

# 改进的软 K 段主曲线算法及其在指纹骨架提取中的应用

焦 娜

(华东政法大学信息科学与技术系, 上海, 201620)

**摘 要:** 主曲线是一种基于非线性变换的特征提取方法, 它是通过数据分布“中间”并满足“自相合”的光滑曲线, 能较好地抽出数据的结构特征。针对软 K 段主曲线算法提取的指纹图像的骨架结构光滑度较差, 而且提取的指纹图像骨架经常出现小圈和短枝的现象, 本文在对软 K 段主曲线算法和指纹图像数据特点分析的基础上, 引入了一个新的评判函数, 并提出了改进的软 K 段主曲线算法, 将该算法应用在提取指纹图像骨架上。实验结果表明, 改进的软 K 段主曲线算法在提取指纹图像骨架的效果和准确率上比原算法都有明显提高。

**关键词:** 指纹骨架提取; 主曲线; 光滑度

**中图分类号:** TP391.4      **文献标志码:** A

## Improved Soft K-Segments Algorithm for Principal Curves and Its Applications on Fingerprint Skeletonization Extraction

Jiao Na

(Department of Information Science and Technology, East China University of Political Science and Law, Shanghai, 201620, China)

**Abstract:** Principal curves are a feature extraction method based on the nonlinear transformation. Meanwhile, they are smooth self-consistent curves that pass through the “middle” of the distribution and satisfy the “self coincidence”. Thus, structural features of the data can be extracted. Based on the soft K-segments algorithm for principal curves, the skeletonization extraction of the fingerprint image is not smooth enough, which often appears small circle and short branches. To solve this problem, the soft K-segments algorithm for principal curves and the specialties of fingerprint are analyzed. A new evaluation function is also proposed. And an improved soft K-segments algorithm for principal curves is put forward. Compared with those of the original algorithms, the smoothness and the accuracy of the proposed algorithm can be illustrated by experiments.

**Key words:** fingerprint skeletonization extraction; principal curves; smoothness

## 引 言

自动指纹识别技术已经广泛地应用于公安、海关、银行、网络安全等需要进行身份识别和鉴定的领域<sup>[1-3]</sup>。典型的自动指纹识别系统主要由指纹图像采集、指纹图像预处理、指纹特征提取、指纹特征匹配

和指纹分类识别等几部分构成。指纹特征提取结果直接影响指纹特征匹配和指纹分类识别的最终结果。大多数的指纹特征提取方法都对指纹图像进行细化操作,主要在细化的指纹图像或灰度图像上提取指纹特征点。细化方法需要进行大量扫描、遍历操作,并用数学形态学方法对原图进行腐蚀、模板匹配等操作得到结果,细化方法不可避免地会产生错误细节点,最终得到的细化图不能对指纹图像进行准确、有效的描述,并且对指纹图像上的指纹信息进行了有损压缩,因此不能较好地保留指纹图像的信息。而灰度图像由于存在大量噪音,因此基于它提取的特征点错误率较高。同时,细化图和灰度图都以位图形式存储,不仅占空间,且给指纹特征点提取和辨别真伪带来诸多不便。基于以上原因,本文利用主曲线方法来提取指纹图像的信息。主曲线概念<sup>[4]</sup>是 Hastie 和 Stuetzle 于 1984 年提出的,在 1989 年提出新的解决方案。主曲线是通过数据分布“中间”并满足“自相合”的光滑曲线,主曲线的理论基础是寻找嵌入高维空间的非欧氏低维流形,也是线性主成分的非线性推广。主曲线可以被认为是通过数据分布“中间”的曲线,能真实反映数据的形态,即数据集合的“骨架”。如果将指纹图像作为数据点集,那么通过数据点集的主曲线,即指纹骨架就可以较准确地描述指纹信息。

由于主曲线的这些性质和优点,自 90 年代以来在国外取得了较快的发展。1992 年 Banfield 和 Raftery 提出了 BR 主曲线<sup>[5]</sup>,1999 年 Kegl 提出了 PL 主曲线<sup>[6]</sup>,2000 年 Verbee K 给出了 K 段主曲线算法<sup>[7]</sup>,2001 Delicado 提出了 D 主曲线<sup>[9]</sup>。虽然在主曲线的原理中使用了较复杂的数学知识,但由于其广泛的应用前景,在 90 年代后期已引起国外计算机科学家的关注,现在已报道了许多主曲线在计算机方面的应用,如线性对撞机中对电子束运行轨迹的控制<sup>[10]</sup>、图像处理中辨识冰原轮廓<sup>[11]</sup>、图形检测<sup>[12]</sup>、脱机手写体的主曲线模板化<sup>[13]</sup>、数据可听化<sup>[14]</sup>、模式分类<sup>[15]</sup>、票据识别<sup>[16]</sup>和智能交通<sup>[17]</sup>等。

HS 主曲线算法、PL 主曲线算法、BR 主曲线算法和 T 主曲线算法共同存在的问题是:都由与固定拓扑结构相关的局部模型的组合组成,因此当数据分布在弯曲度很大或相交曲线周围时,这些算法性能就差,所得结果不能正确反映数据的拓扑结构。这是由在“局部模型”中的固定拓扑结构和差的初始化造成的。因为预先不知道需要多少“局部模型”,所以在设计算法时,只能估计“局部模型”的数量,同 HS 算法明确规定主曲线是不相交的。同样,多边形算法和 T 算法也由于其差的初始化,使得它们通常不能正确提取出分布在弯曲度很大或相交曲线周围的数据的主曲线,如图 1 所示。脱机手写字符图像具有弯曲度大和相交等特点,所以 HS 主曲线算法、多边形算法和 T 算法都不适用来提取指纹的骨架结构。软 K 段主曲线算法<sup>[8]</sup>能克服“局部模型”的缺点,对提取出分布在弯曲度很大或相交曲线周围的数据的主曲线效果较好。但是,软 K 段主曲线算法提取的指纹图像的骨架结构光滑度较差,会使求取出的骨架经常出现小圈和短枝的现象。这主要是由于:(1)软 K 段主曲线算法需要预先定义线段的数量,线段的数量会直接影响提取的指纹图像骨架结构的效果,然而,在运行软 K 段主曲线算法以前很难确切知道线段的数量,只能凭借以往的经验推算一个估计值;(2)指纹数据有着数据量巨大、分布分散且弯曲度很大或自相交的特点,简单的设定线段数量较难提取光滑的指纹图像骨架结构。因此,本文重新定

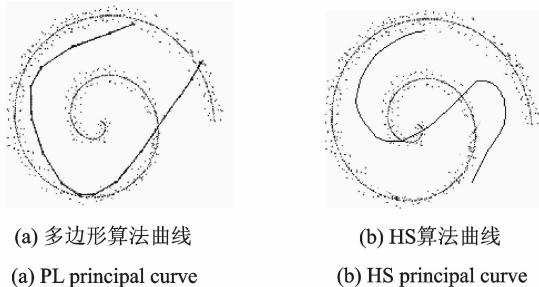


图 1 多边形算法和 HS 算法提取数据的主曲线

Fig. 1 PL principal curve and HS principal curve

义了一个评判函数代替原软 K 段主曲线算法中的预设线段数量,通过该评判函数是否收敛和目标函数共同来决定软 K 段主曲线算法是否结束。实验结果表明,改进的软 K 段主曲线算法在得到的指纹图像骨架效果上明显优于原软 K 段主曲线算法,不仅有更光滑的指纹骨架结构,而且能够避免小圈和短枝且更准确地描述指纹图像。

## 1 主曲线定义及原软 K 段主曲线算法

### 1.1 主曲线定义

**定义 1** 假设随机向量  $Y=(Y_1, Y_2, \dots, Y_p)$  的概率密度为  $g_y(y)$ , 则通过  $Y$  数据分布中间的一条曲线  $f(s)$  如果满足

$$f(s) = E(Y | s_f(y) = s) \quad (1)$$

则称  $f(s)$  为  $Y$  的一条主曲线。其中  $s_f(y)$  为数据点  $y$  投影到曲线  $f(s)$  上  $s$  点的值, 即

$$s_f(y) = \sup \{s: \|y - f(s)\| = \inf_{\tau} \|y - f(\tau)\|\} \quad (2)$$

由主曲线定义可知:主曲线上每个点是所有投影至该点的数据点的条件均值,它满足自相合性。主曲线的理论基础是寻找嵌入高维空间的非欧氏低维流形,也是线性主成分的非线性推广,它能真实地反映数据的形态。图 2 是一个简单的例子,从该图中可发现主曲线与第一主成分相比具有两个明显的优点:一方面对数据的信息保持性好;另一方面它与数据间的距离均方差小,较好地勾画出了原始信息的轮廓。

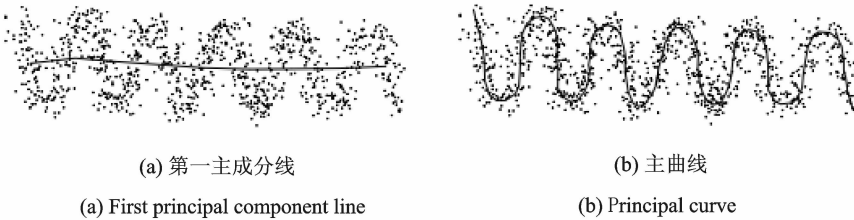


图 2 数据第一主成份与主曲线的对照图

Fig. 2 Comparison between first principal component and principal curves

### 1.2 原软 K 段主曲线算法

算法主要有以下几步组成:

#### 步骤 1 初始化

(1) 读入数据点集; (2) 计算其第一主成分线; (3) 设  $k_{\max}$ 。

#### 步骤 2 插入一条新线段

如果  $k > k_{\max}$ , 则程序结束。

否则

(1) 计算点  $x_q$ , 则求出点  $x_q$  的 Voronoi 区域, Voronoi 区域为  $V_q = \{x \in X | \|x - x_q\| \leq \text{mind}(x, s_j), j=1, 2, \dots, k\}$ 。

(2) 计算  $V_q$  的第一主成分线, 取  $3\sigma$  长作为新插入线段,  $\sigma^2$  为第一主成分线的方差。

(3)  $k=k+1$ , 令新插入线段为  $s_k$ ,  $s_k$  的 Voronoi 区域为  $V_k = \Phi$ 。

#### 步骤 3 调整步

调整新线段与其他线段。

**步骤 4 构造优化步**

将  $k$  条线段构造一条哈密顿路径,并进行优化。计算目标函数  $OF$  是否最小,如果  $OF$  最小,则程序结束,否则返回步骤 2。原软 K 段主曲线算法的时间复杂度为  $O(kn^2) \approx O(n^2)$  ( $k \ll n$ ) ( $k$  位插入线段个数,  $n$  数据点个数)。原软 K 段主曲线算法的程序流程图见图 3。

**2 改进的软 K 段主曲线算法**

**2.1 原软 K 段主曲线算法分析**

在原软 K 段主曲线算法中,线段数量的预设在整个算法中起着至关重要的作用。图 4 是一个线段数量  $k$  不同导致在数据中提取骨架不同的例子,从图 4 中可发现,在原软 K 段主曲线算法中,线段数量的设定将直接影响在数据中提取骨架的效果。然而,在运行原软 K 段主曲线算法以前很难确切知道线段的数量,由于初始线段数量设定的不准确,会导致得到的指纹图像骨架结构不够光滑甚至出现小圈和短枝,不能较好描述原始指纹数据的轮廓。

**2.2 指纹图像数据的特点**

指纹数据作为一种特殊的信息载体,有很多自身的属性,主要特点如下:(1)指纹图像中包含大量的数据信息,一张指纹图中经过预处理后一般包含上万个数据点;(2)指纹图像中包含的数据信息分布比较分散;(3)指纹图像中的数据形态呈现高弯曲度,大部分的指纹数据弯曲度都较大;(4)指纹图像中的部分数据出现自相交现象,指纹的端点往往会出现这种现象。

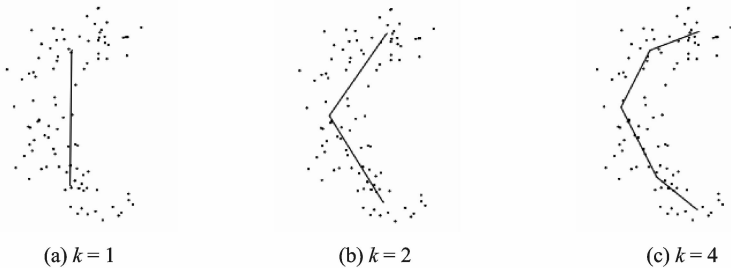


图 4 不同线段数量数据设定决定不同提取骨架效果

Fig. 4 Structural extraction according to different line numbers

**2.3 改进的软 K 段主曲线算法**

由于指纹数据自身的特点及原软 K 段主曲线算法需要预先设定线段数量等原因,导致原软 K 段主曲线算法提取的指纹图像的骨架结构光滑度较差,经常出现小圈和短枝的现象。因此,本文重新定义了一个评判函数代替原软 K 段主曲线算法中的预设线段数量,通过该评判函数是否收敛和目标函数共同决定软 K 段主曲线算法是否结束。

算法主要由以下几步组成:

(1)初始化

①读入数据点集  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。

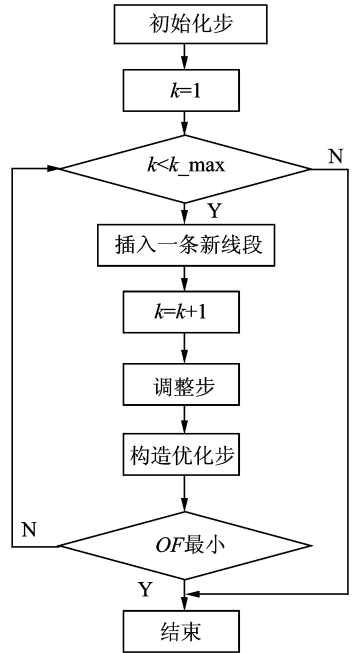


图 3 软 K 段主曲线算法流程图  
Fig. 3 Flow-chart of soft K-segments algorithm for principal curves

⑥计算其第一主成分线, 设初始线段  $s_1$  为  $3\sigma$  作为初始线段的长度,  $s_1$  的 Voronoi 区域为  $V_1 = \{x_1, \dots, x_n\}$ ,  $k=1$ ;  $\sigma^2$  为第一主成分线的方差。

(2) 插入一条新线段

①计算点  $x_q$ , 该点满足

$$x_q = \inf \left\{ x_i : \left| \sum_{i=1}^n g(x_i, x_i) - \max \left( \sum_{i=1}^n g(x_i, x_j) \right) \right| \right\}$$

$$g(x_i, x_j) = \begin{cases} \text{dist}(x_i) - d(x_i, x_j) & \text{dist}(x_i) - d(x_i, x_j) > 0 \\ 0 & \text{dist}(x_i) - d(x_i, x_j) \leq 0 \end{cases} ; 1 \leq i, j \leq n, \quad (3)$$

在  $g(x_i, x_j)$  中,  $\text{dist}(x_i) = \min_{j=1,2,\dots,k} d(x_i, s_j)$ ,  $d(x_i, x_j) = \|x_i - x_j\|^2$ , 则求出点  $x_q$  的 Voronoi 区域  $V_q = \{x \in X \mid x - x_q \leq \min d(x, s_j); j=1, 2, \dots, k\}$  (4)

②计算  $V_q$  的第一主成分线, 取  $3\sigma$  长作为新插入线段,  $\sigma^2$  是第一主成分线的方差。

③  $K=K+1$ , 令新插入线段为  $s_k$ 。  $s_k$  的 Voronoi 区域为  $V_k = \Phi$ 。

(3) 调整

调整新线段与其他线段。具体算法如下:

①设每条线段旧的 Voronoi 区域  $(V_1, V_2, \dots, V_k)$ 。

②求出每条线段新的 Voronoi 区域。  $\forall s_i, i=1, \dots, k$ , 求

$$V'_i = \{x_j \in X \mid \|x_j - s_i\| = \min_{i=1,2,\dots,k} \|x_j - s_i\|\} \quad (5)$$

③比较  $(V'_1, V'_2, \dots, V'_k)$  与  $(V_1, V_2, \dots, V_k)$  是否相同。

如果相同则调整步结束。如果不同则求出所有  $V'_j (j=1, 2, \dots, k)$  的第一主成分线, 并且把  $(V'_1, V'_2, \dots, V'_k)$  赋给  $(V_1, V_2, \dots, V_k)$ 。

(4) 构造优化

将  $k$  条线段构造一条哈密顿路径, 并进行优化, 算法如下:

①令  $p=k$  ( $p$  为子哈密顿路径的个数), 则  $p$  个子哈密顿路径有  $2p$  个端点,  $2^p$  个边。

②如果  $p < 2$ , 停止。否则, 求  $2^p$  个边的代价值  $c(e_i)$ , 其中  $c(e_i) = l(e_i) + \lambda_1 a(e_i)$ ;  $e_i = (v_i, v_m)$  ( $v_i, v_m$  分别是两个不同子哈密顿路径的端点);  $0 \leq \lambda_1 \in \mathbf{R}$  为用户定义的参数;  $l(e_i)$  为边  $e_i$  的长度,  $a(e_i)$  为角度惩罚,  $a(e_i) = \alpha + \beta$ , 如图 5 所示, 连接使  $c(e_i)$  最小的边的端点,  $p = p - 1$ , 返回第 ①步。

③用  $2-opt$  的 TSP(城市推销员问题) 优化方案来优化所形成的 HP(哈密顿路径)。

④计算目标函数  $OF = n \log l + \sum_{i=1}^k \sum_{x \in V_i} d(s_i, x)^2 / (2\sigma^2)$ ,  $l$  为构造后的哈密顿路径长度, 如果  $OF$  最小, 则程序结束, 否则返回(2)。

(5) 计算评判函数

计算距离惩罚函数  $E(l) = \Delta(l) + \lambda_2 P(l)$ ,  $E(l)$  能有效帮助骨架收敛和避免骨架出现偏离。其中  $l$  为计算得到骨架即哈密顿路径;  $\Delta(l)$  为所有数据点到其骨架上投影点的距离平方的平均值;  $\lambda_2$  为常数;  $P(l)$  为角度惩罚函数。

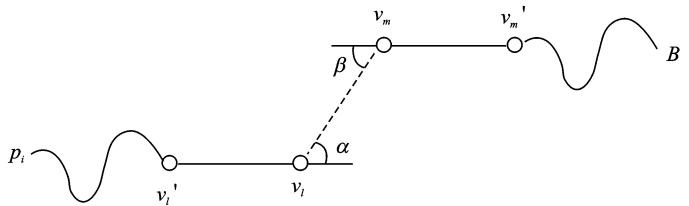


图 5 子哈密顿路径角度惩罚图

Fig. 5 Angle penalty of sub Hamilton path

$$\Delta(l) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta(x_i, l) \quad (6)$$

式中:  $\Delta(x_i, l)$  为数据点  $x_i$  到骨架  $l$  最短距离的平方。

$$P(l) = \frac{1}{2k} \sum_{i=1}^{2k} P(v_i) \tag{7}$$

骨架有  $2k$  个端点,  $P(v_i)$  为端点  $v_i$  的角度惩罚值。如果距离惩罚函数  $E(l)$  收敛即骨架满足收敛条件, 则程序结束, 否则返回(2)。改进的软 K 段主曲线算法提取骨架的程序流程如图所示 6。

改进的软 K 段主曲线算法的时间复杂度为  $O(kn^2) + O(n \log k) \approx O(n^2)$  ( $k \ll n$ ),  $k$  为插入线段个数,  $n$  数据点个数。图 6 与图 3 相比, 图 6 中没有预设线段数量  $k_{\max}$ , 并定义了新的评判函数, 通过该评判函数是否收敛和目标函数共同来决定软 K 段主曲线算法是否结束。

### 2.4 改进的软 K 段主曲线算法优点

(1)原软 K 段主曲线算法需要预先设定线段数量, 预先设定线段的数量需要人为设置或凭借经验值预设线段数量。不同的图片预先设定线段数量不同, 不同的人对同一张图像预先设定的值也不同。因此原软 K 段主曲线算法提取指纹的骨架图与预先设定的线段数量密切相关。改进的软 K 段主曲线算法不需要预先设定线段的数量, 通过评判函数是否收敛和目标函数共同来决定软 K 段主曲线算法是否结束, 而不需要预先设定初始线段数量, 因此减少了人为干预因素。

(2)改进的软 K 段主曲线算法引入距离惩罚函数  $E(l)$ , 距离惩罚函数  $E(l)$  是通过所有数据点到其骨架上投影点的距离平方的平均值和角度惩罚值共同计算得到的, 在考虑数据点到其骨架距离的同时也考虑了角度, 因此能够避免一些小圈和短枝, 能有效地帮助骨架收敛和避免骨架出现偏离。

### 3 实验结果分析与比较

本文从 FVC2000<sup>[18]</sup> 指纹库中的指纹图片, 经过 Gabor 滤波和二值化处理后。作为测试对象。利用改进的软 K 段主曲线算法对指纹骨架进行提取, 并与原软 K 段主曲线算法进行了分析比较。图 7 为改进的软 K 段主曲线算法和原软 K 段主曲线算法在自相交的指纹线交叉点、弯曲度大的指纹线的实验结果。从效果上可以看出, 利用原软 K 段主曲线算法得到的指纹骨架的光滑度较差, 并且小圈和短枝较多。而改进的软 K 段主曲线算法在得到的指纹图像骨架效果上明显优于原软 K 段主曲线算法, 不仅有更光滑的指纹骨架结构, 而且能够避免小圈和短枝、更准确地描述指纹图像。

### 4 结束语

本文以主曲线为基础, 对软 K 段主曲线算法和指纹所分别具有的特点进行分析, 提出改进的软 K 段主曲线算法, 并将其应用到提取指纹骨架上去。从实验结果看, 改进的软 K 段主曲线算法相对于原软 K 段主曲线算法, 不仅有光滑性强、准确性高等优点, 而且提取的指纹骨架中包含大量的有效信息。但还有不尽如人意的地方, 如在改进的软 K 段主曲线算法中的角度惩罚函数需要使用三角函数, 计算量有所增加, 在下一步的工作中将进行改进。

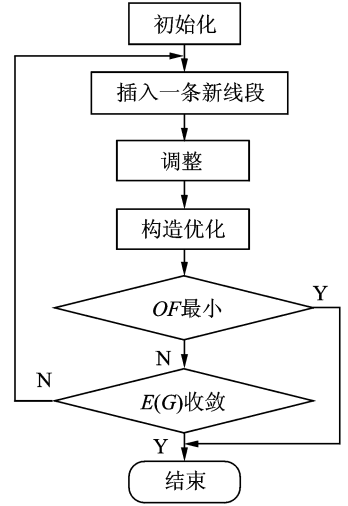
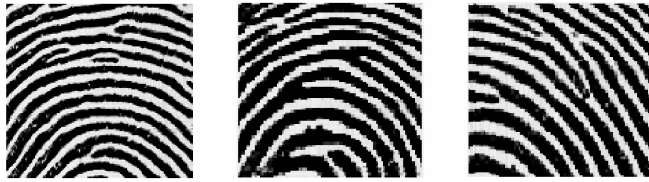


图 6 改进的软 K 段主曲线算法流程图

Fig. 6 Flow-chart of improved soft K-segments algorithm for principal curves



(a) 指纹图像

(a) Fingerprint image



(b) 原软K段主曲线算法提取指纹骨架图

(b) Fingerprint image skeletonization based on soft K-segments algorithm for principal curves



(c) 改进的软K段主曲线算法提取指纹骨架图

(c) Fingerprint image skeletonization based on improved soft K-segments algorithm for principal curves

图 7 提取指纹骨架图的对比

Fig. 7 Comparison between different algorithms

## 参考文献:

- [1] 刘帅, 李士进, 冯钧. 多特征融合的遥感图像分类[J]. 数据采集与处理, 2014, 29(1):108-115.  
Liu Shuai, Li Shijin, Feng Jun. Remote sensing image classification based on adaptive fusion of multiple features[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2014, 29(1):108-115.
- [2] 王彩云, 孔一荟. 基于稀疏表示字典优化的雷达高分辨距离像目标识别[J]. 南京航空航天大学学报, 2013, 45(6):837-842.  
Wang Caiyun, Kong Yihui. Radar high-resolution range profile target recognition based on sparse representation of dictionary optimized[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2013, 45(6):837-842.
- [3] Pan Feng, Wang Jiandong, Song Guangwei. Fast feature ranking and its application to face recognition[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 30(4):389-396.
- [4] Hastie T. Principal curves[J]. Journal of the American Statistical Association, 1989, 84(406):502-516.
- [5] Banfield J D, Raftery A E. Ice floe identification in satellite images using mathematical morphology and clustering about principal curves[J]. Journal of the American Statistical Association, 1992, 87(417): 7-16.
- [6] Kegl B, Krzyzak A, Linder T, et al. A polygonal line algorithm for constructing principal curves[C]//Proceedings of Neural Information Processing System. Denver Colorado, USA: Computer Press, 1999:501-507.
- [7] Verbeek J J, Vlassis N, Kröse B. A K-segments algorithm for finding principal curves[J]. Computer Science of Institute, University of Amsterdam, Technical Report: Pattern Recognition Letters, 2002, 23 (8): 1009-1017.
- [8] Verbeek J J, Vlassis N, Kröse B. A soft K-segments algorithm for principal curves[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2001, 17(3):450-456.

- [9] Delicado P. Another look at principal curves and surfaces[J]. *Journal of Multivariate Analysis*, 2001, 7(1):84-116.
- [10] 张军平,王珏. 主曲线综述[J]. *计算机学报*, 2003, 26(2):129-146.  
Zhang Junping, Wang Jue. An overview of principal curves[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2003, 26(2):129-146.
- [11] Bas E, Erdogmus D. Principal curves as skeletons of tubular objects: Locally characterizing the structures of axons[J]. *Neuroinformatics*, 2011, 9 (2/3): 181-191.
- [12] Wang H N, Thomas C M L. Extraction of curvilinear features from noisy point patterns using principal curves[J]. *Pattern Recognition Letter*, 2008, 29 (16): 2078-2084.
- [13] 焦娜, 迟呈英, 苗夺谦. 基于软K段主曲线算法的字符特征提取研究及实现[J]. *计算机科学*, 2006, 33 (1): 229-231.  
Jiao Na, Chi Chengying, Miao Duoqian. Research and implementation of structural features of characters based on a soft K-segments algorithm for principal curves[J]. *Chinese Journal of Computer Science*, 2006, 33 (1): 229-231.
- [14] Reinhard K, Niranjana M. Parametric subspace modeling of speech transitions[J]. *Speech Communication*, 1999, 27 (1): 19-42.
- [15] Zhang J P, Wang X D, Kruger U, et al. Principal curve algorithms for partitioning high-dimensional data spaces[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2011, 22 (3): 367-380.
- [16] Zhang H Y, Miao D Q, Xia F C, et al. Automatic recognition system of bills based on principal curves[J]. *Journal of Information and Computational Science*, 2004, 1 (2): 199-204.
- [17] Zhang J P, Chen D W, Kruger U. Adaptive constraint K-segment principal curves for intelligent transportation systems[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2008, 9 (4): 666-677.
- [18] Fingerprint verification competition(FVC2000)[EB/OL]. <http://bias.csr.unibo.it/fvc2000/download.asp>, 2000-9-14.

#### 作者简介:



焦娜(1977-),女,博士,讲师,研究方向:模式识别、人工智能、数据挖掘、粗糙集等, E-mail: zdx. jn @ 163.com。