

欠定条件下弱稀疏源信号混合矩阵盲估计

李 宁 陈海庭

(武汉科技大学机械自动化学院, 武汉, 430081)

摘 要: 针对源信号的稀疏性影响欠定混合矩阵的估计精度, 在源信号单源频率及非单源频率分量分析的基础上, 通过对观测信号频率峰值的幅值比值所构成的列向量聚类, 提出欠定条件下弱稀疏源信号混合矩阵的盲估计方法。鉴于经典聚类算法的局部收敛性带来聚类结果的不稳定性, 采用全局收敛特性较好的遗传模拟退火聚类算法提高聚类结果的鲁棒性。仿真实验表明, 本文提出的混合矩阵估计方法及采用的聚类算法在不同欠定条件及噪声环境下具有较强的估计性能。

关键词: 欠定盲信号分离; 弱稀疏信号; 混合矩阵盲估计; 遗传模拟退火聚类算法

中图分类号: TN911.7; TH17 **文献标志码:** A

Blind Estimation of Mixing Matrix for Little Sparse Sources in Underdetermined Mixtures

Li Ning, Chen Haiting

(School of Machinery and Automation, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan, 430081, China)

Abstract: The estimation accuracy of the mixing matrix is influenced by the sources sparsity in the underdetermined mixtures. Based on the analytical results of the single and non-single frequencies for source signals, through clustering the column vectors composed by the ratios between the observation signal frequency amplitudes, a new method for the mixing matrix estimation is proposed when the sources are little sparse to each other. Considering the non-stability brought by the partial convergence of the classical clustering algorithm, the genetic and simulated annealing clustering algorithm possessing the global convergence characteristic is used to prove the robustness of the clustering result. The experiment results show that the proposed estimation method and the clustering algorithm can provide good estimation performance under different underdetermined conditions and different noises.

Key words: underdetermined blind signal separation; little sparse signals; mixing matrix blind estimation; genetic and simulated annealing clustering algorithm

引 言

盲信号分离在未知源信号以及混合参数的情况下, 仅根据观测信号实现对源信号的恢复。传统盲分离算法以源信号数量小于传感器数量为前提, 基于源信号的统计独立性提取源信号, 并成功地应用于

语音、图像、生物医学、通信以及设备故障等信号的处理中。然而在实际应用中,由于对源信号的未知,常出现所设置的传感器少于源数现象(属于欠定或病态情况),使得经典的盲分离算法无法从观测信号中提取源信号。欠定盲分离由于未知量较多、问题较难,现有的研究对象主要针对稀疏源信号^[1-3],这类信号只有少数采样点取值非零,对于时域非稀疏信号,可通过傅立叶变换或时频分析转换到频域或时频域以稀疏信号^[4,5]。源信号的稀疏特征使得混合信号中同一时刻或频率点出现两个源信号取值较大的可能性很小,多数时刻只有一个源信号取值较大,即所谓的单源区^[6],从而降低欠定条件下源信号的分离难度。通常,欠定盲分离问题采用“两步法”提取源信号^[7-10]:首先利用稀疏源信号产生稀疏混合的特征估计混合矩阵,然后基于混合矩阵采用 l^1 范数优化或线性规划恢复源信号。其中,混合矩阵估计主要通过源信号不同的稀疏性表达聚类而得。如文献[7]提出了基于势函数聚类的混合矩阵估计方法;文献[8]提出退化分离估计(Degenerate unmixing estimation technique, DUET)算法,通过二维直方图统计来估计混合矩阵;文献[9]采用类似自组织神经网络中竞争学习算法的迭代算法,利用线性几何 ICA 估计聚类中心,获取混合矩阵;文献[10]则直接用概率统计方法估计源信号个数,并根据源信号数目通过聚类获取混合矩阵。目前应用较广泛的聚类算法主要是 K-means 聚类、模糊 C-means 聚类以及层次算法等^[11-13]。然而,在实际运用过程中,由于这些聚类算法存在局部收敛性,导致算法的稳定性不好,直接影响混合矩阵估计精度,从而导致后续的源信号分离结果产生误差。

目前欠定盲分离主要应用于部分具有较强稀疏性的语音信号分离中^[1-13],而在机械故障源信号盲分离中应用较少。主要原因在于,不具备时域稀疏性的机械故障源信号即使转换到频域或时频域稀疏化后,通常由于设备运行工况以及设备结构尺寸等原因,达不到“完全稀疏”要求。如旋转机械常见的轴、轴承及齿轮故障信号频率成分主要由回转频率和啮合频率的倍频程以及各种调制信号频率组成。当发生复合故障时,由于零件结构尺寸的差异,故障源信号频率分散,非单源频率往往出现在各故障源重合频率上,这部分频率在源信号总频率成分比重虽不大,但频率点强度较大,直接影响分离性能。针对这类弱稀疏源信号,本文将组成源信号的频率分量分为两部分,一部分是导致源信号“完全稀疏”的单源频率分量,这部分频率是各个源信号独有的,混合信号在该频率段只有所属源信号占优;另一部分是导致源信号“非完全稀疏”的非单源频率分量,这部分频率是其他源信号或所有源信号都拥有的频率,混合信号在该频率段是多个或全部源信号的混合叠加。本文通过对源信号单源频率及非单源频率分量分析,提出源信号单源与非单源频率分量识别方法,并采用具有全局目标搜索特点的遗传模拟退火聚类算法得到由单源频率成分估计的混合矩阵。

1 问题描述

理想 BSS 线性瞬时混合模型下任意观测信号可表示为

$$x_i(t) = \sum_{p=1}^n a_{ip} s_p(t) = \sum_{p=1}^n \sum_{k=1}^{K_p} a_{ip} b_{pk} \exp(j\omega_{pk}t) + \sum_{p=1}^n \sum_{l=1}^L a_{ip} c_{pl} \exp(j\Omega_l t), i=1, \dots, m \quad (1)$$

式中: $x_i(t)$ 为第*i*个观测信号; m 为观测信号数量; $s_p(t)$ 为第*p*个源信号; n 为源信号数量; a_{ip} 为混合矩阵 **A** 第*i*行第*p*列元素; ω_{pk} 为源 $s_p(t)$ 的单源频率分量,仅出现于源 $s_p(t)$ 中; b_{pk} 为 ω_{pk} 的幅值系数; K_p 为源 $s_p(t)$ 单源频率数量; Ω_l 为源 $s_p(t)$ 的非单源频率分量, Ω_l 出现于两个或两个以上的源信号中; c_{pl} 为 Ω_l 在源 $s_p(t)$ 的幅值系数; L 为所有源信号非单源频率数量总和。BSS 解决的问题是,由 m 个观测信号 $x(t)$ 辨识出未知的混合矩阵 **A** 及 n 个源信号 $s(t)$ 。当观测信号数量 m 大于源信号数量 n 时, BSS 为超定问题;当 $m=n$ 时,为正定问题;当 $m<n$ 时,为欠定问题。其中, BSS 超定和正定问题已有较成熟的算法解决,而欠定问题仍在探索中。

2 源信号单源频率分量分析

对于任意源信号 $s_p(t)$ 中的任意单源频率 ω_{pk} , 观测信号在该频率处的幅值仅由源信号 $s_p(t)$ 带来,其

余源信号没有贡献,即有

$$\mathbf{X}^{\omega_{pk}} = \mathbf{a}_p b_p^{\omega_{pk}} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{X}^{\omega_{pk}} = (X_1^{\omega_{pk}}, X_2^{\omega_{pk}}, \dots, X_m^{\omega_{pk}})^T$, $X_i^{\omega_{pk}}$ 为 $x_i(t)$ 中 ω_{pk} 频率分量的傅里叶复系数; \mathbf{a}_p 为混合矩阵 \mathbf{A} 的列向量; $b_p^{\omega_{pk}}$ 表示源信号 $s_p(t)$ 中 ω_{pk} 频率分量的离散傅里叶复系数。式(2)两边取模为

$$\text{Mag}(\mathbf{X}(\omega_{pk})) = \mathbf{a}_p \text{Mag}(b_p^{\omega_{pk}}) = \mathbf{a}_p b_{pk} \quad (3)$$

这里, b_{pk} 为单源频率 ω_{pk} 的幅值系数。若令列向量 $\text{Mag}(\mathbf{X}(\omega_{pk}))$ 中任意两元素的比值为 $\lambda_{ij}^p(\omega_{pk})$, 则有

$$\lambda_{ij}^p(\omega_{pk}) = \frac{\text{Mag}(X_i(\omega_{pk}))}{\text{Mag}(X_j(\omega_{pk}))} = \frac{a_{ip} b_{pk}}{a_{jp} b_{pk}} = \frac{a_{ip}}{a_{jp}} \quad (4)$$

可见, $\lambda_{ij}^p(\omega_{pk})$ 与 k 无关, 与 p 有关, 这表明来自于同一源信号 $s_p(t)$ 任意单源频率的 $\lambda_{ij}^p(\omega)$ 相等。

由于 $i, j=1 \sim m$, 当上式 j 固定, i 从 1 到 m 变化时, 得到列向量 $\mathbf{u}_j^{\omega_p} = \left[\frac{a_{1p}}{a_{jp}}, \frac{a_{2p}}{a_{jp}}, \dots, \frac{a_{mp}}{a_{jp}} \right]^T$, 即为矩阵 \mathbf{A} 中列向量 \mathbf{a}_p 各元素与第 j 个元素的比值。同理, 来自于另一源信号 $s_q(t)$ 单源频率 ω_{qk} 的列向量 $\mathbf{u}_j^{\omega_q} = \left[\frac{a_{1q}}{a_{jq}}, \frac{a_{2q}}{a_{jq}}, \dots, \frac{a_{mq}}{a_{jq}} \right]^T$ 。可见, 若混合矩阵 \mathbf{A} 的列向量互不成比例, 则 $\mathbf{u}_j^{\omega_p} \neq \mathbf{u}_j^{\omega_q}$, 即来自不同源信号的单源频率的 \mathbf{u}_j 不相等。

3 源信号非单源频率分量分析

对于任意非单源频率 Ω_l , 由于该频率是若干源信号的共有频率, 观测信号在非单源频率 Ω_l 上的幅度表示为

$$\mathbf{X}^{\Omega_l} = \mathbf{A} \mathbf{c}^{\Omega_l} \quad (5)$$

式中 $\mathbf{c}^{\Omega_l} = (c_1^{\Omega_l}, c_2^{\Omega_l}, \dots, c_n^{\Omega_l})^T$, 其中 $c_p^{\Omega_l}$ 表示在任意源信号 $s_p(t)$ 中非单源频率 Ω_l 的离散傅里叶复系数。上式两边取模以及任意两观测信号的比值有

$$\text{Mag}(\mathbf{X}(\Omega_l)) = \mathbf{A} \text{Mag}(\mathbf{c}^{\Omega_l}) = \sum_{p=1}^n \mathbf{a}_p \text{Mag}(c_p^{\Omega_l}) \quad (6)$$

$$\lambda_{ij}(\Omega_l) = \frac{\text{Mag}(X_i(\Omega_l))}{\text{Mag}(X_j(\Omega_l))} = \frac{\sum_{p=1}^n a_{ip} c_{pl}}{\sum_{p=1}^n a_{jp} c_{pl}} = \frac{d_{il}}{d_{jl}} \quad (7)$$

式中 $d_{il} = \sum_{p=1}^n a_{ip} c_{pl}$ 。同理, 若 Ω_r 为另一非单源频率, 所对应的 $\lambda_{ij}(\Omega_r) = \sum_{p=1}^n a_{ip} c_{pr} / \sum_{p=1}^n a_{jp} c_{pr}$ 。为讨论 $\lambda_{ij}(\Omega_l)$ 和 $\lambda_{ij}(\Omega_r)$ 的关系, 简单起见, 不妨假设 m 和 n 均为 2, 则有

$$\lambda_{12}(\Omega_l) = \frac{a_{11} c_{1l} + a_{12} c_{2l}}{a_{21} c_{1l} + a_{22} c_{2l}}; \quad \lambda_{12}(\Omega_r) = \frac{a_{11} c_{1r} + a_{12} c_{2r}}{a_{21} c_{1r} + a_{22} c_{2r}} \quad (8)$$

若 $\lambda_{12}(\Omega_l) \neq \lambda_{12}(\Omega_r)$, 化简后得 $\frac{c_{1l}}{c_{2l}} \neq \frac{c_{1r}}{c_{2r}}$ 。推而广之, 若非单源频率在各源信号的系数向量互不成比例, 则有 $\lambda_{ij}(\Omega_l) \neq \lambda_{ij}(\Omega_r)$ 。因此, 当 j 固定, i 从 1 到 m 变化时, 由 $\lambda_{ij}(\Omega_l)$ 和 $\lambda_{ij}(\Omega_r)$ 得到的列向量 $\mathbf{u}_j^{\Omega_l} \neq \mathbf{u}_j^{\Omega_r}$, 即每个非单源频率对应不同的列向量 \mathbf{u}_j^{Ω} 。

对比式(4)和式(7), 由于非单源频率 Ω_l 在至少两个源信号上的 c_{pl} 非零, 显然 $\lambda_{ij}^p(\omega_{pk}) \neq \lambda_{ij}(\Omega_l)$, 可见, 由 $\lambda_{ij}^p(\omega_{pk})$ 和 $\lambda_{ij}(\Omega_r)$ 得到的列向量 $\mathbf{u}_j^{\omega_p} \neq \mathbf{u}_j^{\Omega_r}$, 同理 $\mathbf{u}_j^{\omega_q} \neq \mathbf{u}_j^{\Omega_r}$ 。

4 欠定条件下混合矩阵估计

源信号单源与非单源频率分量分析可得: 若混合矩阵 \mathbf{A} 的列向量互不成比例, 同一源信号的所有

单源频率对应同一列向量 \mathbf{u}_j^p , 不同源信号的单源频率对应不同列向量 $\mathbf{u}_j^p \neq \mathbf{u}_j^q$; 若非单源频率在各源信号的系数向量互不成比例, 非单源频率对应的列向量组 \mathbf{u}_j^q 互不相等, 即 $\mathbf{u}_j^q \neq \mathbf{u}_j^r$, 且不等于 \mathbf{u}_j^p (指全部单源频率对应的列向量组)。由此分析结果展开对混合矩阵盲估计。

假设 m 个测量信号共有 T 个不同的频率峰值, 由 K 个单源频率 (假设任意源 $s_p(t)$ 有 K_p 个, $K = \sum_{p=1}^n K_p$) 以及 L 个非单源频率组成, 每个频率峰值可得到对应的列向量 \mathbf{u}_j (表示全体 \mathbf{u}_j^p 和 \mathbf{u}_j^q 中的任意列向量)。当 $j=1$ 时, 根据源信号频率分量分析结果, 将 T 个频率峰值对应的 T 个列向量 \mathbf{u}_1 聚类并组成矩阵 \mathbf{U}_1 为

$$\mathbf{U}_1 = \begin{bmatrix} \overbrace{1 \cdots 1}^{s_1(t) K_1 \text{ 个列向量}} & \overbrace{1 \cdots 1}^{s_2(t) K_2 \text{ 个列向量}} & \cdots & \overbrace{1 \cdots 1}^{s_n(t) K_n \text{ 个列向量}} & 1 & \cdots & 1 \\ \frac{a_{21}}{a_{11}} & \cdots & \frac{a_{21}}{a_{11}} & \frac{a_{22}}{a_{12}} & \cdots & \frac{a_{22}}{a_{12}} & \cdots & \frac{a_{2n}}{a_{1n}} & \cdots & \frac{a_{2n}}{a_{1n}} & \frac{d_{21}}{d_{11}} & \cdots & \frac{d_{2L}}{d_{1L}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{a_{m1}}{a_{11}} & \cdots & \frac{a_{m1}}{a_{11}} & \frac{a_{m2}}{a_{12}} & \cdots & \frac{a_{m2}}{a_{12}} & \cdots & \frac{a_{mn}}{a_{1n}} & \cdots & \frac{a_{mn}}{a_{1n}} & \frac{d_{m1}}{d_{11}} & \cdots & \frac{d_{mL}}{d_{1L}} \\ a_{11} & & a_{11} & a_{12} & & a_{12} & & a_{1n} & & a_{1n} & d_{11} & & d_{1L} \end{bmatrix}_{m \times T} \quad (9)$$

T 个列向量在聚类过程中各个源信号的排序不一定如式(9)所示, 但不影响混合矩阵估计, 仅改变源信号恢复时的顺序, 等同于 BSS 中源信号排序不确定性。式(9)中, 由于非单源频率所对应的列向量各不相同, 其聚类元素为 1。若待分离源信号的单源频率数大于 1 时, 通过聚类元素数量即可区分单源频率与非单源频率。通过对式(9)的聚类结果, 识别非单源频率, 并将其从 \mathbf{U}_1 剔除, 剩下的各个聚类中心构成矩阵 \mathbf{U}'_1 , 即为

$$\mathbf{U}'_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \frac{a_{21}}{a_{11}} & \frac{a_{22}}{a_{12}} & \cdots & \frac{a_{2n}}{a_{1n}} \\ a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{a_{m1}}{a_{11}} & \frac{a_{m2}}{a_{12}} & \cdots & \frac{a_{mn}}{a_{1n}} \\ a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (10)$$

由于 BSS 中源信号的恢复具有幅值不确定性, 其线性瞬时混合模型可写为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A} \mathbf{s}(t) = \sum_{p=1}^n \mathbf{a}_p s_p(t) = \sum_{p=1}^n \frac{\mathbf{a}_p}{\alpha_p} \alpha_p s_p(t) \quad (11)$$

式中: \mathbf{a}_p 为混合矩阵 \mathbf{A} 的列向量; α_p 为任意非零常数。比较式(10)和式(11), 列向量归一化后的矩阵 \mathbf{U}'_1 与归一化的混合矩阵 \mathbf{A} 相等。因此, 归一化的 \mathbf{U}'_1 为混合矩阵 \mathbf{A} 的无偏估计。由于构建矩阵 \mathbf{U}'_1 的极限条件是 $m=2$, 因此, 理论上当传感器数 $m \geq 2$, 均可得到混合矩阵 \mathbf{A} 的无偏估计。同理, 改变 j 的取值可获得矩阵 $\mathbf{U}'_2, \dots, \mathbf{U}'_m$, 其归一化后亦为归一化的混合矩阵 \mathbf{A} 。

式(11)中, 当 α_p 变化时, 只有与之相应的源信号 $s_p(t)$ 幅值随之变化, 与其他源信号无关。由于源信号幅值的不确定性, α_p 的变化对混合矩阵的估计不影响。因此, 若混合矩阵 \mathbf{A} 第一行某元素 a_{1i} 较小或为零时, 使得 \mathbf{U}'_1 中第 i 列向量元素较大或为无穷, 归一化时产生变异, 可将 $\mathbf{U}'_2, \dots, \mathbf{U}'_m$ 中相应的列向量取代之, 不影响对混合矩阵的估计。

5 遗传模拟退火聚类

由上述分析可知, 对式(9)列向量聚类是获取混合矩阵 \mathbf{A} 盲估计的关键, 目前有代表性的聚类方法存在不同程度的局部收敛性, 导致聚类结果稳定性不好, 精度不高。本文采用全局收敛特性较好的遗传模拟退火聚类算法, 该算法在模糊 C-means 聚类算法中结合遗传模拟退火思想搜索目标, 有效避开模糊

C-means 聚类过程中的局部特性,提高聚类结果的稳定性及精度。

5.1 模糊 C-means 聚类算法

模糊 C-means 聚类是把 n 个数据样本向量 $\mathbf{x}_j (j=1, 2, \dots, n)$ 分为 c 个模糊组,并求每组的聚类中心,使得非相似性指标的价值函数最小^[14]。它与 K-means 算法的主要区别在于模糊 C-means 在聚类过程中引入聚类元素隶属度概念,以确定其所属类别的程度,提高算法的鲁棒性,其目标函数为

$$J(\mathbf{U}, v_1, \dots, v_c) = \sum_{i=1}^c J_i = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^n (\mu_{ij})^b (d_{ij})^2 \quad (12)$$

式中: \mathbf{U} 为隶属矩阵,组成元素 μ_{ij} 在 $0 \sim 1$ 间取值,且每个样本向量 \mathbf{x}_j 对于各个聚类组的隶属值和为 1,

即满足 $\sum_{i=1}^c \mu_i(\mathbf{x}_j) = 1; v_1, \dots, v_c$ 为各类别的聚类中心; $b \in [1, \infty)$ 是一个加权指数。模糊 C-means 聚类通过反复修正聚类中心以及隶属度得到最终聚类结果。尽管模糊 C-means 聚类相对 K-means 减少了初始值影响,算法稳定性有一定改善,但它仍是一种局部搜索算法,聚类结果仍存在较大波动。

5.2 遗传模拟退火算法

遗传模拟退火算法是一个将遗传算法(Genetic algorithm, GA)与模拟退火算法(Simulated annealing, SA)有效地结合在一起的优化算法^[15]。其中,GA 将优化问题模拟为一个生物进化过程,通过复制、选择、交叉和变异等操作产生下一代的解,逐步淘汰适应度函数低的解,增加适应度函数高的解,通过 N 代的进化最终获得适应度很高的个体。SA 则是将优化问题等同于高温物体退火过程,最大特点是在搜索过程中引入接受概率思想,不是一味追求极值点,目标函数差一点的点也可以接受,这样在遇到局部最优解时能概率性地跳出,一定程度上避开局部最优,并最终趋于全局最优。

遗传模拟退火算法通过 SA 自适应地调整 GA 种群在各个阶段进化的适应度函数,使 GA 前期(即退火温度较高时)适应度相近的个体产生后代的概率相近,GA 后期(即退火温度下降后)适应度相近的个体适应度差异放大,从而使优秀个体优势明显。通过 SA 的调整,有效地防止 GA 运行过程中个别好的个体的后代充斥整个种群,导致早熟,造成 GA 后期适应度趋向一致,整个种群进化停滞不前。可见,遗传模拟退火算法利用 SA 调整 GA 种群的适应度,防止其落入局部最优,是一种搜索全局最优的好方法。GA 中的适应度函数是评价种群个体好坏的标准,通常它是由目标函数变换而来。

5.3 基于遗传模拟退火聚类的混合矩阵估计

遗传模拟退火聚类在模糊 C-means 搜索目标值过程中借助遗传模拟退火算法的种群进化全局寻优特点,改善模糊 C-means 聚类局部收敛性,提高其聚类结果的鲁棒性。由于模糊 C-means 聚类的求解是目标函数式(12)的最小值,因此遗传模拟退火聚类中将模糊 C-means 聚类目标函数的倒数作为遗传个体的适应度值,目标函数值越小的个体,适应度值越大,个体越优越。

基于遗传模拟退火聚类的混合矩阵盲估计具体步骤如下:(1)观测信号 Fourier 变换后,找出其中 T 个频率幅值较大的频率点;(2)在 T 个频率峰值点下,计算所有观测信号与第 1 个观测信号对应的频率幅值比值,得到 T 个列向量。若某个列向量的元素值异常大,在该频率点下计算所有观测信号与第 2 个观测信号频率幅值比值,并以此类推;(3)对所有列向量进行聚类数从 2 到 T 的遗传模拟退火聚类,目标函数小于设定的较小值时,对应的最小聚类数即为源信号数量,所产生的聚类中心为最终的聚类结果;(4)将聚类结果中聚类元素为单个的列向量剔除,并将剩下的各个聚类中心组成矩阵 \mathbf{U}'_1 ;(5)归一化矩阵 \mathbf{U}'_1 列向量,所获矩阵即为混合矩阵的估计矩阵。

6 仿真与分析

为评价所估计的混合矩阵精度,本文采用文献[9]中的估计误差 E_A 来衡量所提算法的估计性能。

E_A 定义如下

$$E_A = \lg\left(\frac{1}{n} \|\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}\|_F^2\right) \quad (13)$$

式中: n 为源信号数量; $\hat{\mathbf{A}}$ 为归一化后的混合矩阵估计; \mathbf{A} 为归一化的原混合矩阵; $\|\cdot\|_F$ 表示 Frobenius 范数。由于式(13)仅是评价混合矩阵的估计性能, 这里暂不考虑列向量的排序问题, 假设 \mathbf{A} 与 $\hat{\mathbf{A}}$ 的列向量对应。因此, E_A 越小表明混合矩阵 \mathbf{A} 的估计精度越高。

6.1 仿真 1

在无噪声及有噪声条件下本文所采用的改进 C-means 聚类算法在混合矩阵估计中的有效性。实验在 3 个传感器、5 个源信号下进行, 所用源信号为仿真旋转机械中常见的轴承及齿轮故障信号, 其中方波和锯齿波为模仿不同频率的周期脉冲信号。源信号及混合矩阵 $\mathbf{A}_{3 \times 5}$ 为

$$\begin{cases} s_1(t) = 1.143\sin(2\pi 10t + 6) * (1 + \sin(2\pi 75t + 12)) \\ s_2(t) = 1.28\sin(2\pi 10t + 6) * (1 + \sin(2\pi 35t + 5)) \\ s_3(t) = 2.75\text{sign}(2\pi 10t) \\ s_4(t) = 1.89\text{sawtooth}(2\pi 19t) \\ s_5(t) = 1.45\sin(2\pi 38t + 27) * (1 + \sin(2\pi 22t + 7)) \end{cases} \quad \mathbf{A}_{3 \times 5} = \begin{bmatrix} 0.325 & 0.304 & 0.236 & 0.487 & 0.254 \\ 0.967 & 0.181 & 0.373 & 0.236 & 0.753 \\ 0.531 & 0.962 & 0.192 & 0.743 & 0.882 \end{bmatrix}$$

图 1 为 5 个源信号的频谱, 其中 $s_1(t) \sim s_3(t)$ 模仿工作频率为 10 Hz 的轴承及齿轮故障信号, 显然 10 Hz 为其非单源频率; $s_4(t)$ 与 $s_5(t)$ 模仿周围其他设备或零件产生的故障信号, 38 Hz 为其非单源频

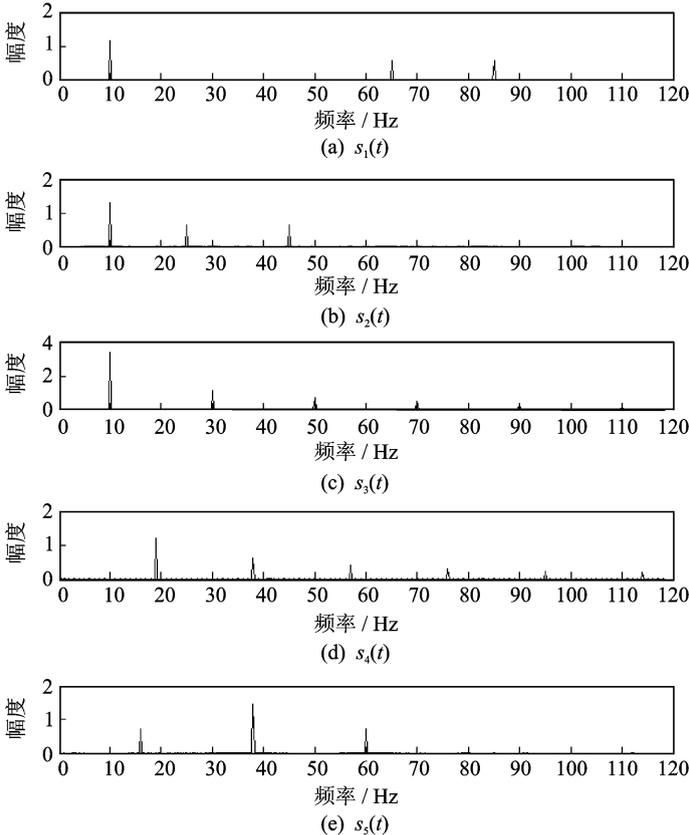


图 1 源信号频谱

Fig. 1 The spectra of source signals

率。图 2 为无噪声下的混合信号频谱,从图 2 中选取频率峰值较大的 18 个频率,并由这 18 个频率构成如式 9 的矩阵 U_1 ,通过对矩阵 U_1 列向量聚类,识别非单源频率并剔除,完成对混合矩阵的估计。

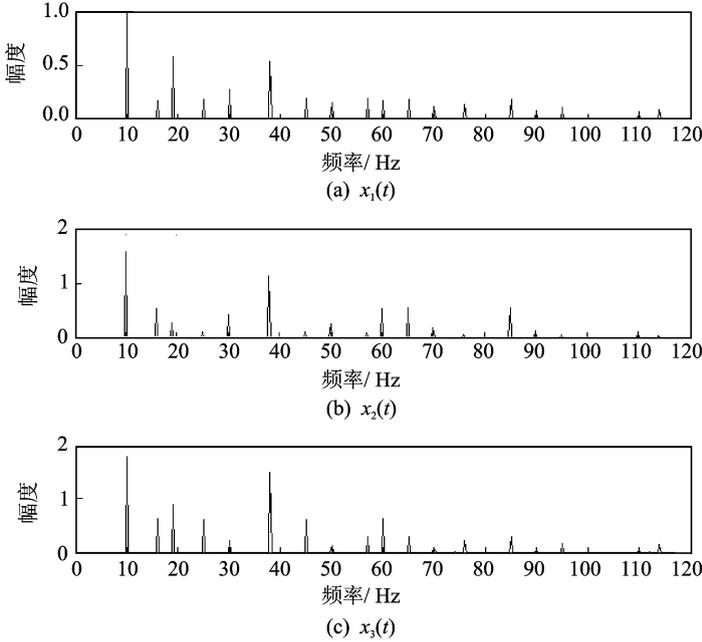


图 2 混合信号频谱

Fig. 2 The spectra of mixing signals

为验证所用聚类算法在混合矩阵估计中的有效性,本文将遗传模拟退火算法与模糊 C-means 算法在无噪声和有噪声状态下的估计误差 E_A 进行比较。鉴于模糊 C-means 算法由于局部最优带来的解的不稳定性,这里在相同条件下对各个算法运算 20 次,计算每次聚类的估计误差 E_A 结果如图 3 所示。

由图 3 可以看出,无论在有噪声还是无噪声下,遗传模拟退火算法的估计误差始终平直,表明该算

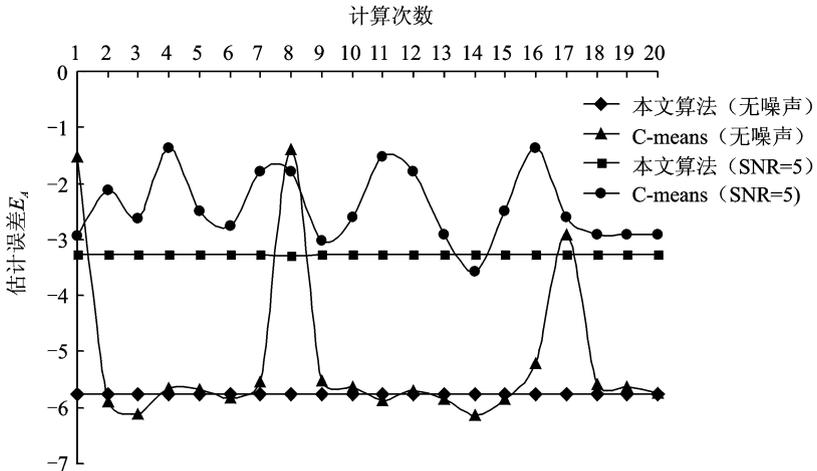


图 3 两种聚类算法估计误差 E_A 曲线图

Fig. 3 The estimation errors E_A of two clustering algorithms

法鲁棒性较强,聚类结果稳定。模糊 C-means 算法无噪声时大多数估计误差较平稳,但存在 3 处误差较大的起伏,有噪声时估计误差始终处于上下波动状态且误差大于遗传模拟退火算法。实验表明,本文采用的聚类算法较模糊 C-means 算法在聚类结果的稳定性上有明显改善。

6.2 仿真 2

在不同欠定条件以及不同信噪比下,遗传模拟退火聚类与模糊 C-means 算法混合矩阵估计性能比较。本仿真采用仿真 1 中 5 个源信号,观测信号改为 2 个和 4 个,对应的混合矩阵 \mathbf{A}_{2m5s} 和 \mathbf{A}_{4m5s} 分别为

$$\mathbf{A}_{2m5s} = \begin{bmatrix} 0.364 & 0.686 & 0.215 & 0.221 & 0.996 \\ 0.925 & 0.837 & 0.708 & 0.997 & 0.228 \end{bmatrix}; \mathbf{A}_{4m5s} = \begin{bmatrix} 0.325 & 0.304 & 0.236 & 0.487 & 0.254 \\ 0.967 & 0.181 & 0.373 & 0.236 & 0.753 \\ 0.531 & 0.962 & 0.192 & 0.743 & 0.882 \\ 0.825 & 0.262 & 0.865 & 0.927 & 0.228 \end{bmatrix}$$

考虑模糊 C-means 聚类结果的不稳定,本仿真在每个信噪比下运行 20 次取其均值作为最终估计误差值,仿真结果如图 4 所示。由图 4 可见:(1)在两种欠定条件下,遗传模拟退火算法的估计误差 E_A 始终低于模糊 C-means;(2)传感器较少时,两种算法估计误差 E_A 间距较大;传感器较多时,随着信噪比增加两算法的差距减小;(3)传感器数量变化时,遗传模拟退火算法的两条估计误差 E_A 曲线图在信噪比小于 15 时少许分开,而信噪比大于 15 时几乎一致。本实验表明,在不同欠定条件以及不同信噪比下,遗传模拟退火算法相对模糊 C-means 有更好的估计性能,而且在少传感器下估计性能尤为明显,同时传感器数量变化对遗传模拟退火算法影响不大。

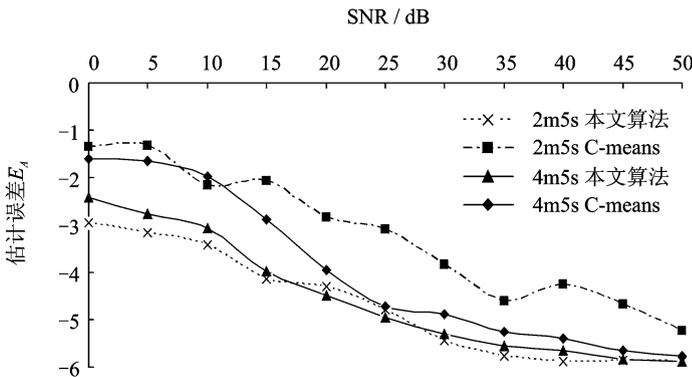


图 4 不同欠定条件估计误差 E_A 曲线图

Fig. 4 The estimation errors E_A for different underdetermined mixtures

7 结束语

本文将待分离的源信号频率成分设由单源频率及非单源频率组成,根据这两类频率成分在观测信号中的特征分析结果,对观测信号频率幅值比构成的列向量展开聚类分析,在识别并提取非单源频率对应的列向量后,利用单源频率对应的列向量的聚类中心估计混合矩阵。为获取稳定性且精度较高的混合矩阵盲估计,采用具有较强全局特性的遗传模拟退火聚类算法。仿真实验表明,所提混合矩阵估计方法以及所采用的聚类算法在不同欠定条件及噪声环境下具有较高的估计性能。

参考文献:

- [1] Li Y Q, Amari S, Cichocki A, et al. Underdetermined blind source separation based on sparse representation[J]. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2006, 54(2): 423-437.
- [2] Zibulevsky M, Pearlmutter B A. Blind source separation by sparse decomposition[J]. *Neural Computation*, 2001, 13(4):

863-882.

- [3] Georgiev P, Theis F, et al. Sparse component analysis and blind source separation of underdetermined mixtures[J]. IEEE Transaction on Neural Networks, 2005, 16(4):992-996.
- [4] Abrard F, Deville Y. A time-frequency blind signal separation method application to underdetermined mixtures of dependent sources[J]. Signal Processing, 2005(85):1389-1403.
- [5] 张华,冯大政,庞继勇. 基于声源时延估计的欠定盲分离方法[J]. 数据采集与处理, 2009, 24(6):703-708.
Zhang Hua, Feng Dazheng, Pang Jiyong. Underdetermined blind separation based on sound source time-delay estimation[J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2009, 24(6):703-708.
- [6] 肖明,谢胜利,傅予力. 基于频域单源区间的具有延迟的欠定盲分离[J]. 电子学报, 2007, 35(12):2279-2283.
Xiao Ming, Xie Shengli, Fu Yuli. Underdetermined blind delayed source separation based on single source intervals in frequency domain[J]. ACTA ELECTRONICA SINICA, 2007, 35(12):2279-2283.
- [7] Bofill P, Zibulevsky M. Underdetermined blind source separation using sparse representations[J]. Signal Processing, 2001, 81(11): 2353-2362.
- [8] Yilmaz Ö, Rickard S. Blind separation of speech mixtures via time-frequency masking[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2004, 52(7):1830-1847.
- [9] Theis F J, Lang E W, Puntonet C G. A geometric algorithm for overcomplete linear ICA[J]. Neurocomputing, 2004, 56: 381-398.
- [10] 谭北海,谢胜利. 基于源信号数目估计的欠定盲分离[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(4):863-867.
Tan Beihai, Xie Shengli. Underdetermined blind separation based on source signals' number estimation[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(4):863-867.
- [11] 付宁,乔立岩,彭喜元. 基于改进 K-means 聚类和霍夫变换的稀疏源混合矩阵盲估计算法[J]. 电子学报, 2009, 37(4):92-96.
Fu Ning, Qiao Liyan, Peng Xiyuan. Blind recovery of mixing with sparse sources based on improved K-means clustering and Hough transform[J]. ACTA ELECTRONICA SINICA, 2009, 37(4):92-96.
- [12] Kim S Y, Chang D Y. Underdetermined blind source separation based on subspace representation[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2009, 57(7): 2604-2614.
- [13] Abdeldjalil A, Nguyen L, Karim A. Underdetermined blind separation of non-disjoint sources in the time-frequency domain [J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2007, 55(3): 897-907.
- [14] Bezdek J C, Hathaway R J, Sabin M J, et al. Convergence theory for fuzzy C-means: Counter example and repairs[J]. IEEE Trans Systems, Man and Cybernetics, 1987, 17(5):873-877.
- [15] 刘秋菊,王仲英,刘素华. 基于遗传模拟退火算法的模糊聚类方法[J]. 微计算机信息, 2006, 22(2):270-272.
Liu Qiuju, Wang Zhongying, Liu Suhua. A optimization clustering algorithm based on simulated annealing and genetic algorithm[J]. Microcomputer Information, 2006, 22(2):270-272.

作者简介:



李宁(1969-),女,教授,研究方向:振动系统动力学、机械故障诊断、盲信号处理,E-mail: ln08168@163.com。



陈海庭(1988-),男,硕士研究生,研究方向:盲信号处理,E-mail: chenhaitings-mail@163.com。

