ISSN 1004-9037,CODEN SCYCE4
Journal of Data Acquisition and Processing Vol. 30,No. 4,Jul. 2015,pp. 824－829
DOI:10.16337/j.1004-9037.2015.04.014

http://sjcj.nuaa.edu.cn
E-mail:sjcj@nuaa.edu.cn
Tel/Fax:＋86-025-84892742

一种改进的加权空间平滑算法

吴向东　马　仑　梁中华

(长安大学信息工程学院,西安,710064)

摘　要:对加权空间平滑算法计算加权因子时需要预估计信源方向的问题,提出了一种新的相干信源波达方向估计的加权空间平滑算法。在计算加权矩阵时不需要知道信源的先验信息,也不需要预估计信源方向,而是对原始阵列进行特殊结构的子阵划分,结合子阵间的自、互相关矩阵对角度估计的贡献不同,采用嵌套的空间平滑算法得到加权矩阵,从而实现相干信源的解相干和波达方向估计。本文算法相比原算法具有更优的加权因子、更好的解相干性能、更高的角度分辨率和角度估计的准确性。理论分析和仿真结果表明新算法的有效性。

关键词:波达方向估计;互相关矩阵;加权空间平滑

中图分类号:TN957　　　**文献标志码**:A

Improved Weighted Spatial Smoothing Algorithm

Wu Xiangdong, Ma Lun, Liang Zhonghua

(School of Information Engineering, Chang′an University, Xi′an, 710064, China)

Abstract: The weighted spatial smoothing (WSS) algorithm requires preliminary estimate direction-of-arrival of coherent signals in the calculation of weight factors. Here a new improved weighted spatial smoothing (IWSS) technique for the direction-of-arrival estimation of coherent signals is proposed. It divides the array into several sub-arrays with special structure, according to the different contribution to direction-of-arrival estimation between the autocorrelation matrix and the cross correlation matrix. Nested spatial smoothing algorithm is applied to gain the weight matrix to decorrelate and estimate the direction-of-arrival of coherent source signals. In contrast to the WSS method, the higher decorrelation performance and angel resolution are also obtained without a priori information and preliminary estimate angle value. Theoretical analysis and simulation results demonstrate the correctness and validity of the new algorithm.

Key words: direction-of-arrival estimation; cross correlation matrix; weighted spatial smoothing

引　　言

相干环境下信源波达方向估计是阵列信号处理领域里的一个重要分支[1-2],而基于信号子空间类的超分辨算法,如MUSIC,ESPRIT等以其高精度的角度估计性能成为研究重点。但在相干源环境下,信

基金项目:陕西省自然科学基金(2011JQ8041)资助项目;中央高校基本科研业务费专项基金(2013G1241116)资助项目。
收稿日期:2014-03-03;**修订日期**:2014-11-04

号子空间和噪声子空间不再满足正交性,使得该类方法失效。目前相干环境下信源波达方向估计的主要思路是先对阵列接收信号做预处理,其目的是为了实现相干信号的解相干,然后再利用常规的信号子空间类算法实现波达方向估计。

很多学者研究了这方面的问题,并提出了各种相干环境下的信源波达方向估计算法,最典型的方法是空间平滑算法[3-5],其核心思想是把原始阵列划分为若干子阵,平滑这些子阵间的自、互相关协方差矩阵,使信源协方差矩阵满秩,然后再利用常规的角度超分辨算法实现信源波达方向估计,该方法是以牺牲阵列孔径尺寸为代价实现相干信源的解相干。为了提高最大可分辨信源数和信源估计精度,文献[6]提出了前后向空间平滑算法,和前向空间平滑算法相比,该方法增加了平滑的子阵数,提高了可分辨的信源数;文献[7,8]提出了前后向二次方空间平滑算法,该方法利用交换两子阵顺序时其互相关协方差矩阵间的特殊关系实现相干信源的解相干,提高角度估计的性能;为了进一步利用子阵间互相关协方差矩阵的信息,文献[9]提出了加权空间平滑算法(Weighted spatial smoothing,WSS),先利用常规波束形成、周期图等简单的不受相干源影响的波达方向估计算法粗略得到信源角度值,构造加权因子,然后对所有子阵间的自、互相关协方差矩阵加权平均,实现相干信源的解相干和波达方向估计,但其角度估计精度受加权因子的优劣影响很大。本文在文献[9]的基础上,提出了一种改进的空间加权平滑算法(Improved weighted spatial smoothing,IWSS),在计算加权矩阵时不需要知道信源的先验信息,也不需要预估计信源方向,而是利用阵列接收数据直接计算加权矩阵,从而提高了算法的角度估计性能。

1 理论分析

1.1 信号模型

考虑一阵元间距为半波长的 N 元等距均匀线阵,远场空间中存在 M 个窄带点源,入射角为 θ_i ($i=1,2,\cdots,M$),阵列接收数据为

$$\boldsymbol{X}(t)=[x_1(t),x_2(t),\cdots,x_N(t)]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{S}(t)+\boldsymbol{N}(t) \tag{1}$$

式中:$\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{a}(\theta_1),\boldsymbol{a}(\theta_2),\cdots,\boldsymbol{a}(\theta_M)]$ 为阵列流形;$\boldsymbol{a}(\theta_i)=[1,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\beta_i},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot(N-1)\beta_i}]^{\mathrm{T}}$ 为导向矢量;$\beta_i=\dfrac{2\pi d}{\lambda}\cdot\sin\theta_i$ 为信源波数;λ 为波长;d 为阵元间距;$\boldsymbol{S}(t)=[s_1(t),s_2(t)\cdots s_M(t)]^{\mathrm{T}}$,$s_i(t)$ 为第 i 个信源的复包络;$\boldsymbol{N}(t)=[n_1(t),n_2(t)\cdots n_N(t)]^{\mathrm{T}}$ 为独立同分布均值为零、方差为 σ^2 的高斯白噪声,与信号不相关。

1.2 空间平滑算法

定义阵列的输出协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{E}[\boldsymbol{X}(t)\cdot\boldsymbol{X}(t)^{\mathrm{H}}]=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{R}_s\cdot\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}+\sigma^2\cdot\boldsymbol{I}_N \tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{R}_s=\boldsymbol{E}[\boldsymbol{S}(t)\cdot\boldsymbol{S}(t)^{\mathrm{H}}]$ 为信源协方差矩阵;σ^2 为噪声功率;$\boldsymbol{I}_N$ 为与 $\boldsymbol{R}$ 同维数的单位矩阵。

空间平滑算法的核心思想是把原阵列划分为若干相互部分重叠的子阵,对子阵间的自、互相关协方差矩阵求和,利用子阵间导向矢量的关系,使求和后的信源协方差矩阵的秩等于信源数,从而达到解相干的目的,继而利用常规的阵列信号处理算法实现目标参数估计。

设每个子阵的阵元数为 q ,则子阵数 $p=N-q+1$,约定 $\boldsymbol{R}_{ij}$ ($i=j\in\{1,2,\cdots,p\}$)为子阵 i 的自相关协方差矩阵;$\boldsymbol{R}_{ij}$ ($i\neq j\in\{1,2,\cdots,p\}$)为子阵 i 和子阵 j 之间的互相关协方差矩阵。图 1 为原阵列协方差矩阵和子阵间的自、互相关协方差矩阵间的结构关系。据此给出空间平滑算法的公式如下

$$\widetilde{\boldsymbol{R}}=F_1(\alpha_i,\boldsymbol{R}_{ii})+\boldsymbol{F}_2(\beta_{ij},\boldsymbol{R}_{ij}) \tag{3}$$

式中:$i,j=1,2,\cdots,p$ 。即平滑后的协方差矩阵可以表示为加权的自、互相关矩阵之和。α_i,β_{ij} 分别为 $\boldsymbol{R}_{ii}$ 和 $\boldsymbol{R}_{ij}$ 的加权因子,F_1 和 F_2 分别为 $\boldsymbol{R}_{ii}$ 和 $\boldsymbol{R}_{ij}$ 的映射算子。根据所采用加权因子和映射算子的不同,空间平滑算法大致可以分为两类。

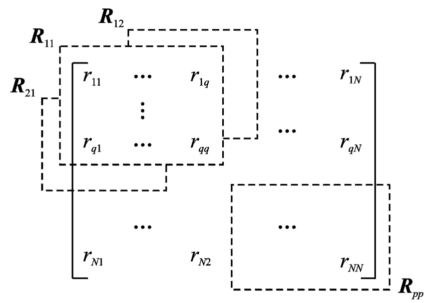


图 1 阵列协方差矩阵分块示意图

Fig. 1 Block diagram of array covariance matrix

第 1 类：仅利用子阵自相关矩阵的空间平滑算法。即 $\alpha_i \neq 0$，$\beta_{ij}=0$ 时，$F_2(\beta_{ij}, \boldsymbol{R}_{ij})$ 项为零，子阵间的互相关协方差矩阵对算法无贡献。再根据映射算子的不同，如 F_1 为简单的直接求和算子时，即是前向空间平滑算法；F_1 为简单的直接求和加共轭求和算子时，即是前后向空间平滑算法；F_1 为矩阵取平方算子时，即是前向二次方平滑和前后向二次方平滑算法等。此类算法实现简单，运算量小。

第 2 类：同时利用子阵自相关和互相关协方差矩阵的空间平滑算法。即 $\alpha_i=0$，$\beta_{ij}=1$，F_2 为 $\boldsymbol{R}_{ij}\cdot\boldsymbol{R}_{ji}$ 算子时，即是对称互相关空间平滑算法；$\alpha_i \neq 0$，F_1 和 F_2 分别为对自相关和互相关协方差矩阵的直接求和算子，$\beta_{ij} \neq 0$ 且随 $\boldsymbol{R}_{ij}$ 对解相干的贡献差异而不同时，即是前后向加权空间平滑算法等。此类算法不仅利用了子阵自相关协方差矩阵还运用了互相关协方差矩阵，运算量相对第 1 类算法较大，但因为利用了更多的有用信息，所以算法性能较第 1 类算法更好。

1.3 原加权空间平滑算法

文献[9]提出了一种加权空间平滑算法。将上述 p^2 个 q 阶子阵的自、互相关协方差矩阵进行加权平均，而权值的优化是以平滑后等价的信源协方差矩阵与对角阵的逼近为约束条件。以前向平滑算法为例，前后向平滑算法同理。设平滑后等价的 q 阶子阵的协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}_{wf}=\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\boldsymbol{R}_{ij}\cdot w_{ij} \tag{4}$$

式中：加权系数 w_{ij} 为 $p\times p$ 维加权矩阵 $\boldsymbol{W}$ 的第 i 行、第 j 列元素，$\boldsymbol{W}=(\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}})^{+}$，$\boldsymbol{B}=[\boldsymbol{b}(\hat{\theta}_1),\boldsymbol{b}(\hat{\theta}_2),\cdots,\boldsymbol{b}(\hat{\theta}_M)]$，$\boldsymbol{b}(\hat{\theta}_i)=[1,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\hat{\beta}_i},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot(p-1)\hat{\beta}_i}]^{\mathrm{T}}$ 为预估计的信源导向矢量，$\hat{\beta}_i=\dfrac{2\pi d}{\lambda}\cdot\sin\hat{\theta}_i$，$\hat{\theta}_i$ 为预估计的信源角度，$i=1,2,\cdots,M$。

对 $\boldsymbol{R}_{wf}$ 进行特征分解，应用 MUSIC 超分辨算法，即可得到信号的来波方向。WSS 算法中 $\boldsymbol{B}$ 的选取最为关键，在构造加权矩阵时，选取的角度 θ_i 与信源真实的空间方位愈接近，去相干的效果愈好，算法的空间分辨能力也愈高。而信源方向未知，所以在应用加权空间平滑算法前，必须有空间信源方位的先验信息或对信源方向进行预估计，得到信源的大致方向，从而构造 $\boldsymbol{B}$ 矩阵，以便求得加权矩阵 $\boldsymbol{W}$。这时算法性能的优劣和空间信源方向预估计的准确性有很大关系，如果为了得到较精确的信源方向，则这一信源角度预估计的过程要反复迭代，不但增加了算法复杂度，还造成了角度估计值随加权因子优劣的不稳定性漂移。

为了简单、有效地得到加权矩阵 $\boldsymbol{W}$，重新考察阵列的输出信息。空间信源的方位信息包含在阵列输出数据中，如果能直接用阵列的输出数据取构造 $\boldsymbol{W}$，则可以不对信源进行预估计，等效于降低了 WSS 算法的信源方向预估计误差，提高了参数估计精度，下面以此思想构造 $\boldsymbol{W}$，提出一种改进的加权空间平滑算法。

2 改进的加权空间平滑算法

算法的核心思想是用两次不同结构的子阵形式划分原阵列,保证第 1 次划分的子阵数等于第 2 次划分的子阵阵元数,同理,第 1 次划分的子阵阵元数也就等于第 2 次划分的子阵数。两次空间平滑子阵数和阵元数这样的取法是为了保证加权矩阵元素数目等于加权空间平滑矩阵的个数,使加权因子与被加权矩阵一一对应。对第 1 次划分得到的所有子阵的自相关协方差矩阵求和取平均得到加权因子,再对第 2 次划分得到的所有自、互相关协方差矩阵应用加权空间平滑算法实现信源波达方向估计。具体步骤如下。

第 1 次空间平滑:取子阵的阵元数为 m ,则子阵数为 $L=N-m+1$,取 $m,L>M$ 。采用前后向空间平滑算法

$$\boldsymbol{R}_1=\frac{1}{L}\sum_{k=1}^{L}\boldsymbol{F}_k\cdot(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{R}^*\cdot\boldsymbol{J})\cdot\boldsymbol{F}_k^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

式中:$\boldsymbol{F}_k=[\boldsymbol{0}_{m\times(k-1)}\mid\boldsymbol{I}_m\mid\boldsymbol{0}_{m\times(N-k-m+1)}]$;$\boldsymbol{R}_1$ 用来求加权矩阵 $\boldsymbol{W}$;$\boldsymbol{J}$ 为与 $\boldsymbol{R}$ 同维数的置换矩阵,$(\cdot)^*$ 表示共轭。

经典的空间平滑算法已经证明,当子阵阵元数 m 、子阵数 L 均大于信源数 M 时,$\boldsymbol{R}_1$ 的信源协方差矩阵的秩恢复为信源数 M,实现了解相干,故不用再耗费计算量采用其他方法进行信源方向的预估计。利用 $\boldsymbol{R}_1$ 求加权矩阵 $\boldsymbol{W}$,即 $\boldsymbol{W}=(\boldsymbol{R}_1)^+$,易知 $\boldsymbol{W}$ 为 $m\times m$ 维矩阵,前后向空间平滑算法同理。

第 2 次空间平滑:取子阵阵元数为 L ,子阵数为 $N-L+1=N-(N-m+1)+1=m$,同理 $m,L>M$ 。利用上面求得的 $\boldsymbol{W}$ 对 m^2 个自、互相关矩阵应用加权空间平滑算法得 $L\times L$ 维方阵

$$\boldsymbol{R}_{wf}=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\boldsymbol{R}_{ij}\cdot w_{ij}=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}\boldsymbol{F}_i\cdot\boldsymbol{R}\cdot\boldsymbol{F}_j^{\mathrm{H}}\cdot w_{ij}+\boldsymbol{R}'_N \tag{6}$$

定理 当信源的预估计方向与真实波达方向相等时,WSS 算法中的 $\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{B}^{\mathrm{H}}$ 和 $\boldsymbol{R}_1$ 的信号子空间相同。

证明 显然,前向空间平滑算法可以得到信源波达方向估计,如果 WSS 算法中对信源角度的预估计完全准确时,则 $\boldsymbol{b}(\hat{\theta}_i)=\boldsymbol{a}(\theta_i)$,等于阵列的真实导向矢量,而经过秩恢复 $\boldsymbol{R}_1$ 的信号子空间与真实导向矢量张成的子空间等价。所以上述性质成立,同时也说明直接用包含信源方位信息的 $\boldsymbol{R}_1$ 求的权 $\boldsymbol{W}=(\boldsymbol{R}_1)^+$ 为最优权。

实际中阵列接收数据包含噪声,当子阵相互部分重叠时,噪声不在相互独立,这种情况下可以在计算式(5)前对阵列的接收数据进行降噪处理,算法的性能会更好。改进的加权空间平滑算法步骤总结如下:(1) 对阵列的接收数据进行降噪处理,以减小噪声对协方差矩阵的影响[9];(2) 应用前后向空间平滑算法得到加权矩阵 $\boldsymbol{W}$;(3) 用 $\boldsymbol{W}$ 求所有的自、互相关矩阵的加权和,得到 $\boldsymbol{R}_{wf}$;(4) 对 $\boldsymbol{R}_{wf}$ 进行特征分解,实现信源波达方向估计。为了进一步提高算法的性能,在步骤(3)时可应用前后向空间平滑算法,重写式(6)为

$$\boldsymbol{R}_{wf}=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m}(\boldsymbol{R}_{ij}+\boldsymbol{J}\cdot\boldsymbol{R}_{ij}\cdot\boldsymbol{J})\cdot w_{ij} \tag{7}$$

改进算法的核心思想是两次空间平滑算法的嵌套,第 1 次空间平滑实现数据预处理,求得加权矩阵;第 2 次空间平滑实现信源波达方向估计。后文算法性能仿真均采用式(7)。

两次空间平滑时的子阵阵元数和子阵数均要求大于信源数,就可分辨的最大信源数来说,等同于前后向空间平滑算法,即 $2N/3$,但相比常规空间平滑算法,充分利用了子阵输出的自、互相关信息;相比加权空间平滑算法,不需要预估计信源方向,直接利用阵列的输出数据计算最优加权矩阵,提高了算法的稳健性,降低了算法的复杂度。

3 算法仿真及性能分析

设发射信号载频为150 MHz,回波信号的多普勒频率为100 Hz,阵列为8元等距线阵,阵元间距为半波长,快拍数为128,信噪比为10 dB,在20°,25°,40°方位上有3个相干信源(并不一定等功率)。按照上节所述,第1次空间平滑求加权矩阵时,设子阵的阵元数为$m=5$,则子阵数为$L=N-m+1=4$。平滑后得到5×5阶的矩阵,利用它来计算加权矩阵$\boldsymbol{W}$;则第2次空间平滑求波达方向估计时,子阵的阵元数为$m=4$,子阵数为$L=N-m+1=5$,被平滑的协方差矩阵数为5×5=25个,被平滑的协方差矩阵数等于加权矩阵元素个数。

图2为当WSS算法的信源角度预估计值为25°,30°,45°时和IWSS算法角度估计性能比较曲线;图3为当WSS信源角度预估计值为30°,40°,50°时和IWSS算法角度估计性能比较曲线。可以看出两种情况下WSS算法均有误差,而且误差值随着信源角度预估计值和真实角度值偏差的增大而增大,即WSS

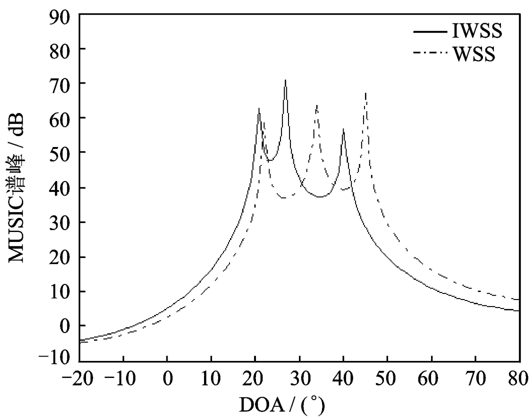


图2 IWSS算法和WSS算法信源角度预估计值为25°,30°,45°时性能比较曲线

Fig. 2 Performance comparison curve between IWSS and WSS algorithm with pre-estimate angle 25°,30°,45°

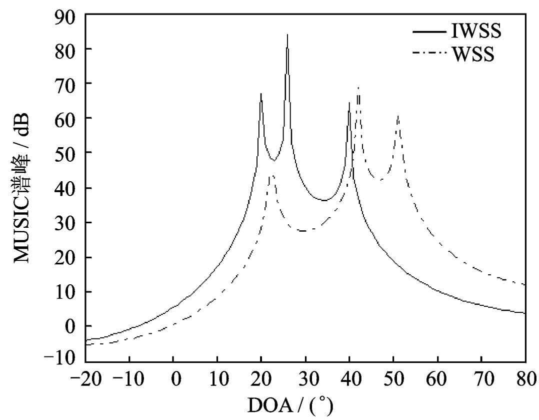


图3 IWSS算法和WSS算法信源角度预估计值为30°,40°,50°时性能比较曲线

Fig. 3 Performance comparison curve between IWSS and WSS algorithm with pre-estimate angle 30°,40°,50°

算法受信源预估计值的精准性影响很大;但同样条件下IWSS算法的角度误差明显较小,而且不需要估计信源角度初值,只受到信噪比的影响。和前面的理论分析完全一致,也从仿真的角度也证实了IWSS方法的稳健性。

下面分析信噪比对角度估计精度的影响,在此考察3个信源在不同信噪比下角度估计误差情况。定义角度估计值的均方根误差 $\delta_{\mathrm{RMSE}}=\sqrt{\dfrac{\sum_{m=1}^{M}\sum_{i=1}^{100}\left|\hat{\theta}_{mi}-\theta_{md}\right|^{2}}{100\cdot M}}$,其中$\hat{\theta}_{mi}$为第$m$个信源的第$i$次实验得到的角度估计值,$\theta_{md}$为第$m$个信源的真实角度值。如图4所示,仿真结果均由100次Monte Carlo实验结果统计得到。可以看出,随着信噪比的

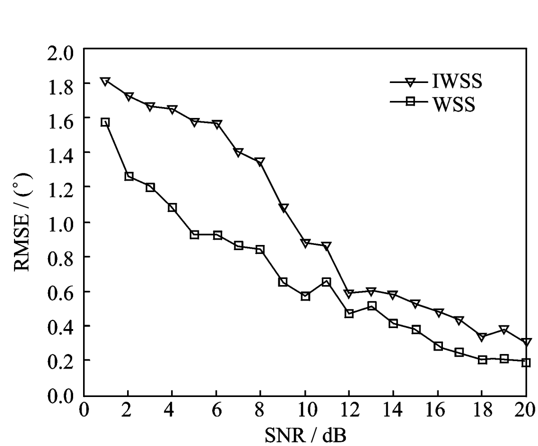


图4 IWSS和WSS算法角度估计方差曲线

Fig. 4 Angle estimation variance curve between IWSS and WSS algorithm

增大,两种算法的角度估计方差都在降低,但同样信噪比条件下,IWSS 比 WSS 角度估计的精度高,角度估计方差小,亦即 IWSS 比 WSS 要求的信噪比门限低。

4 结束语

本文提出了一种改进的加权空间平滑算法,信源波达方向估计相当于两次空间平滑方法的嵌套。通过合理的划分子阵结构,在只利用原始的阵列接收数据的情况下得到最优权,不需要进行信源方向的预估计,也不需要知道信源方向的先验信息。在实际应用中,不管软件编程还是硬件实现只需要一个常规的低成本的空间平滑算法模块即可。计算机仿真结果表明,改进的加权空间平滑算法较原算法有更好的解相干能力和更高的相干信源角度估计精度。

参考文献:

[1] 梁浩,李小波,王磊.采用单次快拍数据实现信源 DOA 估计[J].数据采集与处理,2013,28 (1) :58-63.
Liang Hao, Li Xiaobo, Wang Lei. DOA estimation of signals using one snapshot[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2013,28(1):58-63.

[2] 董飞,徐友根,刘志文.基于广义相位平滑的矢量阵列波达方向估计[J].数据采集与处理, 2009,24(6):792-796.
Dong Fei, Xu Yougen, Liu Zhiwen. Generalized phase-smoothing for DOA estimation by using vector-sensor array[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2009,24(6):792-796.

[3] Shan T J, Wax M, Kailath T. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals [J]. IEEE Trans on ASSP, 1985, 33(4):806-811.

[4] Yu Huagang, Huang Gaoming, Gao Jun, et al. Approximate maximum likelihood algorithm for moving source localization using TDOA and FDOA measurements [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2012,25(4):593-597.

[5] Pal P,Vaidyanathan P P. Nested array: A novel approach to array processing with enhanced degrees of freedom[J]. IEEE Trans on SP, 2010,58(8): 4167-4181.

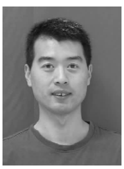
[6] Pillai S U, Kwon B H. Forward-backward spatial smoothing techniques for the coherent signal identification[J]. IEEE Trans on ASSP, 1989, 37(1): 8-15.

[7] Williams R T, Prasad S. An improved spatial smoothing technique for bearing estimation in a multipath environment[J]. IEEE Trans on ASSP, 1988, 36(4): 425-432.

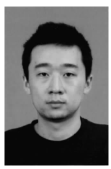
[8] Du Weixiu, Kirlin R L. Improved spatial smoothing techniques for DOA estimation of coherent signals[J]. IEEE Trans on ASSP, 1989, 39(5): 1208-1210.

[9] Wang Buhong, Wang Yongliang, Chen Hui. Weighted spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals[J]. IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, 2002(2):668-671.

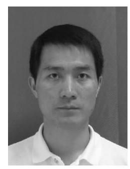
作者简介:



吴向东(1976-),男,讲师,研究方向:阵列信号处理、探地雷达、无线传感器网络技术,E-mail:xdwu@chd.edu.cn。



马 仑(1981-),男,副教授,研究方向:阵列信号处理以及雷达信号处理,E-mail:lunma@126.com。



梁中华(1974-),男,副教授,研究方向:无线通信,信号检测、干扰抑制、信道编码及多址技术,E-mail:lzhxjd@hotmail.com。