

基于 Bayes 估计的离散 Kalman 滤波相关观测融合

杨红 彭军 钱志龙 许百如

(广州大学物理与电子工程学院, 广州, 510006)

摘要: 针对带相关观测噪声和带不同未知观测函数的多传感器离散系统, 在已有的融合算法基础上提出了基于 Bayes 估计的加权最小二乘 (Bayes estimation weighted least squares, BYEWLS) 分布式融合 Kalman 滤波算法。该方法充分利用未知参数的验前信息, 以风险函数为评价指标, 证明了 BYEWLS 融合算法优于 WLS 融合算法, 针对 BYEWLS 融合算法是有偏估计, 提出了在线消除偏差的方法。分布式融合算法减少了计算负担, 提高了融合精度, 便于实时应用。最后通过仿真例子验证了该方法的有效性和理论分析的正确性。

关键词: 离散系统; Kalman 滤波; 分布式观测融合; Bayes 估计

中图分类号: O211.64 **文献标志码:** A

Correlated Measurement Fusion of Discrete Kalman Filtering Based on Bayes Estimation

Yang Hong, Peng Jun, Qian Zhilong, Xu Bairu

(School of Physics and Electronic Engineering, Guangzhou University, Guangzhou, 510006, China)

Abstract: Under the multi-sensor discrete system with correlated measurement noises and different unknown measurement functions, the distributed fusion Kalman filtering algorithm is proposed according to the existing fusion algorithms based on Bayes estimation weighted least squares (BYEWLS). The algorithm makes full use of the prior information for the unknown parameters. BYEWLS algorithm gains an advantage over WLS algorithm according to risk function. Meanwhile, the on-line method is proposed to eliminate the bias emerged with BYEWLS fusion algorithm. The distributed fusion algorithms can reduce the computational burden and improve the fusion accuracy, therefore they are suitable for real-time applications. As a result, the simulation example indicates the validity of the theory analysis.

Key words: discrete system; Kalman filtering; distributed measurement fusion; Bayes estimation

引 言

信息融合是对来自多个信息源的数据进行检测、相关、组合和估计处理, 从而得到比任何单一信息源所获得数据更多的有用信息, 它一般用于对目标的检测、定位、跟踪和识别。对于基于 Kalman 滤波的多传感器观测数据融合, 主要有状态融合和测量融合, 测量融合可分为集中式融合和分布式融合^[1-10]。通常, 用集中融合方法得到的观测方程的观测向量维数远大于用加权观测融合方法得到的融

合观测方程的观测向量维数,因此计算负担增大,不便于实时应用,而采用加权观测融合方法可明显减少计算负担,便于实时应用。文献[2]对带相同观测阵和带不相关噪声的多传感器系统证明了加权观测融合 Kalman 滤波算法功能等价于集中式融合 Kalman 滤波算法;文献[4]对带相关观测噪声的多传感器系统用 Lagrange 法^[11]提出了一种加权观测融合 Kalman 滤波算法,并用信息滤波器证明了它功能等价于集中式融合 Kalman 滤波算法,但其局限性是仍假设所有传感器具有相同的观测阵;文献[8]对带不同观测阵和带相关观测噪声的多传感器系统用不同于文献[4]的加权最小二乘(Weighted least squares, WLS)^[11]法提出了两种新的加权观测融合稳态 Kalman 滤波算法,并用稳态信息滤波器证明了它们功能等价于集中式稳态 Kalman 滤波算法。本文研究了观测矩阵未知的情况下,具有不同观测函数和带相关观测噪声的多传感器离散系统的相关观测融合问题:(1)利用未知参数的验前信息,对观测方程中未知的观测矩阵进行估计,并在此基础上提出新的分布式融合时变 Kalman 滤波算法(Bayes estimation weighted least square, BYEWLS);(2)分析了 BYEWLS 融合算法的性质,基于观测方程矩阵估计的有偏性,提出在线纠正偏差的方法,该方法简单实用;(3)应用风险函数为评价指标证明了 BYEWLS 融合算法优于 WLS 融合算法。

1 问题描述

带多传感器的带不同观测阵的离散多传感器系统模型可以描述为

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{F}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}\mathbf{w}(t) \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_i(t) = \mathbf{H}_i\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}_i(t) \quad i = 1, \dots, L \quad (2)$$

式中: t 为离散时间, $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为状态, $\mathbf{y}_i(t+1) \in \mathbf{R}^m$ 为第*i*个传感器在 $t+1$ 时刻的观测值, $\mathbf{v}_i(t) \in \mathbf{R}^m$ 为第*i*个传感器在 t 时刻的观测噪声, $\mathbf{w}(t) \in \mathbf{R}^r$ 为输入白噪声; \mathbf{F} 为状态转移矩阵; \mathbf{H}_i 为观测矩阵; \mathbf{G} 为干扰输入矩阵。

假设 1 $\mathbf{w}(t) \in \mathbf{R}^r$ 和 $\mathbf{v}_i(t) \in \mathbf{R}^m$ ($i=1, \dots, L$) 为零均值不相关高斯白噪声,且 $\mathbf{v}_i(t)$ 和 $\mathbf{x}(t)$ 不相关, $\mathbf{v}_i(t)$ 和 $\mathbf{v}_j(t)$ ($i \neq j$) 是相关观测高斯白噪声,有

$$E \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{w}(t) \\ \mathbf{v}_i(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}^T(h) & \mathbf{v}_j^T(h) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{ij} \end{bmatrix} \delta_{th} \quad (3)$$

式中: E 为均值符号, $\delta_{tt} = 1, \delta_{th} = 0 (t \neq h), \mathbf{Q} > 0$ 。

假设 2 存在非奇异的矩阵, $\mathbf{H}^T(t)\mathbf{R}^{-1}(t)\mathbf{H}(t)$, 定义

$$\mathbf{H}(t) = [\mathbf{H}_1^T(t), \dots, \mathbf{H}_L^T(t)]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{R}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11}(t) & \cdots & \mathbf{R}_{1L}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{L1}(t) & \cdots & \mathbf{R}_{LL}(t) \end{bmatrix} > 0 \quad (5)$$

假设 3 $(\mathbf{F}, \mathbf{H}_i)$ 为完全可检测对, (\mathbf{G}, \mathbf{F}) 为完全可控对。当 \mathbf{H}_i ($i=1, \dots, L$) 未知时,基于已知观测 $\mathbf{y}_i(t)$ ($i=1, \dots, L$) 求观测融合 Kalman 滤波器。

2 基于 Bayes 估计的不同观测阵加权最小二乘分布式算法

贝叶斯理论提供了一种计算假设概率的方法,基于假设的先验概率,给定假设下观察到不同数据的概率以及观察到的数据本身来计算后验概率,一般地,设 θ 为未知参数(可以为向量),它的验前密度记为 $\pi(\theta)$, \mathbf{Y} 为观测量,于是在获得观测量之后, θ 的验后密度由 Bayes 公式给出^[12]

$$p(\theta/\mathbf{Y}) = \frac{f(\mathbf{Y}/\theta)\pi(\theta)}{\int_{\Theta} f(\mathbf{Y}/\theta)\pi(\theta)d\theta} \quad (6)$$

式中: $f(\mathbf{Y}/\theta)$ 为 θ 给定时 \mathbf{Y} 的概率密度函数, Θ 为 θ 的参数空间。在进行 Kalman 滤波融合时,考虑模型参数本身的先验信息条件,应用贝叶斯估计可以提高融合精度。

如果关于 $\mathbf{H}_i (i=1, \dots, L)$ 的信息均未知,按照文献[12],在 $\mathbf{R}(t)$ 已知的前提下,有 \mathbf{H}_i 验后分布为 $N(\mu_i^*, \mathbf{R}_i^*(t)\mathbf{R}_i^{*T}(t))$,其中

$$\mathbf{R}_i^*(t) = (\mathbf{x}^T(t)\mathbf{W}_i(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{R}_i^{-1}(t))^{-1} \quad (7)$$

$$\mu_i^*(t) = \mathbf{R}_i^*(t)(\mathbf{x}^T(t)\mathbf{W}_i(t)\mathbf{x}(t)\mathbf{H}_{i,\text{WLS}} + \mathbf{R}^{-1}(t)\mathbf{H}_{i,0}) \quad (8)$$

式中: $\mathbf{H}_{i,\text{WLS}}$ 表示 \mathbf{H}_i 的加权最小二乘估计, $\mathbf{W}_i(t) = \mathbf{R}_i^{-1}(t)$,可以求得 \mathbf{H}_i 的 Bayes 估计,即

$$\mathbf{H}_{i,\text{BAYES}} = (\mathbf{x}^T(t)\mathbf{W}_i(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{R}_i^{-1}(t))^{-1} \mathbf{x}^T(t)\mathbf{W}_i(t) \times \mathbf{x}(t)\mathbf{H}_{i,\text{LS}} + (\mathbf{x}^T(t)\mathbf{W}_i(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{R}_i^{-1}(t))^{-1} \mathbf{R}_i^{-1}(t)\mathbf{H}_{i,0} \quad (9)$$

式(9)表明 $\mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}$ 为验前均值 $\mathbf{H}_{i,0}$ 和 WLS 估计 $\bar{\mathbf{H}}_{i,\text{WLS}}$ 的加权平均。

3 基于 Bayes 估计的带不同观测阵的分布式观测融合 Kalman 滤波算法

可对式(2)的 L 个观测方程进行观测融合,本文采用基于 Bayes 估计方法对观测方程进行观测融合。合并式(2)的 L 个观测方程可以得到集中式观测融合方程

$$\mathbf{y}_{\text{BYEWLS}}^{(0)}(t) = \mathbf{H}_{\text{BYEWLS}}^{(0)}\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}_{\text{BYEWLS}}^{(0)}(t) \quad (10)$$

其中

$$\mathbf{H}_{\text{BYEWLS}}^{(0)}(t) = [\mathbf{H}_{1,\text{BAYES}}^T(t), \dots, \mathbf{H}_{L,\text{BAYES}}^T(t)]^T$$

$$\mathbf{y}_{\text{BYEWLS}}^{(0)}(t) = [\mathbf{y}_{1,\text{BAYES}}^T(t), \dots, \mathbf{y}_{L,\text{BAYES}}^T(t)]^T$$

易知观测白噪声 $\mathbf{v}_{\text{BAYES}}^{(0)}(t)$ 的方差阵如式(5)所示。式(2)可以看成是 $\mathbf{x}(t)$ 的观测模型,于是应用 BYEWLS 法有 $\mathbf{x}(t)$ 的 Gauss-Markov 估值为

$$\mathbf{y}_{\text{BYEWLS}}^{(1)}(t) = (\mathbf{H}_{\text{BYEWLS}}^{(0)T}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}_{\text{BYEWLS}}^{(0)})^{-1} \times \mathbf{H}_{\text{BYEWLS}}^{(0)T}\mathbf{R}^{(0)-1}\mathbf{y}_{\text{BYEWLS}}^{(0)} \quad (11)$$

由式(11)可知 $\mathbf{y}_{\text{BYEWLS}}^{(1)}(t)$ 是 $\mathbf{y}_{i,\text{BAYES}}^{(1)}(t) (i=1, \dots, L)$ 的加权和,将式(10)代入式(11),引出 $\mathbf{x}(t)$ 的加权观测融合模型

$$\mathbf{y}_{\text{BYEWLS}}^{(1)}(t) = \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}_{\text{BYEWLS}}^{(1)}(t) \quad (12)$$

且有

$$\mathbf{v}_{\text{BYEWLS}}^{(1)}(t) = (\mathbf{H}_{\text{BYEWLS}}^{(0)T}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}_{\text{BYEWLS}}^{(0)})^{-1} \mathbf{H}_{\text{BYEWLS}}^{(0)T}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{v}_{\text{BYEWLS}}^{(0)} \quad (13)$$

故有白噪声 $\mathbf{v}^{(1)}(t)$ 的方差阵为

$$\mathbf{R}_{\text{BYEWLS}}^{(1)}(t) = (\mathbf{H}_{\text{BYEWLS}}^{(0)T}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}_{\text{BYEWLS}}^{(0)})^{-1} \quad (14)$$

式(14)也可以写成融合观测方程

$$\mathbf{y}_{\text{BYEWLS}}^{(1)}(t) = \mathbf{H}_{\text{BYEWLS}}^{(1)}\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}_{\text{BYEWLS}}^{(1)}(t) \quad (15)$$

式中: $\mathbf{H}_{\text{BYEWLS}}^{(1)} = \mathbf{I}_{(n)}$ 为 n 阶单位矩阵。

4 基于 BYEWLS 估计的分布式观测融合 Kalman 滤波算法

首先讨论样本的极限特性,注意到

$$\begin{aligned} & (\mathbf{x}^T(t)\mathbf{W}_i(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{R}_i^{-1}(t))^{-1} \mathbf{x}^T(t)\mathbf{W}_i(t)\mathbf{x}(t) = \\ & \left(\frac{\mathbf{x}^T(t)\mathbf{W}_i(t)\mathbf{x}(t)}{n} + \frac{\mathbf{R}_i^{-1}(t)}{n} \right)^{-1} \times \frac{\mathbf{x}^T(t)\mathbf{W}_i(t)\mathbf{x}(t)}{n} \rightarrow I (n \rightarrow \infty) \end{aligned}$$

而

$$(\mathbf{x}^T(t)\mathbf{W}_i(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{R}_i^{-1}(t)) = \left(\frac{\mathbf{x}^T(t)\mathbf{W}_i(t)\mathbf{x}(t)}{n} + \frac{\mathbf{R}_i^{-1}(t)}{n} \right)^{-1} \times \frac{1}{n} \rightarrow 0 (n \rightarrow \infty)$$

假定 $\frac{\mathbf{x}^T(t)\mathbf{W}_i(t)\mathbf{x}(t)}{n}$ 为正定阵,并且 $\mathbf{R}_i^{-1}/n \rightarrow 0 (n \rightarrow \infty)$ 。因此对于大样本而言,基于 Bayes 估计的

$\mathbf{H}_{i,\text{BYEWLS}}$ 和 $\mathbf{H}_{i,\text{WLS}}$ 一致,渐近无偏和渐近有效估计。

其次,讨论基于 Bayes 估计的 $\bar{\mathbf{H}}_{i,\text{WLS}}$ 的偏倚特性。根据文献[12],可以算出

$$\text{Bias}(\mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}(t)) = -\mathbf{R}_i^*(t)\mathbf{R}_i^{-1}(t)\mathbf{H}_i^*(t) + \mathbf{H}_i(t) \quad (16)$$

式中: $\mathbf{R}_i^*(t)$ 如式(7)所示, $\mathbf{H}_i^*(t) = E(\mathbf{H}_i(t) - \mathbf{H}_{i,0}(t))$ 。

为了纠正偏差, 本文针对多传感器系统偏差的动态补偿问题, 提出了一种偏差的在线补偿算法, 即在计算 $E(\mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}(t+1))$ 时取

$$E(\mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}(t+1)) \approx E(\mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}(t)) + \mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}(t+1) - \mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}(t) \quad (17)$$

将式(17)代入式(16), 用式(16)来消除 $\mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}(t+1)$ 估计值的偏差。但从统计决策的观点来看, 对于无偏的要求并不总是必要的, 而可以用下列的概念来评价融合算法。

定义 1 设 \mathbf{Z} 为随机向量, 分布依赖与未知参数向量 θ , 记 $d(\mathbf{Y})$ 为 θ 的一个估计, 这里 \mathbf{Y} 表示 \mathbf{Z} 的样本。记 $L[\theta, d(\mathbf{Y})]$ 为非负函数, 它表示真实参数为 θ , 而以 $d(\mathbf{Y})$ 作为它估计时引起的损失, 称为损失函数。令

$$\mathbf{R}(\theta, d) = E_{\theta}[L(\theta, d(\mathbf{Y}))] \quad (18)$$

它表示真实参数为 θ 时, 关于 \mathbf{Y} 的分布所取的期望值, 称 $\mathbf{R}(\theta, d)$ 为风险函数。如果对所有 θ 满足

$$\mathbf{R}(\theta, d_1) \leq \mathbf{R}(\theta, d_2) \quad (19)$$

则称估计 d_1 至少和 d_2 一样好。如果 $\forall \theta$, 则

$$\mathbf{R}(\theta, d_1) \leq \mathbf{R}(\theta, d_2) \quad (20)$$

以及 $\mathbf{R}(\theta, d_1) < \mathbf{R}(\theta, d_2)$ 至少对某个 θ 成立, 则称 d_1 优于 d_2 。这个定义是对给定的损失函数而言, 常应用的是平方损失函数, 即

$$L[\theta, d(\mathbf{Y})] = \|\theta - d(\mathbf{Y})\|^2 \quad (21)$$

此时

$$E_{\theta}[L(\theta, d(\mathbf{Y}))] = \text{MSE}[d(\mathbf{Y})] = E[\|\mathbf{d}(\mathbf{Y}) - \theta\|^2] \quad (22)$$

本文将风险函数作为评估估值好坏的标准。

定理 1 考虑带多传感器的带不同观测阵的离散多传感器系统模型(2), 用 BAYES 估计计算得到的 $\mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}$ 要优于 WLS 估计 $\bar{\mathbf{H}}_{i,\text{WLS}}$ (证明见附录)。

因此用式(7)估计出来的 $\mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}$ 值方差阵小于用 WLS 方法估计出来的 $\mathbf{H}_{i,\text{WLS}}$ 值的方差阵, 根据定义 1, 即为 $\mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}$ 值优 $\mathbf{H}_{i,\text{WLS}}$ 值。

定理 2 离散多传感器系统式(1)和(2), 用 BYEWLS 法所得到的分布式观测融合时变 Kalman 滤波器优于用 WLS 法所得到的分布式观测融合时变 Kalman 滤波器(证明见附录)。

5 仿真分析与结果

5.1 三状态系统仿真

例 1 考虑带相关观测噪声的三传感器跟踪系统

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{F}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}\mathbf{w}(t) \quad (23)$$

$$\mathbf{y}_i(t) = \mathbf{H}_i\mathbf{x}(t) + \mathbf{v}_i(t) \quad (24)$$

$$\mathbf{v}_i(t) = \begin{bmatrix} \nu_{i,1}(t) \\ \nu_{i,2}(t) \\ \nu_{i,3}(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} \omega_1(t) \\ \omega_2(t) \\ \omega_3(t) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1 & T_0 & 0.5T_0^2 \\ 0 & 1 & T_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}。$$

式中: $i = 1, 2, 3$, $T_0 = 0.5$ 是采样周期, $\mathbf{w}(t)$ 和 $\mathbf{v}_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) 是零均值且方差分别为 $\mathbf{Q} =$

$$\begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix} \text{ 和 } \mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \text{ 的独立白噪声随机序列。}$$

分别利用上述两种观测融合 Kalman 滤波算法——BYEWLS 和 WLS 对多传感器系统进行仿真计

$$\text{算, 仿真时状态方程的初值取 } \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}。$$

BYEWLS 融合算法有偏差,这种偏差是系统偏差,需要校正。本文依据多传感器提供的测量和跟踪信息,形成测量数据对,当采样周期到时,利用已测量数据纠正系统偏差,补偿和修正数据,实现多传感器的融合跟踪。图 1 是用 Bayes 估计计算出的 3 个观测方程中的观测矩阵与实际的观测矩阵相减,再将差值矩阵求迹得到的结果,图 1(a,b,c)分别是第 1,2,3 个观测方程。图中实线是未纠偏时的差值矩阵的迹,虚线是纠偏后的差值矩阵的迹,可以看出用式(17)来在线消除偏差,可以得到比较好的效果,纠偏后估计的观测矩阵和实际的观测矩阵误差非常小。

为了进一步验证 BYEWLS 的优点,表 1 列出了真实的状态值以及利用观测方程估计出来的状态值,估计值分别用 BYEWLS 和 WLS 算法估计,并且 BYEWLS 算法又分纠偏和未纠偏两种。根据定义 1,计算 3 种算法的风险函数值如图 2 所示,图中虚线是根据 WLS 算法计算出来的,实线是未纠偏的 BYEWLS 算法计算的,点线由纠偏后的 BYEWLS 算法计算,从中可以得出 BYEWLS 算法要优于 WLS 算法,而 BYEWLS 算法经过纠偏后其估计值更接近实际值。

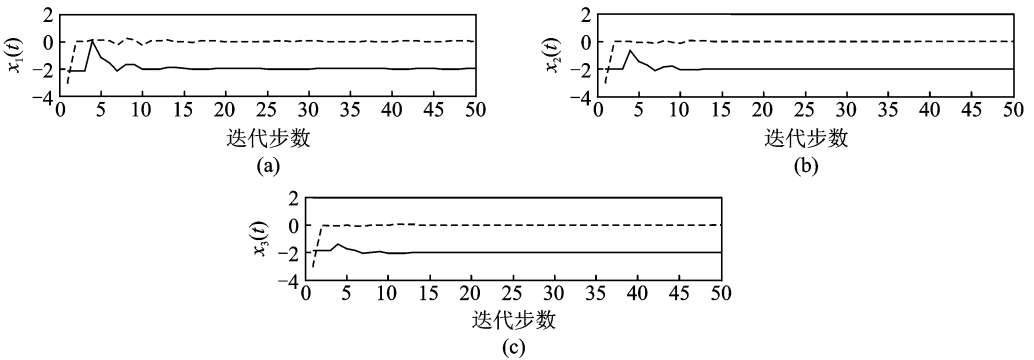


图 1 基于 Bayes 估计计算的观测矩阵与实际的观测矩阵之差的迹

Fig. 1 Matrix trace of difference based on Bayes estimation matrix and actual observation

表 1 真实的和利用估计的观测矩阵计算出的 $x_1(t), x_2(t)$ 和 $x_3(t)$

Table 1 $x_1(t), x_2(t)$ and $x_3(t)$ of actual and calculation based on estimated observation matrix

时间 t	真实值			应用 BYEWLS 计算(纠偏)			应用 BYEWLS 计算(未纠偏)			应用 WLS 计算		
	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$	$x_1(t)$	$x_2(t)$	$x_3(t)$
1	0.0	0.0	1.0	-0.341 68	-0.341 68	0.643 02	-0.343 72	-0.343 72	0.622 81	-0.540 50	-0.419 08	-06.203 9
2	0.027 327	0.402 33	0.902 33	-0.286 75	0.197 65	0.843 52	-0.223 42	0.131 84	0.605 52	-0.226 49	0.128 04	0.631 59
3	0.402 33	0.902 33	0.902 33	0.216 53	0.924 09	0.924 09	0.110 05	0.556 65	0.556 65	0.109 08	0.578 35	0.613 36
4	0.122 31	0.497 31	-0.002 68	0.219 73	0.325 23	0.184 57	0.811 64	1.280 5	0.655 35	0.922 64	1.540 2	0.890 88
5	0.997 31	0.997 31	-0.002 69	0.924 26	0.924 26	0.366 14	3.096 9	3.096 9	0.652 15	2.873 5	2.659 7	0.654 09
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
47	263.1	21.599	-0.400 88	263.01	22.646	0.749 94	263.01	22.652	0.755 38	264.31	22.76	0.753 32
48	274.72	22.099	-0.400 88	274.63	23.148	0.750 09	274.64	23.154	0.755 3	275.93	23.26	0.753 33
49	288.65	24.649	1.649 4	288.69	24.2	1.157 3	288.69	24.201	1.158 3	290	24.306	1.156 4
50	300.77	25.149	1.649 4	300.81	24.699	1.157 2	300.81	24.7	1.158 1	300.26	24.652	1.154 9

5.2 九状态系统仿真

例 2 将例 1 中状态方程的状态数目由 3 个增加到 9 个,观测方程数目不变

$$\hat{\mathbf{x}}(t+1) = \hat{\mathbf{F}}\hat{\mathbf{x}}(t) + \hat{\mathbf{G}}\hat{\mathbf{w}}(t) \tag{25}$$

$$\hat{\mathbf{y}}_i(t) = \hat{\mathbf{H}}_i\mathbf{x}(t) + \hat{\mathbf{v}}_i(t) \tag{26}$$

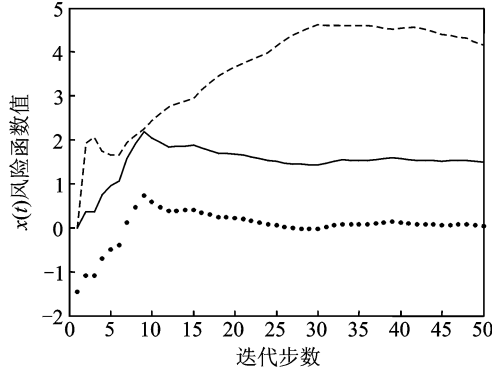


图 2 根据估计的观测矩阵计算出来的 $x(t)$ 风险函数值

Fig. 2 Risk function values of $x(t)$ calculated by estimated observation matrix

式中: $\hat{v}_i(t) = \begin{bmatrix} v_i(t) \\ v_i(t) \\ v_i(t) \end{bmatrix}$, $\hat{w}(t) = \begin{bmatrix} w(t) \\ w(t) \\ w(t) \end{bmatrix}$, $\hat{F} = \begin{bmatrix} F \\ F \\ F \end{bmatrix}$, $\hat{G} = \begin{bmatrix} G \\ G \\ G \end{bmatrix}$, 其中: $i=1, 2, 3$, $\hat{w}(t)$ 和 $v_i(t)$ 是零均值且方差分别为 $\hat{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 & 0 \\ 0 & Q & 0 \\ 0 & 0 & Q \end{bmatrix}$ 和 $R_i = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix}$ 的独立白噪声随机序列, 符号 $G, v_i(t), w(t), F, Q$ 和 R 如例 1 所定义。

图 3 是例 1 和例 2 估计结果的比较, 都是用 Bayes 估计计算出来的 3 个观测方程中的观测矩阵与实际的观测矩阵相减, 再将差值矩阵求迹而得。图 3(a, b, c) 分别是第 1, 2, 3 个观测方程, 图中实线是例 1 未纠偏时的差值矩阵的迹, 虚线是例 2 未纠偏时的差值矩阵的迹, 比较可以得出例 2 的偏差比例 1 的要小。图 4 是用例 1 和例 2 估计出来的状态值计算出的风险函数值, 图中实线属于例 1, 点线属于例 2, 也可以得出例 2 要优于例 1。

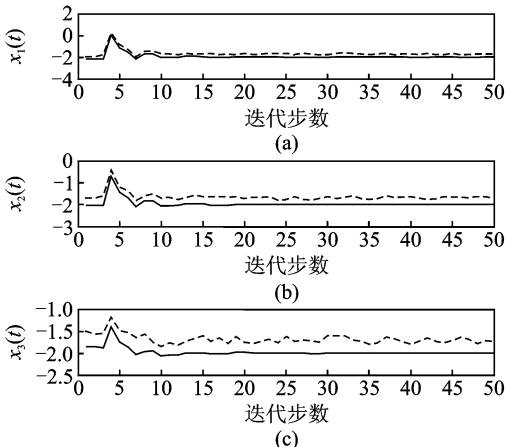


图 3 例 1 和例 2 计算 3 个观测矩阵与实际的观测矩阵之差的迹

Fig. 3 Matrix trace of difference between three calculated observations matrix and actual observation matrix with Case 1 and Case 2

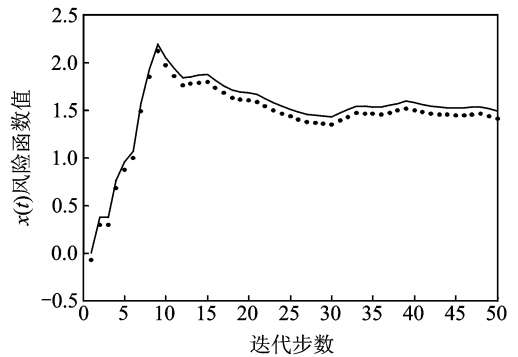


图 4 根据例 1 和例 2 估计的观测矩阵计算出来的 $x(t)$ 风险函数值

Fig. 4 Risk function values of $x(t)$ calculated by estimated observation matrix with Case 1 and Case 2

6 结束语

数据融合的目的是要提高数据估计精度和可靠性。具有不同观测函数和带相关观测噪声的多传感器离散系统通过多种融合方式,能提高 Kalman 滤波器的精度。对于不同的观测融合方式,从风险函数的角度考虑,BYEWLS 分布式融合方式要优于 WLS 分布式融合方式。虽然 BYEWLS 融合算法是有偏估计,但可以通过在线消除偏差的方式来克服。

参考文献:

- [1] 李鹏飞,黄建军,黄敬雄,等.一种模糊 Kalman 滤波机动目标跟踪的新算法[J].数据采集与处理,2009,24(4):483-486.
Li Pengfei, Huang Jianjun, Huang Jingxiong, et al. Fuzzy Kalman filter for maneuvering target tracking [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2009, 24(4): 483-486.
- [2] 徐琦,蔡聪,王熠钊.一种基于数据融合的机动目标跟踪预测算法[J].系统仿真学,2011,23(11):2444-2448.
Xu Qi, Cai Cong, Wang Yizhao. Forecast algorithm for tracking moving targets based on data fusion [J]. Journal of System Simulation, 2011, 23(11): 2444-2448.
- [3] 陶贵丽,邓自立.含未知参数的自校正融合 Kalman 滤波器及其收敛性[J].自动化学报,2012,38(1):109-119.
Tao Guili, Deng Zili. Self-tuning fusion Kalman filter with unknown parameters and its convergence [J]. ACTA Automatica Sinica, 2012, 38(1): 109-119.
- [4] 欧连军,丘红专,张洪钺.多个相关测量的融合算法及其最优性[J].信息与控制,2005,34(6):690-695.
Ou Lianjun, Qiu Hongzhan, Zhang Hongyue. Multiple correlated measurements fusion algorithm and its optimality [J]. Information and Control, 2005, 34(6): 690-695.
- [5] Schopp P, Klingbeil L, Peters C, et al. Design, geometry evaluation, and calibration of a gyroscope-free inertial measurement unit[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2010,162(2): 379-387.
- [6] Murshed A M, Huang B, Nandakumar K. Estimation and control of solid oxide fuel cell system[J]. Computers and Chemical Engineering, 2010, 34(1): 96-111.
- [7] 王宏建,王晶,刘振业.基于迭代扩展 Kalman 滤波建议分布和线性优化重采样的快速同步定位与构图自校正加权观测融合 Kalman 估值器[J].电子与信息学报,2014,36(2):318-324.
Wang Hongjian, Wang Jing, Liu Zhenye. Fast simultaneous localization and mapping based on iterative extended Kalman filter proposal distribution and linear optimization resampling [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(2): 318-324.
- [8] 王小旭,梁艳,潘泉,等.带有色量测噪声的非线性系统 Unscented 卡尔曼滤波器[J].自动化学报,2012,38(6):986-997.
Wang Xiaoxu, Liang Yan, Pan Quan, et al. Unscented Kalman filter for nonlinear systems with colored measurement noise [J]. ACTA Automatica Sinica, 2012, 38(6): 986-997.
- [9] 杨柳庆,肖前贵,牛妍,等.基于渐消卡尔曼滤波器的定位系统设计[J].南京航空航天大学学报,2012,44(1):134-138.
Yang Liuqing, Xiao Qianguai, Niu Yan, et al. Design of localization system based on reducing Kalman filter[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2012, 44(1): 134-138.
- [10] 耿剑,张玲华.一种基于修正卡尔曼滤波的蜂窝定位算法[J].数据采集与处理,2013,28(2):201-206.
Geng Jian, Zhang Linghua. Cellular location method based on modified Kalman filter [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2013, 28(2): 201-206.
- [11] Kailath T, Sayed A H, Hassibi B. Linear estimation[M]. New Jersey: Prentice-Hall, 2000: 44-99.
- [12] 张金槐.线性模型参数估计及其改进[M].长沙:国防科技大学出版社,1999:11-23.
Zhang Jinhui. Parameter estimation of linear model and improvement[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1999: 11-23.
- [13] 赵树杰,赵建勋.信号检测与估计理论[M].北京:清华大学出版社,2004:425-440.
Zhao Shujie, Zhao Jianxun. Signal detection and estimation theory[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 425-440.

附录:

定理 1 考虑带多传感器的带不同观测阵的离散多传感器系统模型(2),用 BAYES 估计计算得到的 $\hat{\mathbf{H}}_{t, \text{BAYES}}$ 要优于 WLS 估计 $\hat{\mathbf{H}}_{t, \text{WLS}}$ 。

证明: 记 $\Delta = \text{Var}(\mathbf{H}_{i,\text{WLS}}(t)) - \text{Var}(\mathbf{H}_{i,\text{BEWLS}}(t))$, 要证明 $\Delta \geq 0$, 为此只要证明对 $\forall \eta \neq 0$, 有

$$\text{Var}(\boldsymbol{\eta}^T \mathbf{H}_{i,\text{WLS}}(t)) \geq \text{Var}(\boldsymbol{\eta}^T \mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}(t)) \tag{A1}$$

或者对 $\forall \eta \neq 0$, 有

$$\boldsymbol{\eta}^T \Delta \boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}^T (\mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{W}_i(t) \mathbf{y}_i(t))^{-1} \boldsymbol{\eta} - \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{R}_i^*(t) \mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{W}_i(t) \mathbf{y}_i(t) \mathbf{R}_i^*(t) \boldsymbol{\eta}] \tag{A2}$$

令 $\xi = \mathbf{R}_i^*(t) \boldsymbol{\eta}$, 则上式成为

$$\xi^T \mathbf{R}_i^{*-1}(t) \Delta \mathbf{R}_i^{*-1} \xi = \xi^T [\mathbf{R}_i^{*-1}(t) (\mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{W}_i(t) \mathbf{y}_i(t)) \mathbf{R}_i^{*-1}(t) - \mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{W}_i(t) \mathbf{y}_i(t)] \xi \tag{A3}$$

由于

$$\mathbf{R}_i^{*-1}(t) (\mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{W}_i(t) \mathbf{y}_i(t))^{-1} \mathbf{R}_i^{*-1}(t) = \mathbf{R}_{i,0}^{*-1}(t) (\mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{W}_i(t) \mathbf{y}_i(t))^{-1} \mathbf{R}_{i,0}^{*-1}(t) + \mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{W}_i(t) \mathbf{y}_i(t) + 2\mathbf{R}_{i,0}^{-1}(t) \tag{A4}$$

而且

$$\mathbf{R}_{i,0}^{-1}(t) \geq 0 \quad \mathbf{R}_{i,0}^{-1}(t) (\mathbf{y}_i^T(t) \mathbf{W}_i(t) \mathbf{y}_i(t))^{-1} \mathbf{R}_{i,0}^{-1}(t) \geq 0 \tag{A5}$$

因此 $\boldsymbol{\eta}^T \Delta \boldsymbol{\eta} \geq 0$, 对所有 $\boldsymbol{\eta} \neq 0$ 成立。于是有

$$\text{Var}(\mathbf{H}_{i,\text{WLS}}(t)) \geq \text{Var}(\mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}(t)) \tag{A6}$$

这说明用式(7)估计出来的 $\mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}$ 值方差阵小于用 WLS 方法估计出来的 $\mathbf{H}_{i,\text{WLS}}$ 值的方差阵, 根据定义 1, 即为 $\mathbf{H}_{i,\text{BAYES}}$ 值优 $\mathbf{H}_{i,\text{WLS}}$ 值。

定理 2 离散多传感器系统式(1)和(2), 用 BYEWLS 法所得到的分布式观测融合时变 Kalman 滤波器优于用 WLS 法所得到的分布式观测融合时变 Kalman 滤波器。

证明: 由于在 t 时刻, $x(t)$ 已知, 故应用文献[12]的方法, 有

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\mathbf{y}_{\text{BEWLS}}^{(0)}(t)) &= E[(\mathbf{y}_{\text{BEWLS}}^{(0)}(t) - E(\mathbf{y}_{\text{BEWLS}}^{(0)}(t)))(\mathbf{y}_{\text{BEWLS}}^{(0)}(t) - E(\mathbf{y}_{\text{BEWLS}}^{(0)}(t)))^T] = \\ &= E[(\mathbf{H}_{\text{BEWLS}}^{(0)} - E(\mathbf{H}_{\text{BEWLS}}^{(0)}))\mathbf{x}(t) \times (\mathbf{H}_{\text{BEWLS}}^{(0)} - E(\mathbf{H}_{\text{BEWLS}}^{(0)}))\mathbf{x}(t)^T] = \\ &= E[(\mathbf{H}_{\text{BEWLS}}^{(0)} - E(\mathbf{H}_{\text{BEWLS}}^{(0)})) \times (\mathbf{H}_{\text{BEWLS}}^{(0)} - E(\mathbf{H}_{\text{BEWLS}}^{(0)}))^T] (\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)) = \\ &= \text{Var}(\mathbf{H}_{\text{BEWLS}}^{(0)}) (\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)) \end{aligned} \tag{A7}$$

应用定理(1), 有

$$\text{Var}(\mathbf{H}_{\text{BEWLS}}^{(0)}) (\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)) \leq \text{Var}(\mathbf{H}_{\text{WLS}}^{(0)}) (\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)) \tag{A8}$$

由于 $(\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)) > 0$, 可得

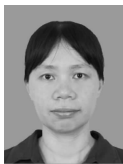
$$\text{Var}(\mathbf{H}_{\text{BEWLS}}^{(0)}) \leq \text{Var}(\mathbf{H}_{\text{WLS}}^{(0)}) \tag{A9}$$

根据文献[13], 集中式融合观测式(10)和分布式融合观测式(15)等价, 所以这说明对 $\mathbf{y}(t)$ 值的估计, 用式(13)估计出来的 $\mathbf{y}_{\text{BYWLS}}^{(1)}(t)$ 值方差阵小于用 LS 方法估计出来的值的方差阵, 根据定义 1, 可以证明用 REWLS 法所得到的分布式观测融合时变 Kalman 滤波器优于用 WLS 法所得到的分布式观测融合时变 Kalman 滤波器。

作者简介:



杨红 (1967-), 男, 博士, 副教授, 研究方向: 非线性控制、信息处理, E-mail: yhenryh@sina.com.



彭军 (1973-), 女, 高级实验师, 研究方向: 光信息处理。



钱志龙 (1975-), 男, 实验师, 研究方向: 光信息处理。



许百如 (1971-), 女, 实验师, 研究方向: 信息处理。