

基于相关特性的改进箕舌线变步长 LMS 算法

路翠华 李国林 周洪庆 徐君明

(海军航空工程学院七系, 烟台, 264001)

摘要: 基于箕舌线的变步长最小均方 (Variable step least mean square, VSLMS) 算法是一种经典的 LMS 算法, 但其步长更新公式易受噪声干扰的影响, 导致自适应滤波器权值在最优权值附近波动。为解决箕舌线变步长 LMS 算法步长更新公式易受噪声干扰的问题, 根据高斯白噪声相关性比较差的特性, 对箕舌线变步长 LMS 算法进行改进, 提出基于相关特性的改进箕舌线变步长 LMS 算法, 使算法的抗噪声干扰能力明显增强。理论分析和仿真结果表明: 若两算法选取相同参数, 则基于相关特性的改进箕舌线变步长 LMS 算法相对于箕舌线变步长 LMS 算法具有小的稳态误差; 在保证算法收敛的条件下, 基于相关特性的改进箕舌线变步长 LMS 算法相对箕舌线变步长 LMS 算法具有较快的收敛速度。

关键词: 自适应滤波器; 噪声抑制; 稳态误差; 收敛速度

中图分类号: TN911.72 **文献标志码:** A

Improved Tonguelike Curve Variable Step LMS Algorithm Based on Correlation Characteristic

Lu Cuihua, Li Guolin, Zhou Hongqing, Xu Junming

(The 7th Department, Naval Aeronautics and Astronautics University, Yantai, 264001, China)

Abstract: The tonguelike curve variable step least mean square (VSLMS) algorithm is a classical LMS algorithm. The disadvantage of the algorithm is that its step-formula can be disturbed easily by noise jamming, thus causing adaptive filter's weights fluctuate around the optimal weights. To solve the problem, the tonguelike curve VSLMS algorithm is improved according to the characteristics that the correlation of white Gaussian noise is weak. The improved tonguelike curve VSLMS algorithm based on the correlation characteristic is presented. Tonguelike curve VSLMS algorithm's ability of anti-noise jamming is improved evidently. If two algorithms choose the same parameters, the improved tonguelike curve VSLMS algorithm based on the correlation characteristic has the less steady-state error than the tonguelike curve VSLMS algorithm. Under the condition that the two algorithms are both convergent, the convergence rate of the improved tonguelike curve VSLMS algorithm is faster than that of the tonguelike curve VSLMS algorithm. The above conclusions are testified through theoretical analysis and simulation.

Key words: adaptive filter; noise suppression; steady-state error; convergence rate

引 言

最小均方(Least mean square, LMS)自适应算法结构简单,计算复杂度低,从而得到了广泛的应用。以 LMS 算法为基础,研究人员先后提出了变步长 LMS 算法^[1-4]、LMS 牛顿算法^[5-6]、归一化 LMS 算法^[7,8]、频域 LMS 算法^[9]、变换域以及分块 LMS 算法^[10-12]等。目前 LMS 算法已比较成熟,但是结合实际应用开展了提高其性能的改进算法研究^[13,14]。文献^[15]提出的基于算舌线变步长 LMS 算法是比较经典的一种变步长 LMS 算法,但其步长更新公式仍然易受噪声干扰影响。本文根据噪声干扰的特性对基于算舌线的变步长 LMS 算法进行改进。假设噪声干扰为高斯白噪声,根据高斯白噪声相关性差的特性提出基于相关特性的算舌线变步长 LMS 算法。

1 基于算舌线变步长 LMS 算法

文献^[13]提出的基于算舌线变步长 LMS 算法如下

$$e(n) = d(n) - \mathbf{u}^T(n) \boldsymbol{\omega}(n) \quad (1)$$

$$\mu(n) = \beta \left[1 - \frac{1}{\alpha e^2(n) + 1} \right] \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\omega}(n+1) = \boldsymbol{\omega}(n) + 2\mu(n) e(n) \mathbf{u}(n) \quad (3)$$

式中: $\mathbf{u}(n)$ 表示 n 时刻的输入信号矢量, $\mathbf{u}(n) = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1)]^T$; $\boldsymbol{\omega}(n)$ 为 n 时刻的权值, $\boldsymbol{\omega}(n) = [\omega_0(n), \omega_1(n), \dots, \omega_{M-1}(n)]^T$; $d(n)$ 为 n 时刻的期望输出信号。式(2)中参数 $\alpha > 0$ 控制函数的形状, 参数 $\beta > 0$ 控制函数的取值范围, 步长 $\mu(n)$ 与 α, β 和误差 $e(n)$ 的关系如图 1 所示。当 α, β 选定时, $\mu(n)$ 由 $e(n)$ 唯一确定。当误差 $e(n)$ 大时, 步长 $\mu(n)$ 大; 当误差 $e(n)$ 小时, 步长 $\mu(n)$ 小。

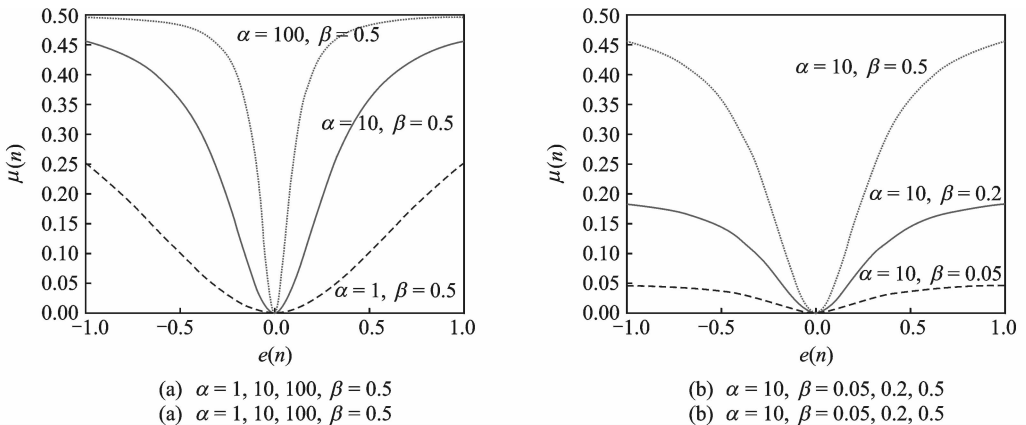


图 1 $\mu(n)$ 与 $e(n)$ 的关系曲线

Fig. 1 Curves of $\mu(n)$ vs $e(n)$

在没有噪声干扰或噪声干扰比较小的情况下,最开始迭代时误差 $e(n)$ 和步长 $\mu(n)$ 都比较大,可保证算法有较快的收敛速度;当算法趋向收敛时,误差 $e(n)$ 比较小,步长 $\mu(n)$ 也比较小,可保证算法具有较小的稳态误差。但在噪声干扰比较严重的环境中,误差 $e(n)$ 包含两部分:信号分量和噪声干扰。由于噪声干扰的存在,会导致误差 $e(n)$ 一直比较大,从而使 $\mu(n)$ 不能到一个很小的值,自适应算法很难达到最优解,只能在最优解附近波动。此时需要对步长迭代式(2)进行改进,消除噪声干扰对步长 $\mu(n)$ 的影响,使步长 $\mu(n)$ 只与误差 $e(n)$ 中的信号分量有关。

2 基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法

高斯白噪声 v 相关性比较差, 即 $E[v(n)v(n-1)] = 0$, 根据这一特性提出基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法, 其步长更新公式为

$$\mu(n) = \beta \left[1 - \frac{1}{\alpha E[e(n)e(n-1)] + 1} \right] \quad (4)$$

基于相关特性箕舌线变步长 LMS 算法中的步长更新公式受噪声影响很小, 具有很强的抗噪声干扰能力, 若与箕舌线变步长 LMS 算法选取相同参数 α, β , 则基于相关特性箕舌线变步长 LMS 算法相对于箕舌线变步长 LMS 算法具有小的稳态误差。

证明 设误差 $e(n) = s_1(n) + v_1(n)$, 其中 $s_1(n)$ 为误差中的信号分量, $v_1(n)$ 为误差中的噪声分量, 则

$$E[e(n)e(n-1)] = E\{[s_1(n) + v_1(n)][s_1(n-1) + v_1(n-1)]\} =$$

$$E[s_1(n)s_1(n-1)] + E[s_1(n)v_1(n-1)] + E[v_1(n)s_1(n-1)] + E[v_1(n)v_1(n-1)] \quad (5)$$

若信号与噪声不相关, 则

$$E[e(n)e(n-1)] = E[s_1(n)s_1(n-1)] \quad (6)$$

由式(5,6)可知, 基于相关特性箕舌线变步长 LMS 算法中的步长更新公式消除了误差中噪声分量的影响, 其步长更新公式受噪声影响很少, 具有很强的抗噪声干扰能力。

当算法趋向收敛时, $s_1(n) \rightarrow 0$, 所以

$$E[s_1(n)s_1(n-1)] \rightarrow 0 \quad (7)$$

则

$$|E[e(n)e(n-1)]| \leq |e(n)|^2 \quad (8)$$

设箕舌线变步长 LMS 算法步长为 $\mu(n)$, 基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法步长为 $\mu_1(n)$, 若两算法选取相同参数 α, β , 由式(2,4,8)可得

$$\mu_1(n) \leq \mu(n) \quad (9)$$

所以此时基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法相对于箕舌线变步长 LMS 算法具有小的稳态误差。

在保证算法收敛的条件下, 若基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法和箕舌线变步长 LMS 算法参数 α 相同, 基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法可以选取相对较大的参数 β , 从而使基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法相对箕舌线变步长 LMS 算法具有较快的收敛速度。

证明 设箕舌线变步长 LMS 算法的参数为 α, β , 步长为 $\mu(n)$, 基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法的参数为 α_1, β_1 , 步长为 $\mu_1(n)$, 输入信号矢量 $\mathbf{u}(n)$ 相关矩阵为 $\mathbf{R} = E[\mathbf{u}(n)\mathbf{u}^H(n)]$, \mathbf{R} 的最大特征值为 λ_{\max} 。由 LMS 算法均值收敛条件可得, 要使箕舌线变步长 LMS 算法和基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法收敛, 须使

$$0 < \mu(n) < 2/\lambda_{\max} \quad (10)$$

$$0 < \mu_1(n) < 2/\lambda_{\max} \quad (11)$$

即须使

$$0 < \beta \left[1 - \frac{1}{\alpha |e_{\max}(n)e_{\max}(n)| + 1} \right] < 2/\lambda_{\max} \quad (12)$$

$$0 < \beta_1 \left[1 - \frac{1}{\alpha_1 E[e(n)e(n-1)] + 1} \right] < 2/\lambda_{\max} \quad (13)$$

式中 $e_{\max}(n)$ 为滤波过程中绝对值最大的误差值。

显然

$$|E[e(n)e(n-1)]| < |e_{\max}(n)e_{\max}(n)| \quad (14)$$

若 $\alpha = \alpha_1$, 由式(14)可得, 满足式(13)的 β_1 可大于满足式(12)的 β , 即若基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法和箕舌线变步长 LMS 算法参数 α 相同, 基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法可以选取相对较大的参数 β_1 , 所以基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法相对箕舌线变步长 LMS 算法具有较快的收敛速度。

3 仿真分析

将基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法和箕舌线变步长 LMS 算法应用到窄带信号的噪声抑制中, 通过仿真验证基于相关特性箕舌线变步长 LMS 算法的滤波性能。噪声抑制原理如图 2 所示。

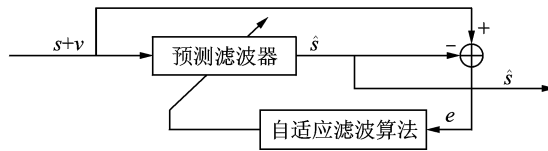


图 2 噪声抑制原理

Fig. 2 Principle of anti-noise jamming

当窄带信号中含有噪声时, 由于窄带信号可预测, 而高斯白噪声的可预测性比较差, 可利用其预测性的差异进行噪声抑制。设含有噪声的信号为 $x, x = s + v$, 其中 s 为有用信号, v 为噪声。因为 s 为窄带信号, 利用预测滤波器可得到信号 s 的预测信号 \hat{s} 。误差 $e = s + v - \hat{s}$, 根据误差 e 调整滤波器的权值, 使 $\hat{s} \rightarrow s$, 从而使 $e \rightarrow v$, 达到噪声干扰抑制的目的。

仿真中选取窄带信号为弹目距离大于 3 倍脱靶量时连续波多普勒无线电引信回波信号。因仿真中只选取了一小段回波信号, 可假设在这一小段时间内回波信号的幅度不变。在仿真中, 信号 s 已知, 用平方误差 $|s - \hat{s}|^2$ 来衡量滤波性能。设弹目相对运动速度为 1000 m/s, 脱靶量为 20 m, 引信在弹目距离 300 m 时开始工作。引信回波信号 SNR=5 dB, 基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法和箕舌线变步长 LMS 算法参数在 $\alpha = 10, \beta = 0.02$ 时收敛过程曲线如图 3 所示, 稳态误差如图 4 所示。

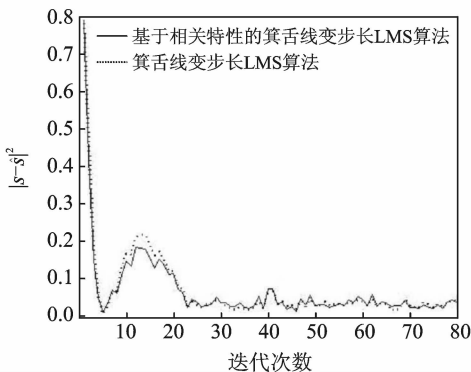


图 3 SNR=5 dB、参数相等时收敛曲线

Fig. 3 Convergent curves with 5 dB SNR and equal parameters of two algorithms

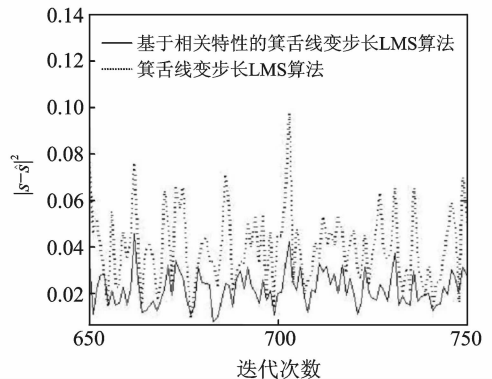


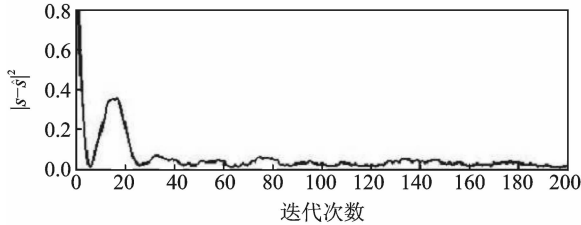
图 4 SNR=5 dB、参数相等时稳态误差

Fig. 4 Steady-state errors with 5 dB SNR and equal parameters of two algorithms

由图 3,4 可以看出,基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法和箕舌线变步长 LMS 算法参数在 $\alpha=10, \beta=0.02$ 时,两种算法收敛速度基本相等,但其稳态误差明显小于箕舌线变步长 LMS 算法,与理论分析一致。

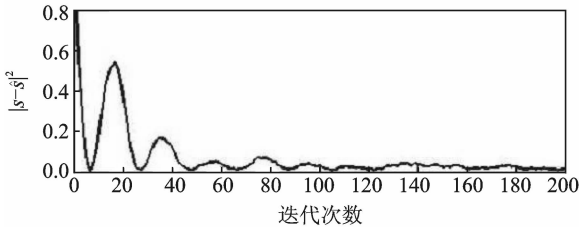
仿真中发现,基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法(参数 $\alpha=10, \beta=0.008$)和箕舌线变步长 LMS 算法(参数 $\alpha=10, \beta=0.005$),两算法收敛后稳态误差基本相等,此时收敛过程曲线如图 5 所示。

由图 5 可以看出,在稳态误差基本相等的条件下,基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法收敛速度明显快于箕舌线变步长 LMS 算法。



(a) 基于相关特性的箕舌线变步长LMS算法

(a) Variable step LMS algorithm based on correlation characteristic



(b) 箕舌线变步长LMS算法

(b) Variable step LMS algorithm based on tongue-like curve

图 5 SNR=5 dB、稳态误差相等时收敛曲线

Fig. 5 Convergent curves with 5 dB SNR and equal steady-state errors of two algorithms

4 结束语

箕舌线变步长 LMS 算法步长更新公式易受噪声干扰,导致自适应滤波器权值在最优权值附近波动比较大。本文针对这一问题,根据高斯白噪声相关性比较差的特性,对箕舌线变步长 LMS 算法步长更新公式进行改进,提出基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法,使算法抗噪声干扰能力增强。本文通过理论分析和仿真对基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法滤波性能进行了验证。基于相关特性的箕舌线变步长 LMS 算法适用于信号稳定的情况,若信号在某时刻发生突变,已趋向收敛的算法重新开始迭代时,受步长更新公式中数学期望的影响,其收敛速度略慢于箕舌线变步长 LMS 算法。

参考文献:

- [1] 高鹰, 谢胜利. 一种变步长 LMS 自适应滤波算法及分析[J]. 电子学报, 2001, 29(8): 1094-1097.
Gao Ying, Xie Shengli. A variable step size LMS adaptive filtering algorithm and its analysis[J]. ACTA ELECTRONICA SINICA, 2001, 29(8): 1094-1097.
- [2] 张玲玲, 唐晓英, 刘伟峰. 一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法性能分析[J]. 生命科学仪器, 2005, 3(5): 39-41.
Zhang Lingling, Tang Xiaoying, Liu Weifeng. Performance analysis of a new variable step size LMS adaptive filtering algorithm[J]. Life Science Instruments, 2005, 3(5): 39-41.
- [3] 周学文, 柯熙政. 一种新的变步长 LMS 自适应滤波算法[J]. 西安理工大学学报, 2006, 22(3): 290-293.

Zhou Xuewen, Ke Xizheng. A new variable step size LMS adaptive filtering algorithm[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2006, 22(3): 290-293.

- [4] Zheng Fanfan, Huang Lianfen, Shi Zhiyuan, et al. Variable step-size LMS adaptive algorithm based on computational verb rules[C]//International Conference on Anti-Counterfeiting Security and Identification in Communication. Chengdu, China: IEEE Press, 2010: 343-346.
- [5] Zulfiqar Md, Ali Bhotto, Andreas Antoniou. Improved data-selective LMS-Newton adaption algorithms[C]//The 16th International Conference on Digital Signal Processing. Santorini, Greece: IEEE Press, 2009: 1-6.
- [6] Zhou Y, Chan S C, Ho K L. A new block-exact fast LMS/Newton adaptive filtering algorithm[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54 (1): 374-380.
- [7] Jimaa S A, Al-Simiri A, Shubair R M, et al. Convergence evaluation of variable step-size NLMS algorithm in adaptive channel equalization[C]//IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology. Ajaman, UAE: IEEE Press, 2009: 145-150.
- [8] 张琦,王霞,薛涛.自适应回波抵消中变步长 NLMS 算法的研究[J].数据采集与处理,2013,28(1):64-68.
Zhang Qi, Wang Xia, Xue Tao. Variable step-size NLMS algorithms in echo cancellation[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2013, 28(1): 64-68.
- [9] Ogunfunmi A O, Peterson A M. On the implementation of the frequency-domain LMS adaptive filter[C]//IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing. New York: IEEE Press, 1992: 318-322.
- [10] Qi Lin, Zhang Yanhong, Tao Ran, et al. Adaptive filtering in fractional Fourier domain[J]. IEEE International Symposium on MAPE for Wireless Communications Proceedings, 2005, 8(2): 1033-1036.
- [11] 齐林,周丽晓.变换域自适应滤波算法的研究[J].郑州大学学报:理学版,2007,39(1):61-66.
Qi Lin, Zhou Lixiao. Study on transform-domain adaptive filtering algorithm[J]. Journal of Zhengzhou University: Nature Science Edition, 2007, 39(1): 61-66.
- [12] Narasimha Madhally J. Block adaptive filter with time-domain update using three transforms[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2007, 14 (1): 51-53.
- [13] Gao Hui, Xu Longxiang, Zhu Yili. Compensation control of real-time unbalance force for active magnetic bearing system[J]. Transactions of Nanjing Aeronautics and Astronautics, 2011, 28(2): 183-191.
- [14] 崔东辉,徐龙祥.基于自适应滤波的主动磁悬浮轴承位移传感器故障识别[J].南京航空航天大学学报,2009,41(3):364-369.
Cui Donghui, Xu Longxiang. Fault diagnosis of displacement sensors of active magnetic bearing based on adaptive filtering [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2009, 41(3): 364-369.
- [15] 邓江波,侯新国,吴正国.基于箕舌线的变步长 LMS 自适应算法[J].数据采集与处理,2004,19(3):282-285.
Deng Jiangbo, Hou Xinguo, Wu Zhengguo. Variable step adaptive filtering algorithm based on tongue-like curve[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2004, 19(3): 282-285.

作者简介:



路翠华 (1978-), 女, 博士, 讲师, 研究方向: 自适应信号处理, E-mail: llu1978@163.com。



李国林 (1955-), 男, 博士, 教授, 研究方向: 近程目标探测与识别, E-mail: glin-lee@263.com。



周洪庆 (1969-), 男, 副教授, 研究方向: 近程目标探测与识别。



徐君明 (1978-), 男, 副教授, 研究方向: 近程目标探测与识别, E-mail: ubiwolf@263.net。