原子的匹配追踪算法,基于遗传算法的快速稀疏分解以及最近提出的基于调制相关划分 (Partition the over-complete dictionary based on modulation correlation, PBMC) [19] 的快速稀疏分解进行对比。首先考虑的是在相同迭代次数条件下不同信号长度的运算时间,设定稀疏分解的迭代次数为 100 次,信号长度分别定义为

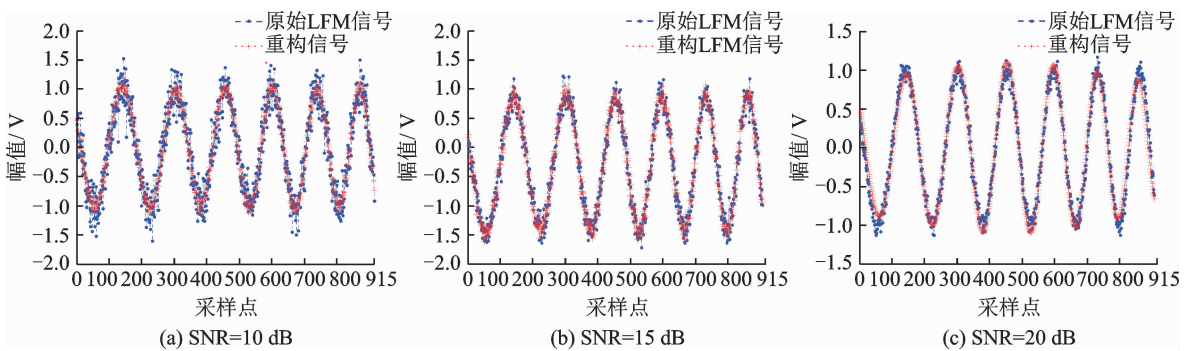


图 2 原始信号与重构信号  
Fig. 2 Original signal and restructured signal

257, 313, 513 和 915, 这 4 种算法的计算时间如图 3 所示, 从图 3 可知, 对于相同的迭代次数, 基于遗传算法的信号稀疏分解速度很明显最快, 最慢的是采用 MP 算法进行的信号稀疏分解, 其计算复杂度必然是最高的。而随着信号长度的增加, 从图 3 中的两条相交曲线可以看出, 在信号长度为 513 时, PBMC 算法的稀疏分解时间与本文所提出的基于级联字典的快速稀疏分解算法所用时间比较接近, 之后逐渐超过, 在信号长度为 915 时, 计算时间超过比较明显。

对于相同的迭代次数, 本文提出的快速算法, 虽然它的稀疏分解速度不是最快的, 然而这种算法的收敛速度非常快, 如图 4 所示。从图 4 可以看出, 通过 4 种算法得到的归一化分解系数比较, 可以看出本文提出的快速算法进行稀疏分解时, 其分解系数的绝对值比其他算法向零衰减的速度要快得多, 这意味着根据相同的稀疏分解门限, 采用该算法进行稀疏分解, 所需的迭代次数最少。对此, 设定稀疏分解门限为 10, 15, 20 和 35, 则 4 种算法在信号长度为 257 时所用的时间如图 5 所示。可以看出, 在相同的信号长度下, 对于相同的稀疏分解门限, 本文所提出的算法比其他 3 种算法都有较快的稀疏分解速度, 其中比 PBMC 算法快 1 个数量级, 比 MP 算法快 4 个数量级, 而且随着信号长度的增加, 表现更加突出。从实验结果来看, 本文提出的快速算法不仅具有快速的稀疏分解特性, 而且有很好的收敛性。

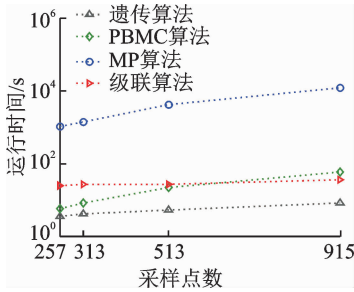


图 3 迭代次数相同时 4 种算法的运行时间

Fig. 3 Running time of four algorithms with same number of iterations

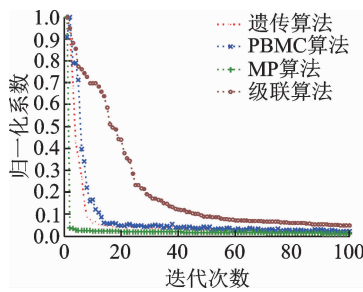


图 4 归一化分解系数  
Fig. 4 Normalized decomposition coefficients

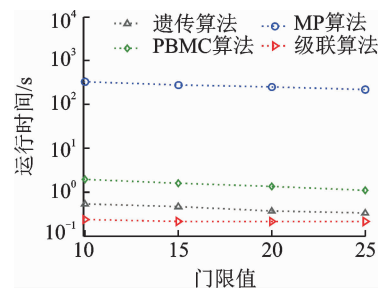


图 5 不同门限的运行时间  
Fig. 5 Running time by using different thresholds

## 5 结束语

本文提出的快速稀疏分解算法主要根据 LFM 信号的特点, 采用级联字典的方式, 对比采用一个冗余字典, 极大地减少了原子数量, 同时利用快速傅里叶变换, 大大加快了稀疏分解的速度, 同时也具有较好的收敛速度。在分解速度和收敛速度上, 本文提出的快速稀疏分解算法在实验中通过对比显示了它具有较好的性能。另外, 本文提出的针对 LFM 信号快速稀疏分解算法, 不仅对 LFM 信号的稀疏分解有重要意义, 而且对于 LFM 信号的检测和参数估计, 同样具有重要的意义。

## 参考文献:

- [1] Djurović M S. Parameter estimation of non-uniform sampled polynomial-phase signals using the HOCPPF-WD[J]. *Signal Processing*, 2015, 106(1): 253-258.
- [2] Ou G J, Yang S Z, Deng J X, et al. A refined estimator of multicomponent third-order polynomial phase signals[J]. *IEICE Transactions on Communications*, 2016, E99-B(1): 143-151.
- [3] Djurović I, Djukanović S, Simeunović M, et al. An efficient joint estimation of wideband polynomial-phase signal parameters and direction-of-arrival in sensor array [J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2012, 2012(43): 1-19.
- [4] Robby G, McKilliam I, Vaughan L, et al. The asymptotic properties of polynomial phase estimation by least [C] // *Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2011 IEEE International Conference on. [S. l.]: IEEE, 2011: 3592-3595.
- [5] Djukanović S, Djurović I. Aliasing detection and resolving in the estimation of polynomial-phase signal parameters[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(1): 235-239.

- [6] Guo Jinku, Zou Hongxing, Yang Xiaojun. Parameter estimation of multicomponent chirp signals via sparse representation [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(3): 2261-2268.
- [7] Djuric P M, Kay S M. Parameter estimation of chirp signals [J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 1990, 38(12): 2118-2126.
- [8] Yuan Weiming, Wang Min, Wu Shunjun. Algorithm for the detection and parameter estimation of multicomponent LFM signals [J]. Journal of Electronics, 2005, 2(22): 185-189.
- [9] 郭汉伟, 王岩, 杨凤凤, 等. 基于小波 Radon 变换检测线性调频信号 [J]. 国防科技大学学报, 2005, 25(1): 91-94.  
Guo Hanwei, Wang Yan, YANG Fengfeng, et al. Linear chirp signals detection by wavelet radon transform [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2005, 25(1): 91-94.
- [10] 江宝安, 万群. 基于 Gabor-Radon 变换的低信噪比雷达 LFM 信号检测与估计 [J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2010, 22(1): 27-32.  
Jiang Baoan, Wan Qun. Radar LFM signal detection and estimation based on Gabor-radon transform in low SNR [J]. Journal of Chongqing University of Posts and Telecommunications; Natural Science Edition, 2010, 22(1): 27-32.
- [11] 王建英, 吕雪, 尹忠科. 基于 MP 分解的宽带 LFM 信号参数估计 [J]. 电波科学学报, 2007, 22(6): 986-990.  
Wang Jianying, Lü Xue, Ying Zhongke. Parameter estimation of wideband LFM signals based on MP decomposition [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2007, 22(6): 986-990.
- [12] 罗洁思, 于德介, 彭富强. 基于多尺度线性调频基信号稀疏分解的多分量 LFM 信号检测 [J]. 电子与信息学报, 2009, 31(11): 2781-2785.  
Luo Jiesi, Yu Dejie, Peng Fuqiang. Multicomponent LFM signals detection based on multi-scale chirplet sparse signal decomposition [J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2009, 31(11): 2781-2785.
- [13] Mallat S, Zhang Z. Matching pursuits with time-frequency dictionaries [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1993, 41(12): 3397-3415.
- [14] Chen S, Donoho D, Saunders M. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 1999, 20(1): 33-61.
- [15] 吴怡之, 刘文轩. 基于 GA 的心电信号稀疏分解 MP 算法改进 [J]. 计算机工程, 2013, 39(9): 250-253.  
Wu Yizhi, Liu Wenxuan. Improvement of electrocardio signal sparse decomposition MP algorithm based on GA [J]. Computer Engineering, 2013, 39(9): 250-253.
- [16] 张静, 方辉, 王建英, 等. 基于 GA 和 MP 的信号稀疏分解算法的改进 [J]. 计算机工程与应用, 2008, 44(29): 79-81.  
Zhang Jing, Fang Hui, Wang Jianying, et al. Improved GA-based MP algorithm for signal sparse decomposition [J]. Computer Engineering and Application, 2008, 44(29): 79-81.
- [17] 韩宁, 尚朝轩. 基于粒子群优化的稀疏分解变尺度快速算法 [J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(1): 46-49.  
Han Ning, Shang Chaoxuan. Fast variable matrix algorithm for sparse decomposition based on PSO [J]. Systems Engineering and Electronic, 2012, 34(1): 46-49.
- [18] 王丽, 冯燕. 基于粒子群优化的图像稀疏分解算法研究 [J]. 计算机仿真, 2015, 32(11): 363-367.  
Wang Li, Feng Yan. Sparse decomposition of images based on particle swarm optimization [J]. Computer Simulation, 2015, 32(11): 363-367.
- [19] Zhao Y, Wu Z, Yang Z, et al. A novel signal sparse decomposition based on modulation correlation partition [J]. Neurocomputing, 2016, 171: 736-743.
- [20] 张天骐, 全盛荣, 强幸子, 等. 基于多尺度 Chirplet 稀疏分解和 Wigner-Ville 变换的时频分析方法 [J]. 电子与信息学报, 2017, 39(6): 1333-1339.  
Zhang Tianqi, Quan Shengrong, Qiang Xingzi, et al. Time-frequency analysis method based on multi-scale chirplet time-frequency analysis method based on multi-scale chirplet sparse decomposition and wigner-Ville transform [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2017, 39(6): 1333-1339.
- [21] 于凤芹, 董希林, 曹家麟. 匹配追逐算法中三参数 Chirp 原子及搜索方法 [J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(10): 1711-1713.  
Yu Fengqin, Dong Xilin, Cao Jialin. Three parameter chirp atoms and the searching method in matching pursuit [J]. Systems Engineering and Electronics, 2005, 27(10): 1711-1713.
- [22] Yi Chen, Nasrabadi N M, Tran D. Sparse representation for target detection in hyper-spectral imagery [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2011, 5(3): 629-640.
- [23] 胡国兵, 徐立中, 金明. 基于 NP 准则的 LFM 信号盲处理结果可靠性检验 [J]. 电子学报, 2013, 41(4): 739-743.  
Hu Guobing, Xu Lizhong, Jin Ming. Reliability testing for blind processing results of LFM signals based on NP criterion [J]. Acta Electronica Sinica 2013, 41(4): 739-743.
- [24] 邵君, 尹忠科, 王建英, 等. 信号稀疏分解中过完备原子库的集合划分 [J]. 铁道学报, 2006, 28(1): 68-71.  
Shao Jun, Yin Zhongke, Wang Jianying, et al. Set partitioning of the over-complete dictionary in sparse decomposition [J]. Journal of The China Railway Society, 2006, 28(1): 68-71.

## 作者简介:



欧国建(1975-),男,通信作者,副教授,博士生,研究方向:信号处理、稀疏分解和压缩感知, E-mail: 335399128@qq.com.



张淑芳(1972-),女,副教授,博士,研究方向:大数据挖掘、算法分析及模拟计算。



邓剑劼(1978-),男,副教授,博士,研究方向:人脸识别、稀疏分解和数据挖掘。