

雷达探测系统中目标位置和幅相信息量研究

徐大专 陈越帅 陈月 许生凯

(南京航空航天大学电子信息工程学院, 南京, 211106)

摘要: 针对一般的雷达目标探测系统, 建立了目标探测信息的理论模型, 即采用香农信息论的思想和方法研究雷达探测过程中获得的关于目标的位置信息量和幅相信息量。该模型中, 针对单目标检测, 假设目标在观察区间内服从均匀分布, 而散射系数分为常数和服从瑞利分布两种情形, 推导出目标的位置信息和幅相相位信息的闭合表达式。在高信噪比条件下, 获得了散射系数为常数情况下目标位置信息的解析表达式和克拉美罗界(Cramér-Rao bound, CRB)。理论分析表明, 目标的位置信息量与雷达探测系统的时间带宽积(Time-bandwidth product, TBP)和信噪比(Signal to noise, SNR)的对数成线性关系。仿真结果验证了理论分析的正确性, 并给出了雷达目标探测的两个重要阶段: 目标捕获阶段和目标跟踪阶段。本文的研究工作对实际雷达探测系统设计具有重要的理论指导意义。

关键词: 目标检测; 位置信息; 幅相相位信息; 雷达系统

中图分类号: TN911 **文献标志码:** A

Research on Location and Amplitude-Phase Information of Target in Radar Detection System

Xu Dazhuan, Chen Yueshuai, Chen Yue, Xu Shengkai

(College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 211106, China)

Abstract: A theoretical model of target detection is established for a general radar system. Specifically, we employ the thoughts and methodologies of Shannon's information theory to research the location information and amplitude-phase information of targets in a radar detection system. In the proposed model, we derive closed expressions of location information and amplitude-phase information in a single target detection assuming the target follows a uniform distribution in the observation range for a constant scattering coefficient and Rayleigh distributed scattering coefficient correspondingly. And in the high signal-to-noise(SNR) regime, we obtain an analytic expression and Cramér-Rao Bound(CRB) of location information for a constant scattering coefficient. Theoretical analysis shows that the location information of the target is linearly proportional to both time-bandwidth product(TBP) of radar detection system and the SNR in dB. The simulation results validate the theoretical analysis and give two important stages of radar target detection, namely, target acquisition and target tracking. The work of this paper is of great theoretical significance for the design of real radar detection systems.

Key words: target detection; location information; amplitude-phase information; radar system

引言

自从 1948 年香农创建信息论以来^[1], 通信领域已经取得了丰硕成果, 这些成果为通信技术的飞速发展奠定了坚实的基础。香农信道容量理论是信道编码的基本理论基础, 而信息速率失真函数理论是信源编码的理论基础。在 20 世纪 90 年代, Telatar 研究了 MIMO 系统的信道容量^[2], 证明了通过增加接收天线数量, 系统容量将会成倍数的增加。

雷达和声纳, 已被广泛应用于军事、工业和医疗领域, 都是使用回波信号来检测目标的电子系统, 通过发射脉冲和回波信号的时间差, 即可得到发射点与目标的精确距离。迄今为止, 在雷达检测中, Woodward 等人首次研究了雷达检测中的位置信息问题^[3-4], 在高信噪比条件下, 得到了位置信息与信噪比的关系。遗憾的是, 此后 60 多年来国际上一直没有该方向的研究进展。信息论方法还被用于雷达关于目标识别和分类的雷达波形设计^[5]问题, 2007 年在文献[6]中进行了讨论, 在相同总功率的约束条件下, 对于描述最佳波形设计基本组成的矩阵, 由信息的最大化和 MMSE 准则的最小化得到了相同的解。已经证明, 相对熵可以用于测量雷达系统中的检测性能, 相对熵越大, 获得的性能越好。波形设计被认为是一种在白噪声条件下的统计 MIMO 雷达系统^[7], 文献[8]中考虑在有色噪声背景下设计 MIMO 雷达波形。

本文运用香农信息论的思想和方法, 研究在单目标情形下雷达目标探测时的信息理论。假设目标位置的先验分布为均匀分布, 目标的散射系数分为常数和服从瑞利分布两种模型, 推导出位置信息和幅相信息的闭合表达式。在高信噪比下, 目标的位置信息与时间带宽积和信噪比的对数成线性关系, 通过仿真进一步说明理论结果的正确性, 给出了中低信噪比下雷达探测目标获得的信息量。

符号说明: 大写字母表示随机变量, 相应的小写字母表示变量的取值。

1 雷达目标探测系统模型

雷达探测的目的是从回波信号中获取目标的距离和幅相信息。通常, 距离分辨的精度由均方误差表示, 目标的大小由信号的幅相来衡量。令 $s(t)$ 表示实际的基带信号, 当载波频率和初始相位分别为 f_c, φ_0 时, 发送信号可以表示为 $s(t) e^{j\langle 2\pi f_c t + \varphi_0 \rangle}$ 。假设参考点是观测区间的中心, 其坐标为 0, 观测区间为 $[-\frac{D}{2}, \frac{D}{2})$, v 表示信号传播速度, 则时延间隔为 $[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2})$, 其中, $T = \frac{2D}{v}$ 。本文只考虑单目标情况, α 表示目标的散射系数, d 表示目标和接收机的距离。将接收信号下变频到基带, 并通过带宽为 $B/2$ 的理想低通滤波器, 可以得到

$$z(t) = \alpha s(t - \tau) e^{j\langle -2\pi f_c t + \varphi_0 \rangle} + w(t) = y s(t - \tau) + w(t) \quad (1)$$

式中: $\tau = 2d/v$ 表示目标时延, $y = \alpha e^{j\varphi}$, $\varphi = -2\pi f_c \tau + \varphi_0$, $w(t)$ 为带宽 $B/2$ 的复高斯噪声。雷达目标探测就是得到幅相参数 y 和位置参数 τ 的过程。在本文中, y 被建模为复高斯变量, τ 被建模为在检测范围内服从均匀分布的随机变量。

雷达探测系统的等效通信模型如图 1 所示。

考虑以下低通信号

$$s(t) = \text{sinc}(Bt) = \frac{\sin(\pi Bt)}{\pi Bt} \quad -\frac{T_s}{2} \leq t \leq \frac{T_s}{2} \quad (2)$$

式中: T_s 表示信号 $s(t)$ 的持续时间, 通常 $T_s \ll T$, 即信号能量几乎全部在观测区间内, $s(t)$ 的频谱为

$$S(f) = \begin{cases} \frac{1}{B} & |f| \leq \frac{B}{2} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

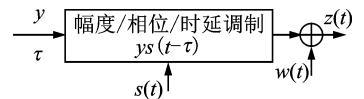


图 1 雷达探测系统的等效通信模型
Fig. 1 Equivalent communication model of radar detection system

均方根带宽 β° 为

$$\beta^{\circ} = \frac{(2\pi)^2 \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} f^2 |S(f)|^2 df}{\int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} |S(f)|^2 df} = \frac{\pi^2}{3} B^2 \quad (4)$$

实际的雷达系统通常采用线性调频信号、多载波信号和编码信号等。本文与香农信息论的方法类似,采用理想低通信号来推导理论结果。

$s(t)$ 的带宽是 $B/2$,根据 Shannon-Nyquist 采样定理,以速率 B 对信号 $z(t)$ 进行采样, $z(t)$ 的采样序列为

$$z(n) \triangleq z\left(\frac{n}{B}\right) = ys\left(\frac{(n-\tau B)}{B}\right) + w\left(\frac{n}{B}\right) \quad n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1 \quad (5)$$

式中 $N = TB$,称为时间带宽积(Time bandwidth product, TBP)。 $z(t)$ 能够被序列 $z(n)$ 的 N 个点重建,图 2 表示接收机的连续波形和离散波形。

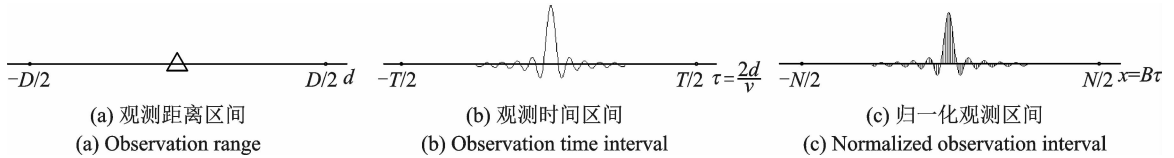


图 2 3 种观测区间与信号波形

Fig. 2 Three observation intervals and signal waveforms

图 2(a)表示观测距离区间,目标位于区间中点,图 2(b)表示观测时间区间与回波信号,图 2(c)表示归一化观测区间与离散回波信号,本文主要讨论在归一化观测区间探测信息的结果。

令 $X = B\tau$,表示目标的归一化延迟,进而可以得到

$$z(n) = ys(n - X) + w(n) \quad (6)$$

定义从目标反射的有用信号平均能量和复高斯噪声实部功率的比值为信噪比,即

$$\rho^2 = \frac{E \left[\sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |ys(n - X)|^2 \right]}{\frac{N_0}{2}} = \frac{2E(\alpha^2)}{N_0}$$

式中 N_0 表示噪声的功率谱密度。

将式(6)写成矢量形式

$$\mathbf{Z} = \mathbf{U}(X)\mathbf{Y} + \mathbf{W} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{Z} = [z(-N/2), \dots, z(N/2 - 1)]^T$ 表示探测统计量, $\mathbf{W} = [w(-N/2), \dots, w(N/2 - 1)]^T$ 表示噪声矢量,而 $\mathbf{U}(X) = [\text{sinc}(-N/2 - X), \dots, \text{sinc}(N/2 - 1 - X)]^T$ 表示经过延迟的信号。雷达检测的目的是从矢量 \mathbf{Z} 中估计出位置参数 X 和幅相相位参数 Y ,令 $I(\mathbf{Z}; X, Y)$ 表示从采样序列 z 中获得的关于 X 和 Y 的信息量。根据互信息的性质,有

$$I(\mathbf{Z}; X, Y) = I(\mathbf{Z}, X) + I(\mathbf{Z}, Y | X) \quad (8)$$

式中: $I(\mathbf{Z}, X)$ 表示目标的位置信息, $I(\mathbf{Z}, Y | X)$ 表示在 X 已知条件下目标的幅相相位信息。目标的幅相相位信息依赖于位置信息。因此,雷达目标探测可以分为两个步骤,首先确定目标的位置信息 $I(\mathbf{Z}, X)$,然后在已知位置条件下确定目标的幅相相位信息 $I(\mathbf{Z}, Y | X)$ 。

2 目标的位置信息

2.1 目标的概率模型

假设目标在检测范围内独立地均匀分布,则 X 的先验概率密度为 $p(x)=1/N$ 。当载波频率非常高时,时延较小的变化将导致相位的巨大变化。因此,将 φ 视为在区间 $[0, 2\pi]$ 上服从均匀分布的随机变量,则 Φ 的先验概率密度为 $p(\varphi)=1/2\pi$ 。

对于目标的散射系数,将分别考虑两种不同的情况。(1) 当散射系数为常数时,幅相相位信息就退化为相位信息;(2) 将散射系数建模为瑞利分布的随机变量,这种情况下, Y 被建模为复高斯向量。接下来,分别讨论散射系数不同情况下的位置信息和幅相相位信息。

w 为低通带限白噪声,它的自相关函数为^[9]

$$R(\tau') = \frac{n_0 B \sin \pi B \tau'}{2\pi B \tau'} \quad (9)$$

式中: $n_0 = N_0/B$, n_0 为噪声的单边功率谱密度。由式(9)可知,在 $1/B$ 的整数间隔上得到的随机变量互不相关,因 w 是高斯的,故 w 的采样值之间相互独立。 \mathbf{W} 是均值为 0,方差为 N_0 的复高斯随机矢量,它的元素独立同分布,所以 N 维噪声矢量的概率密度函数为

$$p(\mathbf{w}) = \left(\frac{1}{\pi N_0}\right)^N \exp\left\{-\frac{1}{N_0} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |w(n)|^2\right\} \quad (10)$$

式中 $\mathbf{w} = \left[w\left(-\frac{N}{2}\right), \dots, w\left(\frac{N}{2}-1\right)\right]^T$ 。

2.2 目标散射系数为常数的位置信息

考虑归一化时延为 x_0 时的单目标检测模型为

$$z(n) = \alpha e^{j\varphi} s(n-x_0) + w(n) \quad n = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}-1 \quad (11)$$

假设 \mathbf{W} 为复高斯矢量,在给定 X 和 Φ 的条件下, \mathbf{Z} 的多维概率密度函数为

$$p(\mathbf{z} | x, \varphi) = \left(\frac{1}{\pi N_0}\right)^N \exp\left(-\frac{1}{N_0} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |z(n) - \alpha e^{j\varphi} \text{sinc}(n-x)|^2\right) \quad (12)$$

给定条件 Φ , \mathbf{Z} 和 X 的联合概率密度为

$$p(\mathbf{z}, x | \varphi) = \frac{1}{N} \left(\frac{1}{\pi N_0}\right)^N \exp\left(-\frac{1}{N_0} \left(\sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |z(n)|^2 + \alpha^2\right)\right) \cdot \exp\left(\frac{2\alpha}{N_0} \text{Re}\left(e^{-j\varphi} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} z(n) \text{sinc}(n-x)\right)\right) \quad (13)$$

\mathbf{z} 和 x 的联合概率密度函数为 $p(\mathbf{z}, x) = \int_0^{2\pi} p(\mathbf{z}, x | \varphi) p(\varphi) d\varphi$, 进而推出

$$p(x | \mathbf{z}) = \frac{\int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{2\alpha}{N_0} \text{Re}\left(e^{-j\varphi} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} z(n) \text{sinc}(n-x)\right)\right) d\varphi}{\int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{2\alpha}{N_0} \text{Re}\left(e^{-j\varphi} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} z(n) \text{sinc}(n-x)\right)\right) d\varphi dx} \quad (14)$$

式中 Re 表示取实部。

令

$$A(x, \mathbf{w}) = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} w(n) \text{sinc}(n-x)$$

代入式(14)可以得到

$$p(x|\mathbf{w}) = \frac{I_0\left(\rho^2 \left| \operatorname{sinc}(x-x_0) + \frac{1}{\alpha}A(x, \mathbf{w}) \right| \right)}{\int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} I_0\left(\rho^2 \left| \operatorname{sinc}(x-x_0) + \frac{1}{\alpha}A(x, \mathbf{w}) \right| \right) dx} \quad (15)$$

式中 $I_0(\cdot)$ 表示第一类零阶修正贝塞尔函数。

目标的位置 X 在检测范围内服从均匀分布,因此可以得到 X 的信息熵为 $H(X) = \log N$,进而可以计算出单目标检测时的位置信息

$$I(\mathbf{Z}, X) = H(X) - H(X|\mathbf{Z}) = H(X) - E_{\mathbf{w}}[H(X|\mathbf{w})] = \log N - \int_{\mathbf{w}} H(X|\mathbf{w}) p(\mathbf{w}) d\mathbf{w} \quad (16)$$

式中 $H(X|\mathbf{w}) = -\int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} p(x|\mathbf{w}) \log p(x|\mathbf{w}) dx$ 。

2.3 目标散射系数服从瑞利分布的位置信息

当散射系数服从瑞利分布时,此时目标的幅相变化很缓慢,因此它的概率分布为

$$p(\alpha) = \frac{\alpha}{\sigma_\alpha^2} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma_\alpha^2}} \quad (17)$$

式中 $\alpha \geq 0$ 且 α 的均值是 $2\sigma_\alpha^2$ 。类似地,在给定的幅相和相位的条件下, \mathbf{Z} 和 X 的联合概率密度为

$$p(\mathbf{z}, x|\alpha, \varphi) = \frac{1}{N} \left(\frac{1}{\pi N_0} \right)^N \exp\left(-\frac{1}{N_0} \left(\sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |z(n)|^2 + \alpha^2 \right)\right) \cdot \exp\left(\frac{2\alpha}{N_0} \operatorname{Re}\left(e^{-j\varphi} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} z(n) \operatorname{sinc}(n-x)\right)\right) \quad (18)$$

因此

$$p(\mathbf{w}, x) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} p(\mathbf{z}, x|\alpha, \varphi) p(\alpha) p(\varphi) d\alpha d\varphi \propto \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\alpha^2}{N_0}\right) I_0\left(\frac{2\alpha^2}{N_0} \left| \operatorname{sinc}(x-x_0) + \frac{1}{\alpha}A(x, \mathbf{w}) \right| \right) p(\alpha) d\alpha \quad (19)$$

进一步可由

$$p(x|\mathbf{w}) = \frac{p(\mathbf{w}, x)}{\int_{-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} p(\mathbf{w}, x) dx} \quad (20)$$

代入式(16)可得到散射系数为瑞利分布时的位置信息(注:式(19)中使用 \propto 是因为在式(20)中分子分母存在相同的与积分无关的常数项)。

2.4 位置信息与克拉美罗界的关系

克拉美罗界(Cramér-Rao Bound, CRB)指的是随机参量 x 的估计值所能达到的最小均方误差。高信噪比时,归一化时延 x 的 CRB 为 $\operatorname{Var}(x) \geq [(2E(\alpha^2)/N_0)\beta^2]^{-1}$ [10] (归一化时延情况下 $\beta^2 = \pi^2/3$),令

$$\sigma_{\text{CRB}}^2 = \frac{2E(\alpha^2)}{N_0} \beta^2 = \rho^2 \beta^2 \quad (21)$$

假设目标位置的估计值服从高斯分布,微分熵为 $\frac{1}{2} \log 2\pi e \sigma_{\text{CRB}}^2$,则雷达目标探测获得的位置信息满足

$$I(\mathbf{Z}, X) \leq \log N - \frac{1}{2} \log 2\pi e \sigma_{\text{CRB}}^2 = \log \frac{T\beta\rho}{\sqrt{2\pi e}} \quad (22)$$

即为高信噪比下目标位置信息的 CRB。

3 目标的幅相相位信息

3.1 目标散射系数为常数的幅相信息

当散射系数为常数时,幅相相位信息 $I(\mathbf{Z}, Y | X)$ 等同于相位信息 $I(\mathbf{Z}, \Phi | X)$ 。首先,在给定条件 X 和 Y 的情况下, \mathbf{Z} 的多维概率密度函数为

$$p(\mathbf{z} | x, y) = \left(\frac{1}{\pi N_0} \right)^N \exp \left(- \frac{1}{N_0} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |z(n) - y \text{sinc}(n-x)|^2 \right) \quad (23)$$

将 $y = \alpha e^{j\varphi}$ 代入得到

$$p(\mathbf{z} | x, \varphi) = \left(\frac{1}{\pi N_0} \right)^N \exp \left(- \frac{1}{N_0} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |z(n) - \alpha e^{j\varphi} \text{sinc}(n-x)|^2 \right) \quad (24)$$

可以推导出

$$p(\varphi | \mathbf{z}, x) = \frac{\exp \left(- \frac{1}{N_0} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |z(n) - \alpha e^{j\varphi} \text{sinc}(n-x)|^2 \right)}{\int_0^{2\pi} \exp \left(- \frac{1}{N_0} \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} |z(n) - \alpha e^{j\varphi} \text{sinc}(n-x)|^2 \right) d\varphi} \quad (25)$$

采用式(25),进一步可以得到

$$p(\varphi | \mathbf{w}, x) = \frac{\exp \left(\frac{2\alpha}{N_0} \text{Re} \left(e^{-j\varphi} (\alpha e^{j\varphi_0} \text{sinc}(x-x_0) + A(x, \mathbf{w})) \right) \right)}{2\pi I_0 \left(\rho^2 \left| \text{sinc}(x-x_0) + \frac{1}{\alpha} A(x, \mathbf{w}) \right| \right)} \quad (26)$$

根据互信息的性质,相位信息由式(27)给出

$$I(\mathbf{Z}, \Phi | X) = H(\Phi | X) - H(\Phi | \mathbf{Z}, X) = \log(2\pi) - E_{x, \mathbf{w}} [H(\varphi | \mathbf{w}, x)] \quad (27)$$

式中 $E_{x, \mathbf{w}} [H(\varphi | \mathbf{w}, x)] = \iint_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}-1} \int_0^{2\pi} p(\varphi | \mathbf{w}, x) \log p(\varphi | \mathbf{w}, x) d\varphi p(x) dx p(\mathbf{w}) d\mathbf{w}$ 。

3.2 目标散射系数服从瑞利分布的幅相信息

在估计了目标的位置后, $\mathbf{U}(X)$ 矩阵是一个常数矩阵,既然 Y 和 \mathbf{W} 都是独立的高斯分布,由此可知 \mathbf{Z} 也是一个高斯矢量。

首先有

$$E[\mathbf{Z}\mathbf{Z}^H] = E[(\mathbf{U}(X)Y + \mathbf{W})(\mathbf{U}(X)Y + \mathbf{W})^H] = \mathbf{U}(X)E[YY^H]\mathbf{U}^H(X) + E[\mathbf{W}\mathbf{W}^H] = E[\alpha^2]\mathbf{U}(X)\mathbf{U}^H(X) + \frac{N_0}{2}\mathbf{I} \quad (28)$$

可以得出

$$H(\mathbf{Z} | X=x) = \log \left| E[\alpha^2]\mathbf{U}(x)\mathbf{U}^H(x) + \frac{N_0}{2}\mathbf{I} \right| + N \log(2\pi e) \quad (29)$$

而且

$$H(\mathbf{Z} | X=x, Y) = H(\mathbf{W}) = \log \left| \frac{N_0}{2}\mathbf{I} \right| + N \log(2\pi e) \quad (30)$$

因此,在已知条件 $X=x$ 时,幅相相位信息为

$$I(\mathbf{Z}, Y | X=x) = H(\mathbf{Z} | X=x) - H(\mathbf{Z} | X=x, Y) = \log \left| E[\alpha^2]\mathbf{U}(x)\mathbf{U}^H(x) + \frac{N_0}{2}\mathbf{I} \right| - \log \left| \frac{N_0}{2}\mathbf{I} \right| = \log \left| \mathbf{I} + \frac{2E[\alpha^2]}{N_0}\mathbf{U}(x)\mathbf{U}^H(x) \right| = \log(1 + \rho^2 \mathbf{U}^H(x)\mathbf{U}(x)) \quad (31)$$

此外,对于 $x \in \left[-\frac{TB}{2}, \frac{TB}{2}\right]$, 考虑到观测区间的长度远大于 $u(t)$ 的能量区域,当 N 足够大的时候,有

$$\mathbf{U}^H(x)\mathbf{U}(x) = \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \text{sinc}^2(n-x) \approx 1$$

将 $\mathbf{U}^H(x)\mathbf{U}(x)$ 的结果代入式(31),可以得到

$$I(\mathbf{Z}, Y | X = x) = \log(1 + \rho^2)$$

这意味着 $I(\mathbf{Z}, Y | X = x)$ 与目标估计的归一化时延无关,即目标的幅相信息与位置信息无关。因此,当目标散射系数服从瑞利分布,相位服从均匀分布时, Y 可以视为一个复高斯随机变量。此时雷达系统中单目标检测的幅相相位信息为

$$I(\mathbf{Z}, Y | X) = \log(1 + \rho^2) \quad (32)$$

4 数值仿真结果与分析

本文从两个方面来进行仿真分析:(1)位置信息与信噪比以及位置信息与克拉美罗界的关系;(2)散射系数为常数和服从瑞利分布两种情形下,幅相信息与信噪比的关系。

4.1 不同时间带宽积下位置信息与信噪比的关系

参数 N 分别选择 128, 64, 32, 将目标位置设在 $x_0 = 0$ 处, CAWGN 信道, 散射系数 $\alpha = 1$ 。可以看出,位置信息与时间带宽积的对数成线性关系,随信噪比的增大而增大,且 N 越大,获得的信息量越多,这是因为不同 N 值对应的信息熵 $H(X)$ 不同。图 3 中的虚直线是高通噪比下的克拉美罗界近似值,即 $I(\mathbf{Z}, X) \approx \log \frac{TB\rho}{\sqrt{2\pi e}}$, 本文理论计算出的曲线与克拉美罗界在高信噪比下完全重合,验证了理论推导的正确性。

目标探测过程中,当信噪比很小时,噪声干扰较大,无法发现目标,位置信息很小。随着信噪比的增加,位置信息的变化划分为两个重要的阶段:(1)目标捕获阶段:超过 0 dB 后,位置信息随 SNR 以较大的斜率增加,每增加 1 bit,意味着目标的位置区域减小一半。当信息量达到 $\log TB$ 时,目标区域缩小至观测区间的 $1/TB$, 即系统分辨率达到 $1/B$ 。(2)目标跟踪阶段:在大 SNR 区域,位置信息与时间带宽积的对数成线性关系,且随信息量增加,目标范围继续缩小,从而突破 $1/B$ 的限制。

4.2 幅相信息与信噪比的关系

散射系数 α 为常数和服从瑞利分布两种情形下,对应的幅相信息仿真曲线如图 4 所示。可以看出幅相信息与信噪比成正比关系,随着信噪比的升高而升高。这样,位置信息 $I(\mathbf{Z}, X)$ 和幅相信息 $I(\mathbf{Z}, Y | X)$ 共同构成了雷达探测的信息 $I(\mathbf{Z}; X, Y)$ 。

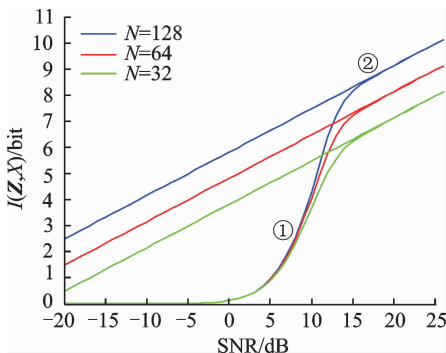


图 3 不同 N 下位置信息随信噪比的变化曲线

Fig. 3 Relationship between location information and SNR under different N

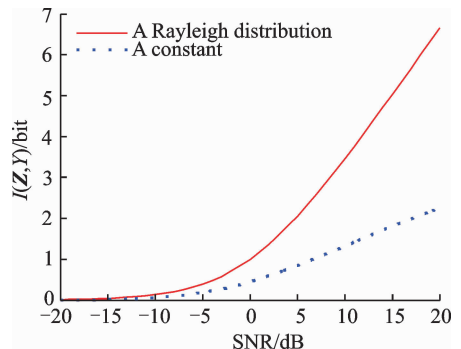


图 4 幅相信息和信噪比的关系

Fig. 4 Relationship between amplitude-phase information and SNR

5 结束语

本文将信息论的方法应用到雷达目标检测系统中,在单目标检测时推导了位置信息和幅相相位信息的闭合表达式,理论分析与数值结果表明雷达目标探测的两个重要阶段,即目标捕获阶段和目标跟踪阶段。在目标的跟踪阶段,由于克拉美罗界是最大似然算法的上界,因此本文得出的理论结果对实际系统的设计具有重要指导意义。在下一步研究计划中,多目标时的探测信息、如何设计雷达系统以达到或逼近本文给出的理论界限等问题都是值得进一步深入研究的重点。

参考文献:

- [1] Shannon C E. A mathematical theory of communication [J]. Bell System Tech, 1948, 27(3): 379-423.
- [2] Telatar E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels [J]. Eur Trans Telecommun, 1999, 10(6): 585-595.
- [3] Woodward P M. Theory of radar information [J]. Trans IRE Prof Gr Inf Theory, 1953, 1(1): 108-113.
- [4] Woodward P M, Davies I L. A theory of radar information [J]. Dublin Philos Mag J Sci, 1950, 41(321): 1001-1017.
- [5] Woodward P M. Information theory and the design of radar receivers[J]. Proc IRE, 1951, 39(12): 1521-1524.
- [6] Yang Y, Blum R S. MIMO radar waveform design based on mutual information and minimum mean-square error estimation [J]. IEEE Trans Aerosp Electron Syst, 2007, 43(1): 330-343.
- [7] Kay S. Waveform design for multistatic radar detection[J]. IEEE Trans Aerosp Electron Syst, 2009, 45(3): 1153-1166.
- [8] Tang Bo, Tang Jun, Peng Yingning. MIMO radar waveform design in colored noise based on information theory[J]. IEEE Trans Signal Process, 2010, 58(9): 4684-4697.
- [9] 樊昌信,曹丽娜. 通信原理 [M]. 6版. 北京:国防工业出版社,2010: 58-58.
- [10] Mcdonough R N, Whalen A D. Detection of signals in noise[M]. [S. l.]:Academic Press, 1971: 411-411.

作者简介:



徐大专(1963-),男,教授,博士生导师,研究方向:通信理论与信号处理, E-mail: xudazhuan@nuaa.edu.cn。



陈越帅(1993-),男,硕士研究生,研究方向:数字通信技术, E-mail: chenys0611@163.com。



陈月(1994-),女,硕士研究生,研究方向:数字通信技术, E-mail: chen_y_nuaa@163.com。



许生凯(1990-),男,博士研究生,研究方向:数字喷泉码、网络编码, E-mail: xushengkai@nuaa.edu.cn。

(编辑:夏道家)

